FÍSICA 11

PEARSON

J. D. Wilson · A. J. Buffa · B. Lou

Múltiplos y prefijos de unidades métricas*

Múltiplo	*Prefijo (y abreviatura)*
10^{24}	yota- (Y)
10^{21}	zeta- (Z)
10^{18}	exa- (E)
10^{15}	peta- (P)
10^{12}	tera- (T)
10^{9}	giga- (G)
10^{6}	mega- (M)
10^{3}	kilo- (k)
10^{2}	hecto- (h)
10	deca- (da)
10^{-1}	deci- (d)
10^{-2}	centi- (c)
10^{-3}	mili- (m)
10^{-6}	micro- (μ)
10^{-9}	nano- (n)
10^{-12}	pico- (p)
10^{-15}	femto- (f)
10^{-18}	ato- (a)
10^{-21}	zepto- (z)
10^{-24}	yocto- (y)

*Por ejemplo, 1 gramo (g) multiplicado por 1000 (10^3) es 1 kilogramo (kg); 1 gramo multiplicado por 1/1000 (10^{-3}) es 1 miligramo (mg).

Unidades base del SI

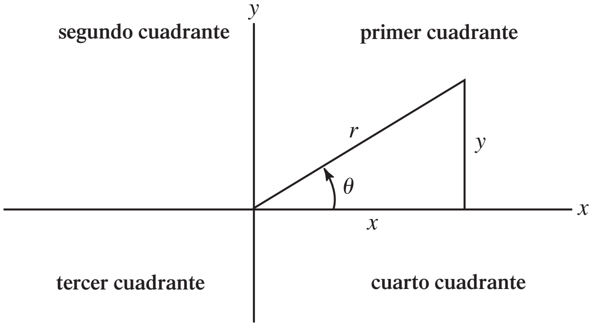
Cantidad física	*Nombre de la unidad*	*Símbolo*
Longitud	metro	m
Masa	kilogramo	kg
Tiempo	segundo	s
Corriente eléctrica	ampere	A
Temperatura	kelvin	K
Cantidad de sustancia	mol	mol
Intensidad luminosa	candela	cd

Algunas unidades derivadas del SI

Cantidad física	*Nombre de la unidad*	*Símbolo*	*Unidad del SI*
Frecuencia	hertz	Hz	s^{-2}
Energía	joule	J	$kg \cdot m^2/s^2$
Fuerza	newton	N	$kg \cdot m/s^2$
Presión	pascal	Pa	$kg/(m \cdot s^2)$
Potencia	watt	W	$kg \cdot m^2/s^3$
Carga eléctrica	coulomb	C	$A \cdot s$
Potencial eléctrico	volt	V	$kg \cdot m^2/(A \cdot s^3)$
Resistencia eléctrica	ohm	Ω	$kg \cdot m^2/(A^2 \cdot s^3)$
Capacitancia	farad	F	$A^2 \cdot s^4/(kg \cdot m^2)$
Inductancia	henry	H	$kg \cdot m^2/(A^2 \cdot s^2)$
Campo magnético	tesla	T	$kg/(A \cdot s^2)$

Teorema de Pitágoras (triángulo rectángulo)

$r = \sqrt{x^2 + y^2}$



Fórmula cuadrática

Si $ax^2 + bx + c = 0$, entonces

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Relaciones trigonométricas

Definiciones de funciones trigonométricas

$$\operatorname{sen}\theta = \frac{y}{r} \qquad \cos\theta = \frac{x}{r} \qquad \tan\theta = \frac{\operatorname{sen}\theta}{\cos\theta} = \frac{y}{x}$$

$\theta°$ (rad)	sen θ	cos θ	tan θ
0° (0)	0	1	0
30° ($\pi/6$)	0.500	$\sqrt{3}/2 \approx 0.866$	$\sqrt{3}/3 \approx 0.577$
45° ($\pi/4$)	$\sqrt{2}/2 \approx 0.707$	$\sqrt{2}/2 \approx 0.707$	1.00
60° ($\pi/3$)	$\sqrt{3}/2 \approx 0.866$	0.500	$\sqrt{3} \approx 1.73$
90° ($\pi/2$)	1	0	∞

Ley de cosenos

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$$

Ley de los senos

$$\frac{a}{\operatorname{sen} A} = \frac{b}{\operatorname{sen} B} = \frac{c}{\operatorname{sen} C}$$

(para cualquier triángulo plano con ángulos A, B y C, y lados opuestos a, b y c)

Datos físicos*

Cantidad	*Símbolo*	*Valor aproximado*
Constante de gravitación universal	G	$6.67 \times 10^{-11}\ \mathrm{N{\cdot}m^2/kg^2}$
Aceleración de la gravedad (valor generalmente aceptado en la superficie terrestre)	g	$9.80\ \mathrm{m/s^2} = 980\ \mathrm{cm/s^2} = 32.2\ \mathrm{ft/s^2}$
Rapidez de la luz	c	$3.00 \times 10^{8}\ \mathrm{m/s} = 3.00 \times 10^{10}\ \mathrm{cm/s} = 1.86 \times 10^{5}\ \mathrm{mi/s}$
Constante de Boltzmann	k_B	$1.38 \times 10^{-23}\ \mathrm{J/K}$
Número de Avogadro	N_A	$6.02 \times 10^{23}\ \mathrm{mol^{-1}}$
Constante de los gases	$R = N_A k_B$	$8.31\ \mathrm{J/(mol{\cdot}K)} = 1.99\ \mathrm{cal/(mol{\cdot}K)}$
Constante de la ley de Coulomb	$k = 1/4\pi\epsilon_o$	$9.00 \times 10^{9}\ \mathrm{N{\cdot}m^2/C^2}$
Carga del electrón	e	$1.60 \times 10^{-19}\ \mathrm{C}$
Permitividad del espacio libre	ϵ_o	$8.85 \times 10^{-12}\ \mathrm{C^2/(N{\cdot}m^2)}$
Permeabilidad del espacio libre	μ_o	$4\pi \times 10^{-7}\ \mathrm{T{\cdot}m/A} = 1.26 \times 10^{-6}\ \mathrm{T{\cdot}m/A}$
Unidad de masa atómica	u	$1.66 \times 10^{-27}\ \mathrm{kg} \leftrightarrow 931\ \mathrm{MeV}$
Constante de Planck	h	$6.63 \times 10^{-34}\ \mathrm{J{\cdot}s}$
	$\hbar = h/2\pi$	$1.05 \times 10^{-34}\ \mathrm{J{\cdot}s}$
Masa del electrón	m_e	$9.11 \times 10^{-31}\ \mathrm{kg} = 5.49 \times 10^{-4}\ \mathrm{u} \leftrightarrow 0.511\ \mathrm{MeV}$
Masa del protón	m_p	$1.672\,62 \times 10^{-27}\ \mathrm{kg} = 1.007\,276\ \mathrm{u} \leftrightarrow 938.27\ \mathrm{MeV}$
Masa del neutrón	m_n	$1.674\,93 \times 10^{-27}\ \mathrm{kg} \times 1.008\,665\ \mathrm{u} \leftrightarrow 939.57\ \mathrm{MeV}$
Radio de Bohr del átomo de hidrógeno	r_1	$0.053\ \mathrm{nm}$

*Valores de referencia del National Institute of Standards (NIST) para constantes, unidades e incertidumbre.

Datos del Sistema Solar*

Radio ecuatorial de la Tierra	$6.378 \times 10^{3}\ \mathrm{km} = 3963\ \mathrm{mi}$
Radio polar de la Tierra	$6.357 \times 10^{3}\ \mathrm{km} = 3950\ \mathrm{mi}$
	Promedio: 6.4×10^{3} km (para cálculos generales)
Masa de la Tierra	$5.98 \times 10^{24}\ \mathrm{kg}$
Diámetro de la Luna	$3500\ \mathrm{km} \approx 2160\ \mathrm{mi}$
Masa de la Luna	$7.4 \times 10^{22}\ \mathrm{kg} \approx \frac{1}{81}$ de la masa de la Tierra
Distancia promedio entre la Luna y la Tierra	$3.8 \times 10^{5}\ \mathrm{km} = 2.4 \times 10^{5}\ \mathrm{mi}$
Diámetro del Sol	$1.4 \times 10^{6}\ \mathrm{km} \approx 864\,000\ \mathrm{mi}$
Masa del Sol	$2.0 \times 10^{30}\ \mathrm{kg}$
Distancia promedio entre la Tierra y el Sol	$1.5 \times 10^{8}\ \mathrm{km} = 93 \times 10^{6}\ \mathrm{mi}$

*Véase el apéndice III para datos adicionales sobre los planetas.

Símbolos matemáticos

$=$	es igual a
$\neq$	no es igual a
$\approx$	es aproximadamente igual a
$\sim$	aproximadamente
$\propto$	es proporcional a
$>$	es mayor que
$\geq$	es mayor o igual que
$\gg$	es mucho mayor que
$<$	es menor que
$\leq$	es menor o igual que
$\ll$	es mucho menor que
$\pm$	más o menos
$\mp$	menos o más
$\bar{x}$	valor promedio de x
Δx	cambio en x
$\lvert x \rvert$	valor absoluto de x
Σ	suma de
∞	infinito

El alfabeto griego

Alfa	A	α	Nu	N	ν
Beta	B	β	Xi	Ξ	ξ
Gamma	Γ	γ	Ómicron	O	o
Delta	Δ	δ	Pi	Π	π
Épsilon	E	ε	Rho	P	ρ
Zeta	Z	ζ	Sigma	Σ	σ
Eta	H	η	Tau	T	τ
Theta	Θ	θ	Úpsilon	Υ	υ
Iota	I	ι	Phi	Φ	ϕ
Kappa	K	κ	Chi	X	χ
Lambda	Λ	λ	Psi	Ψ	ψ
Mu	M	μ	Omega	Ω	ω

FÍSICA 11

FÍSICA 11

Jerry D. Wilson
Lander University
Greenwood, SC

Anthony J. Buffa
California Polytechnic State University
San Luis Obispo, CA

Bo Lou
Ferris State University
Big Rapids, MI

TRADUCCIÓN
Ma. de Lourdes Amador Araujo
Traductora profesional

REVISIÓN TÉCNICA
Alberto Lima Sánchez
Preparatoria de la Universidad La Salle

Agradecimiento especial por la adaptación de esta obra a

Abel Pérez Rodríguez

Profesor Tutor de Física Olimpiadas Nacionales e Iberoamericanas
Panamá

Prentice Hall

México • Argentina • Brasil • Colombia • Costa Rica • Chile • Ecuador
España • Guatemala • Panamá • Perú • Puerto Rico • Uruguay • Venezuela

Datos de catalogación bibliográfica

WILSON, JERRY; ANTHONY J. BUFFA, BO LOU

Física 11.
Primera edición

PEARSON EDUCACIÓN, México, 2011

ISBN: 978-607-32-0399-9
Área: Ciencias

Formato: 21 × 27 cm Páginas: 448

Authorized of the adaptation translation from the English language edition entitled *College Physics, 6th* Edition, by Jerry D. Wilson, Anthony J. Buffa and Bo Lou, published by Pearson Education, Inc. publishing as PRENTICE HALL, Copyright © 2007.
Original ISBN 978-013-149-579-1
Translation ISBN 978-970-261-694-8

Este libro es una adaptación autorizada de la edición original titulado: *College Physics, 6a* Edición, por Jerry D. Wilson, Anthony J. Buffa y Bo Lou, publicado por Pearson Education, Inc., publicado como PRENTICE HALL, Copyright © 2007.
ISBN Original 978-013-149-579-1
ISBN Traducción 978-970-261-694-8

Editor: Ma. Elena Zahar Arellano
maria.zahar@pearson.com
Editor de desarrollo: Araceli Calderón Salas
Supervisor de producción: Enrique Trejo Hernández

PRIMERA EDICIÓN, 2011

Cámara Nacional de la Industria Editorial Mexicana. Reg. núm. 1031.

ISBN 978-607-32-0399-9

Impreso en México. *Printed in Mexico.*

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 - 14 13 12 11

Prentice Hall
es una marca de

PEARSON

www.pearsoneducacion.net **ISBN 978-607-32-0399-9**

PREFACIO

La organización del presente texto se realizó tomando en consideración los contenidos y programas vigentes de física, de los cursos regulares correspondientes al 11 grado impartido en los cursos de bachillerato de secundaria. Los capítulos: Movimiento en dos dimensiones, Fuerza y movimiento, Trabajo y energía, Cantidad de movimiento lineal y choques, Movimiento circular y gravitacional, Movimiento rotacional y equilibrio, así como los de Sólidos y fluidos, Termodinámica y Calor, mantienen en sus temas la coherencia y continuidad indispensables para un mejor entendimiento de los mismos.

También se consideraron, en todo momento, las múltiples ventajas y recursos que presenta la actual edición como son: Hechos de física, que motivan al estudiante en el inicio de cada capítulo con datos e información histórica de relevancia para los temas; ejemplos conceptuales, trabajados e integrados; resúmenes visuales, que apoyan el aprendizaje mediante dibujos y los procedimientos sugeridos en la resolución de problemas; estos últimos constituyen una parte imprescindible al momento de verificar si se han comprendido los conceptos y principios de la física. Esta organización es de gran ayuda para el docente y también facilita el estudio por parte del estudiante debido a la exposición didáctica y pedagógica del texto.

Es importante destacar el uso indistinto de la coma o el punto para separar la parte entera del decimal, establecido por el Sistema Internacional de Unidades, aunque en nuestros países se usa más la coma.

Por último, queremos expresar que este libro tiene como finalidad primordial servir de texto al curso básico de ciencias físicas que se imparte en el 11 grado del bachillerato en ciencias, por lo que podrá ser utilizado por profesores y estudiantes en todos los colegios e institutos donde se dicta esta disciplina.

Abel Pérez R.

CONTENIDO

PARTE 1
MECÁNICA, DINÁMICA

CAPÍTULO 1

MOVIMIENTO EN DOS DIMENSIONES

¡Sí *puede* llegar desde aquí! Sólo es cuestión de saber qué camino tomar en el cruce. Pero, ¿alguna vez se ha preguntado el lector por qué tantos caminos se cruzan en ángulo recto? Hay un buen motivo. Puesto que vivimos en la superficie terrestre, estamos acostumbrados a describir los lugares en dos dimensiones, y una de las formas más sencillas de hacerlo es tomando como referencia dos ejes perpendiculares. Cuando queremos explicar a alguien cómo llegar a cierto lugar en la ciudad, le decimos, por ejemplo: "Camina cuatro cuadras hacia el centro y luego tres a la derecha". En el campo podríamos decir: "Camina cinco kilómetros al sur y luego uno al este". En ambos casos, necesitamos saber qué tan lejos ir en dos direcciones que están a 90° una de la otra.

Podríamos utilizar el mismo enfoque para describir el movimiento, y éste no tiene que ser en línea recta. Como veremos a continuación, también podemos usar vectores, en el capítulo 5 de *Física 10* para describir movimiento en trayectorias curvas. El análisis de un movimiento *curvilíneo* nos permitirá estudiar el comportamiento de pelotas bateadas, planetas en órbita alrededor del Sol e incluso electrones en átomos.

El movimiento curvilíneo puede analizarse empleando los componentes rectangulares del movimiento. En esencia, descomponemos el movimiento curvo en componentes rectangulares (x y y), y examinamos el movimiento en ambas dimensiones simultáneamente. Podemos aplicar a esos componentes las ecuaciones de cinemática que examinamos en el capítulo 5 de *Física 10*. Por ejemplo, para un objeto que se mueve en una trayectoria curva, las coordenadas x y y del movimiento en cualquier momento dan la posición del objeto en cualquier punto.

HECHOS DE FÍSICA

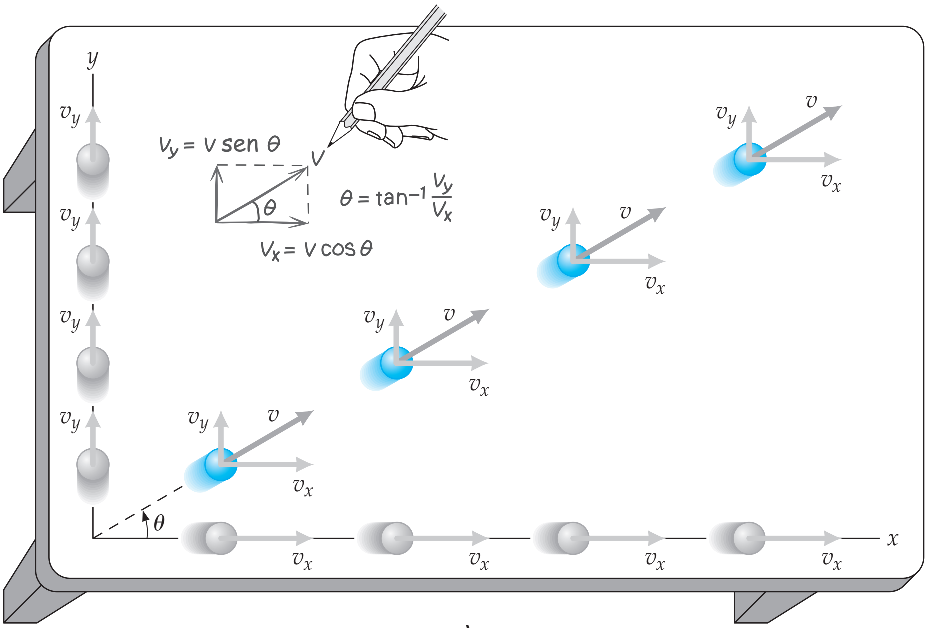
- Origen de las palabras:
  - *cinemática*: del griego *kinema*, que significa "movimiento".
  - *velocidad*: del latín *velocitas*, que significa "rapidez".
  - *aceleración*: del latín *accelerare*, que significa "apresurar".
- Proyectiles:
  - "Big Bertha", una pieza de artillería que utilizaron los alemanes durante la Primera Guerra Mundial; su cañón medía 6.7 m (22 ft) y era capaz de lanzar proyectiles de 820 kg (1800 lb) a 15 km (9.3 millas).
  - El "Paris Gun", otra pieza de artillería que utilizaron los alemanes durante la Primera Guerra Mundial, con un cañón de 34 m (112 ft) de largo, era capaz de lanzar proyectiles de 120 kg (264 lb) a 131 km (81 millas). Este obús se diseñó para bombardear París, Francia, y sus proyectiles alcanzaban una altura máxima de 40 km (25 millas) durante su trayectoria de 170 s.
  - Para alcanzar la distancia máxima a nivel de tierra, un proyectil, de manera ideal, debería lanzarse con un ángulo de 45°. Con la resistencia del aire, la rapidez del proyectil se reduce, al igual que el alcance. El ángulo de proyección para el alcance máximo en este caso es menor de 45°, lo que da un mayor componente horizontal de la velocidad inicial, para ayudar a compensar la resistencia del aire.
  - El disco que se utiliza en las competencias deportivas es aerodinámico y, al lanzarlo, se le da cierta elevación. Por lo tanto, para lograr el alcance máximo, se requiere un mayor componente horizontal de velocidad inicial; de esta manera, el disco recorrerá una mayor distancia horizontalmente, mientras se eleva verticalmente.
- Récords de lanzamiento de disco:
  - Mujeres: 76.80 m (252 ft).
  - Hombres: 74.08 m (243 ft).
  - El disco que lanzan los hombres tiene una masa de 2 kg (4.4 lb), en tanto que el de las mujeres tiene una masa de 1 kg (2.2 lb).

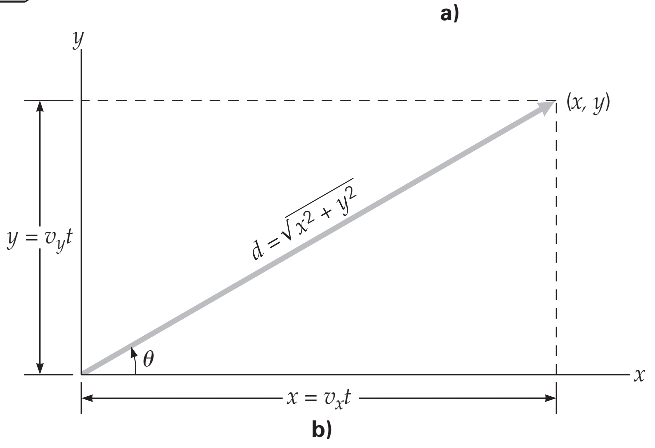
1.1 Componentes del movimiento

OBJETIVOS: *a*) Analizar el movimiento en términos de sus componentes, y *b*) aplicar las ecuaciones de cinemática a componentes de movimiento.

En el capítulo 1 de *Física 10* consideramos que un objeto que se mueve en línea recta se mueve a lo largo de uno de los ejes cartesianos (x o y). Sin embargo, ¿qué pasa si el movimiento no se da a lo largo de un eje? Por ejemplo, consideremos la situación que se ilustra en la ▼figura 1.1, donde tres pelotas se mueven de manera uniforme sobre una mesa. La pelota que rueda en línea recta a lo largo de un costado de la tabla, designado como dirección x, se mueve en una dimensión. Es decir, su movimiento se puede

▼ **FIGURA 1.1 Componentes del movimiento** ***a*)** La velocidad (y el desplazamiento) de un movimiento rectilíneo uniforme —el de la pelota azul oscuro— podría tener componentes x y y (v_x y v_y, como indica el dibujo a lápiz) debido a la orientación que se eligió para los ejes de coordenadas. Observe que la velocidad y el desplazamiento de la pelota en la dirección x son exactamente los que tendría una pelota que rueda a lo largo del eje x con una velocidad uniforme v_x. Se cumple una relación similar para el movimiento de la pelota en la dirección y. Puesto que el movimiento es uniforme, el cociente v_y/v_x (y por lo tanto θ) es constante. ***b*)** Podemos calcular las coordenadas (x, y) de la posición de la pelota y la distancia d que ha recorrido desde el origen, para cualquier tiempo t.





describir con una sola coordenada, x. De forma similar, el movimiento de la pelota que se desplaza en la dirección y se puede describir con una sola coordenada y. En cambio, necesitamos ambas coordenadas, x y y, para describir el movimiento de la pelota que rueda diagonalmente por la mesa. Decimos entonces que este movimiento se describe *en dos dimensiones*.

Podríamos observar que, si la pelota que se mueve en diagonal fuera el único objeto a considerar, se podría elegir el eje x en la dirección del movimiento de esa pelota, y así el movimiento quedaría reducido a una sola dimensión. Esta observación es cierta, pero una vez que se fijan los ejes de coordenadas, los movimientos que no se realicen sobre ellos se deberán describir con dos coordenadas (x, y), es decir, en dos dimensiones. También hay que tener en cuenta que no todos los movimientos en un plano (dos dimensiones) son en línea recta. Pensemos en la trayectoria de una pelota que lanzamos a otro individuo. La trayectoria de semejante movimiento del proyectil es curva. (Estudiaremos tal movimiento en la sección 1.3.) Por lo general, se requieren ambas coordenadas.

Al considerar el movimiento de la pelota que se mueve diagonalmente por la mesa en la figura 1.1a, podemos pensar que la pelota se mueve simultáneamente en las direcciones x y y. Es decir, tiene una velocidad en la dirección x (v_x) y una en la dirección y (v_y) al mismo tiempo. Los componentes de velocidad combinados describen el movimiento real de la pelota. Si la pelota tiene una velocidad constante v en una dirección que forma un ángulo θ con el eje x, las velocidades en las direcciones x y y se obtendrán descomponiendo el vector de velocidad en **componentes de movimiento** en esas direcciones, como muestra el dibujo a lápiz de la figura 1.1a. Ahí vemos que los componentes v_x y v_y tienen las magnitudes

$$v_x = v \cos \theta \tag{1.1a}$$

y

$$v_y = v \operatorname{sen} \theta \tag{1.1b}$$

respectivamente. (Observe que $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$, de manera que v es una combinación de las velocidades en las direcciones x y y.)

El lector ya está familiarizado con el uso de componentes de longitud bidimensionales para encontrar las coordenadas x y y en un sistema cartesiano. En el caso de la pelota que rueda sobre la mesa, su posición (x, y), es decir, la distancia recorrida desde el origen en cada una de las direcciones componentes en el tiempo t, está dada con $a = 0$

$$x = x_o + v_x t \tag{1.2a}$$

Magnitud de componentes de desplazamiento (en condiciones de velocidad constante y cero aceleración)

$$y = y_o + v_y t \tag{1.2b}$$

respectivamente. (Aquí, x_o y y_o son las coordenadas de la pelota en $a = 0$, que podrían ser distintas de cero.) La distancia en línea recta desde el origen es entonces $d = \sqrt{x^2 + y^2}$ (figura 1.1b).

Cabe señalar que $\tan \theta = v_y/v_x$, así que la dirección del movimiento relativa al eje x está dada por $\theta = \tan^{-1}(v_y/v_x)$. (Véase el dibujo a mano de la figura 1.1a.) También, $\theta = \tan^{-1}(y/x)$. ¿Por qué?

En esta introducción a los componentes del movimiento, hemos colocado el vector de velocidad en el primer cuadrante ($0 < \theta < 90°$), donde ambos componentes, x y y, son positivos. No obstante, como veremos con mayor detalle en la sección siguiente, los vectores pueden estar en cualquier cuadrante, y sus componentes pueden ser negativos. ¿Sabe usted en qué cuadrantes serían negativos los componentes v_x o v_y?

Ejemplo 1.1 ■ A rodar: uso de los componentes de movimiento

Si la pelota que se mueve en diagonal en la figura 1.1a tiene una velocidad constante de 0.50 m/s en un ángulo de 37° relativo al eje x, calcule qué distancia recorrerá en 3.0 s usando los componentes x y y de su movimiento.

Razonamiento. Dadas la magnitud y la dirección (ángulo) de la velocidad de la pelota, obtenemos los componentes x y y de la velocidad. Luego calculamos la distancia en cada dirección. Puesto que los ejes x y y son perpendiculares, el teorema de Pitágoras ofrece la distancia de la trayectoria rectilínea de la pelota, como se muestra en la figura 1.1b. (Tome nota del procedimiento: separar el movimiento en componentes, calcular lo necesario en cada dirección y recombinar si es necesario.)

Solución. Después de organizar los datos, tenemos

Dado: $v = 0.50$ m/s $\quad$ ***Encuentre:*** d (distancia recorrida)
$\theta = 37°$
$t = 3.0$ s

La distancia recorrida por la pelota en términos de sus componentes x y y está dada por $d = \sqrt{x^2 + y^2}$. Para obtener x y y con la ecuación 1.2, primero necesitamos calcular los componentes de velocidad v_x y v_y (ecuación 1.1):

$$v_x = v\cos 37° = (0.50\text{ m/s})(0.80) = 0.40\text{ m/s}$$

$$v_y = v\,\text{sen}\,37° = (0.50\text{ m/s})(0.60) = 0.30\text{ m/s}$$

Así pues, con $x_o = 0$ y $y_o = 0$, las distancias componentes son

$$x = v_x t = (0.40\text{ m/s})(3.0\text{ s}) = 1.2\text{ m}$$

y

$$y = v_y t = (0.30\text{ m/s})(3.0\text{ s}) = 0.90\text{ m}$$

y la distancia real de la trayectoria es

$$d = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(1.2\text{ m})^2 + (0.90\text{ m})^2} = 1.5\text{ m}$$

Ejercicio de refuerzo. Suponga que una pelota rueda diagonalmente por una mesa con la misma rapidez que en este ejemplo, pero desde la esquina inferior derecha, que se toma como origen del sistema de coordenadas, hacia la esquina superior izquierda, con un ángulo 37° relativo al eje $-x$. Calcule los componentes de velocidad en este caso. (¿Cambiaría la distancia?) (*Las respuestas de todos los Ejercicios de refuerzo se dan al final del libro.*)

Sugerencia para resolver problemas

Observe que, en este sencillo caso, la distancia también puede obtenerse directamente $d = vt = (0.50\text{ m/s})(3.0\text{ s}) = 1.5$ m. Sin embargo, hemos resuelto este ejemplo de manera más general para ilustrar el uso de los componentes de movimiento. La solución directa sería evidente si las ecuaciones se combinaran algebraicamente antes de realizar los cálculos, como sigue:

$$x = v_x t = (v\cos\theta)t$$

y

$$y = v_y t = (v\,\text{sen}\,\theta)t$$

de lo que se sigue que

$$d = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(v\cos\theta)^2t^2 + (v\,\text{sen}\,\theta)^2t^2} = \sqrt{v^2t^2(\cos^2\theta + \text{sen}^2\theta)} = vt$$

Antes de adoptar la primera estrategia de resolución que se le ocurra, piense un momento si habría una forma más fácil o directa de enfrentar el problema.

Ecuaciones de cinemática para componentes de movimiento

El ejemplo 1.1 se refirió a un movimiento bidimensional en un plano. Si la velocidad es constante (componentes constantes v_x y v_y), el movimiento será en línea recta. El movimiento también puede acelerarse. Para un movimiento en un plano con *aceleración constante*, cuyos componentes son a_x y a_y, las componentes de desplazamiento y velocidad están dadas por las ecuaciones de cinemática para las direcciones x y y, respectivamente:

$$x = x_o + v_{x_o}t + \tfrac{1}{2}a_x t^2 \qquad (1.3a)$$

$$y = y_o + v_{y_o}t + \tfrac{1}{2}a_y t^2 \qquad (1.3b)$$

$$v_x = v_{x_o} + a_x t \qquad (1.3c)$$

$$v_y = v_{y_o} + a_y t \qquad (1.3d)$$

(sólo aceleración constante)

Ecuaciones de cinemática para componentes de desplazamiento y velocidad

Si un objeto se mueve inicialmente con velocidad constante y de repente experimenta una aceleración en la dirección de la velocidad o en la dirección opuesta, seguirá su camino rectilíneo acelerando o frenando, respectivamente.

No obstante, si la aceleración tiene un ángulo distinto de 0° o 180° respecto al vector de velocidad, el movimiento seguirá una trayectoria curva. Para que el movimiento de un objeto sea *curvilíneo* —es decir, que se desvíe de una trayectoria recta— se necesita una aceleración. En una trayectoria curva, el cociente de los componentes de velocidad varía con el tiempo. Es decir, la dirección del movimiento, $\theta = \tan^{-1}(v_y/v_x)$, varía con el tiempo, ya que uno de los componentes de velocidad, o ambos, lo hacen.

Considere una pelota que inicialmente se mueve sobre el eje x, como se ilustra en la figura 1.2. Suponga que, a partir del tiempo $t_o = 0$, la pelota recibe una aceleración

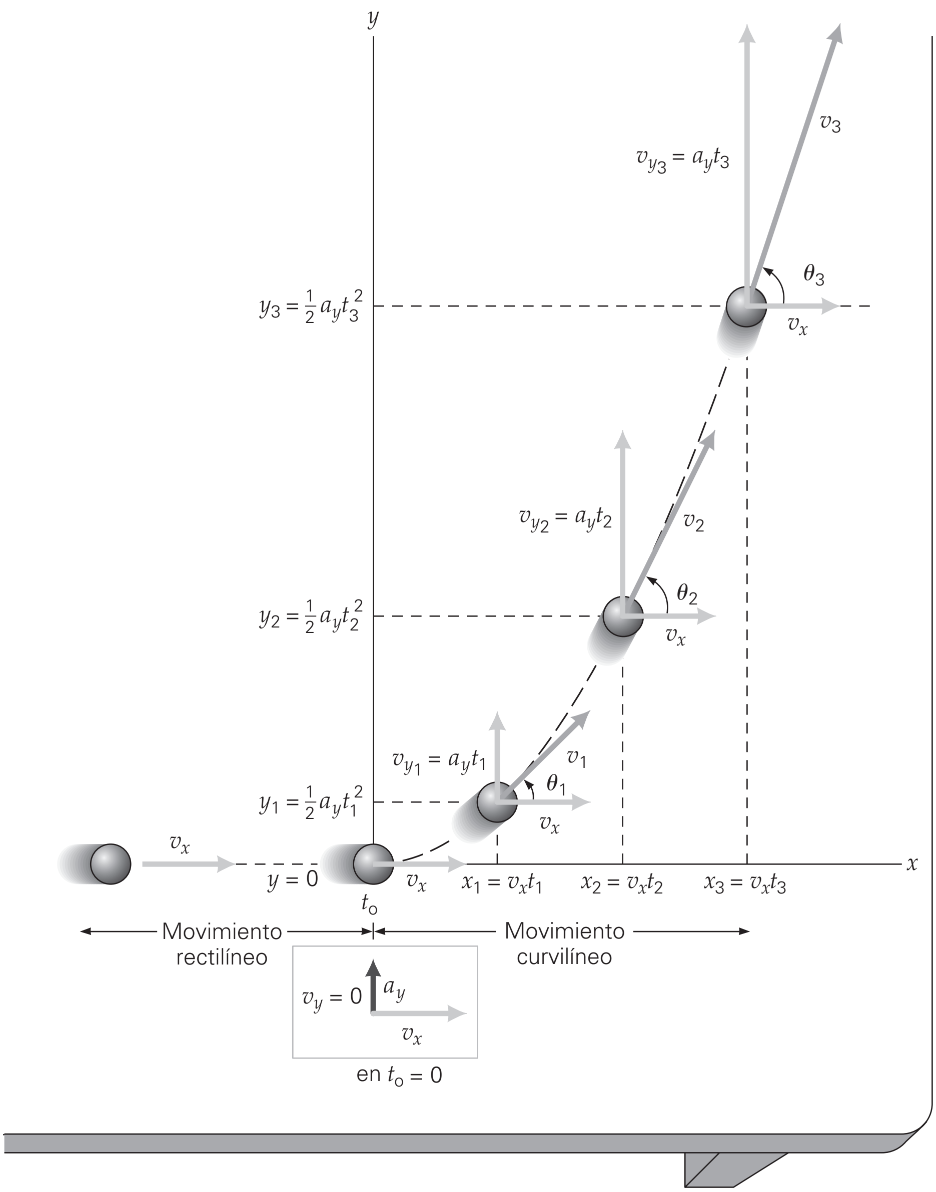


FIGURA 1.2 Movimiento curvilíneo Una aceleración no paralela a la velocidad instantánea produce una trayectoria curva. Aquí se aplica una aceleración a_y en $t_o = 0$ a una pelota que inicialmente se movía con velocidad constante v_x. El resultado es una trayectoria curva con los componentes de velocidad que se muestran. Observe cómo v_y aumenta con el tiempo, en tanto que v_x permanece constante.

constante a_y en la dirección y. La magnitud del componente x del desplazamiento de la pelota está dada por $x = v_x t$; donde el término $\frac{1}{2}a_x t^2$ de la ecuación 1.3a se elimina por que no hay aceleración en la dirección x. Antes de t_o, el movimiento es en línea recta sobre el eje x; pero en cualquier momento después de t_o, la coordenada y no es cero y está dada por $y = \frac{1}{2}a_y t^2$ (ecuación 1.3b con $y_o = 0$ y $v_{yo} = 0$). El resultado es una trayectoria curva para la pelota.

Observemos que la longitud (magnitud) del componente de velocidad v_y cambia con el tiempo, en tanto que la del componente v_x permanece constante. El vector de velocidad total *en cualquier momento* es tangente a la trayectoria curva de la pelota. Forma un ángulo θ con el eje x positivo, dado por $\theta = \tan^{-1}(v_y/v_x)$, que ahora cambia con el tiempo, como vemos en la figura 1.2 y en el ejemplo 1.2.

Ejemplo 1.2 ■ Una trayectoria curva: componentes vectoriales

Supongamos que la pelota de la figura 1.2 tiene una velocidad inicial de 1.50 m/s sobre el eje x y que, a partir de $t_o = 0$, recibe una aceleración de 2.80 m/s^2 en la dirección y. *a*) ¿Dónde estará la pelota 3.00 s después de t_o? *b*) ¿Qué velocidad tiene la pelota en ese momento?

Razonamiento. Tenga en cuenta que los movimientos en las direcciones x y y se pueden analizar de forma independiente. Para *a*), simplemente calculamos las posiciones x y y en el tiempo dado, tomando en cuenta la aceleración en la dirección y. Para *b*), obtenemos las velocidades componentes y las combinamos vectorialmente para determinar a la velocidad total.

Solución. Remitiéndonos a la figura 1.2, tenemos lo siguiente:

Dado: $v_{x_o} = v_x = 1.50$ m/s ***Encuentre:*** *a*) (x, y) (coordenadas de posición)

$v_{y_o} = 0$ *b*) v (velocidad, magnitud y dirección)

$a_x = 0$

$a_y = 2.80$ m/s^2

$t = 3.00$ s

***a*)** 3.00 s después de t_o las ecuaciones 1.3a y 1.3b nos dicen que la pelota recorrió las siguientes distancias desde el origen ($x_o = y_o = 0$) en las direcciones x y y, respectivamente:

$$x = v_{x_o}t + \tfrac{1}{2}a_x t^2 = (1.50\ \text{m/s})(3.00\ \text{s}) + 0 = 4.50\ \text{m}$$
$$y = v_{y_o}t + \tfrac{1}{2}a_y t^2 = 0 + \tfrac{1}{2}(2.80\ \text{m/s}^2)(3.00\ \text{s})^2 = 12.6\ \text{m}$$

Así pues, la posición de la pelota es $(x, y) = (4.50$ m, 12.6 m). Si hubiéramos calculado la distancia $d = \sqrt{x^2 + y^2}$, ¿qué habríamos obtenido? (Note que esta cantidad no es la distancia real que la pelota recorrió en 3.00 s, sino más bien la magnitud del *desplazamiento*, es decir, la distancia en línea recta, desde el origen hasta $t = 3.00$ s.)

Nota: no confunda la dirección de la velocidad con la dirección del desplazamiento respecto al origen. La dirección de la velocidad siempre es tangente a la trayectoria.

***b*)** El componente x de la velocidad está dado por la ecuación 1.3c:

$$v_x = v_{x_o} + a_x t = 1.50\ \text{m/s} + 0 = 1.50\ \text{m/s}$$

(Este componente es constante, pues no hay aceleración en la dirección x.) Asimismo, el componente y de la velocidad está dado por la ecuación 1.3d:

$$v_y = v_{y_o} + a_y t = 0 + (2.80\ \text{m/s}^2)(3.00\ \text{s}) = 8.40\ \text{m/s}$$

Por lo tanto, la magnitud de la velocidad es

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(1.50\ \text{m/s})^2 + (8.40\ \text{m/s})^2} = 8.53\ \text{m/s}$$

y su dirección relativa al eje $+x$ es

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v_y}{v_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{8.40\ \text{m/s}}{1.50\ \text{m/s}}\right) = 79.9°$$

Ejercicio de refuerzo. Suponga que la pelota de este ejemplo también recibió una aceleración de 1.00 m/s^2 en la dirección $+x$ a partir de t_o. ¿En qué posición estaría la pelota 3.00 s después de t_o en este caso?

Sugerencia para resolver problemas

Al usar las ecuaciones de cinemática, es importante recordar que el movimiento en las direcciones x y y se puede analizar de forma independiente; el factor que las vincula es el tiempo t. Es decir, obtenemos (x, y) y/o (v_x, v_y) en un tiempo t dado. También hay que tener en cuenta que a menudo tomamos $x_o = 0$ y $y_o = 0$, lo que significa que ubicamos al objeto en el origen en $t_o = 0$. Si el objeto en realidad está en otro lugar en $t_o = 0$, será necesario usar los valores de x_o y/o y_o en las ecuaciones adecuadas. (Véase ecuaciones 1.3a y b.)

1.2 Suma y resta de vectores

OBJETIVOS: *a*) Aprender la notación vectorial, *b*) ser capaz de sumar y restar vectores gráfica y analíticamente, y *c*) usar vectores para describir un movimiento en dos dimensiones.

Muchas cantidades físicas, incluidas aquellas que describen el movimiento, están asociadas a una dirección; es decir, son vectoriales. Ya trabajamos con algunas de esas cantidades relacionadas con el movimiento (desplazamiento, velocidad y aceleración), y encontraremos más durante el curso. Una técnica muy importante para analizar muchas situaciones físicas es la suma (y la resta) de vectores. Sumando o combinando tales cantidades (**suma vectorial**) podemos obtener el efecto total o neto: la *resultante*, que es como se llama a la *suma de vectores*.

Ya sumamos algunos vectores. En este capítulo sumaremos componentes de vectores de movimiento, para calcular efectos netos. Recordemos que, en el ejemplo 1.2, combinamos los componentes de velocidad v_x y v_y para obtener la velocidad resultante.

En esta sección, examinaremos la suma y resta de vectores en general, junto con una notación vectorial común. Como veremos, estas operaciones no son iguales a la suma y resta de escalares o numéricas, que ya conocemos. Los vectores tienen *tanto* magnitud *como* dirección, por lo que aplicamos reglas distintas.

En general, hay métodos geométricos (gráficos) y analíticos (computacionales) para sumar vectores. Los métodos geométricos son útiles para visualizar los conceptos de la suma vectorial, sobre todo con un dibujo rápido. Sin embargo, los métodos analíticos se usan con mayor frecuencia porque son más rápidos y más precisos.

En la sección 1.1 nos enfocamos sobre todo en componentes de vectores. La notación para las magnitudes de los componentes era, por ejemplo, v_x y v_y. Para representar vectores se utilizará la notación $\vec{\mathbf{A}}$ y $\vec{\mathbf{B}}$ (un símbolo en negritas testado con una flecha).

Nota: en notación vectorial, los vectores representan con símbolos en negritas y con flecha arriba, como $\vec{\mathbf{A}}$ y $\vec{\mathbf{B}}$, y sus magnitudes con símbolos en cursivas, como A y B. En la mayoría de las cifras, los vectores se representan con flechas (para *dirección*), cuya *magnitud* se indica a continuación.

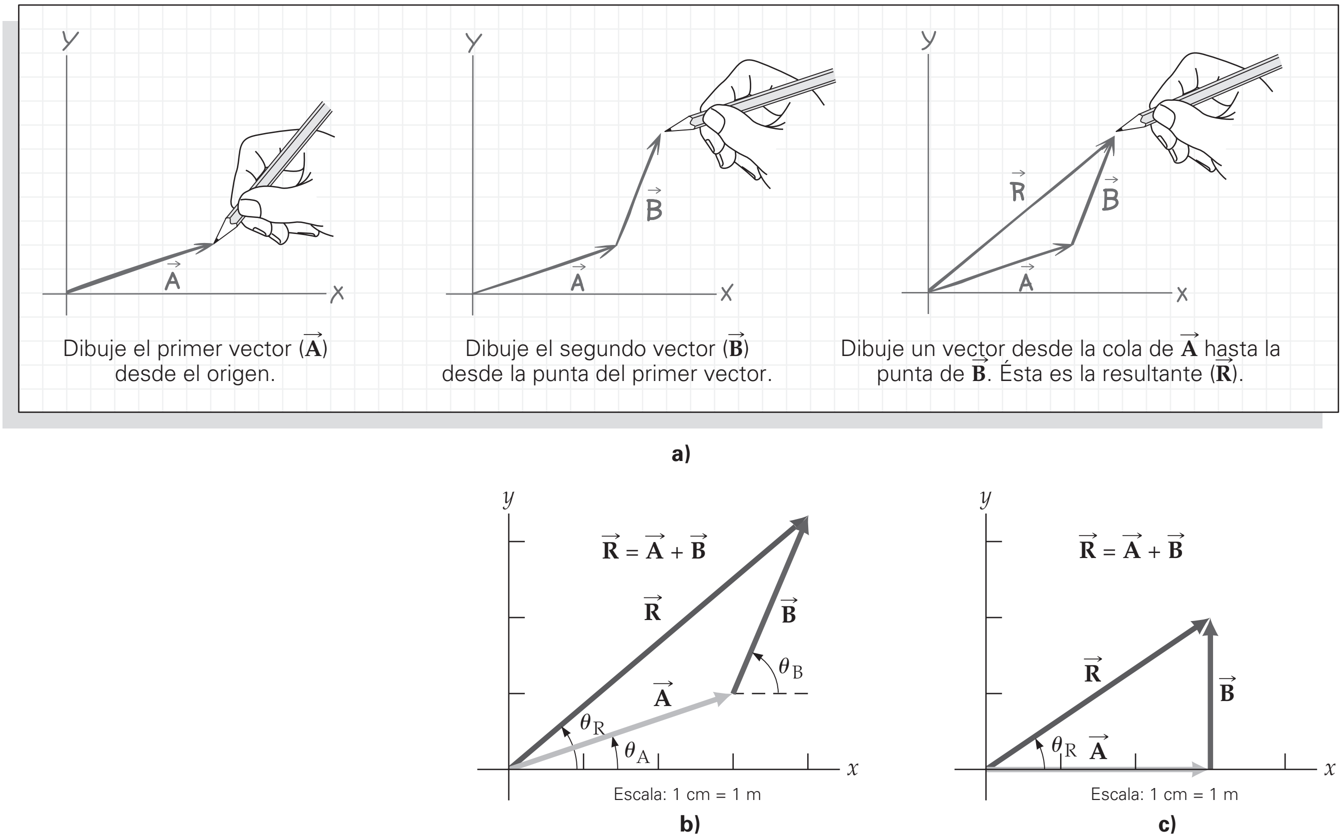
Suma de vectores: métodos geométricos

Método del triángulo Para sumar dos vectores, digamos $\vec{\mathbf{B}}$ y $\vec{\mathbf{A}}$ (es decir, para obtener $\vec{\mathbf{A}} + \vec{\mathbf{B}}$) con el **método del triángulo**, primero dibujamos $\vec{\mathbf{A}}$ en una hoja de papel milimétrico usando cierta escala (▼figura 1.3a). Por ejemplo, si $\vec{\mathbf{A}}$ es un desplazamiento en metros, una escala conveniente sería 1 cm : 1 m, de modo que un vector de 1 cm de longitud en el diagrama corresponda a 1 m de desplazamiento. Como se indica en la figura 1.3b, la dirección del vector $\vec{\mathbf{A}}$ se especifica con un ángulo θ_A relativo a un eje de coordenadas, por lo regular el eje x.

Luego, dibujamos $\vec{\mathbf{B}}$ con su cola en la punta de $\vec{\mathbf{A}}$. (Por esto, el método también se conoce como *método de punta a cola*.) El vector que va desde la cola de $\vec{\mathbf{A}}$ hasta la punta de $\vec{\mathbf{B}}$ será entonces el vector suma $\vec{\mathbf{R}}$, o la resultante de los dos vectores: $\vec{\mathbf{R}} = \vec{\mathbf{A}} + \vec{\mathbf{B}}$.

Si los vectores se dibujaron a escala, se podrá obtener la magnitud de $\vec{\mathbf{R}}$ midiendo su longitud y aplicando la conversión de escala. Con un enfoque gráfico así, la dirección del ángulo θ_R se mide con un transportador. Si conocemos las magnitudes y direcciones (ángulos θ) de $\vec{\mathbf{A}}$ y de $\vec{\mathbf{B}}$, también podremos calcular analíticamente la magnitud y la dirección de $\vec{\mathbf{R}}$ utilizando métodos trigonométricos. En el caso del triángulo no rectángulo de la figura 1.3b, utilizaríamos las leyes de los senos y cosenos. (Véase el apéndice I).

Nota: un vector (flecha) se puede desplazar en los métodos de suma de vectores: siempre y cuando no alteremos su longitud (magnitud) ni su dirección, no modificaremos el vector.



▲ **FIGURA 1.3 Método del triángulo para suma de vectores** ***a)*** Los vectores $\vec{\mathbf{A}}$ y $\vec{\mathbf{B}}$ se colocan punta a cola. El vector que se extiende desde la cola de $\vec{\mathbf{A}}$ hasta la punta de $\vec{\mathbf{B}}$, formando el tercer lado del triángulo, es la resultante o suma $\vec{\mathbf{R}} = \vec{\mathbf{A}} + \vec{\mathbf{B}}$. ***b)*** Cuando los vectores se dibujan a escala, se puede obtener la magnitud de $\vec{\mathbf{R}}$ midiendo la longitud $\vec{\mathbf{R}}$ y aplicando la conversión de escala, y entonces el ángulo de dirección θ_R se mide con un transportador. También pueden usarse métodos analíticos. En el caso de un triángulo no rectángulo, como en el inciso *b*, se pueden usar las leyes de los senos y los cosenos para determinar la magnitud de $\vec{\mathbf{R}}$ y de θ_R (apéndice I). ***c)*** Si el triángulo vectorial es rectángulo, $\vec{\mathbf{R}}$ es fácil de obtener usando el teorema de Pitágoras, de manera que el ángulo de dirección está dado por una función trigonométrica inversa.

El método de punta a cola puede aplicarse a cualquier número de vectores. El vector que forma la cola del primer vector a la punta del segundo es la resultante o suma de vectores. Para más de dos vectores, se denomina método del polígono.

La resultante del triángulo rectángulo de vectores de la figura 1.3c sería mucho más fácil de calcular, utilizando el teorema de Pitágoras para obtener la magnitud, y una función trigonométrica inversa para obtener el ángulo de dirección. Observe que $\vec{\mathbf{R}}$ está constituido por los componentes *x* y *y* de $\vec{\mathbf{A}}$ y $\vec{\mathbf{B}}$. Tales componentes *x* y *y* son la base del método analítico de componentes que estudiaremos brevemente.

Resta de vectores La resta de vectores es un caso especial de la suma:

$$\vec{\mathbf{A}} - \vec{\mathbf{B}} = \vec{\mathbf{A}} + (-\vec{\mathbf{B}})$$

Es decir, para restar $\vec{\mathbf{B}}$ de $\vec{\mathbf{A}}$, sumamos un $\vec{\mathbf{B}}$ *negativo* a $\vec{\mathbf{A}}$. Un signo menos simplemente significa que el sentido del vector es opuesto al de aquel que lleva el signo más (por ejemplo, $+x$ y $-x$). Lo mismo es válido para los vectores con notación de negritas. El vector $-\vec{\mathbf{B}}$ tiene la misma magnitud que el vector $\vec{\mathbf{B}}$, pero está en sentido opuesto (▸figura 1.4). El diagrama vectorial de la figura 1.4 muestra una representación gráfica de $\vec{\mathbf{A}} - \vec{\mathbf{B}}$.

Componentes de vectores y método analítico de componentes

Probablemente el método analítico más utilizado para sumar varios vectores sea el **método de componentes**. En este libro lo usaremos de forma continua, por lo que es *indispensable* entender bien sus fundamentos. Se recomienda estudiar bien esta sección.

Suma de componentes rectangulares de vectores *Componentes rectangulares* se refiere a componentes de vectores que forman un ángulo recto (90°) entre sí; por lo regular se toman en las direcciones de las coordenadas rectangulares x y y. Ya presentamos la suma de tales componentes, al explicar los componentes de velocidad de un movimiento en la sección 1.1. Para el caso general, suponga que se suman $\vec{\mathbf{A}}$ y $\vec{\mathbf{B}}$, dos vectores perpendiculares, como en la ▼figura 1.5a. El ángulo recto facilita la tarea. La magnitud de $\vec{\mathbf{C}}$ está dada por el teorema de Pitágoras:

$$C = \sqrt{A^2 + B^2} \tag{1.4a}$$

La orientación de $\vec{\mathbf{C}}$ relativa al eje x está dada por el ángulo

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{B}{A}\right) \tag{1.4b}$$

Esta notación es como se expresa una resultante en **forma de magnitud-ángulo**.

Forma magnitud-ángulo de un vector

Descomposición de un vector en componentes rectangulares; vectores unitarios La descomposición de un vector en componentes rectangulares es en esencia el inverso de la suma de los componentes rectangulares del vector. Dado un vector $\vec{\mathbf{C}}$, la figura 1.5b ilustra cómo puede descomponerse en componentes vectoriales $\vec{\mathbf{C}}_x$ y $\vec{\mathbf{C}}_y$ en las direcciones x y y. Basta completar el triángulo de vectores con componentes x y y. Como muestra el diagrama, las magnitudes, o longitudes vectoriales, de estos componentes están dadas por

$$C_x = C\cos\theta \tag{1.5a}$$

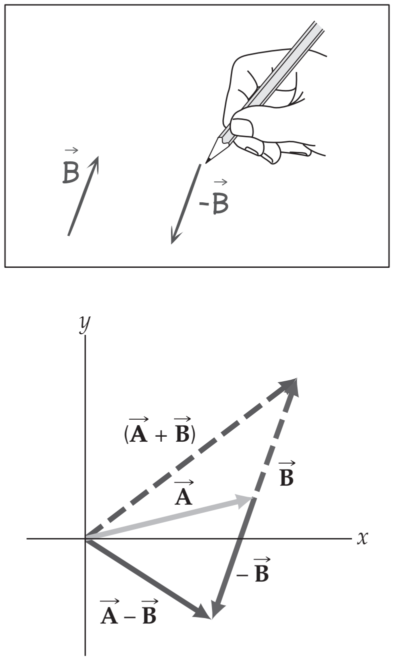
$$C_y = C\,\text{sen}\,\theta \tag{1.5b}$$

(componentes de vectores)

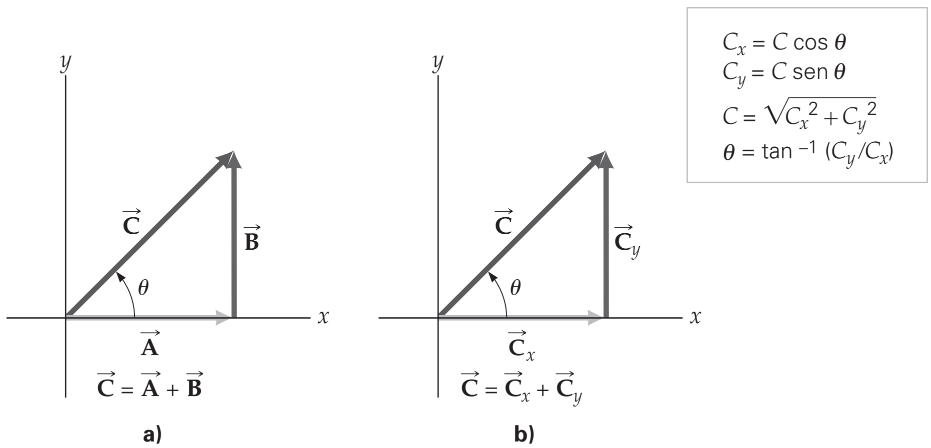
respectivamente (lo cual es similar a $v_x = v\cos\theta$ y $v_y = v\,\text{sen}\,\theta$ en el ejemplo 1.1).* El ángulo de dirección de $\vec{\mathbf{C}}$ también puede expresarse en términos de los componentes, dado que $\tan\theta = C_y/C_x$, o

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{C_y}{C_x}\right) \tag{1.6}$$

(dirección del vector a partir de las magnitudes de los componentes)

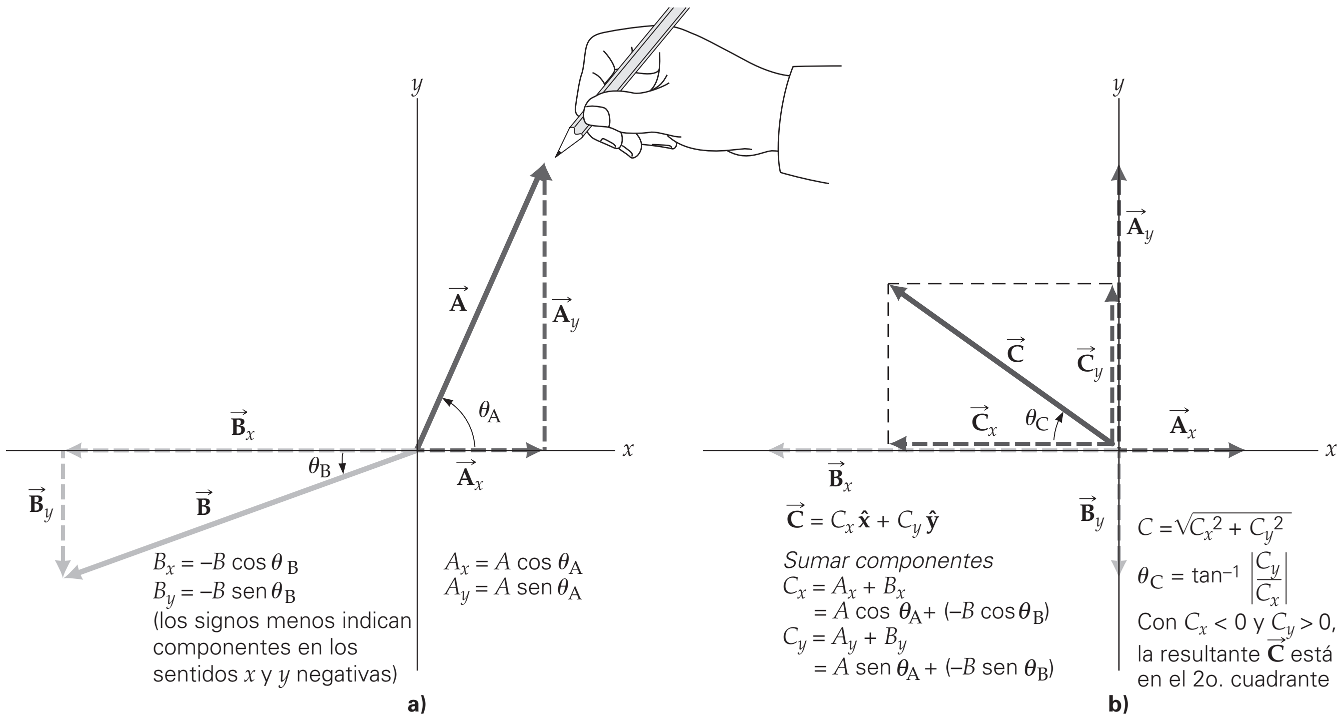


▲ **FIGURA 1.4 Resta de vectores** La resta de vectores es un caso especial de la suma; es decir, $\vec{\mathbf{A}} - \vec{\mathbf{B}} = \vec{\mathbf{A}} + (-\vec{\mathbf{B}})$, donde $-\vec{\mathbf{B}}$ tiene la misma magnitud que $\vec{\mathbf{B}}$, pero dirección opuesta. (Véase el dibujo.) Así, $\vec{\mathbf{A}} + \vec{\mathbf{B}}$ no es lo mismo que $\vec{\mathbf{B}} - \vec{\mathbf{A}}$, ni en longitud ni en dirección. ¿Puede usted demostrar geométricamente que $\vec{\mathbf{B}} - \vec{\mathbf{A}} = -(\vec{\mathbf{A}} - \vec{\mathbf{B}})$?



◀ **FIGURA 1.5 Componentes de vectores** ***a)*** Los vectores $\vec{\mathbf{A}}$ y $\vec{\mathbf{B}}$ sobre los ejes x y y, respectivamente, se suman para dar $\vec{\mathbf{C}}$. ***b)*** Un vector $\vec{\mathbf{C}}$ puede descomponerse en componentes rectangulares $\vec{\mathbf{C}}_x$ y $\vec{\mathbf{C}}_y$.

* La figura 1.5b ilustra únicamente un vector en el primer cuadrante, pero las ecuaciones son válidas para todos los cuadrantes cuando los vectores se toman con referencia al eje x positivo o negativo. Las direcciones de los componentes se indican con signos + y − como veremos a continuación.



▲ **FIGURA 1.9 Suma de vectores por el método analítico de componentes**
a) Descomponga los vectores en sus componentes x y y. ***b)*** Sume vectorialmente todos los componentes x y todos los componentes y para obtener los componentes x y y de la resultante, es decir, $\vec{C}_x$ y $\vec{C}_y$. Exprese la resultante en la forma de componentes, o bien, en la forma de magnitud-ángulo. Todos ángulos se dan respecto al eje $+x$ o al eje $-x$, para que sean menores de 90°.

Procedimientos para sumar vectores con el método de componentes

1. Descomponga los vectores que se van a sumar en sus componentes x y y. Use los ángulos agudos (menores que 90º) entre los vectores y el eje x, e indique los sentidos de los componentes con signos más y menos (▲ figura 1.9).
2. Sume vectorialmente todos los componentes x y todos los componentes y para obtener los componentes x y y de la resultante, es decir, de la suma de los vectores.
3. Exprese el vector resultante con:
   a) la forma de componentes de vectores unitarios; por ejemplo, $\vec{\mathbf{C}} = C_x\hat{\mathbf{x}} + C_y\hat{\mathbf{y}}$, o bien,
   b) la forma de magnitud-ángulo.

Para usar la segunda notación, obtenemos la magnitud de la resultante a partir de los componentes x y y sumados, y empleando el teorema de Pitágoras:

$$C = \sqrt{C_x^2 + C_y^2}$$

Calculamos el ángulo de dirección (relativo al eje x) obteniendo la tangente inversa ($\tan^{-1}$) del *valor absoluto* (es decir, el valor positivo, sin considerar cualesquier signos menos) del cociente de las magnitudes de los componentes x y y:

$$\theta = \tan^{-1}\left|\frac{C_y}{C_x}\right|$$

Nota: el valor absoluto indica que se ignoran los signos menos (por ejemplo, $|-3| = 3$). Esto se hace para evitar valores negativos y ángulos mayores que 90°.

Determinamos el cuadrante donde está la resultante. Esta información se obtiene de los signos de los componentes sumados o de un dibujo de su suma con el método del triángulo. (Véase la figura 1.9.) El ángulo θ es el ángulo entre la resultante y el eje x en ese cuadrante.

Ejemplo 1.3 ■ Aplicación del método analítico de componentes: separar y combinar componentes *x* y *y*

Apliquemos los pasos del método de componentes a la suma de los vectores de la figura 1.8b. Los vectores con unidades de metros por segundo representan velocidades.

Razonamiento. Siga los pasos del procedimiento y apréndaselos. Básicamente, descomponemos los vectores en componentes y sumamos los componentes respectivos para obtener los componentes de la resultante, que podrían expresarse en forma de componentes o en forma de magnitud-ángulo.

Solución. Los componentes rectangulares de los vectores se muestran en la figura 1.8b. La suma de esos componentes da,

$$\vec{\mathbf{v}} = v_x\hat{\mathbf{x}} + v_y\hat{\mathbf{y}} = (v_{x_1} + v_{x_2} + v_{x_3})\,\hat{\mathbf{x}} + (v_{y_1} + v_{y_2} + v_{y_3})\,\hat{\mathbf{y}}$$

donde

$$\begin{aligned} v_x &= v_{x_1} + v_{x_2} + v_{x_3} = v_1 \cos 45° + 0 - v_3 \cos 30° \\ &= (4.5\ \text{m/s})(0.707) - (9.0\ \text{m/s})(0.866) = -4.6\ \text{m/s} \end{aligned}$$

y

$$\begin{aligned} v_y &= v_{y_1} + v_{y_2} + v_{y_3} = v_1 \operatorname{sen} 45° + v_2 - v_3 \operatorname{sen} 30° \\ &= (4.5\ \text{m/s})(0.707) + (5.0\ \text{m/s}) - (9.0\ \text{m/s})(0.50) = 3.7\ \text{m/s} \end{aligned}$$

En forma tabular, los componentes son:

	Componentes x		*Componentes y*
v_{x_1}	$+v_1 \cos 45° = +3.2$ m/s	v_{y_1}	$+v_1 \operatorname{sen} 45° = +3.2$ m/s
v_{x_2}	$= 0$ m/s	v_{y_2}	$= +5.0$ m/s
v_{x_3}	$-v_3 \cos 30° = -7.8$ m/s	v_{y_3}	$-v_3 \operatorname{sen} 30° = -4.5$ m/s
Sumas:	$v_x = -4.6$ m/s		$v_y = +3.7$ m/s

Los sentidos de las componentes se indican con signos. (A veces se omite el signo + por sobreentenderse.) En este caso, v_2 no tiene componente *x*. En general, observe que para el método analítico de componentes, los componentes *x* son funciones coseno y los componentes *y* son funciones seno, siempre que la referencia sea el eje *x* más cercano.

En forma de componentes, el vector resultante es

$$\vec{\mathbf{v}} = (-4.6\ \text{m/s})\,\hat{\mathbf{x}} + (3.7\ \text{m/s})\,\hat{\mathbf{y}}$$

En forma de magnitud-ángulo, la magnitud de la velocidad resultante es

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(-4.6\ \text{m/s})^2 + (3.7\ \text{m/s})^2} = 5.9\ \text{m/s}$$

Puesto que el componente *x* es negativo y el componente *y* es positivo, la resultante está en el *segundo cuadrante*, con un ángulo de

$$\theta = \tan^{-1}\left|\frac{v_y}{v_x}\right| = \tan^{-1}\left(\frac{3.7\ \text{m/s}}{4.6\ \text{m/s}}\right) = 39°$$

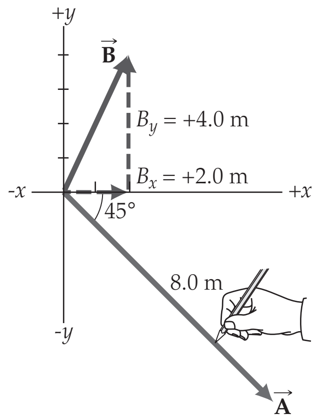
sobre el eje *x* negativo (véase la figura 1.8b).

Ejercicio de refuerzo. Suponga que en este ejemplo hay otro vector de velocidad $\vec{\mathbf{v}}_4 = (+4.6\ \text{m/s})\,\hat{\mathbf{x}}$. Calcule la resultante de los cuatro vectores en este caso?

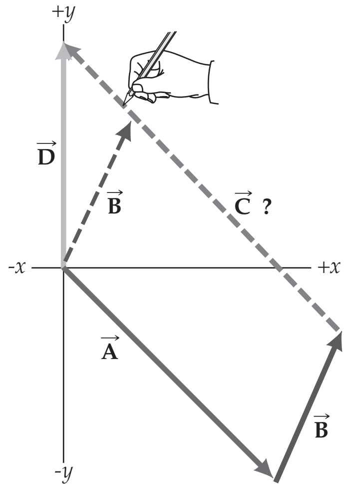
Aunque sólo hemos hablado de movimiento en dos dimensiones (en un plano), es fácil extender el método de componentes a tres dimensiones. El vector de una velocidad en tres dimensiones tiene componentes *x*, *y* y *z*: $\vec{\mathbf{v}} = v_x\hat{\mathbf{x}} + v_y\hat{\mathbf{y}} + v_z\hat{\mathbf{z}}$ y su magnitud es $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$.

APRENDER DIBUJANDO

Diagrame y sume



a)



b)

a) Se hace un diagrama de los vectores $\vec{\mathbf{A}}$ y $\vec{\mathbf{B}}$. En un diagrama de vectores, las longitudes suelen estar a escala (por ejemplo, 1 cm : 1 metro) pero en los bosquejos rápidos sus longitudes se aproximan. ***b)*** Si desplazamos $\vec{\mathbf{B}}$ a la punta de $\vec{\mathbf{A}}$ y dibujamos $\vec{\mathbf{D}}$, podremos obtener el vector $\vec{\mathbf{C}}$ de la ecuación $\vec{\mathbf{A}} + \vec{\mathbf{B}} + \vec{\mathbf{C}} = \vec{\mathbf{D}}$.

Ejemplo 1.4 ■ Encuentre el vector: súmelos

Tenemos dos vectores de desplazamiento: $\vec{\mathbf{A}}$, con magnitud de 8.0 m y dirección de 45° por debajo del eje $+x$, y $\vec{\mathbf{B}}$, cuyas componentes x y y son +2.0 m y +4.0 m, respectivamente. Encuentre un vector $\vec{\mathbf{C}}$ tal que $\vec{\mathbf{A}} + \vec{\mathbf{B}} + \vec{\mathbf{C}}$ sea igual a un vector $\vec{\mathbf{D}}$ con magnitud de 6.0 m en la dirección $+y$.

Razonamiento. Nuevamente, un dibujo ayuda a entender la situación y da una idea general de los atributos de $\vec{\mathbf{C}}$. Sería como la de la sección Aprender dibujando. Observe que en el inciso *a* tanto $\vec{\mathbf{A}}$ y $\vec{\mathbf{B}}$ tienen componentes $+x$, así que $\vec{\mathbf{C}}$ necesitaría un componente $-x$ para cancelarlos. (La resultante $\vec{\mathbf{D}}$ apunta sólo en la dirección $+y$.) $\vec{\mathbf{B}}_y$ y $\vec{\mathbf{D}}$ están en la dirección $+y$, pero la componente $\vec{\mathbf{A}}_y$ es mayor en la dirección —y, así que $\vec{\mathbf{C}}$ requeriría un componente $+y$. Con esta información, vemos que $\vec{\mathbf{C}}$ estaría en el segundo cuadrante. Un dibujo de polígono (como el del inciso *b* de Aprender dibujando) confirma tal observación.

Así pues, sabemos que $\vec{\mathbf{C}}$ tiene componentes en el segundo cuadrante y una magnitud relativamente grande (por las longitudes de los vectores en el diagrama de polígono). Esta información nos da una idea de lo que estamos buscando y nos ayuda a decidir si los resultados de la solución analítica son razonables.

Solución.

Dado: $\vec{\mathbf{A}}$: 8.0 m, 45° abajo del eje $-x$ (cuarto cuadrante)

$\vec{\mathbf{B}}_x = (2.0\text{ m})\,\hat{\mathbf{x}}$

$\vec{\mathbf{B}}_y = (4.0\text{ m})\,\hat{\mathbf{y}}$

Encuentre: $\vec{\mathbf{C}}$ tal que $\vec{\mathbf{A}} + \vec{\mathbf{B}} + \vec{\mathbf{C}} = \vec{\mathbf{D}} = (+6.0\text{ m})\,\hat{\mathbf{y}}$

Hagamos una tabla de componentes para entenderlos mejor:

Componentes x	*Componentes y*
$A_x = A\cos 45° = (8.0\text{ m})(0.707) = +5.7\text{ m}$	$A_y = -A\,\text{sen}\,45° = -(8.0\text{ m})(0.707)$
$B_x = +2.0\text{ m}$	$= -5.7\text{ m}$
$C_x = ?$	$B_y = +4.0\text{ m}$
$D_x = 0$	$C_y = ?$
	$D_y = +6.0\text{ m}$

Para obtener los componentes de $\vec{\mathbf{C}}$, donde $\vec{\mathbf{A}} + \vec{\mathbf{B}} + \vec{\mathbf{C}} = \vec{\mathbf{D}}$, sumamos por separado los componentes x y y:

$$x:\quad \vec{\mathbf{A}}_x + \vec{\mathbf{B}}_x + \vec{\mathbf{C}}_x = \vec{\mathbf{D}}_x$$

es decir,

$$+5.7\text{ m} + 2.0\text{ m} + C_x = 0 \qquad \text{y} \qquad C_x = -7.7\text{ m}$$

$$y:\quad \vec{\mathbf{A}}_y + \vec{\mathbf{B}}_y + \vec{\mathbf{C}}_y = \vec{\mathbf{D}}_y$$

o

$$-5.7\text{ m} + 4.0\text{ m} + C_y = 6.0\text{ m} \qquad \text{y} \qquad C_y = +7.7\text{ m}$$

Entonces,

$$\vec{\mathbf{C}} = (-7.7\text{ m})\,\hat{\mathbf{x}} + (7.7\text{ m})\,\hat{\mathbf{y}}$$

También podemos expresar el resultado en forma de magnitud-ángulo:

$$C = \sqrt{C_x^2 + C_y^2} = \sqrt{(-7.7\text{ m})^2 + (7.7\text{ m})^2} = 11\text{ m}$$

y

$$\theta = \tan^{-1}\left|\frac{C_y}{C_x}\right| = \tan^{-1}\left|\frac{7.7\text{ m}}{-7.7\text{ m}}\right| = 45° \quad \textit{(arriba del eje } -x\textit{, ¿por qué?)}$$

Ejercicio de refuerzo. Suponga que $\vec{\mathbf{D}}$ apunta en el sentido opuesto $[\vec{\mathbf{D}} = (-6.0\text{ m})\,\hat{\mathbf{y}}]$. Determine $\vec{\mathbf{C}}$ en este caso.

1.3 Movimiento de proyectiles

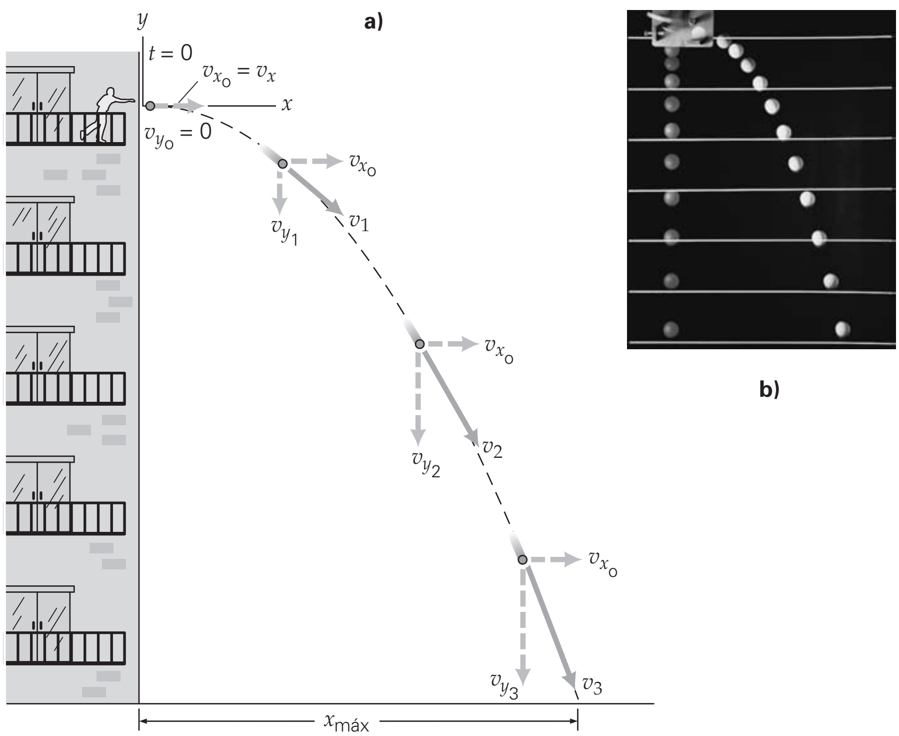
OBJETIVOS: Analizar el movimiento de proyectiles para determinar *a*) posición, *b*) tiempo de vuelo y *c*) alcance.

Un ejemplo muy conocido de movimiento curvilíneo bidimensional es el de los objetos que se lanzan o proyectan con algún mecanismo. El movimiento de una piedra lanzada al otro lado de un arroyo o el de una pelota de golf golpeada en el "tee" son casos de **movimiento de proyectiles**. Una situación especial de movimiento de proyectil en una dimensión es el lanzamiento de un objeto verticalmente hacia arriba (o hacia abajo). También trataremos el movimiento de proyectiles como caída libre, así que la única aceleración de un proyectil será la debida a la gravedad. Podemos usar componentes vectoriales para analizar el movimiento de proyectiles. Simplemente descomponemos el movimiento en sus componentes x y y, y los manejamos individualmente.

Proyecciones horizontales

Vale la pena analizar primero el movimiento de un objeto que se proyecta horizontalmente, paralelo a una superficie plana. Supongamos que lanzamos un objeto horizontalmente con velocidad inicial v_{x_o} como en la ▼figura 1.10. El movimiento de proyectiles se analiza a partir del instante en que se sueltan ($t = 0$). Una vez soltado el objeto, deja de haber aceleración horizontal ($a_x = 0$), así que, durante toda la trayectoria del objeto, la velocidad horizontal se mantiene constante: $v_x = v_{x_o}$.

Según la ecuación $x = x_o + v_x t$ (ecuación 1.2a), el objeto proyectado seguiría viajando indefinidamente en la dirección horizontal. Sin embargo, sabemos que esto no sucede. Tan pronto como se proyecta el objeto, está en caída libre en la dirección vertical, con $v_{y_o} = 0$ (como si se hubiera dejado caer) y $a_y = -g$. En otras palabras, el objeto proyectado viaja con velocidad uniforme en la dirección horizontal y, *al mismo tiempo*, sufre una aceleración en la dirección hacia abajo por la influencia de la gravedad. El resultado es una trayectoria curva, como se muestra en la figura 1.10. (Compare los movimientos de las figuras 1.10 y 1.2. ¿Percibe el lector similitudes?) Si no hubiera movimiento horizontal, el objeto simplemente caería al suelo en línea recta. De hecho, el tiempo de vuelo del objeto proyectado es *exactamente el mismo que si estuviera cayendo verticalmente*.



◀ **FIGURA 1.10 Proyección horizontal** ***a)*** Los componentes de velocidad de un proyectil lanzado horizontalmente muestran que el proyectil viaja a la derecha mientras cae, como lo indica el signo menos. ***b)*** Una fotografía con múltiples destellos muestra las trayectorias de dos pelotas de golf. Una se proyectó horizontalmente al mismo tiempo que la otra se dejaba caer en línea recta. Las líneas horizontales tienen una separación de 15 cm, y el intervalo entre destellos fue de $\frac{1}{30}$ s. Los movimientos verticales de las pelotas son idénticos. ¿Por qué? ¿Puede el lector describir el movimiento horizontal de la pelota que está en gris claro?

Observe los componentes del vector de velocidad en la figura 1.10a. La longitud del componente horizontal no cambia; pero la longitud del componente vertical aumenta con el tiempo. ¿Qué velocidad instantánea tiene el objeto en cualquier punto de su trayectoria? (Pensemos en términos de suma de vectores, como en la sección 1.3.) La imagen de la figura 1.10b muestra los movimientos reales de una pelota de golf que se proyecta horizontalmente y una que se deja caer simultáneamente desde el reposo. Las líneas de referencia horizontales muestran que las pelotas caen verticalmente con la misma rapidez. La única diferencia es que la que se proyectó horizontalmente también viaja hacia la derecha cuando cae.

Ejemplo 1.5 ■ Inicio hasta arriba: proyección horizontal

Suponga que la pelota de la figura 1.10a se proyecta desde una altura de 25.0 m sobre el suelo y se le imprime una velocidad horizontal inicial de 8.25 m/s. *a*) ¿Cuánto tiempo tardará la pelota en golpear el suelo? *b*) ¿A qué distancia del edificio tocará el suelo la pelota?

Razonamiento. Al examinar los componentes del movimiento, vemos que en el inciso *a* buscamos el tiempo que la pelota tarda en caer verticalmente, es decir, un caso análogo al de una pelota que se deja caer desde esa altura. Éste es también el tiempo que la pelota viaja en la dirección horizontal. La rapidez horizontal es constante, así que podremos calcular la distancia horizontal que nos piden en el inciso *b*.

Solución. Escribimos los datos eligiendo como origen el punto desde el que se lanza la pelota y tomando el sentido hacia abajo como negativo:

Dado: $y = -25.0\text{ m}$ ***Encuentre:*** *a*) t (tiempo de vuelo)
$v_{x_o} = 8.25\text{ m/s}$ *b*) x (distancia horizontal)
$a_x = 0$
$v_{y_o} = 0$
$a_y = -g$
($x_o = 0$ y $y_o = 0$ por el origen que elegimos.)

***a*)** Como ya señalamos, el tiempo de vuelo es el mismo que la pelota tardaría en caer verticalmente al suelo. Para calcularlo, podemos usar la ecuación $y = y_o + v_{y_o}t - \frac{1}{2}gt^2$, donde se expresa la dirección negativa de g explícitamente. Con $v_{y_o} = 0$, tenemos

$$y = -\tfrac{1}{2}gt^2$$

Entonces,

$$t = \sqrt{\frac{2y}{-g}} = \sqrt{\frac{2(-25.0\text{ m})}{-9.80\text{ m/s}^2}} = 2.26\text{ s}$$

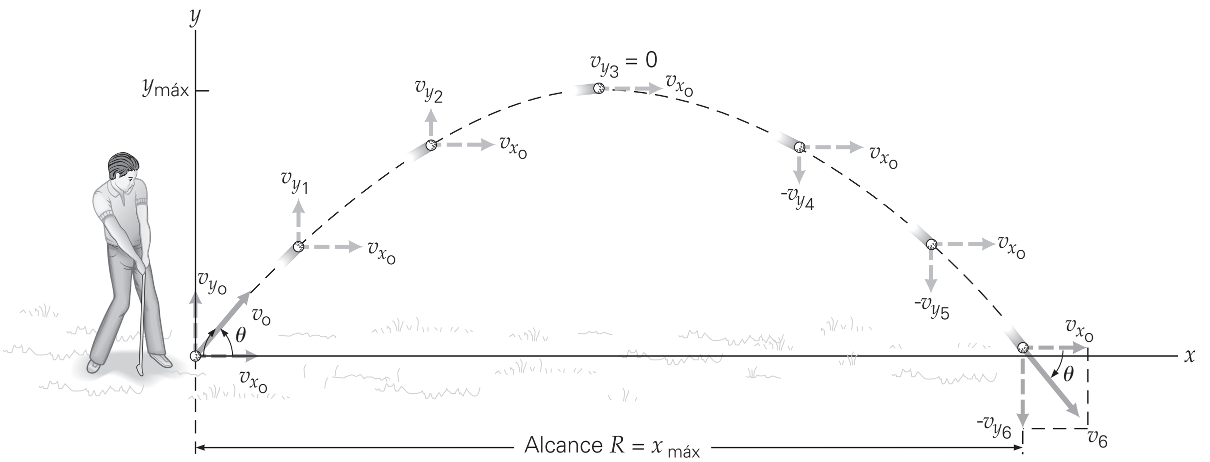
***b*)** La pelota viaja en la dirección x durante el mismo tiempo que viaja en la dirección y (es decir, 2.26 s). Puesto que no hay aceleración en la dirección horizontal, la pelota viaja en esta dirección con velocidad uniforme. Así, con $x_o = 0$ y $a_x = 0$, tenemos

$$x = v_{x_o}t = (8.25\text{ m/s})(2.26\text{ s}) = 18.6\text{ m}$$

Ejercicio de refuerzo. *a*) Colocando los ejes en la base del edificio, demuestre que la ecuación resultante es la misma que en el ejemplo. *b*) ¿Qué velocidad (en forma de componentes) tiene la pelota justo antes de tocar el suelo?

Proyecciones con ángulos arbitrarios

En el caso general de movimiento de proyectiles, el objeto se proyecta con un ángulo θ arbitrario respecto a la horizontal; por ejemplo, una pelota de golf que se golpea con un palo (▸figura 1.11). Durante el movimiento de un proyectil, éste viaja hacia arriba y hacia abajo mientras viaja horizontalmente con velocidad constante. (¿La pelota tiene aceleración? Sí. En todos los puntos del movimiento, la gravedad está actuando, y $\vec{\mathbf{a}} = -g\,\hat{\mathbf{y}}$.)



▲ **FIGURA 1.11 Proyección angulada** Se muestran los componentes de velocidad de la pelota en diversos instantes. (Las direcciones se indican con signos, aunque el signo + se omite porque por lo general se sobreentiende.) Observe que $v_y = 0$ en la cúspide de la trayectoria ($y_{máx}$). El alcance R es la distancia horizontal máxima ($x_{máx}$). (¿Por qué $v_0 = v_6$?)

Este movimiento también se analiza usando componentes. Igual que antes, tomamos los sentidos hacia arriba como positivo; y hacia abajo, como negativo. Primero descomponemos la velocidad inicial v_o en sus componentes rectangulares:

$$v_{x_o} = v_o \cos\theta \qquad \text{(1.8a)}$$

$$v_{y_o} = v_o \operatorname{sen}\theta \qquad \text{(1.8b)}$$

(componentes de velocidad inicial)

Puesto que no hay aceleración horizontal y la gravedad actúa en el sentido y negativa, el componente x de la velocidad es constante, mientras que el componente y varía con el tiempo (véase la ecuación 1.3d):

$$v_x = v_{x_o} = v_o \cos\theta \qquad \text{(1.9a)}$$

$$v_y = v_{y_o} - gt = v_o \operatorname{sen}\theta - gt \qquad \text{(1.9b)}$$

(componentes de velocidad del movimiento de un proyectil)

En la figura 1.11 se ilustran los componentes de la velocidad instantánea en diversos tiempos. La velocidad instantánea es la suma de estos componentes y es tangente a la trayectoria curva de la pelota en cualquier punto. Observe que la pelota golpea el suelo con la misma rapidez con que se lanzó (pero con $-v_{y_o}$) y con el mismo ángulo bajo la horizontal.

Asimismo, los componentes del desplazamiento están dados por ($x_o = y_o = 0$):

$$x = v_{x_o}t = (v_o \cos\theta)t \qquad \text{(1.10a)}$$

$$y = v_{y_o}t - \tfrac{1}{2}gt^2 = (v_o \operatorname{sen}\theta)t - \tfrac{1}{2}gt^2 \qquad \text{(1.10b)}$$

(componentes de desplazamiento del movimiento de un proyectil)

La curva que producen estas ecuaciones (la trayectoria de movimiento del proyectil) se denomina **parábola**. Solemos llamar *arco parabólico* a la trayectoria de un proyectil. Tales arcos son muy comunes (▸figura 1.12).

Cabe señalar que, igual que en la proyección horizontal, *lo que los componentes del movimiento tienen en común es el tiempo*. Entre los aspectos del movimiento de proyectiles que podrían interesarnos en diversas situaciones están el tiempo de vuelo, la altura máxima alcanzada y el **alcance** (R), que es la distancia horizontal máxima recorrida.

▼ **FIGURA 1.12 Arcos parabólicos** Las chispas de metal caliente que saltan al soldar describen arcos parabólicos.

Nota: un proyectil sigue una trayectoria parabólica.

Ejemplo 1.6 ■ El primer golpe del golf: proyección angulada

Supongamos que un golfista golpea una pelota en el "tee" dándole una velocidad inicial de 30.0 m/s con un ángulo de 35° respecto a la horizontal, como en la figura 1.11. *a*) ¿Qué altura máxima alcanza la pelota? *b*) ¿Qué alcance tiene?

Razonamiento. La altura máxima tiene que ver con el componente *y*; el procedimiento para obtenerla es como el que usamos para determinar la altura máxima que alcanza una pelota proyectada verticalmente hacia arriba. La pelota viaja en la dirección *x* durante el tiempo que tarda en subir y bajar.

Solución.

Dado: $v_o = 30.0$ m/s
$\theta = 35°$
$a_y = -g$
(x_o y $y_o = 0$ y final $y = 0$)

Encuentre: *a*) $y_{máx}$
b) $R = x_{máx}$

Calculemos v_{x_o} y v_{y_o}, explícitamente para usar ecuaciones de cinemática simplificadas:

$$v_{x_o} = v_o \cos 35° = (30.0\text{ m/s})(0.819) = 24.6\text{ m/s}$$

$$v_{y_o} = v_o \operatorname{sen} 35° = (30.0\text{ m/s})(0.574) = 17.2\text{ m/s}$$

***a*)** Igual que para un objeto lanzado verticalmente hacia arriba, $v_y = 0$ en la altura máxima ($y_{máx}$). Así, calculamos el tiempo requerido para alcanzar la altura máxima (t_a) con la ecuación 1.9b igualando v_y a cero:

$$v_y = 0 = v_{y_o} - gt_a$$

Despejando t_a, tenemos

$$t_a = \frac{v_{y_o}}{g} = \frac{17.2\text{ m/s}}{9.80\text{ m/s}^2} = 1.76\text{ s}$$

(Observe que t_a representa el tiempo que la pelota está en ascenso.)

Entonces, la altura máxima $y_{máx}$ se obtiene sustituyendo t_a en la ecuación 1.10b:

$$y_{máx} = v_{y_o}t_a - \tfrac{1}{2}gt_a^2 = (17.2\text{ m/s})(1.76\text{ s}) - \tfrac{1}{2}(9.80\text{ m/s}^2)(1.76\text{ s})^2 = 15.1\text{ m}$$

La altura máxima también se podría haber obtenido directamente de $v_y^2 = v_{y_o}^2 - 2gy$, con $y = y_{máx}$ y $v_y = 0$. Sin embargo, el método de resolución que usamos aquí ilustra la forma de obtener el tiempo de vuelo.

***b*)** Al igual que en la proyección vertical, el tiempo de ascenso es igual al de descenso, así que el tiempo total de vuelo es $t = 2t_a$ (para volver a la altura desde la que se proyectó el objeto, $y = y_o = 0$, como se observa a partir de $y - y_o = v_{y_o}t - \frac{1}{2}gt^2 = 0$, y $t = 2v_{y_o}/g = 2t_a$.)

El alcance *R* es igual a la distancia horizontal recorrida ($y_{máx}$), la cual se obtiene fácilmente sustituyendo el tiempo total de vuelo $t = 2t_a = 2(1.76\text{ s}) = 3.52$ s en la ecuación 1.10a:

$$R = x_{máx} = v_x t = v_{x_o}(2t_a) = (24.6\text{ m/s})(3.52\text{ s}) = 86.6\text{ m}$$

Ejercicio de refuerzo. ¿Cómo cambiarían los valores de altura máxima ($y_{máx}$) y alcance ($x_{máx}$) si la pelota se hubiera golpeado inicialmente igual en la superficie de la Luna? (*Sugerencia:* $g_L = g/6$; es decir, la aceleración debida a la gravedad en la Luna es la sexta parte que en la Tierra.) No realice cálculos numéricos. Obtenga las respuestas examinando las ecuaciones.

El alcance de un proyectil es una consideración importante en diversas aplicaciones, y tiene especial importancia en los deportes donde se busca un alcance máximo, como el golf y el lanzamiento de jabalina.

En general, ¿qué alcance tiene un proyectil lanzado con velocidad v_o en un ángulo θ? Para contestar esta pregunta, deberemos considerar la ecuación empleada en el ejemplo 1.6 para calcular el intervalo, $R = v_x t$. Veamos primero las expresiones para v_x y *t*. Puesto que no hay aceleración en la dirección horizontal, sabemos que

$$v_x = v_{x_o} = v_o \cos\theta$$

y el tiempo total *t* (como vimos en el ejemplo 1.6) es

$$t = \frac{2v_{y_o}}{g} = \frac{2v_o \operatorname{sen}\theta}{g}$$

Entonces,

$$R = v_x t = (v_o \cos\theta)\left(\frac{2v_o \operatorname{sen}\theta}{g}\right) = \frac{2v_o^2 \operatorname{sen}\theta \cos\theta}{g}$$

Utilizando la identidad trigonométrica sen $2\theta = 2\cos\theta$ sen θ (véase el apéndice I), tenemos

$$R = \frac{v_o^2 \operatorname{sen} 2\theta}{g} \quad \textit{alcance del proyectil } x_{\text{máx}} \ (\textit{sólo para } y_{\text{inicial}} = y_{\text{final}}) \tag{1.11}$$

Vemos que el alcance depende de la magnitud de la velocidad (o rapidez) inicial, v_o, y del ángulo de proyección, θ, suponiendo g constante. Hay que tener en cuenta que tal ecuación sólo es válida en el caso especial, pero común, de $y_{\text{inicial}} = y_{\text{final}}$ (es decir, cuando el punto de aterrizaje está a la misma altura que el de lanzamiento).

Ejemplo 1.7 ■ Un lanzamiento desde el puente

Una chica que está parada en un puente lanza una piedra con una velocidad inicial de 12 m/s en un ángulo de 45° bajo la horizontal, en un intento por golpear un trozo de madera que flota en el río (▼figura 1.13). Si la piedra se lanza desde una altura de 20 m sobre el río y llega a éste cuando la madera está a 13 m del puente, ¿golpeará la tabla? (Suponga que la tabla prácticamente no se mueve y que está en el plano del lanzamiento.)

Razonamiento. La pregunta es ¿qué alcance tiene la piedra? Si este alcance es igual a la distancia entre la tabla y el puente, la piedra golpeará la tabla. Para obtener el alcance de la piedra, necesitamos calcular el tiempo de descenso (a partir del componente y del movimiento) y, con él, calcular la distancia $x_{\text{máx}}$. (El tiempo es el factor vinculante.)

Solución.

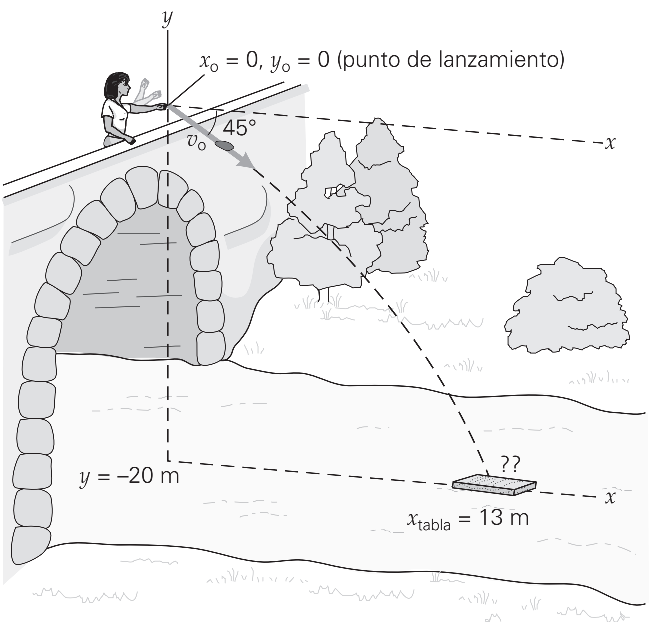
Dado:
$v_o = 12$ m/s
$\theta = 45°$ $\quad v_{x_o} = v_o \cos 45° = 8.5$ m/s
$y = -20$ m $\quad v_{y_o} = -v_o \operatorname{sen} 45° = -8.5$ m/s
$x_{\text{tabla}} = 13$ m
$(x_o = y_o = 0)$

Encuentre: alcance o $x_{\text{máx}}$ de la piedra desde el puente. (¿Es igual a la distancia entre la tabla y el puente?)

Para obtener el tiempo en el caso de trayectorias hacia arriba, hemos usado $v_y = v_{y_o} - g$, donde $v_y = 0$ en la cúspide del arco. Sin embargo, en este caso v_y no es cero cuando la piedra llega al río, así que necesitamos obtener v_y para utilizar esa ecuación.

$$v_y^2 = v_{y_o}^2 - 2gy$$

(continúa en la siguiente página)



▲ **FIGURA 1.13 Lanzamiento desde el puente: ¿acierta o falla?** Véase el ejemplo 1.7.

despejando,

$$v_y = \sqrt{(-8.5\ \text{m/s})^2 - 2(9.8\ \text{m/s}^2)(-20\ \text{m})} = -22\ \text{m/s}$$

(con la raíz negativa porque v_y es hacia abajo).

Ahora despejamos t en $v_y = v_{y_o} - gt$,

$$t = \frac{v_{y_o} - v_y}{g} = \frac{-8.5\ \text{m/s} - (-22\ \text{m/s})}{9.8\ \text{m/s}^2} = 1.4\ \text{s}$$

En este momento la distancia horizontal entre la piedra y el puente es

$$x_{\text{máx}} = v_{x_o}t = (8.5\ \text{m/s})(1.4\ \text{s}) = 12\ \text{m}$$

Así que el lanzamiento de la chica se queda corto un metro (pues la tabla está a 13 m).

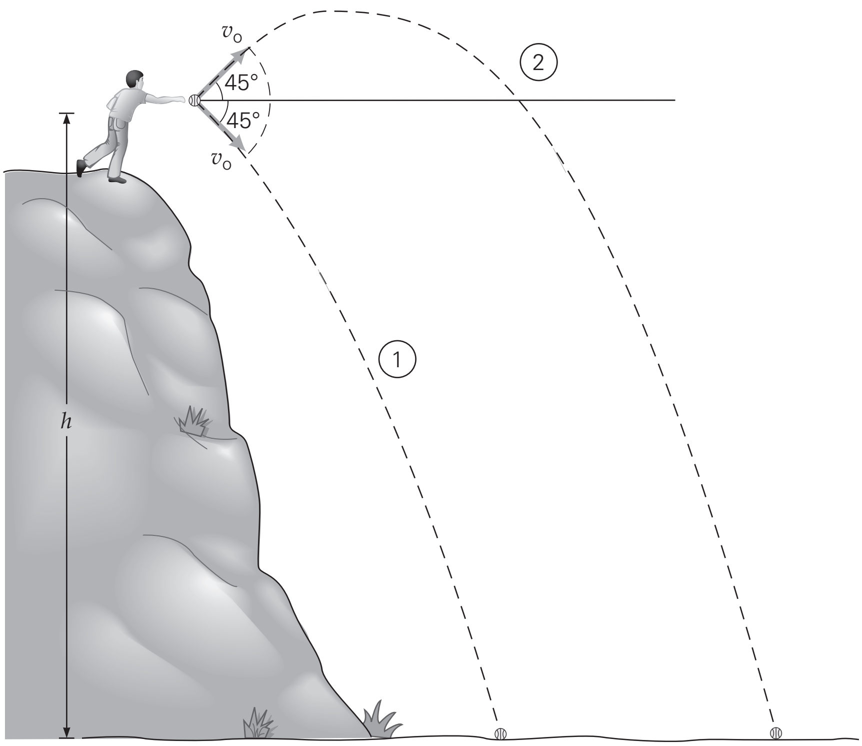
Podríamos utilizar la ecuación 1.10b, $y = y_o + v_{y_o}t - \frac{1}{2}gt^2$, para determinar el tiempo, aunque habría implicado resolver una ecuación cuadrática.

Ejercicio de refuerzo. *a*) ¿Por qué supusimos que la tabla está en el plano del lanzamiento? *b*) ¿Por qué en este ejemplo no usamos la ecuación 1.11 para encontrar el alcance? Demuestre que la ecuación 1.11 funciona en el ejemplo 1.6, pero no en el 1.7, calculando el alcance en cada caso y comparando los resultados con las respuestas obtenidas en los ejemplos.

Ejemplo conceptual 1.8 ■ ¿Cuál tiene mayor rapidez?

Considere dos pelotas, ambas lanzadas con la misma rapidez inicial v_o, pero una con un ángulo de 45° arriba de la horizontal y la otra con un ángulo de 45° abajo de la horizontal (▼figura 1.14). Determine si, al llegar al suelo, *a*) la pelota lanzada hacia arriba tiene mayor rapidez, *b*) la pelota proyectada hacia abajo tiene mayor rapidez o *c*) ambas tienen la misma rapidez. Plantee claramente el razonamiento y los principios de física que usó para llegar a su respuesta, antes de revisar lo siguiente. Es decir, ¿por qué eligió esa respuesta?

Razonamiento y respuesta. En primera instancia, pensaríamos que la respuesta es *b*, ya que esta pelota se lanza hacia abajo. No obstante, la pelota proyectada hacia arriba cae desde una altura máxima mayor, así que tal vez la respuesta sea *a*. Para resolver este dilema, observe la línea horizontal trazada en la figura 1.14 entre los dos vectores de velocidad, que se extiende hasta más allá de la trayectoria superior. Vea, además, que abajo de la línea, las trayectorias de ambas pelotas son iguales. Asimismo, cuando llega a esta lí-



▲ **FIGURA 1.14 ¿Cuál tiene mayor velocidad?** Véase el ejemplo 1.8.

nea, la velocidad hacia abajo de la pelota superior es v_o con un ángulo de 45° abajo de la horizontal. (Véase la figura 1.11.) Por lo tanto, en lo que respecta a la línea horizontal y más abajo, las condiciones son idénticas, con el mismo componente y y el mismo componente x constante. Por consiguiente, la respuesta es c.

Ejercicio de refuerzo. Suponga que la pelota lanzada hacia abajo se proyectó con un ángulo de −40°. ¿Qué pelota golpearía el suelo con mayor rapidez en este caso?

Sugerencia para resolver problemas

El alcance de un proyectil que se lanza hacia abajo, como en la figura 1.14, se obtiene como se hizo en el ejemplo 1.7. Pero, ¿cómo se obtiene el alcance de un proyectil lanzado hacia arriba? Podríamos ver este problema como uno de "alcance extendido". Una forma de resolverlo consiste en dividir la trayectoria en dos partes: 1) el arco sobre la línea horizontal y 2) el descenso bajo la línea horizontal, de modo que $x_{máx} = x_1 + x_2$. Sabemos cómo calcular x_1 (ejemplo 1.6) y x_2 (ejemplo 1.7). Otra forma de resolver el problema es usar $y = y_o + v_{y_o}t - \frac{1}{2}gt^2$, donde y es la posición final del proyectil, y despejar t, el tiempo total de vuelo. Luego se sustituye ese valor en la ecuación $x = v_{x_o}t$.

La ecuación 1.11, $R = \dfrac{v_o^2 \operatorname{sen} 2\theta}{g}$, nos permite calcular el alcance para un ángulo de proyección y una velocidad inicial específicos. Sin embargo, hay ocasiones en que nos interesa el alcance máximo con una velocidad inicial dada; por ejemplo, el alcance máximo de una pieza de artillería que dispara un proyectil con cierta velocidad inicial. ¿Hay un ángulo óptimo que dé el alcance máximo? En condiciones ideales, la respuesta sería *sí*.

Para cierta v_o, el alcance es máximo ($R_{máx}$) cuando sen $2\theta = 1$, pues este valor de θ da el valor máximo de la función seno (que varía entre 0 y 1). Entonces,

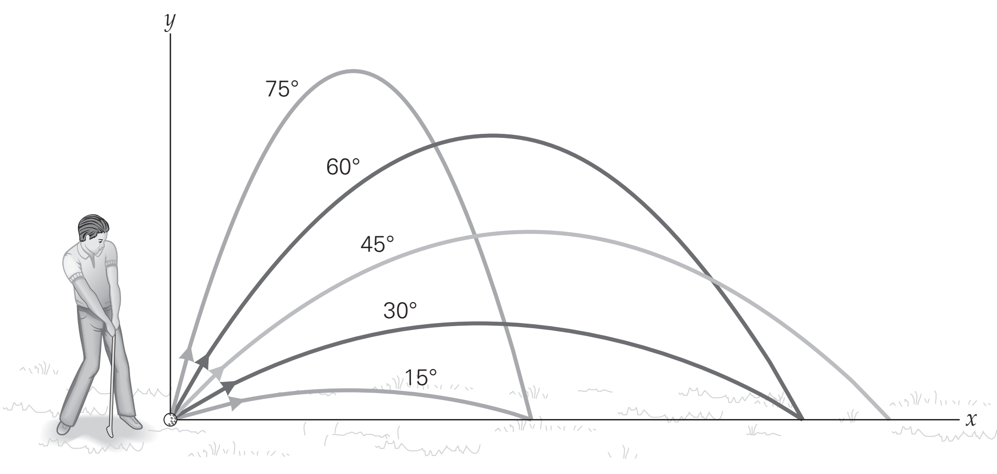
$$R_{máx} = \frac{v_o^2}{g} \quad (y_{inicial} = y_{final}) \tag{1.12}$$

Puesto que este alcance máximo se obtiene cuando sen $2\theta = 1$, y dado que sen $90° = 1$, tenemos

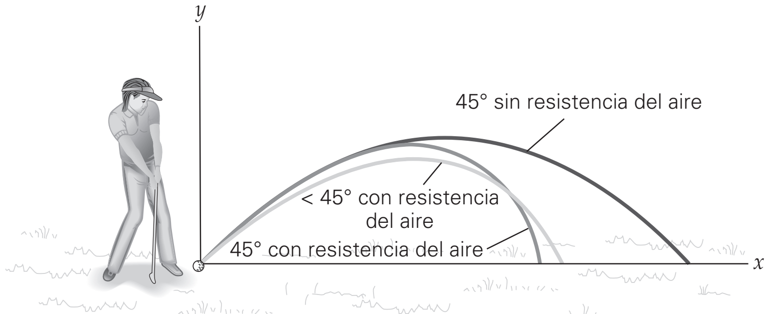
$$2\theta = 90° \quad \text{o} \quad \theta = 45°$$

para el alcance máximo con una rapidez inicial dada cuando el proyectil regresa a la altura desde la que se proyectó. Con un ángulo mayor o menor, si la rapidez inicial del proyectil es la misma, el alcance será menor, como se ilustra en la ▼figura 1.15. También, el alcance es el mismo para ángulos que están igualmente arriba y abajo de 45°, como 30° y 60°.

Así, para lograr el alcance máximo, el proyectil *idealmente* debe proyectarse con un ángulo de 45°. Sin embargo, hasta aquí hemos despreciado la resistencia del aire. En situaciones reales, como cuando se lanza o golpea fuertemente una pelota u otro objeto, ese factor podría tener un efecto importante. La resistencia del aire reduce la rapidez del proyectil, y por tanto el alcance. El resultado es que, cuando la resistencia del aire es



◀ **FIGURA 1.15 Alcance** Para un proyectil con cierta rapidez inicial, el alcance máximo se logra idealmente con una proyección de 45° (sin resistencia del aire). Con ángulos de proyección mayores y menores que 45°, el alcance es menor, y es igual para ángulos que difieren igualmente de 45° (por ejemplo, 30 y 60°).



a)

b)

▲ **FIGURA 1.16 Resistencia del aire y alcance** ***a)*** Si la resistencia del aire es un factor, el ángulo de proyección para lograr un alcance máximo es menor que 45°. ***b)*** Lanzamiento de jabalina. A causa de la resistencia del aire la jabalina se lanza a un ángulo menor que 45° para lograr el máximo alcance.

factor, el ángulo de proyección para obtener el alcance máximo es menor que 45°, lo cual produce una velocidad horizontal inicial mayor (▲figura 1.16). Otros factores, como el giro y el viento, también podrían afectar el alcance del proyectil. Por ejemplo, el *backspin* (giro retrógrado) imprimido a una pelota de golf la levanta, y el ángulo de proyección para lograr el alcance máximo podría ser considerablemente menor que 45°.

No hay que olvidar que para lograr el alcance máximo con un ángulo de proyección de 45°, los componentes de la velocidad inicial deben ser iguales, es decir, $\tan^{-1}(v_{y_o}/v_{x_o}) = 45°$ y $\tan 45° = 1$, así que $v_{y_o} = v_{x_o}$. Sin embargo, habría casos donde tal situación no sea posible físicamente, como lo demuestra el Ejemplo conceptual 1.9.

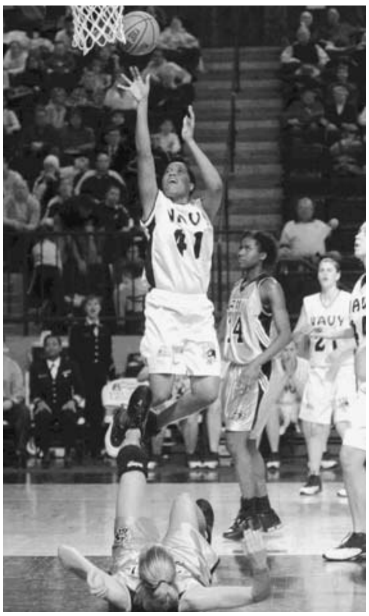
Ejemplo conceptual 1.9 ■ El salto más largo: teoría y práctica

En una competencia de salto de longitud, ¿el saltador normalmente tiene un ángulo de lanzamiento *a*) menor que 45º, *b*) de exactamente 45º, o *c*) mayor que 45°? *Plantee claramente el razonamiento y los principios de física que usó para llegar a su respuesta, antes de leer el párrafo siguiente. Es decir,* ***¿por qué*** *eligió esa respuesta?*

Razonamiento y respuesta. La resistencia del aire no es un factor importante aquí (aunque se toma en cuenta la velocidad del viento para establecer récords en pruebas de pista y campo). Por lo tanto, parecería que, para lograr el alcance máximo, el saltador despegaría con un ángulo de 45º. Sin embargo, hay otra consideración física. Examinemos más de cerca los componentes de la velocidad inicial del saltador (▼figura 1.17a).

Para lograr un salto de longitud máxima, el saltador corre lo más rápidamente que puede y luego se impulsa hacia arriba con toda su fuerza, para elevar al máximo los componentes de velocidad. El componente de velocidad vertical inicial v_{y_o} depende del empuje hacia arriba de las piernas del saltador; mientras que el componente de velocidad horizontal inicial v_{x_o} depende principalmente de la rapidez con que se corrió hasta el punto de salto. En general, se logra una mayor velocidad corriendo que saltando, de manera que $v_{x_o} > v_{y_o}$. Entonces, dado que $\theta = \tan^{-1}(v_{y_o}/v_{x_o})$, tenemos $\theta < 45°$, donde $v_{y_o}/v_{x_o} < 1$

a)



b)

▲ **FIGURA 1.17 Atletas en acción** ***a)*** Para maximizar un salto de longitud, los deportistas corren tanto como sea posible, y se impulsan hacia arriba con la mayor fuerza para maximizar los componentes de velocidad (v_x y v_y). ***b)*** Cuando atacan la canasta y saltan para anotar, los jugadores de baloncesto parecen estar suspendidos momentáneamente, o "colgados", en el aire.

en este caso. Por lo tanto, la respuesta es *a*; ciertamente no podría ser *c*. Un ángulo de lanzamiento típico para un salto largo es de 20 a 25°. (Si el saltador aumentara su ángulo de lanzamiento para acercarse más a los 45° ideales, su rapidez de carrera tendría que disminuir, y esto reduciría el alcance.)

Ejercicio de refuerzo. Al saltar para anotar, los jugadores de baloncesto parecen estar suspendidos momentáneamente, o "colgados", en el aire (figura 1.17b). Explique la física de este efecto.

Ejemplo 1.10 ■ ¿Un "slap shot" es bueno?

Un jugador de hockey lanza un tiro "slap shot" (tomando vuelo con el bastón) en una práctica (sin portero) cuando está 15.0 m directamente frente a la red. La red tiene 1.20 m de altura y el disco se golpea inicialmente con un ángulo de 5.00° sobre el hielo, con una rapidez de 35.0 m/s. Determine si el disco entra en la red o no. Si lo hace, determine si va en ascenso o en descenso cuando cruza el plano frontal de la red.

Razonamiento. Primero dibuje un diagrama de la situación empleando coordenadas *x*-*y*, suponiendo que el disco está en el origen en el momento del golpe e incluyendo la red y su altura, como en la ▼figura 1.18. Note que se exageró el ángulo de lanzamiento. Un ángulo de 5.00° es muy pequeño, pero desde luego que la red no es muy alta (1.20 m).

Para determinar si el tiro se convierte en gol, necesitamos saber si la trayectoria del disco lo lleva por arriba de la red o lo hace entrar en ella. Es decir, ¿qué altura (y) tiene el disco cuando su distancia horizontal es $x = 15$ m? Que el disco vaya en ascenso o en descenso a esta distancia horizontal dependerá de cuándo alcanza su altura máxima. Las ecuaciones adecuadas deberían darnos esta información; debemos tener presente que el tiempo es el factor que vincula los componentes x y y.

Solución. Hacemos nuestra lista acostumbrada de datos,

Dado:
$x = 15.0\text{ m}, x_o = 0$
$y_{net} = 1.20\text{ m}, y_o = 0$
$\theta = 5.00°$
$v_o = 35.0\text{ m/s}$
$v_{x_o} = v_o \cos 5.00° = 34.9\text{ m/s}$
$v_{y_o} = v_o \,\text{sen}\, 5.00° = 3.05\text{ m/s}$

Encuentre: si el disco entra en la red y, si lo hace, si va de subida, o de bajada

La posición vertical del disco en cualquier tiempo t está dada por $y = v_{y_o}t - \frac{1}{2}gt^2$, así que necesitamos saber cuánto tiempo tarda el disco en recorrer los 15.0 m que lo separan de la red. El factor que vincula los componentes es el tiempo, que se obtiene del movimiento en x:

$$x = v_{x_o}t \qquad \text{o} \qquad t = \frac{x}{v_{x_o}} = \frac{15.0\text{ m}}{34.9\text{ m/s}} = 0.430\text{ s}$$

Entonces, al llegar al frente de la red, el disco tiene una altura de

$$\begin{aligned} y = v_{y_o}t - \tfrac{1}{2}gt^2 &= (3.05\text{ m/s})(0.430\text{ s}) - \tfrac{1}{2}(9.80\text{ m/s}^2)(0.430\text{ s})^2 \\ &= 1.31\text{ m} - 0.906\text{ m} = 0.40\text{ m} \end{aligned}$$

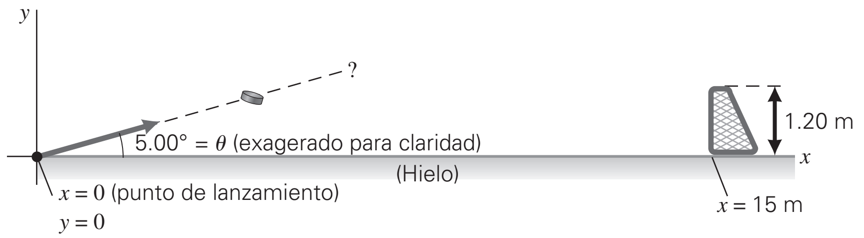
¡Gol!

El tiempo (t_a) que el disco tarda en alcanzar su altura máxima está dado por $v_y = v_{y_o} - gt_a$, donde $v_y = 0$ y

$$t_a = \frac{v_{y_o}}{g} = \frac{3.05\text{ m/s}}{9.80\text{ m/s}^2} = 0.311\text{ s}$$

como el disco llega a la red en 0.430 s, va en descenso.

Ejercicio de refuerzo. ¿A qué distancia de la red comenzó a descender el disco?



◀ **FIGURA 1.18** ¿Es gol? Véase el ejemplo 1.10.

1.4 Velocidad relativa

OBJETIVO: Comprender y determinar velocidades relativas mediante la suma y resta de vectores.

La velocidad no es absoluta, sino que depende del observador. Esto significa que es *relativa* al estado de movimiento del observador. Si observamos un objeto que se mueve a cierta velocidad, entonces esa velocidad debe ser relativa a algo más. Por ejemplo, en el juego de los bolos, la bola se mueve a lo largo de la pista con cierta velocidad, por lo que esta última es relativa a la pista. Los movimientos de los objetos a menudo se describen como relativos a la Tierra o al suelo, en los que comúnmente pensamos como marcos de referencia *estacionarios*. En otros ejemplos es conveniente utilizar un marco de referencia *en movimiento*.

Las mediciones deben efectuarse con respecto a alguna referencia. Por lo regular, esa referencia es el origen de un sistema de coordenadas. El punto designado como origen de un conjunto de ejes de coordenadas es arbitrario y un asunto de preferencia. Por ejemplo, podríamos "fijar" el sistema de coordenadas a un camino o al suelo, y medir el desplazamiento o la velocidad de un automóvil relativos a esos ejes. Para un marco de referencia "en movimiento", los ejes de coordenadas podría vincularse a un automóvil que avanza por una carretera. Al analizar un movimiento desde otro marco de referencia, no alteramos la situación física ni lo que está sucediendo, sólo el punto de vista desde el que lo describimos. Por lo tanto, decimos que el movimiento es *relativo* (a algún marco de referencia) y hablamos de **velocidad relativa**. Puesto que la velocidad es un vector, la suma y resta de vectores ayudan a determinar velocidades relativas.

Velocidades relativas en una dimensión

Cuando las velocidades son rectilíneas (en línea recta) en el mismo sentido o en sentidos opuestos, y todas tienen la misma referencia (digamos, el suelo), calculamos velocidades relativas usando la resta de vectores. Por ejemplo, considere unos automóviles que se mueven con velocidad constante a lo largo de una carretera recta y plana, como en la ▸figura 1.19. Las velocidades de los automóviles que se muestran en la figura son *relativas a la Tierra o al suelo*, como indica el conjunto de ejes de coordenadas que se usa como referencia en la figura 1.19a, con los movimientos a lo largo del eje x. También son relativos a los observadores estacionarios parados a la orilla de la carretera o sentados en el auto estacionado A. Es decir, estos observadores ven que los automóviles se mueven con velocidades $\vec{\mathbf{v}}_B = +90$ km/h y $\vec{\mathbf{v}}_C = -60$ km/h. La velocidad relativa de dos objetos está dada por la diferencia (vectorial) de velocidad entre ellos. Por ejemplo, la velocidad del automóvil B *relativa al automóvil* A está dada por

Nota: ¡utilice los subíndices con cuidado! $\vec{\mathbf{v}}_{AB}$ = velocidad de *A* relativa a *B*.

$$\vec{\mathbf{v}}_{BA} = \vec{\mathbf{v}}_B - \vec{\mathbf{v}}_A = (+90\text{ km/h})\,\hat{\mathbf{x}} - 0 = (+90\text{ km/h})\,\hat{\mathbf{x}}$$

Así, un individuo sentado en el automóvil A vería que el automóvil B se aleja (en la dirección x positiva) con una rapidez de 90 km/h. En este caso rectilíneo, los sentidos de las velocidades se indican con signos más y menos (además del signo menos de la ecuación).

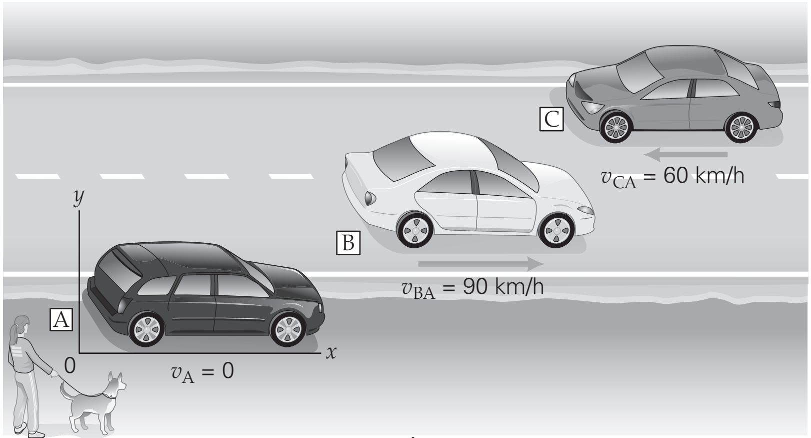
Asimismo, la velocidad del auto C relativa a un observador en el auto A es

$$\vec{\mathbf{v}}_{CA} = \vec{\mathbf{v}}_C - \vec{\mathbf{v}}_A = (-60\text{ km/h})\,\hat{\mathbf{x}} - 0 = (-60\text{ km/h})\,\hat{\mathbf{x}}$$

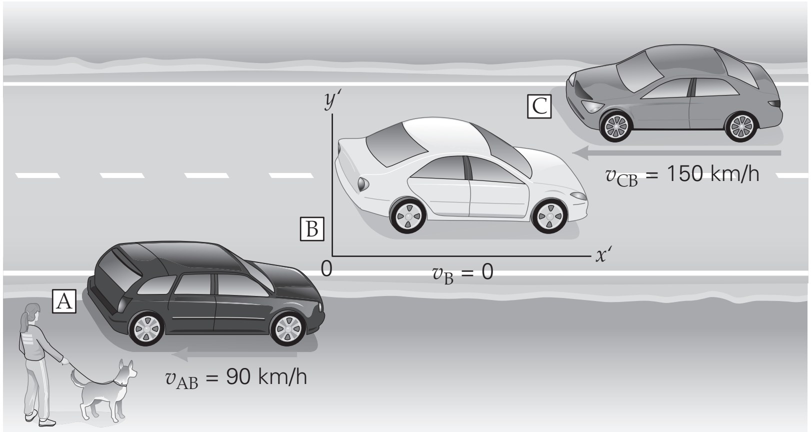
La persona del auto A vería que el automóvil C se acerca (en el sentido x negativa) con una rapidez de 60 km/h.

No obstante, suponga que nos interesa conocer las velocidades de los otros autos *relativas al automóvil B* (es decir, desde el punto de vista de un observador en el auto B) o relativas a un conjunto de ejes de coordenadas, cuyo origen está fijo en el automóvil B (figura 1.19b). Relativo a esos ejes, el automóvil B no se está moviendo: actúa como punto de referencia fijo. Los otros automóviles se están moviendo relativos al automóvil B. La velocidad del auto C relativa al auto B es

$$\vec{\mathbf{v}}_{CB} = \vec{\mathbf{v}}_C - \vec{\mathbf{v}}_B = (-60\text{ km/h})\,\hat{\mathbf{x}} - (+90\text{ km/h})\,\hat{\mathbf{x}} = (-150\text{ km/h})\,\hat{\mathbf{x}}$$



a)



b)

c)

◀ **FIGURA 1.19 Velocidad relativa** La velocidad observada de un automóvil depende del marco de referencia, o es relativa a éste. Las velocidades que se muestran en *a*) son relativas al suelo o al automóvil estacionado. En *b*), el marco de referencia es con respecto al auto B, y las velocidades son las que observaría el conductor de este automóvil. (Véase el texto como descripción.) *c*) Estos aviones, que realizan reabastecimiento de combustible en el aire, por lo general se describen como en movimiento a cientos de kilómetros por hora. ¿A qué marco de referencia se refieren esas velocidades? ¿Qué velocidades tienen uno relativo al otro?

De forma similar, el auto A tiene una velocidad relativa al auto B de

$$\vec{\mathbf{v}}_{AB} = \vec{\mathbf{v}}_A - \vec{\mathbf{v}}_B = 0 - (+90\ \text{km/h})\,\hat{\mathbf{x}} = (-90\ \text{km/h})\,\hat{\mathbf{x}}$$

Observemos que, relativos a B, los otros autos se están moviendo en el sentido x negativa. Es decir, C se está aproximando a B con una velocidad de 150 km/h en el sentido x negativa, y A parece estarse alejando de B con una velocidad de 90 km/h en el sentido x negativa. (Imaginemos que estamos en el auto B, y tomemos esa posición como estacionaria. El auto C parecería venir hacia nosotros a gran rapidez, y el auto A se estaría quedando cada vez más atrás, como si se estuviera moviendo en reversa relativo a nosotros.) En general, observe que,

$$\vec{\mathbf{v}}_{AB} = -\vec{\mathbf{v}}_{BA}$$

¿Qué sucede con las velocidades de los autos A y B relativas al auto C? Desde el punto de vista (o de referencia) del automóvil C, los autos A y B parecerían estarse aproximando, o moviéndose en el sentido x positiva. Para la velocidad de B relativa a C, tenemos

$$\vec{\mathbf{v}}_{BC} = \vec{\mathbf{v}}_B - \vec{\mathbf{v}}_C = (90\ \text{km/h})\,\hat{\mathbf{x}} - (-60\ \text{km/h})\,\hat{\mathbf{x}} = (+150\ \text{km/h})\,\hat{\mathbf{x}}$$

¿Puede el lector demostrar que $\vec{\mathbf{v}}_{AC} = (+60\ \text{km/h})\,\hat{\mathbf{x}}$? Tome en cuenta también la situación en la figura 1.19c.

En algunos casos, podríamos tener que trabajar con velocidades que se toman con respecto a diferentes puntos de referencia. En tales casos obtendremos las velocidades relativas sumando vectores. Para resolver problemas de este tipo, *es indispensable identificar cuidadosamente los puntos de referencia de las velocidades*.

Examinemos primero un ejemplo unidimensional (rectilíneo). Suponga que un andador móvil recto en un gran aeropuerto se mueve con una velocidad de $\vec{\mathbf{v}}_{wg} = (+1.0\ \text{m/s})\,\hat{\mathbf{x}}$, donde los subíndices indican la velocidad del andador (w) relativa al suelo (g). Un pasajero (p) en el andador (w) quiere transbordar a otro avión y camina con una velocidad de $\vec{\mathbf{v}}_{pw} = (+2.0\ \text{m/s})\ \hat{\mathbf{x}}$ relativa al andador. ¿Qué velocidad tiene el pasajero relativa a un observador que está parado junto al andador (es decir, relativa al suelo)?

La velocidad que buscamos, $\vec{\mathbf{v}}_{pg}$, está dada por

$$\vec{\mathbf{v}}_{pg} = \vec{\mathbf{v}}_{p\underline{w}} + \vec{\mathbf{v}}_{\underline{w}g} = (2.0\ \text{m/s})\ \hat{\mathbf{x}} + (1.0\ \text{m/s})\ \hat{\mathbf{x}} = (3.0\ \text{m/s})\ \hat{\mathbf{x}}$$

Así, el observador estacionario ve que el pasajero viaja con una rapidez de 3.0 m/s por el andador. (Haga un dibujo que muestre la suma de vectores.) A continuación tenemos una explicación del uso correcto de los símbolos w.

Sugerencias para resolver problemas

Observe el patrón de los subíndices en este ejemplo. En el miembro derecho de la ecuación, los dos subíndices internos de los cuatro subíndices que hay en total son el mismo (w). Básicamente el andador (w) se utiliza como un marco de referencia intermedio. Los subíndices externos (p y g) son, en ese orden, los mismos de la velocidad relativa que está en el miembro izquierdo de la ecuación. Al sumar velocidades relativas, siempre compruebe que los subíndices tengan esta relación: indica que la ecuación se planteó correctamente.

¿Qué tal si un pasajero se sube en el mismo andador pero en la dirección contraria y camina con la misma rapidez que el andador? Ahora es indispensable indicar con un signo menos la dirección en la que está caminando el pasajero: $\vec{\mathbf{v}}_{pw} = (-1.0\ \text{m/s})\ \hat{\mathbf{x}}$. En este caso, relativo al observador estacionario,

$$\vec{\mathbf{v}}_{pg} = \vec{\mathbf{v}}_{p\underline{w}} + \vec{\mathbf{v}}_{\underline{w}g} = (-1.0\ \text{m/s})\ \hat{\mathbf{x}} + (1.0\ \text{m/s})\ \hat{\mathbf{x}} = 0$$

así que el pasajero está estacionario respecto al suelo, y el andador actúa como banda de ejercicio. (¡Excelente actividad física!)

Velocidades relativas en dos dimensiones

Desde luego que las velocidades no siempre son en direcciones iguales u opuestas. No obstante, si sabemos usar componentes rectangulares para sumar y restar vectores, seremos capaces de resolver problemas de velocidades relativas en dos dimensiones, como ilustran los ejemplos 1.11 y 1.12.

Ejemplo 1.11 ■ Al otro lado del río y río abajo: velocidad relativa y componentes de movimiento

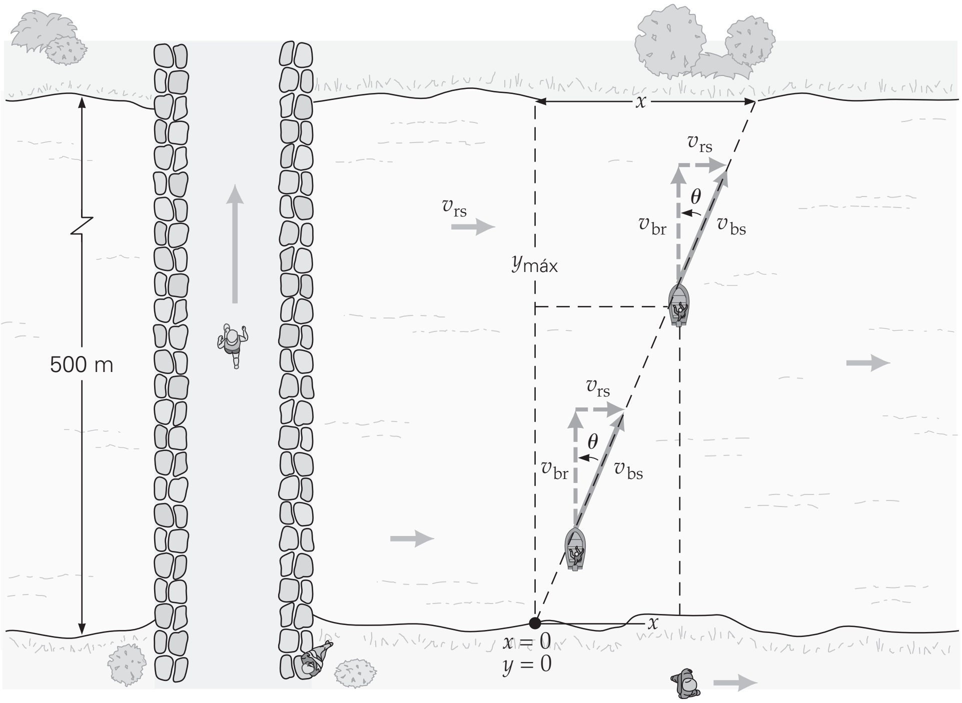
La corriente de un río recto de 500 m de anchura fluye a 2.55 km/h. Una lancha de motor que viaja con rapidez constante de 8.00 km/h en aguas tranquilas cruza el río (▸figura 1.20). *a*) Si la proa de la lancha apunta directamente hacia la otra orilla del río, ¿qué velocidad tendrá la lancha relativa al observador estacionario que está sentado en la esquina del puente? *b*) ¿A qué distancia río abajo tocará tierra la lancha, relativa al punto directamente opuesto a su punto de partida?

Razonamiento. Es muy importante designar con cuidado las cantidades dadas: ¿la velocidad de qué, relativa a qué? Una vez hecho esto, debería ser sencillo el inciso *a*. (Véase la Sugerencia para resolver problemas anterior.) Para los incisos *b* y *c* usaremos cinemática, donde la clave es el tiempo que la lancha tarda en cruzar el río.

Solución. Como se indica en la figura 1.20, tomamos como dirección x la que tiene la velocidad de flujo del río ($\vec{\mathbf{v}}_{rs}$, río a orilla), así que la velocidad de la lancha ($\vec{\mathbf{v}}_{br}$, lancha a río) está en la dirección y. Cabe señalar que la velocidad de flujo del río es *relativa a la orilla* y que la velocidad de la lancha es *relativa al río*, como indican los subíndices. Tenemos una lista de los datos:

Dado: $y_{\text{máx}} = 500$ m (anchura del río)
$\vec{\mathbf{v}}_{rs} = (2.55\ \text{km/h})\ \hat{\mathbf{x}}$ (velocidad del río
$= (0.709\ \text{m/s})\ \hat{\mathbf{x}}$ *relativa a la orilla*)
$\vec{\mathbf{v}}_{br} = (8.00\ \text{km/h})\ \hat{\mathbf{y}}$
$= (2.22\ \text{m/s})\ \hat{\mathbf{y}}$ (velocidad de lancha *relativa al río*)

Encuentre: *a*) $\vec{\mathbf{v}}_{bs}$ (velocidad de lancha *relativa a la orilla*)
b) x (distancia río abajo)



▲ **FIGURA 1.20 Velocidad relativa y componentes de movimiento** Conforme la lancha cruza el río, es arrastrada río abajo por la corriente. Véase el ejemplo 1.11.

Vemos que, a medida que la lancha avanza hacia la orilla opuesta, también es arrastrada río abajo por la corriente. Estos componentes de velocidad serían muy evidentes relativos al corredor que cruza el puente y al individuo que tranquilamente pasea río abajo en la figura 1.20. Si ambos observadores se mantienen al parejo de la lancha, la velocidad de cada uno igualará uno de los componentes de la velocidad de la lancha. Puesto que los componentes de velocidad son constantes, la lancha avanza en línea recta y cruza el río diagonalmente (de forma muy parecida a la pelota que rueda por la mesa en el ejemplo 1.1).

a) La velocidad de la lancha relativa a la orilla ($\vec{\mathbf{v}}_{bs}$) se obtiene por suma de vectores. En este caso, tenemos

$$\vec{\mathbf{v}}_{bs} = \vec{\mathbf{v}}_{br} + \vec{\mathbf{v}}_{rs}$$

Puesto que las velocidades no están sobre un eje, no podemos sumar directamente sus magnitudes. En la figura 1.20 vemos que los vectores forman un triángulo rectángulo, así que aplicamos el teorema de Pitágoras para encontrar la magnitud de v_{bs}:

$$v_{bs} = \sqrt{v_{br}^2 + v_{rs}^2} = \sqrt{(2.22\text{ m/s})^2 + (0.709\text{ m/s})^2}$$
$$= 2.33\text{ m/s}$$

La dirección de esta velocidad está definida por

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v_{rs}}{v_{br}}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{0.709\text{ m/s}}{2.22\text{ m/s}}\right) = 17.7°$$

b) Para obtener la distancia x que la lancha es arrastrada río abajo, usamos componentes. Vemos que, en la dirección y, $y_{máx} = v_{br}t$, y

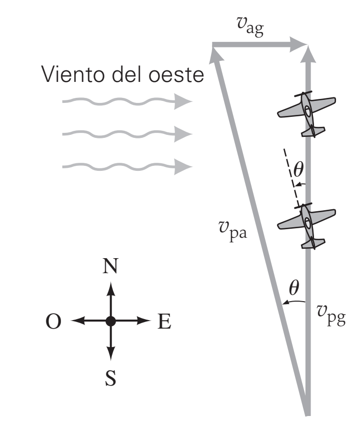
$$t = \frac{y_{máx}}{v_{br}} = \frac{500\text{ m}}{2.22\text{ m/s}} = 225\text{ s}$$

que es el tiempo que la lancha tarda en cruzar el río.

Durante ese tiempo, la corriente arrastra la lancha una distancia de

$$x = v_{rs}t = (0.709\text{ m/s})(225\text{ s}) = 160\text{ m}$$

Ejercicio de refuerzo. ¿Cuál es la distancia que recorre la lancha cuando cruza el río?



▲ **FIGURA 1.21 Vuelo contra el viento** Para volar directamente al norte, el rumbo (dirección θ) de la nave debe ser al noroeste. Véase el ejemplo 1.12.

Ejemplo 1.12 ■ Volar contra el viento: velocidad relativa

Una aeronave con una rapidez respecto al aire de 200 km/h (su rapidez en aire estacionario) vuela en una dirección tal que, cuando sopla un viento del oeste de 50.0 km/h, avanza en línea recta hacia el norte. (La dirección del viento se especifica por la dirección *desde* la cual sopla, así que un viento del oeste empuja hacia el este.) Para mantener su curso directamente al norte, el avión debe volar con cierto ángulo, como se ilustra en la ◂figura 1.21. ¿Qué rapidez tiene la nave a lo largo de su trayectoria al norte?

Razonamiento. Aquí también son importantes las designaciones de velocidad, pero la figura 1.21 muestra que los vectores de velocidad forman un triángulo rectángulo, así que calculamos la magnitud de la velocidad desconocida utilizando el teorema de Pitágoras.

Solución. Como siempre, es importante identificar el marco de referencia de las velocidades dadas.

Dado: $\vec{\mathbf{v}}_{pg} = 200$ km/h con ángulo θ (velocidad de la nave respecto al aire estacionario = rapidez del aire)
$\vec{\mathbf{v}}_{ag} = 50.0$ km/h este (velocidad del aire respecto a la Tierra, o al suelo = velocidad del viento)
El avión vuela al norte con velocidad $\vec{\mathbf{v}}_{pg}$

Encuentre: v_{pg} (rapidez de la nave)

La rapidez del avión (nave) respecto a la Tierra, o al suelo, es v_{pg}, es su rapidez respecto al aire. Vectorialmente, las velocidades respectivas tienen esta relación:

$$\vec{\mathbf{v}}_{pg} = \vec{\mathbf{v}}_{pa} + \vec{\mathbf{v}}_{ag}$$

Si no soplara el viento ($v_{ag} = 0$), la rapidez del avión respecto al aire y respecto al suelo serían idénticas. Sin embargo, un viento de frente (soplando directamente hacia el avión) reduciría la rapidez respecto al suelo, y un viento de cola la aumentaría. La situación es análoga a la de una embarcación que navega contra la corriente o corriente abajo, respectivamente.

Aquí, $\vec{\mathbf{v}}_{pg}$ es la resultante de los otros dos vectores, que pueden sumarse por el método del triángulo. Usamos el teorema de Pitágoras para obtener v_{pg}, teniendo en cuenta que v_{pa} es la hipotenusa del triángulo:

$$v_{pg} = \sqrt{v_{pa}^2 - v_{ag}^2} = \sqrt{(200\text{ km/h})^2 - (50.0\text{ km/h})^2} = 194\text{ km/h}$$

(Es conveniente usar las unidades de kilómetros por hora, ya que en el cálculo no intervienen otras unidades.)

Ejercicio de refuerzo. ¿Qué rumbo (dirección θ) debe tomar el avión en este ejemplo para avanzar directamente hacia el norte?

Repaso del capítulo

- El movimiento en dos dimensiones se analiza considerando sus componentes rectilíneos. El factor que vincula a los componentes es el tiempo.

Componentes de la velocidad inicial:

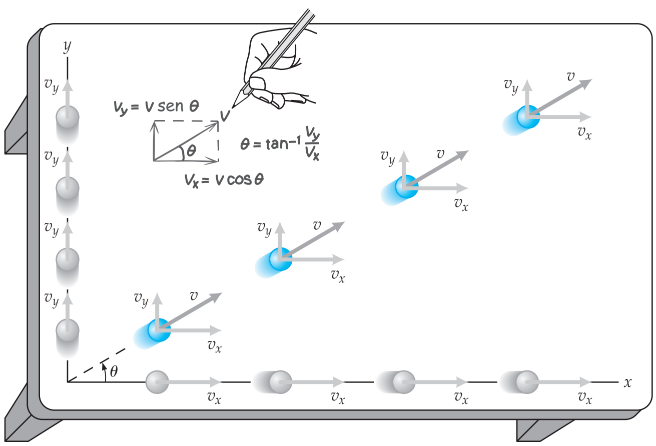
$$v_x = v_o \cos\theta \tag{1.1a}$$

$$v_y = v_o \operatorname{sen}\theta \tag{1.1b}$$

Componentes de desplazamiento *(sólo aceleración constante):*

$$x = x_o + v_{x_o}t + \tfrac{1}{2}a_x t^2 \tag{1.3a}$$

$$y = y_o + v_{y_o}t + \tfrac{1}{2}a_y t^2 \tag{1.3b}$$



Componente de velocidad *(sólo aceleración constante):*

$$v_x = v_{x_o} + a_x t \quad (1.3c)$$
$$v_y = v_{y_o} + a_y t \quad (1.3d)$$

- De los diversos métodos de suma vectorial, el método de componentes es el más útil. Un vector resultante se puede expresar en **forma de magnitud-ángulo** o en **forma de componentes con vectores unitarios**.

Representación de vectores:

$$\left.\begin{aligned} C &= \sqrt{C_x^2 + C_y^2} \\ \theta &= \tan^{-1}\left|\frac{C_y}{C_x}\right| \end{aligned}\right\} \textit{(forma de magnitud-ángulo)} \quad (1.4a)$$

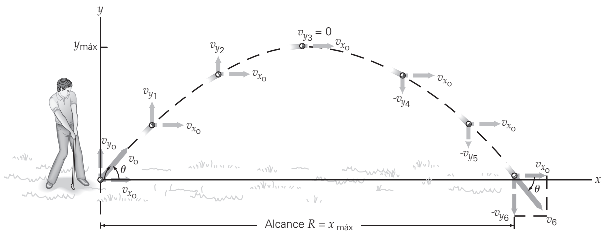
$$\vec{\mathbf{C}} = C_x\hat{\mathbf{x}} + C_y\hat{\mathbf{y}} \quad \textit{(forma de componentes)} \quad (1.7)$$

- El movimiento de proyectiles se analiza considerando los componentes horizontales y verticales por separado: velocidad constante en la dirección horizontal y una aceleración debida a la gravedad, g, en la dirección vertical hacia abajo. (Entonces, las ecuaciones anteriores para aceleración constante tienen una aceleración de $a = -g$ en vez de a.)

- **Alcance (*R*)** es la distancia horizontal máxima recorrida.

$$R = \frac{v_o^2 \operatorname{sen} 2\theta}{g} \quad \textit{alcance del proyectil, } x_{\text{máx}} \ \textit{(sólo para } y_{\text{inicial}} = y_{\text{final}}\textit{)} \quad (1.11)$$

$$R_{\text{máx}} = \frac{v_o^2}{g} \quad (y_{\text{inicial}} = y_{\text{final}}) \quad (1.12)$$



- La **velocidad relativa** se expresa en relación con un marco de referencia específico.

Ejercicios

Los ejercicios designados **OM** *son preguntas de opción múltiple; los* **PC** *son preguntas conceptuales; y los* **EI** *son ejercicios integrados. A lo largo del texto, muchas secciones de ejercicios incluirán ejercicios "apareados". Estos pares de ejercicios, que se identifican con números subrayados, pretenden ayudar al lector a resolver problemas y aprender. La respuesta a los ejercicios de número impar se da al final del libro.*

1.1 Componentes del movimiento

1. **OM** En ejes cartesianos, el componente x de un vector generalmente se asocia con *a*) un coseno, *b*) un seno, *c*) una tangente o *d*) ninguna de las anteriores.

2. **OM** La ecuación $x = x_o + v_{x_o}t + \frac{1}{2}a_x t^2$ se aplica *a*) a todos los problemas de cinemática, *b*) sólo si v_{yo} es cero, *c*) a aceleraciones constantes, *d*) a tiempos negativos.

3. **OM** Para un objeto en movimiento curvilíneo, *a*) los componentes de velocidad son constantes, *b*) el componente de velocidad y necesariamente es mayor que el componente de velocidad x, *c*) hay una aceleración no paralela a la trayectoria del objeto, o *d*) los vectores de velocidad y aceleración deben estar a ángulos rectos (a 90°).

4. **PC** ¿El componente x de un vector puede ser mayor que la magnitud del vector? ¿Y qué pasa con el componente y? Explique sus respuestas.

5. **PC** ¿Es posible que la velocidad de un objeto sea perpendicular a la aceleración del objeto? Si es así, describa el movimiento.

6. **PC** Describa el movimiento de un objeto que inicialmente viaja con velocidad constante y luego recibe una aceleración de magnitud constante *a*) en una dirección paralela a la velocidad inicial, *b*) en una dirección perpendicular a la velocidad inicial y *c*) que siempre es perpendicular a la velocidad instantánea o dirección de movimiento.

7. **EI** ● Una pelota de golf se golpea con una rapidez inicial de 35 m/s con un ángulo menor que 45° sobre la horizontal. *a*) El componente horizontal de velocidad es 1. mayor que, 2) igual a o 3) menor que el componente vertical de velocidad. ¿Por qué? *b*) Si la pelota se golpea con un ángulo de 37°, ¿qué componentes horizontal y vertical de velocidad inicial tendrá?

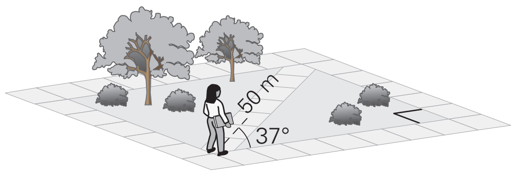
8. **EI** ● Los componentes x y y de un vector de aceleración son 3.0 y 4.0 m/s^2, respectivamente. *a*) La magnitud del vector de aceleración es 1) menor que 3.0 m/s^2, 2) entre 3.0 y 4.0 m/s^2, 3) entre 4.0 y 7.0 m/s^2, 4) igual a 7 m/s^2. *b*) ¿Cuál es la magnitud y dirección de el vector aceleración?

9. ● Si la magnitud de un vector de velocidad es 7.0 m/s y el componente x es 3.0 m/s, ¿cuál es el componente y?

10. ●● El componente x de un vector de velocidad que forma un ángulo de 37° con el eje $+x$ tiene una magnitud de 4.8 m/s. *a*) ¿Qué magnitud tiene la velocidad? *b*) ¿Qué magnitud tiene el componente y de la velocidad?

11. **EI** ●● Un estudiante camina 100 m al oeste y 50 m al sur. *a*) Para volver al punto de partida, el estudiante debe caminar en términos generales 1) al sur del oeste, 2) al norte del este, 3) al sur del este o 4) al norte del oeste. *b*) ¿Qué desplazamiento llevará al estudiante al punto de partida?

12. ●● Una estudiante pasea diagonalmente por una plaza rectangular plana en su universidad, y cubre la distancia de 50 m en 1.0 min (▼figura 1.22). *a*) Si la ruta diagonal forma un ángulo de 37° con el lado largo de la plaza, ¿qué distancia habría recorrido la estudiante, si hubiera caminado dando media vuelta a la plaza en vez de tomar la ruta diagonal? *b*) Si la estudiante hubiera caminado la ruta exterior en 1.0 min con rapidez constante, ¿en cuánto tiempo habría caminado cada lado?



▲ **FIGURA 1.22 ¿Por dónde?** Véase el ejercicio 12.

13. ●● Una pelota rueda con velocidad constante de 1.50 m/s formando un ángulo de 45° por debajo del eje $+x$ en el cuarto cuadrante. Si definimos que la pelota está en el origen en $t = 0$, ¿qué coordenadas (x, y) tendrá 1.65 s después?

14. ●● Una pelota que rueda sobre una mesa tiene una velocidad cuyos componentes rectangulares son $v_x = 0.60$ m/s y $v_y = 0.80$ m/s. ¿Qué desplazamiento tiene la pelota en un intervalo de 2.5 s?

15. ●● Un avión pequeño despega con una velocidad constante de 150 km/h y un ángulo de 37°. A los 3.00 s, *a*) ¿a qué altura sobre el suelo está el avión y *b*) qué distancia horizontal habrá recorrido desde el punto de despegue?

16. **EI** ●● Durante parte de su trayectoria (que dura exactamente 1 min) un misil viaja con una rapidez constante de 2000 mi/h y mantiene un ángulo de orientación constante de 20° con respecto a la vertical. *a*) Durante esta fase, ¿qué es verdad con respecto a sus componentes de velocidad?: 1) $v_y > v_x$, 2) $v_y = v_x$ o 3) $v_y < v_x$. [*Sugerencia:* trace un dibujo y tenga cuidado con el ángulo.] *b*) Determine analíticamente los dos componentes de velocidad para confirmar su elección en el inciso *a* y calcule también qué tan lejos se elevará el misil durante este tiempo.

17. ●● En el instante en que una pelota desciende rodando por una azotea, tiene un componente horizontal de velocidad de +10.0 m/s y un componente vertical (hacia abajo) de 15.0 m/s. *a*) Determine el ángulo del techo. *b*) ¿Cuál es la rapidez de la pelota al salir de la azotea?

18. ●● Una partícula se mueve con rapidez de 3.0 m/s en la dirección $+x$. Al llegar al origen, recibe una aceleración continua constante de 0.75 m/s^2 en la dirección $-y$. ¿En qué posición estará la partícula 4.0 s después?

19. ●●● Con rapidez constante de 60 km/h, un automóvil recorre una carretera recta de 700 m que tiene una inclinación de 4.0° respecto a la horizontal. Un observador nota únicamente el movimiento vertical del auto. Calcule *a*) la magnitud de la velocidad vertical del auto y *b*) la distancia vertical que recorrió.

20. ●●● Un beisbolista da un *home run* hacia las gradas del jardín derecho. La pelota cae en una fila que se localiza 135 m horizontalmente con respecto a home y 25.0 m arriba del terreno de juego. Un aficionado curioso mide el tiempo de vuelo en 4.10 s. *a*) Determine los componentes de la velocidad promedio de la pelota. *b*) Determine la magnitud y el ángulo de su velocidad promedio. *c*) Explique por qué no es posible determinar su rapidez promedio a partir de los datos dados.

1.2 Suma y resta de vectores*

21. **OM** Se suman dos vectores con magnitud 3 y 4, respectivamente. La magnitud del vector resultante es *a*) 1, *b*) 7 o *c*) entre 1 y 7.

22. **OM** La resultante de $\vec{\mathbf{A}} - \vec{\mathbf{B}}$ es la misma que la de *a*) $\vec{\mathbf{B}} - \vec{\mathbf{A}}$, *b*) $-\vec{\mathbf{A}} + \vec{\mathbf{B}}$, o *c*) $-(\vec{\mathbf{A}} + \vec{\mathbf{B}})$, *d*) $-(\vec{\mathbf{B}} - \vec{\mathbf{A}})$.

23. **OM** Un vector unitario tiene *a*) magnitud, *b*) dirección, *c*) ninguna de las anteriores, *d*) tanto *a* como *b*.

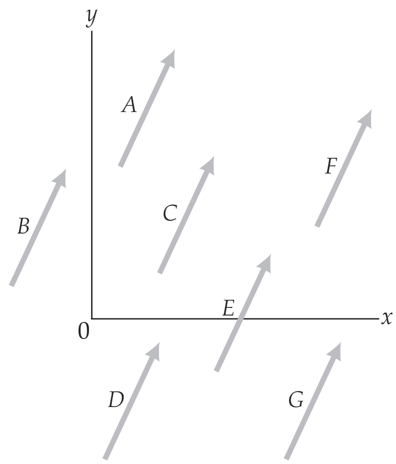
24. **PC** En el ejercicio 21, ¿en qué condiciones la magnitud de la resultante sería igual a 1? ¿Y a 7 o a 5?

25. **PC** ¿Un vector diferente de cero puede tener un componente *x* de cero? Explique su respuesta.

26. **PC** ¿Es posible sumar una cantidad vectorial a una cantidad escalar?

27. **PC** ¿Es posible que $\vec{\mathbf{A}} + \vec{\mathbf{B}}$ sea igual a cero, cuando $\vec{\mathbf{A}}$ y $\vec{\mathbf{B}}$ tienen magnitudes diferentes de cero? Explique su respuesta.

28. **PC** ¿Hay vectores iguales en la ▼figura 1.23?



▲ **FIGURA 1.23 ¿Vectores diferentes?** Véase el ejercicio 28.

29. ● Empleando el método del triángulo, demuestre gráficamente que *a*) $\vec{\mathbf{A}} + \vec{\mathbf{B}} = \vec{\mathbf{B}} + \vec{\mathbf{A}}$ y *b*) si $\vec{\mathbf{A}} - \vec{\mathbf{B}} = \vec{\mathbf{C}}$, entonces $\vec{\mathbf{A}} = \vec{\mathbf{B}} + \vec{\mathbf{C}}$.

30. **EI** ● *a*) ¿La suma de vectores es asociativa? Es decir, $(\vec{\mathbf{A}} + \vec{\mathbf{B}}) + \vec{\mathbf{C}} = \vec{\mathbf{A}} + (\vec{\mathbf{B}} + \vec{\mathbf{C}})$? *b*) Justifique su respuesta gráficamente.

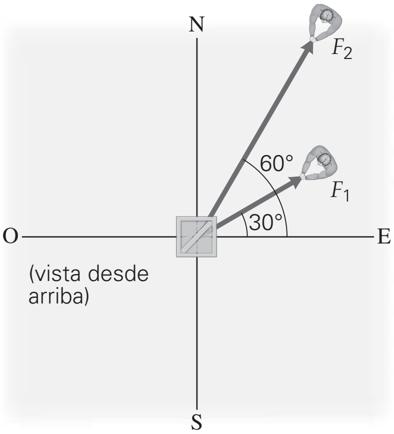
*En esta sección hay unos cuantos ejercicios que usan vectores de fuerza ($\vec{\mathbf{F}}$). Tales vectores deberán sumarse como se haría con vectores de velocidad. La unidad SI de fuerza es el newton (N). Un vector de fuerza podría especificarse como $\vec{\mathbf{F}} = 50$ N con un ángulo de 20°. Cierta familiaridad con los vectores $\vec{\mathbf{F}}$ será muy útil en el capítulo 2.

31. ● Un vector tiene un componente x de -2.5 m y un componente y de 4.2 m. Exprese el vector en forma de magnitud-ángulo.

32. ● Para los dos vectores $\vec{\mathbf{x}}_1 = (20\text{ m})\,\hat{\mathbf{x}}$ y $\vec{\mathbf{x}}_2 = (15\text{ m})\,\hat{\mathbf{x}}$, calcule y muestre gráficamente *a*) $\vec{\mathbf{x}}_1 + \vec{\mathbf{x}}_2$, *b*) $\vec{\mathbf{x}}_1 - \vec{\mathbf{x}}_2$ y *c*) $\vec{\mathbf{x}}_2 - \vec{\mathbf{x}}_1$.

33. ● Durante un despegue (en aire inmóvil), un avión se mueve a una rapidez de 120 mi/h con un ángulo de 20° sobre el suelo. ¿Qué velocidad tiene el avión respecto al suelo?

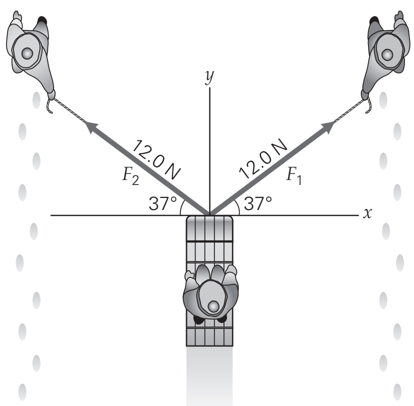
34. ●● Dos muchachos tiran de una caja por un piso horizontal, como se muestra en la ▼figura 1.24. Si $F_1 = 50.0$ N y $F_2 = 100$ N, encuentre la fuerza (o suma) resultante mediante *a*) el método gráfico y *b*) el método de componentes.



◀ **FIGURA 1.24 Suma de vectores de fuerza** Véanse los ejercicios 34 y 54.

35. ●● Para cada uno de los vectores dados, determine un vector que, al sumársele produzca un vector nulo (un vector con magnitud cero). Exprese el vector en la otra forma (componentes o magnitud-ángulo), no en la que se dio. *a*) $\vec{\mathbf{A}} = 4.5$ cm, 40° arriba del eje $+x$; *b*) $\vec{\mathbf{B}} = (2.0\text{ cm})\,\hat{\mathbf{x}} - (4.0\text{ cm})\,\hat{\mathbf{y}}$, *c*) $\vec{\mathbf{C}} = 8.0$ cm con un ángulo de 60° arriba del eje $-x$.

36. **EI** ●● *a*) Si se aumenta al doble cada uno de los dos componentes (x y y) de un vector, 1) la magnitud del vector aumenta al doble, pero la dirección no cambia; 2) la magnitud del vector no cambia, pero el ángulo de dirección aumenta al doble, o 3) tanto la magnitud como el ángulo de dirección del vector aumentan al doble. *b*) Si los componentes x y y de un vector de 10 m a 45° se aumentan al triple, describa el nuevo vector.



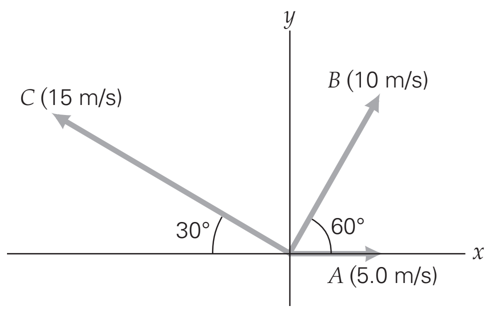
◀ **FIGURA 1.25 Suma de vectores** Vea el ejercicio 37.

37. ●● Dos hermanos están jalando a su otro hermano en un trineo (▼figura 1.25). *a*) Encuentre la resultante (o suma) de los vectores $\vec{\mathbf{F}}_1$ y $\vec{\mathbf{F}}_2$. *b*) Si $\vec{\mathbf{F}}_1$ en la figura estuviera a un ángulo de 27° en vez de 37° con el eje $+x$, ¿cuál sería la resultante (o suma) de $\vec{\mathbf{F}}_1$ y $\vec{\mathbf{F}}_2$?

38. ●● Dados dos vectores $\vec{\mathbf{A}}$, con longitud de 10.0 y angulado 45° bajo el eje $-x$, y $\vec{\mathbf{B}}$, que tiene un componente x de $+2.0$ y un componente y de $+4.0$, *a*) dibuje los vectores en los ejes x-y, con sus "colas" en el origen, y *b*) calcule $\vec{\mathbf{A}} + \vec{\mathbf{B}}$.

39. ●● La velocidad del objeto 1 en forma de componentes es $\vec{\mathbf{v}}_1 = (+2.0\text{ m/s})\,\hat{\mathbf{x}} + (-4.0\text{ m/s})\,\hat{\mathbf{y}}$. El objeto 2 tiene el doble de la rapidez del objeto 1, pero se mueve en dirección contraria. *a*) Determine la velocidad del objeto 2 en notación de componentes. *b*) ¿Cuál es la rapidez del objeto 2?

40. ●● Para los vectores de la ▼figura 1.26, obtenga $\vec{\mathbf{A}} + \vec{\mathbf{B}} + \vec{\mathbf{C}}$.



▲ **FIGURA 1.26 Suma de vectores** Véanse los ejercicios 40 y 41.

41. ●● Para los vectores de velocidad de la figura 1.26, obtenga $\vec{\mathbf{A}} - \vec{\mathbf{B}} - \vec{\mathbf{C}}$.

42. ●● Dados dos vectores $\vec{\mathbf{A}}$ y $\vec{\mathbf{B}}$ con magnitudes A y B, respectivamente, restamos $\vec{\mathbf{B}}$ de $\vec{\mathbf{A}}$ para obtener un tercer vector $\vec{\mathbf{C}} = \vec{\mathbf{A}} - \vec{\mathbf{B}}$. Si la magnitud de $\vec{\mathbf{C}}$ es $C = A + B$, ¿qué orientación relativa tienen los vectores $\vec{\mathbf{A}}$ y $\vec{\mathbf{B}}$?

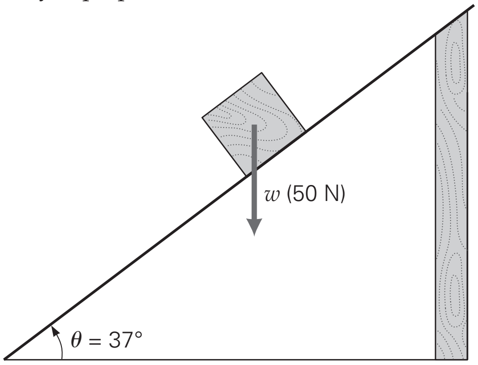
43. ●● En dos movimientos sucesivos de ajedrez, un jugador primero mueve a su reina dos cuadros hacia delante, y luego la mueve tres cuadros hacia la izquierda (desde el punto de vista del jugador). Suponga que cada cuadro mide 3.0 cm de lado. *a*) Si se considera hacia delante (es decir, con dirección hacia el oponente) como el eje positivo y y hacia la derecha como el eje positivo x, indique el desplazamiento neto de la reina en forma de componentes. *b*) ¿En qué ángulo neto se movió la reina en relación con la dirección hacia la izquierda?

<u>44.</u> ●● Dos vectores de fuerza, $\vec{\mathbf{F}}_1 = (3.0\text{ N})\,\hat{\mathbf{x}} - (4.0\text{ N})\,\hat{\mathbf{y}}$ y $\vec{\mathbf{F}}_2 = (-6.0\text{ N})\,\hat{\mathbf{x}} + (4.5\text{ N})\,\hat{\mathbf{y}}$ se aplican a una partícula. ¿Qué tercera fuerza $\vec{\mathbf{F}}_3$ haría que la fuerza neta o resultante sobre la partícula fuera cero?

<u>45.</u> ●● Dos vectores de fuerza, $\vec{\mathbf{F}}_1 = 8.0$ N con un ángulo de 60° arriba del eje $+x$ y $\vec{\mathbf{F}}_2 = 5.5$ N con un ángulo de 45° abajo del eje $+x$, se aplican a una partícula en el origen. ¿Qué tercera fuerza $\vec{\mathbf{F}}_3$ haría que la fuerza neta o resultante sobre la partícula fuera cero?

46. ●● Un estudiante resuelve tres problemas que piden sumar dos vectores distintos, $\vec{\mathbf{F}}_1$ y $\vec{\mathbf{F}}_2$. Indica que las magnitudes de las tres resultantes están dadas por *a*) $F_1 + F_2$, *b*) $F_1 - F_2$ y *c*) $\sqrt{F_1^2 + F_2^2}$. Son posibles estos resultados? Si lo son, describa los vectores en cada caso.

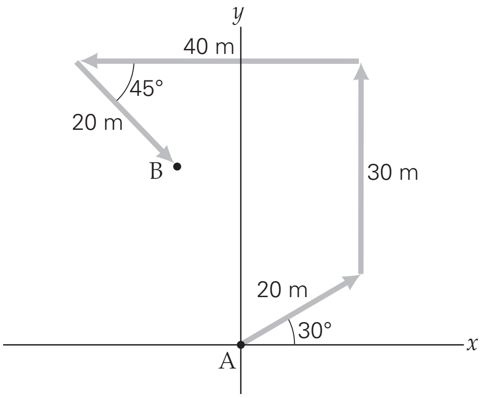
47. ●● Un bloque que pesa 50 N descansa en un plano inclinado. Su peso es una fuerza dirigida verticalmente hacia abajo, como se ilustra en la ▼figura 1.27. Obtenga los componentes de la fuerza, el paralelo a la superficie del plano y el perpendicular a ella.



▲ **FIGURA 1.27 Bloque en un plano inclinado** Véase el ejercicio 47.

48. ●● Dos desplazamientos, uno con una magnitud de 15.0 m y un segundo con una magnitud de 20.0 m, pueden tener cualquier ángulo que usted desee. *a*) ¿Cómo realizaría la suma de estos dos vectores de manera que ésta tenga la mayor magnitud posible? ¿Cuál sería esa magnitud? *b*) ¿Cómo los orientaría de manera que la magnitud de la suma fuera la mínima? ¿Cuál sería ese valor? *c*) Generalice el resultado a cualesquiera dos vectores.

49. ●●● Una persona camina del punto A al punto B como se muestra en la ▼figura 1.28. Calcule su desplazamiento relativo al punto A.

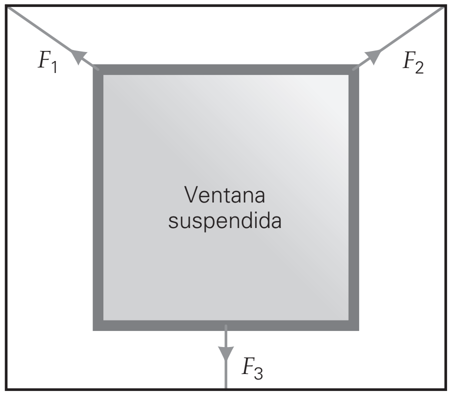


▲ **FIGURA 1.28 Suma de vectores de desplazamiento** Véase el ejercicio 49.

50. **EI** ●●● Una meteoróloga sigue el movimiento de una tormenta eléctrica con un radar Doppler. A las 8:00 P.M., la tormenta estaba 60 mi al noreste de su estación. A las 10:00 P.M., estaba 75 mi al norte. *a*) La dirección general de la velocidad de la tormenta es 1) al sur del este, 2) al norte del oeste, 3) al norte del este o 4) al sur del oeste. *b*) Calcule la velocidad promedio de la tormenta.

51. **EI** ●●● Un controlador de vuelo determina que un avión está 20.0 mi al sur de él. Media hora después, el mismo avión está 35.0 mi al noroeste de él. *a*) La dirección general de la velocidad del avión es 1) al este del sur, 2) al norte del oeste, 3) al norte del este o 4) al oeste del sur. *b*) Si el avión vuela con velocidad constante, ¿qué velocidad mantuvo durante ese tiempo?

52. **EI** ●●● La ▼figura 1.29 representa una ventana decorativa (el cuadro interior grueso), que pesa 100 N y que está suspendida sobre un patio (el cuadro exterior delgado). Los dos cables de las esquinas superiores están, cada uno, a 45° y el izquierdo ejerce una fuerza (F_1) de 100 N sobre la ventana. *a*) ¿Cómo se compara la magnitud de la fuerza que ejerce el cable superior derecho (F_2) con la que ejerce el cable superior izquierdo? 1) $F_2 > F_1$, 2) $F_2 = F_1$ o 3) $F_2 < F_1$. *b*) Utilice su resultado del inciso *a* para determinar la fuerza que ejerce el cable representado en la parte inferior (F_3).



▲ **FIGURA 1.29 Una ventana suspendida sobre un patio** Véase el ejercicio 52.

53. ●●● Un golfista toma posición para su primer *putt* al hoyo que se localiza a 10.5 m exactamente al noroeste de la ubicación de la pelota. Golpea la pelota 10.5 m en línea recta, pero con el ángulo incorrecto, 40° derecho hacia el norte. Para que el golfista logre embocar la pelota con dos golpes, determine *a*) el ángulo del segundo *putt* y *b*) la magnitud del desplazamiento del segundo *putt*. *c*) Explique por qué no es posible determinar la longitud del trayecto del segundo *putt*.

54. ●●● Dos estudiantes tiran de una caja como se muestra en la figura 1.24. Si $F_1 = 100$ N y $F_2 = 150$ N, y un tercer estudiante quiere detener la caja, ¿qué fuerza deberá aplicar?

1.3 Movimiento de proyectiles*

55. **OM** Si se desprecia la resistencia del aire, el movimiento de un objeto proyectado con cierto ángulo consiste en una aceleración uniforme hacia abajo, combinada con *a*) una aceleración horizontal igual, *b*) una velocidad horizontal uniforme, *c*) una velocidad constante hacia arriba o *d*) una aceleración que siempre es perpendicular a la trayectoria del movimiento.

56. **OM** Un balón de fútbol americano se lanza en un pase largo. En comparación con la velocidad horizontal inicial del balón, el componente horizontal de su velocidad en el punto más alto es *a*) mayor, *b*) menor, *c*) el mismo.

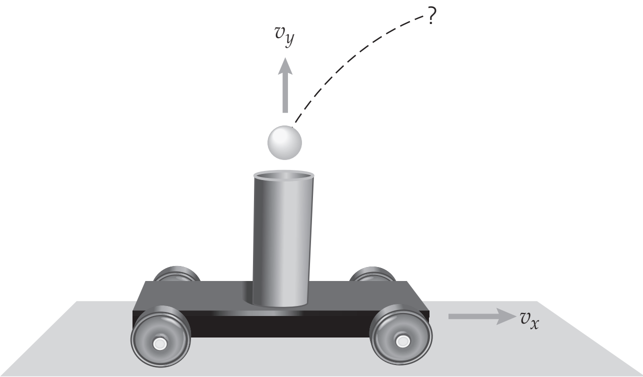
57. **OM** Un balón de fútbol americano se lanza en un pase largo. En comparación con la velocidad vertical inicial del balón, el componente vertical de su velocidad en el punto más alto es *a*) mayor, *b*) menor, *c*) el mismo.

58. **PC** Una pelota de golf se golpea en un *fairway* plano. Cuando cae al suelo, su vector de velocidad ha sufrido un giro de 90°. ¿Con qué ángulo se lanzó la pelota? [*Sugerencia:* véase la figura 1.11.]

*Suponga que los ángulos son exactos, al determinar cifras significativas.

59. **PC** La figura 1.10b muestra una fotografía por destello múltiple de una pelota que cae desde el reposo, al tiempo que otra se proyecta horizontalmente desde la misma altura. Las dos pelotas tocan el suelo al mismo tiempo. ¿Por qué? Explique su respuesta.

60. **PC** En la ▾figura 1.30, un "cañón" accionado por resorte en un carrito dispara verticalmente una esfera metálica. El carrito recibió un empujón para ponerlo en movimiento horizontal con velocidad constante, y se tira de un cordel sujeto a un gatillo para lanzar la esfera, la cual sube y luego vuelve a caer siempre en el cañón en movimiento. ¿Por qué la esfera siempre vuelve a caer en el cañón? Explique su respuesta.



▲ **FIGURA 1.30 Carrito de balística** Véanse los ejercicios 60 y 69.

61. ● Una esfera con rapidez horizontal de 1.0 m/s rueda hasta caerse de una repisa que está a 2.0 m de altura. *a*) ¿Cuánto tardará la esfera en llegar al piso? *b*) ¿Qué tan lejos de un punto en el piso situado directamente abajo del borde de la repisa caerá la esfera?

62. ● Un electrón se expulsa horizontalmente del cañón de electrones de un monitor con una rapidez de 1.5×10^6 m/s. Si la pantalla está a 35 cm del extremo del cañón, ¿qué distancia vertical recorrerá el electrón antes de chocar con la pantalla? Según su respuesta, ¿cree que los diseñadores deban preocuparse por este efecto gravitacional?

63. ● Una esfera rueda horizontalmente con una rapidez de 7.6 m/s y se cae por el borde de una plataforma alta. Si la esfera cae a 8.7 m de un punto en el suelo que está directamente abajo del borde de la plataforma, ¿qué altura tiene la plataforma?

64. ● Se lanza una pelota horizontalmente desde la cima de una colina de 6.0 m de altura, con una rapidez de 15 m/s. ¿Qué tan lejos del punto en el suelo directamente debajo del punto de lanzamiento tocará el suelo la pelota?

65. ● Si el lanzamiento del ejercicio 64 se efectuara en la superficie lunar, donde la aceleración debida a la gravedad es de tan sólo 1.67 m/s^2, ¿qué respuesta se obtendría?

66. ●● Un pitcher lanza una bola rápida horizontalmente con una rapidez de 140 km/h hacia *home*, que está a 18.4 m de distancia. *a*) Si los tiempos combinados de reacción y bateo del bateador suman 0.350 s, ¿durante cuánto tiempo puede mirar el bateador la bola después de que sale de la mano del lanzador, antes de hacer el *swing*? *b*) En su recorrido hacia *home*, ¿qué tanto baja la pelota respecto a su línea horizontal original?

67. **EI** ●● La esfera A rueda con rapidez constante de 0.25 m/s por una mesa que está 0.95 m sobre el piso; y la esfera B rueda por el piso directamente abajo de la primera esfera, con la misma rapidez y dirección. *a*) Cuando la esfera A cae de la mesa al piso, 1) la esfera B está adelante de la A, 2) la esfera B choca con la A o 3) la esfera A queda adelante de la B. ¿Por qué? *b*) Cuando la pelota A toca el piso, ¿a qué distancia del punto directamente abajo del borde de la mesa estarán ambas esferas?

68. ●● Se dejará caer un paquete de abastecimiento desde un avión, de manera que toque tierra en cierto punto cerca de unos excursionistas. El avión se mueve horizontalmente con una velocidad constante de 140 km/h y se acerca al lugar a una altura de 0.500 km sobre el suelo. Al ver el punto designado, el piloto se prepara para soltar el paquete. *a*) ¿Qué ángulo debería haber entre la horizontal y la visual del piloto en el momento de soltar el paquete? *b*) ¿Dónde estará el avión cuando el paquete toque tierra?

69. ●● Un carrito con un cañón accionado por resorte dispara verticalmente una esfera metálica (figura 1.30). Si la rapidez inicial vertical de la esfera es 5.0 m/s y el cañón se mueve horizontalmente a una rapidez de 0.75 m/s, *a*) ¿a qué distancia del punto de lanzamiento la esfera vuelve a caer en el cañón, y *b*) qué sucedería si el cañón estuviera acelerando?

70. ●● Un futbolista patea un balón estacionario dándole una rapidez de 15.0 m/s con un ángulo de 15.0° respecto a la horizontal. *a*) Calcule la altura máxima que alcanza el balón. *b*) Calcule el alcance del balón. *c*) ¿Cómo podría aumentarse el alcance?

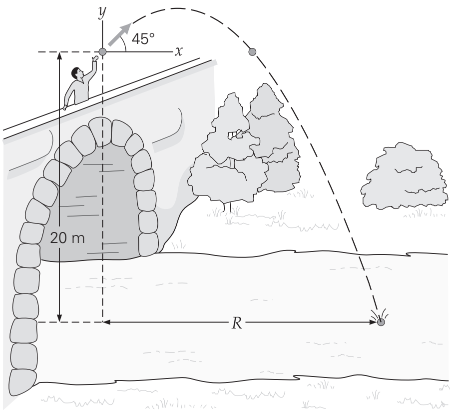
71. ●● Una flecha tiene una rapidez de lanzamiento inicial de 18 m/s. Si debe dar en un blanco a 31 m de distancia, que está a la misma altura, ¿con qué ángulo debería proyectarse?

72. ●● Un astronauta en la Luna dispara un proyectil de un lanzador en una superficie plana, de manera que pueda obtener el alcance máximo. Si el lanzador imparte al proyectil una velocidad inicial de 25 m/s, ¿qué alcance tendrá el proyectil? [*Sugerencia:* la aceleración debida a la gravedad en la Luna es tan sólo la sexta parte que en la Tierra.]

73. ●● En 2004 dos sondas descendieron exitosamente en Marte. La fase final del descenso en el Planeta Rojo consistió en el rebote de las sondas hasta que éstas llegaron al reposo (iban protegidas por "globos" inflados). En un rebote, los datos de telemetría (es decir, los datos electrónicos enviados a la Tierra) indicaron que la sonda inició uno de los rebotes a 25.0 m/s a un ángulo de 20° y tocó la superficie a una distancia de 110 m (y luego rebotó otra vez). Suponiendo que la región de aterrizaje era horizontal, determine la aceleración de la gravedad cerca de la superficie de Marte.

74. ●● En condiciones de laboratorio, el alcance de un proyectil puede utilizarse para determinar su rapidez. Para saber cómo se hace, suponga que una pelota cae rodando por una mesa horizontal y toca el suelo a 1.5 m de la orilla de la mesa. Si la superficie de la mesa está 90 cm por encima del piso, determine *a*) el tiempo que la pelota está en el aire y *b*) la rapidez de la pelota cuando pierde contacto con la mesa.

75. ●● Una piedra lanzada desde un puente 20 m arriba de un río tiene una velocidad inicial de 12 m/s dirigida 45° sobre la horizontal (▾figura 1.31). *a*) ¿Qué alcance tiene la piedra? *b*) ¿Con qué velocidad llega la piedra al agua?

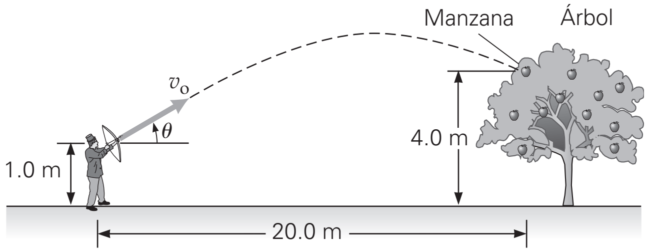


▲ **FIGURA 1.31 Panorama desde el puente** Véase el ejercicio 75.

76. ●● Si la máxima altura que alcanza un proyectil lanzado a nivel del suelo es igual a la mitad de su alcance, ¿cuál será el ángulo de lanzamiento?

77. ●● Se dice que Guillermo Tell atravesó con una flecha una manzana colocada sobre la cabeza de su hijo. Si la rapidez inicial de la flecha disparada fue de 55 m/s y el muchacho estaba a 15 m de distancia, ¿con qué ángulo de lanzamiento dirigió Guillermo la flecha? (Suponga que la flecha y la manzana están inicialmente a la misma altura sobre el suelo.)

78. ●●● Esta vez, Guillermo Tell dispara hacia una manzana que cuelga de un árbol (▼figura 1.32). La manzana está a una distancia horizontal de 20.0 m y a una altura de 4.0 m sobre el suelo. Si la flecha se suelta desde una altura de 1.00 m sobre el suelo y golpea la manzana 0.500 s después, ¿qué velocidad inicial tuvo la flecha?

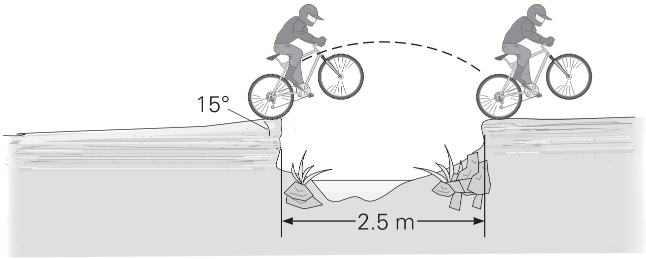


▲ **FIGURA 1.32 Tiro a la manzana** Véase el ejercicio 78. (No está a escala.)

79. ●●● En su práctica, un jugador de hockey lanza un tiro a una distancia horizontal de 15 m de la red (sin que estuviera el portero). La red mide 1.2 m de alto y el disco o puck es golpeado inicialmente a un ángulo de 5.0° por arriba de la horizontal y con una rapidez de 50 m/s. ¿El disco logró entrar en la portería?

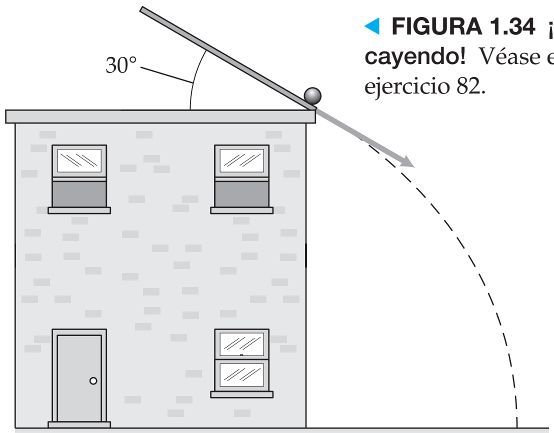
80. ●●● En dos intentos, se lanza una jabalina a ángulos de 35 y 60°, respectivamente, con respecto a la horizontal, desde la misma altura y con la misma rapidez en cada caso. ¿En cuál de los dos casos la jabalina llega más lejos y cuántas veces más? (Suponga que la zona de llegada de las jabalinas está a la misma altura que la zona de lanzamiento.)

81. ●●● Una zanja de 2.5 m de anchura cruza una ruta para bicicletas (▼figura 1.33). Se ha construido una rampa ascendente de 15° en el acercamiento, de manera que el borde superior de la rampa esté a la altura de la parte más alta de la zanja. ¿Con qué rapidez mínima debe llegar una bicicleta para salvar la zanja? (Añada 1.4 m al alcance para que la parte trasera de la bicicleta libre la zanja.)



▲ **FIGURA 1.33 Salvar la zanja** Véase el ejercicio 81. (No está a escala.)

82. ●●● Una pelota rueda desde una azotea en un ángulo de 30° con respecto a la horizontal (▼figura 1.34). Cae rodando por la orilla con una rapidez de 5.00 m/s. La distancia desde ese punto hasta el suelo es de dos pisos o 7.00 m. *a*) ¿Durante cuánto tiempo está la pelota en el aire? *b*) ¿A qué distancia de la base de la casa cae la pelota? *c*) ¿Cuál es su rapidez justo antes de que haga contacto con el suelo?



◀ **FIGURA 1.34 ¡Ahí va cayendo!** Véase el ejercicio 82.

83. ●●● Un mariscal de campo lanza un balón —con una velocidad de 50 ft/s a un ángulo 40° arriba de la horizontal— hacia un receptor abierto que está a 30 yd. El pase se suelta 5.0 ft sobre el suelo. Suponga que el receptor está estacionario y que atrapará el balón si éste le llega. ¿Será pase completo? Si no, ¿se quedará corto o "volará" al receptor?

84. ●●● Un jugador de baloncesto de 2.05 m de estatura hace un tiro cuando está a 6.02 m de la canasta (en la línea de tres puntos). Si el ángulo de lanzamiento es de 25° y el balón se lanzó a la altura de la cabeza del jugador, ¿con qué rapidez debe lanzarse para llegar a la canasta, que está 3.05 m sobre el piso?

85. ●●● El hoyo en un *green* de golf plano y elevado está a una distancia horizontal de 150 m del *tee* y a una altura de 12.0 m sobre el *tee.* Una golfista golpea su pelota con un ángulo 10.0° mayor que el de elevación del hoyo sobre el *tee* ¡y logra un hoyo en uno! *a*) Elabore un diagrama de la situación. *b*) Calcule la rapidez inicial de la bola. *c*) Suponga que la siguiente golfista golpea su pelota hacia el hoyo con la misma rapidez, pero con un ángulo 10.5° mayor que el de elevación del hoyo sobre el *tee*. ¿Entrará la bola en el agujero, se quedará corta o lo rebasará?

1.4 Velocidad relativa

86. OM Usted viaja a 70 km/h en un automóvil por un camino recto y horizontal. Un automóvil que viene hacia usted aparece con una rapidez de 130/kmh. ¿Qué tan rápido se aproxima el otro auto: *a*) 130 km/h, *b*) 60 km/h, *c*) 70 km/h o *d*) 80 km/h?

87. **OM** Dos automóviles se aproximan uno al otro sobre una carretera recta y horizontal. El automóvil A viaja a 60 km/h y el automóvil B a 80 km/h. El conductor del auto B ve que el auto A se aproxima con una rapidez de *a*) 60 km/h, *b*) 80 km/h, *c*) 20 km/h, *d*) superior a 100 km/h.

88. **OM** Para la situación planteada en el ejercicio 87, ¿con qué rapidez ve el conductor del automóvil A que se aproxima el automóvil B? *a*) 60 km/h, *b*) 80 km/h, *c*) 20 km/h o *d*) superior a 100 km/h.

89. **PC** Con frecuencia consideramos a la Tierra o al suelo como un marco de referencia estacionario. ¿Es verdadera esta suposición? Explique su respuesta.

90. **PC** Un estudiante camina en una banda sin fin a 4.0 m/s, permaneciendo en el mismo lugar del gimnasio. *a*) Calcule la velocidad del estudiante relativa al piso del gimnasio. *b*) Calcule la rapidez del estudiante relativa a la banda.

91. **PC** Usted corre en la lluvia por una acera recta hacia su residencia. Si la lluvia cae verticalmente relativa al suelo, ¿cómo deberá sostener usted su paraguas para protegerse al máximo de la lluvia? Explique su respuesta.

92. **PC** Cuando se dirige hacia la canasta para hacer una anotación, un jugador de baloncesto por lo general lanza el balón hacia arriba en relación con él mismo. Explique por qué.

93. **PC** Cuando usted viaja en un automóvil que se desplaza rápidamente, ¿en qué dirección lanzaría un objeto hacia arriba de manera que éste regresara a sus manos? Explique por qué.

94. ● Usted viaja en un auto por una autopista recta y plana a 90 km/h y otro automóvil lo rebasa en la misma dirección; el velocímetro del otro auto marca 120 km/h. *a*) Calcule su velocidad relativa al otro conductor. *b*) Calcule la velocidad del otro automóvil relativa a usted.

95. ● Con prisa por aprovechar una ganga en una tienda departamental, una mujer sube por la escalera eléctrica con una rapidez de 1.0 m/s relativa a la escalera, en vez de dejar simplemente que ésta la lleve. Si la escalera tiene una longitud de 20 m y se mueve con una rapidez de 0.50 m/s, ¿cuánto tardará la mujer en subir al siguiente piso?

96. ● Una persona viaja en la caja de una camioneta tipo pick-up que rueda a 70 km/h por un camino recto y plano. La persona lanza una pelota con una rapidez de 15 km/h relativa a la camioneta, en la dirección opuesta al movimiento del vehículo. Calcule la velocidad de la pelota *a*) relativa a un observador estacionario a la orilla del camino y *b*) relativa al conductor de un automóvil que se mueve en la misma dirección que la camioneta, con una rapidez de 90 km/h.

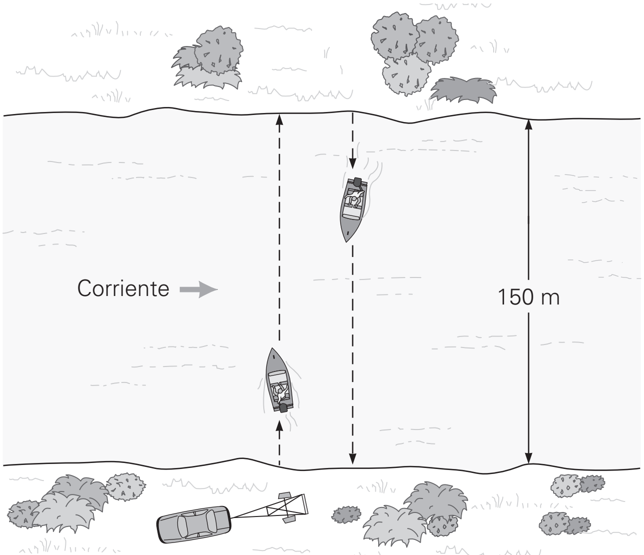
97. ● En el ejercicio 96, calcule las velocidades relativas si la pelota se lanza en la dirección en que avanza la camioneta.

98. ●● En un tramo de 500 m de un río, la rapidez de la corriente es constante de 5.0 m/s. ¿Cuánto tardará una lancha en terminar un viaje redondo (río arriba y río abajo), si su rapidez es de 7.5 m/s relativa al agua?

99. ●● Un andador móvil en un aeropuerto tiene 75 m de longitud y se mueve a 0.30 m/s. Una pasajera, después de recorrer 25 m parada en el andador, comienza a caminar con una rapidez de 0.50 m/s relativa a la superficie del andador. ¿Cuánto tiempo tarda en recorrer la longitud total del andador?

100. **EI** ●● Una nadadora nada al norte con una rapidez de 0.15 m/s relativa al agua cruzando un río, cuya corriente se mueve a 0.20 m/s en dirección al este. *a*) La dirección general de la velocidad de la nadadora, relativa a la ribera, es 1) al norte del este, 2) al sur del oeste, 3) al norte del oeste o 4) al sur del este. *b*) Calcule la velocidad de la nadadora relativa a la ribera.

101. ●● Una lancha que viaja con una rapidez de 6.75 m/s respecto al agua quiere cruzar directamente un río y regresar (▼figura 1.35). La corriente fluye a 0.50 m/s. *a*) ¿Con qué ángulo(s) debe guiarse la lancha? *b*) ¿Cuánto tiempo tardará en hacer el viaje redondo? (Suponga que la rapidez de la lancha es constante en todo momento, y que se da vuelta instantáneamente.)



▲ **FIGURA 1.35 Ida y regreso** Véase el ejercicio 101. (No está a escala.)

102. **EI** ●● Está lloviendo y no hay viento. Cuando usted está sentado en un automóvil estacionado, la lluvia cae verticalmente relativa al auto y al suelo; pero cuando el auto avanza, la lluvia parece golpear el parabrisas con cierto ángulo. *a*) Al aumentar la velocidad del automóvil, este ángulo 1) también aumenta, 2) se mantiene igual o 3) disminuye. ¿Por qué? *b*) Si las lluvias caen con una rapidez de 10 m/s, pero parecen formar un ángulo de 25° relativo a la vertical, ¿con qué rapidez avanza el auto?

103. ●● Si la tasa de flujo de la corriente en un río que corre en línea recta es mayor que la rapidez de una lancha sobre el agua, la lancha no puede viajar *directamente a través* del río. Pruebe este enunciado.

104. **EI** ●● Usted se encuentra en una lancha de motor rápida que es capaz se mantener una rapidez constante de 20.0 m/s en aguas tranquilas. En una sección recta del río la lancha viaja paralelamente a la ribera. Usted nota que tarda 15.0 s en recorrer la distancia entre dos árboles localizados en la orilla del río, los cuales están separados 400 m entre sí. *a*) Usted está viajando 1) a favor de la corriente, 2) en contra de la corriente o 3) no hay corriente. *b*) En el caso de que haya corriente [según lo que determinó en el inciso *a*], calcule la rapidez de ésta.

105. ●● Una lancha de motor es capaz de viajar con una rapidez constante de 5.00 m/s en aguas tranquilas. La lancha se dirige a través de un pequeño río (de 200 m de ancho) a un ángulo de 25° río arriba con respecto a la línea que cruzaría directamente el río. La lancha termina 40.0 m río arriba con respecto a la dirección "que va derecho" cuando llega a la otra orilla. Determine la rapidez de la corriente del río.

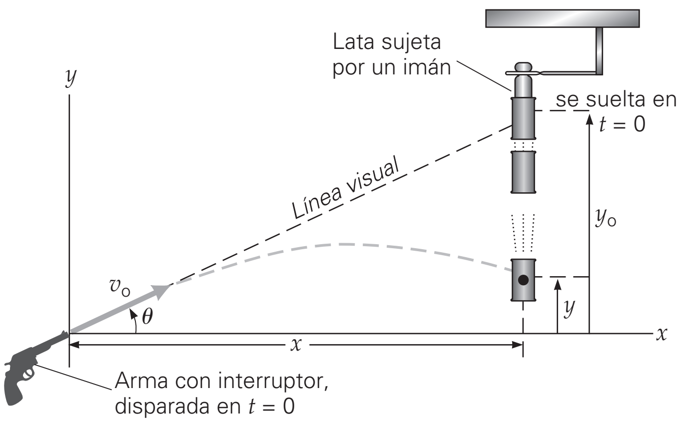
106. ●●● Un comprador se encuentra en un centro comercial en la escalera eléctrica con dirección hacia abajo a un ángulo de 41.8° por debajo de la horizontal, con una rapidez constante de 0.75 m/s. Al mismo tiempo, un niño arroja un paracaídas de juguete desde el piso que está arriba de la escalera eléctrica; el juguete desciende verticalmente con una rapidez constante de 0.50 m/s. Determine la rapidez del paracaídas de juguete como se le observa desde la escalera eléctrica.

107. ●●● Un avión vuela a 150 mi/h (rapidez respecto al aire en reposo) en una dirección tal que, con un viento de 60.0 mi/h que sopla del este al oeste, viaja en línea recta hacia el sur. *a*) ¿Qué rumbo (dirección) debe tomar el avión para volar directamente al sur? *b*) Si el avión debe recorrer 200 mi en dirección sur, ¿cuánto tardará?

Ejercicios adicionales

108. Se intenta anotar un gol de campo cuando el balón está en el centro del campo, a 40 yd de los postes. Si el pateador le da al balón una velocidad de 70 ft/s hacia los postes, a un ángulo de 45° con respecto a la horizontal, ¿será bueno el intento? (El travesaño de los postes está 10 ft por encima del suelo, y el balón debe pasar por encima del travesaño y entre los postes para anotar el gol de campo.)

109. En la ▼figura 1.36 se muestra el instrumental para una demostración en clase. Una arma de fuego se apunta directamente a una lata, que se suelta al mismo tiempo que se dispara el arma. Ésta acertará en tanto la rapidez inicial de la bala sea suficiente para alcanzar el blanco que cae antes de que llegue al piso. Compruebe esta afirmación, utilizando la figura. [*Sugerencia:* observe que $y_o = x \tan \theta$.]

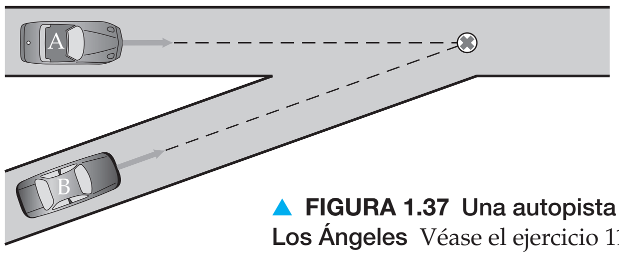


▲ **FIGURA 1.36 Tiro seguro** Véase el ejercicio 109. (No está a escala.)

110. **EI** Un lanzador de peso lanza un tiro desde una distancia vertical de 2.0 m con respecto al suelo (justo por encima de su oreja) con una rapidez de 12.0 m/s. La velocidad inicial es a un ángulo de 20° por encima de la horizontal. Suponga que el suelo es plano. *a*) En comparación con un proyectil lanzado con el mismo ángulo y con la misma rapidez a nivel del suelo, ¿el tiro estaría en el aire 1) durante un tiempo mayor, 2) durante un tiempo menor, o 3) durante la misma cantidad de tiempo? *b*) Justifique su respuesta explícitamente, determine el alcance del tiro y su velocidad justo antes del impacto en notación de vectores (componentes) unitarios.

111. Una de las primeras técnicas para “lanzar” una bomba nuclear consistía no en lanzarla, sino en dejarla caer mientras el avión iba en ascenso a una alta rapidez. La idea era “tirarla” durante el ascenso con un ángulo pronunciado, para dar tiempo a que el avión pudiera alejarse antes de que la bomba estallara. Suponga que el avión viaja a 600 km/h cuando libera la bomba a un ángulo de 75° por encima de la horizontal. Suponga también que el avión libera la bomba a una altura de 4000 m por encima del suelo y que la bomba debe detonar a una altura de 500 m sobre el suelo. Ignorando la resistencia del aire, *a*) ¿cuánto tiempo tiene el avión para alejarse antes de la detonación de la bomba? *b*) ¿Cuál es la altura máxima con respecto al nivel del suelo que alcanza la bomba? *c*) ¿Cuál es la rapidez de la bomba justo cuando estalla?

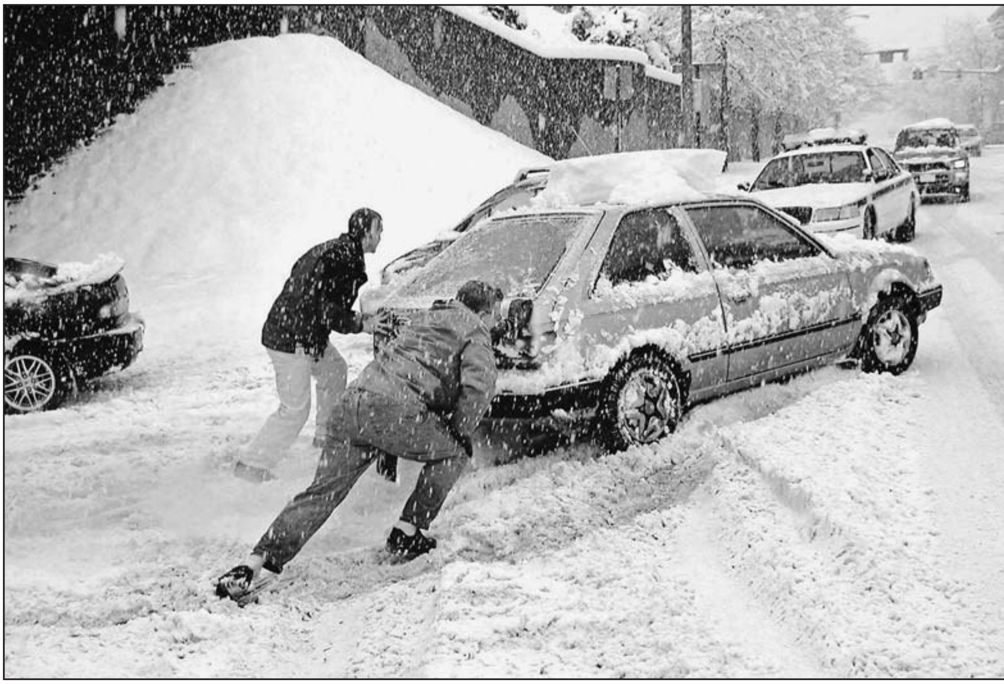
112. El automóvil A circula por una autopista de entronque de Los Ángeles hacia el este con una rapidez constante de 35.0 m/s. El automóvil B está por entrar a la autopista por la rampa de ingreso, y apunta a 10° al norte con respecto a la dirección este desplazándose a 30.0 m/s. (Véase la ▼figura 1.37.) Si los vehículos chocan, será en el punto marcado con una ✖ en la figura, que se localiza sobre la autopista a 350 m de la posición del automóvil A. Utilice el sistema de coordenadas *x*-*y* para representar las direcciones E-O contra N-S. *a*) ¿Cuál es la velocidad del automóvil B en relación con el automóvil A? *b*) Demuestre que los vehículos no chocan en el punto ✖. *c*) Determine a qué distancia están separados los automóviles (y cuál va adelante) cuando el automóvil B llega al punto ✖.



▲ **FIGURA 1.37 Una autopista de Los Ángeles** Véase el ejercicio 112.

CAPÍTULO 2

FUERZA Y MOVIMIENTO



HECHOS DE FÍSICA

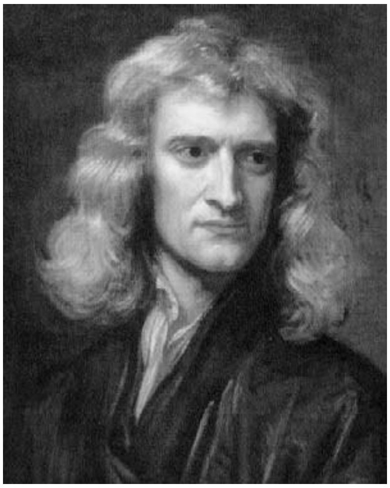
- Isaac Newton nació en la Navidad de 1642, el mismo día en que murió Galileo. (De acuerdo con el calendario gregoriano vigente en la actualidad, la fecha del nacimiento de Newton corresponde al 4 de enero de 1643. Inglaterra no utilizó el calendario gregoriano sino hasta 1752.)
- Newton
  - descubrió que la luz blanca es una mezcla de colores y teorizó que la luz está constituida por partículas —a las que llamó corpúsculos— y no por ondas. En la actualidad se sabe que la luz tiene naturaleza dual, pues se comporta como una onda y está formada por partículas llamadas fotones.
  - desarrolló los fundamentos del cálculo. Por su parte, Gottfried Leibniz, un matemático alemán, desarrolló una versión similar del cálculo. Siempre hubo una amarga disputa entre Newton y Leibniz, sobre quién debería recibir el crédito por lograr la hazaña primero.
  - fabricó el primer telescopio de reflexión con una potencia de 40X.
- El astrónomo Edmond Halley se basó en el trabajo de Newton sobre la gravitación y las órbitas para predecir que un cometa que había observado en 1682 regresaría en 1758. El cometa regresó, tal como él predijo, y en su honor se le puso el nombre de Halley. Al contrario de la creencia generalizada, Halley no descubrió el cometa. Sus apariciones periódicas se habían registrado desde el año 263 a.C., cuando astrónomos chinos lo vieron por primera vez. Halley murió en 1742 y no pudo ver el retorno de su cometa.

No es preciso estudiar física para saber qué se necesita para poner en movimiento el automóvil de la fotografía (o cualquier otra cosa): un empujón o un tirón. Si el desesperado automovilista (o la grúa a la que pronto llamará) puede aplicar suficiente *fuerza*, entonces este vehículo se moverá.

Sin embargo, ¿por qué el automóvil está atorado en la nieve? Su motor puede generar fuerza suficiente. ¿Por qué el conductor no pone simplemente el coche en reversa y sale de ahí? Para que un automóvil pueda moverse, se necesita otra fuerza, además de la que el motor ejerce: *fricción*. Aquí, el problema con toda seguridad es que no hay suficiente fricción entre los neumáticos y la nieve.

En el capítulo 1 aprendimos a analizar el movimiento en términos de cinemática. Ahora nuestra atención se centrará en el estudio de la *dinámica*; es decir, ¿qué causa el movimiento y los cambios de movimiento? Así llegaremos a los conceptos de fuerza e inercia.

Muchos de los primeros científicos se ocuparon del estudio de la fuerza y el movimiento. El científico inglés Isaac Newton (1642-1727 ▸figura 2.1) resumió las diversas relaciones y principios de esos estudiosos pioneros en tres afirmaciones, o leyes, que desde luego se conocen como *leyes de Newton del movimiento*. Estas leyes sintetizan los conceptos de la dinámica. En este capítulo conoceremos lo que Newton pensaba acerca de las fuerzas y el movimiento.



▲ **FIGURA 2.1 Isaac Newton** Newton (1642-1727), una de las más grandes mentes científicas de la historia, realizó aportaciones fundamentales a las matemáticas, la astronomía y varias ramas de la física, entre ellas la óptica y la mecánica. Formuló las leyes del movimiento y de la gravitación universal, y fue uno de los padres del cálculo. Realizó algunos de sus trabajos más trascendentes cuando tan sólo tenía veintitantos años.

Nota: en la notación $\sum \vec{\mathbf{F}}_i$, la letra griega sigma significa "sumatoria de" las fuerzas individuales (como se indica con el subíndice i): $\sum \vec{\mathbf{F}}_i = \vec{\mathbf{F}}_1 + \vec{\mathbf{F}}_2 + \vec{\mathbf{F}}_3 + \cdots$, es decir, una suma vectorial. Como se sobreentienden, a veces se omiten los subíndices i, y escribimos $\sum \vec{\mathbf{F}}$.

2.1 Los conceptos de fuerza y fuerza neta

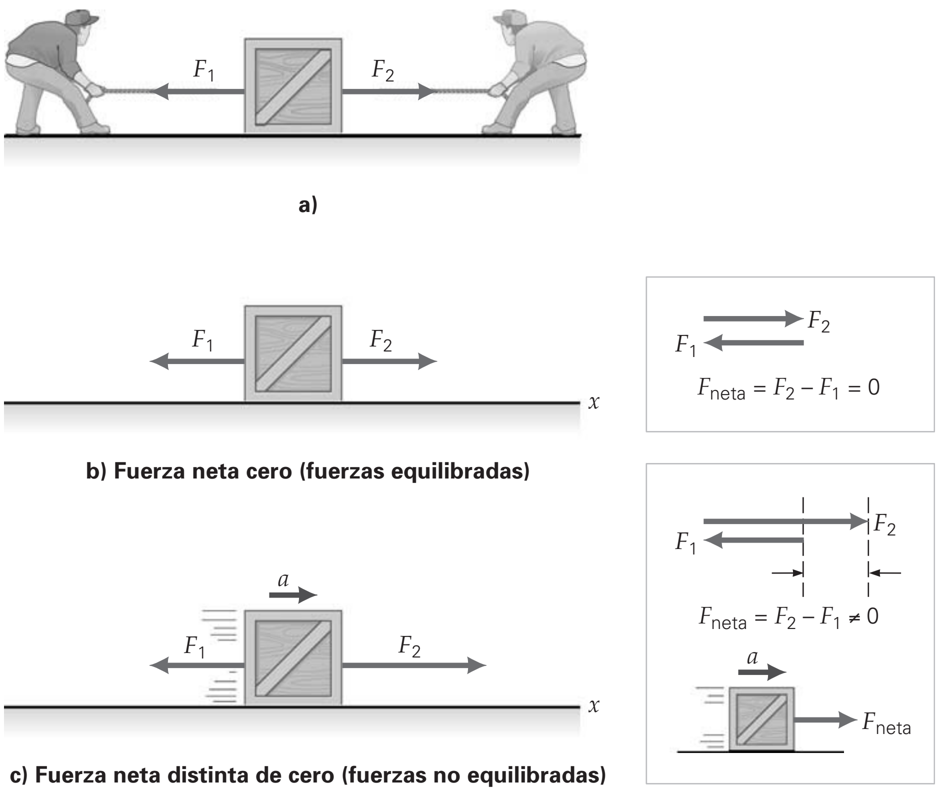
OBJETIVOS: *a*) Relacionar fuerza y movimiento, y *b*) explicar qué es una fuerza neta o no equilibrada.

Primero examinemos de cerca el concepto de fuerza. Resulta sencillo dar ejemplos de fuerzas, pero ¿cómo definiría en general este concepto? Una definición operativa de fuerza se basa en efectos observados. Esto es, describimos una fuerza en términos de lo que hace. Por experiencia propia, sabemos que *las fuerzas pueden producir cambios en el movimiento*. Una fuerza es capaz de poner en movimiento un objeto estacionario. También acelera o frena un objeto en movimiento, o cambia la dirección en que se mueve. En otras palabras, una fuerza puede producir un cambio de velocidad (rapidez o dirección, o ambas); es decir, una aceleración. Por lo tanto, un *cambio* observado en un movimiento, incluido un movimiento desde el reposo, es evidencia de una fuerza. Este concepto nos lleva a una definición común de **fuerza**:

> Una fuerza es algo que puede cambiar el estado de movimiento de un objeto (su velocidad).

La palabra "puede" es muy importante aquí, ya que toma en cuenta la posibilidad de que una fuerza esté actuando sobre un cuerpo; pero que su capacidad para producir un cambio de movimiento esté equilibrada, o se anule, gracias a una o más fuerzas. Entonces, el efecto neto sería cero. Así, una sola fuerza *no necesariamente* produce un cambio de movimiento. No obstante, se sigue que, si una fuerza actúa *sola*, el cuerpo sobre el que actúa *sí* experimentará una aceleración.

Puesto que una fuerza puede producir una aceleración —una cantidad vectorial— la fuerza en sí deberá ser una cantidad vectorial, tanto con magnitud como con dirección. Si varias fuerzas actúan sobre un objeto, lo que nos interesa en muchos casos es su efecto combinado: la fuerza neta. La fuerza neta, $\vec{\mathbf{F}}_{\text{neta}}$, es la suma vectorial $\sum \vec{\mathbf{F}}_i$, o resultante, de todas las fuerzas que actúan sobre un objeto o sistema. (Véase la nota al margen.) Considere las fuerzas opuestas que se ilustran en la ▼figura 2.2a. La fuerza neta es cero cuando fuerzas de igual magnitud actúan en direcciones opuestas (figura 2.2b). Decimos que tales fuerzas están equilibradas. Una fuerza neta distinta de cero es una fuerza no equilibrada (figura 2.2c). En este caso, la situación puede analizarse como si sólo estuviera actuando una fuerza, igual a la fuerza neta. Una fuerza neta no equilibrada, es decir, distinta de cero, produce una aceleración. En algunos casos, la aplicación de una fuerza no equilibrada también podría deformar un objeto,



▶ **FIGURA 2.2 Fuerza neta** ***a*)** Se aplican fuerzas opuestas a una caja de embalaje. ***b*)** Si las fuerzas tienen la misma magnitud, la resultante vectorial, o fuerza neta que actúa sobre la caja, es cero. Decimos que las fuerzas que actúan sobre la caja están equilibradas. ***c*)** Si las fuerzas tienen diferente magnitud, la resultante no es cero. Entonces, sobre la caja actúa una fuerza neta (F_{neta}) distinta de cero (no equilibrada) y produce una aceleración (por ejemplo, una caja inicialmente en reposo se pone en movimiento).

es decir, modificar su forma o su tamaño, o ambos (como veremos en el capítulo 7). Una deformación implica un cambio de movimiento de una parte de un objeto; por lo tanto, hay una aceleración.

En ocasiones, las fuerzas se dividen en dos tipos o clases. La más conocida de estas clases es la de las *fuerzas de contacto*. Estas fuerzas surgen de un contacto físico entre objetos. Por ejemplo, cuando empujamos una puerta para abrirla o lanzamos o pateamos un balón, ejercemos una fuerza de contacto sobre la puerta o el balón.

La otra clase de fuerzas es la de las *fuerzas de acción a distancia*. Esto incluye la gravedad, la fuerza eléctrica entre dos cargas y la fuerza magnética entre dos imanes. La Luna es atraída hacia la Tierra por la gravedad, que la mantiene en órbita, aunque nada parece estar transmitiendo físicamente esa fuerza.

Ahora que entendemos mejor el concepto de fuerza, veamos cómo las leyes de Newton relacionan fuerza y movimiento.

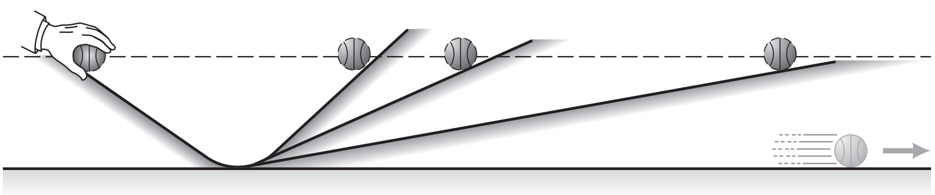
2.2 Inercia y la primera ley de Newton del movimiento

OBJETIVOS: *a*) Plantear y explicar la primera ley de Newton del movimiento, y *b*) describir la inercia y su relación con la masa.

Galileo sentó las bases de la primera ley de Newton del movimiento. En sus investigaciones experimentales, Galileo dejó caer objetos para observar el movimiento bajo la influencia de la gravedad. Sin embargo, la relativamente grande aceleración debida a la gravedad hace que los objetos que caen se muevan con gran rapidez y recorran una distancia considerable en un tiempo corto. Por las ecuaciones de cinemática vemos que, 3.0 s después de dejarse caer, un objeto en caída libre tiene una rapidez de unos 29 m/s (64 mi/h) y habrá caído una distancia de 44 m (o cerca de 48 yd, casi la mitad de la longitud de un campo de fútbol). Por ello, fue muy difícil efectuar mediciones experimentales de distancia en caída libre contra tiempo, con los instrumentos que había en la época de Galileo.

Para reducir las velocidades y poder estudiar el movimiento, Galileo usó esferas que ruedan por planos inclinados. Dejaba que una esfera descendiera rodando por un plano inclinado y luego subiera por otro con diferente grado de inclinación (▼figura 2.3). Observó que la esfera alcanzaba rodando aproximadamente la misma altura en todos los casos; pero rodaba más lejos en la dirección horizontal cuando el ángulo de la pendiente era menor. Si se le permitía rodar por una superficie horizontal, la esfera viajaba una distancia considerable, y más si la superficie se hacía más tersa. Galileo se preguntó qué tan lejos llegaría la esfera si fuera posible hacer perfectamente lisa (sin fricción) la superficie horizontal. Aunque era imposible lograrlo experimentalmente, Galileo razonó que, en ese caso ideal con una superficie infinitamente larga, la esfera continuaría rodando indefinidamente con un movimiento rectilíneo uniforme, pues no habría nada (ninguna fuerza neta) que la hiciera cambiar su movimiento.

Según la teoría de Aristóteles del movimiento, que había sido aceptada durante unos 1500 años antes de la época de Galileo, el estado normal de todo cuerpo es el reposo (con la excepción de los cuerpos celestes, que se pensaba estaban naturalmente en movimiento). Aristóteles probablemente observó que los objetos que se mueven sobre una superficie tienden a bajar su velocidad y detenerse, así que su conclusión le pareció lógica. Galileo, en cambio, concluyó por los resultados de sus experimentos que los cuerpos en movimiento exhiben el comportamiento de mantener ese movimiento, y que si un cuerpo inicialmente está en reposo, se mantendrá en reposo a menos que algo haga que se mueva.



◀ **FIGURA 2.3 Experimento de Galileo** Una pelota rueda más lejos por la pendiente de subida a medida que disminuye el ángulo de inclinación. En una superficie horizontal lisa, la pelota rueda una mayor distancia antes de detenerse. ¿Qué tan lejos llegaría la pelota en una superficie ideal, perfectamente lisa? (En este caso la pelota se deslizaría debido a la ausencia de fricción.)

Galileo llamó inercia a esta tendencia de los objetos a mantener su estado inicial de movimiento. Es decir,

Inercia es la tendencia natural de un objeto a mantener un estado de reposo o de movimiento rectilíneo uniforme (velocidad constante).

Por ejemplo, si usted alguna vez ha intentado detener un automóvil que rueda lentamente, empujándolo, ha sentido su resistencia a un cambio de movimiento, a detenerse. Los físicos describen la propiedad de inercia en términos del comportamiento observado. En la ◂figura 2.4 se ilustra un ejemplo comparativo de inercia. Si los dos sacos de arena tienen la misma densidad (masa por unidad de volumen; véase el capítulo 1), el mayor tendrá más masa y por lo tanto más inercia, lo cual notaremos de inmediato si tratamos de golpear ambos sacos.

Nota: la inercia *no* es una fuerza.

Newton relacionó el concepto de inercia con la masa. Originalmente, señaló que la masa era una cantidad de materia, pero luego la redefinió de la siguiente manera:

La masa es una medida cuantitativa de la inercia.

Es decir, un objeto masivo tiene más inercia, o más resistencia a un cambio de movimiento, que uno menos masivo. Por ejemplo, un automóvil tiene más inercia que una bicicleta.

Primera ley de Newton: la ley de inercia

La **primera ley de Newton del movimiento**, también conocida como *ley de inercia*, resume tales observaciones:

En ausencia de la aplicación una fuerza no equilibrada ($\vec{\mathbf{F}}_{\text{neta}} = 0$), un cuerpo en reposo permanece en reposo, y un cuerpo en movimiento permanece en movimiento con velocidad constante (rapidez y dirección constantes).

Es decir, si la fuerza neta que actúa sobre un objeto es cero, su aceleración será cero. Se movería con velocidad constante, o estaría en reposo: en ambos casos $\Delta\vec{\mathbf{v}} = 0$ o $\vec{\mathbf{v}} =$ es constante.

▲ **FIGURA 2.4** Diferencia de inercia
El saco de arena más grande tiene más masa y por lo tanto más inercia, o resistencia a un cambio de movimiento.

2.3 Segunda ley de Newton del movimiento

OBJETIVOS: *a*) Establecer y explicar la segunda ley de Newton del movimiento, *b*) aplicarla a situaciones físicas y *c*) distinguir entre peso y masa.

Un cambio de movimiento, o aceleración (es decir, un cambio de rapidez o de dirección, o de ambas cuestiones) es evidencia de una fuerza neta. Todos los experimentos indican que la aceleración de un objeto es directamente proporcional a la fuerza neta aplicada, y tiene la dirección de ésta; es decir,

$$\vec{\mathbf{a}} \propto \vec{\mathbf{F}}_{\text{neta}}$$

donde los símbolos en negritas con flechas arriba indican cantidades vectoriales. Por ejemplo, suponga que usted golpea dos pelotas idénticas. Si golpea una segunda pelota idéntica dos veces más fuerte que la primera (es decir, si le aplica el doble de fuerza), debería esperar que la aceleración de la segunda pelota fuera dos veces mayor que la de la primera (pero también en la dirección de la fuerza).

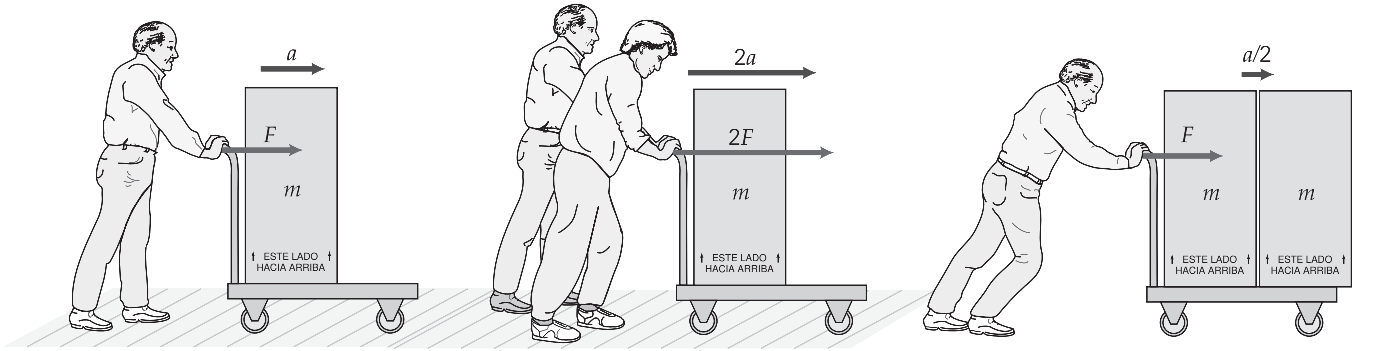
Sin embargo, como reconoció Newton, la inercia o masa del objeto también desempeña un papel. Para una fuerza neta dada, cuanto más masivo sea el objeto, menor será su aceleración. Por ejemplo, si usted golpea con la misma fuerza dos pelotas de diferente masa, la pelota menos masiva experimentaría una aceleración mayor. Es decir, la magnitud de la aceleración es inversamente proporcional a la de la masa.

De manera que tenemos:

$$\vec{\mathbf{a}} \propto \frac{\vec{\mathbf{F}}_{\text{neta}}}{m}$$

es decir, con palabras,

La aceleración de un objeto es directamente proporcional a la fuerza neta que actúa sobre él e inversamente proporcional a su masa. La dirección de la aceleración es la de la fuerza neta aplicada.



a) Una fuerza neta distinta de cero acelera la caja: $a \propto F/m$

b) Si la fuerza neta se duplica, la aceleración se duplica

c) Si la masa se duplica, la aceleración se reduce a la mitad

▲ **FIGURA 2.5 Segunda ley de Newton** Las relaciones entre fuerza, aceleración y masa que se ilustran aquí se expresan con la segunda ley de Newton del movimiento (suponiendo que no hay fricción).

La ▲figura 2.5 presenta algunas ilustraciones de este principio.

Dado que $\vec{\mathbf{F}}_{\text{net}} \propto m\vec{\mathbf{a}}$, la **segunda ley de Newton del movimiento** suele expresarse en forma de ecuación como

$$\vec{\mathbf{F}}_{\text{neta}} = m\vec{\mathbf{a}} \quad \textit{Segunda ley de Newton} \tag{2.1}$$

Unidad SI de fuerza: newton (N) o kilogramo-metro por segundo al cuadrado ($\text{kg} \cdot \text{m/s}^2$)

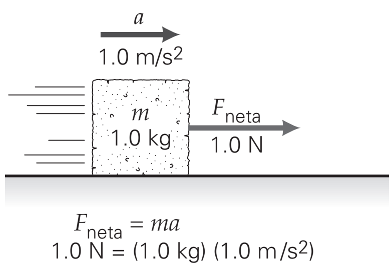
Segunda ley de Newton: fuerza y aceleración

donde $\vec{\mathbf{F}}_{\text{neta}} = \Sigma\vec{\mathbf{F}}_i$. La ecuación 2.1 define la unidad SI de fuerza, que muy adecuadamente se denomina **newton (N)**.

La ecuación 2.1 también indica que (por análisis de unidades) un newton en unidades base se define como $1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2$. Es decir, una fuerza neta de 1 N da a una masa de 1 kg una aceleración de 1 m/s^2 (▸figura 2.6). La unidad de fuerza en el sistema inglés es la libra (lb). Una libra equivale aproximadamente a 4.5 N (en realidad, 4.448 N). Una manzana común pesa cerca de 1 N.

La segunda ley de Newton, $\vec{\mathbf{F}}_{\text{neta}} = m\vec{\mathbf{a}}$, permite el análisis cuantitativo de la fuerza y el movimiento, que consideraríamos como una relación de causa y efecto, donde la fuerza es la causa y la aceleración es el efecto (movimiento).

Observe que si la fuerza neta que actúa sobre un objeto es cero, la aceleración del objeto será cero, y permanecerá en reposo o en movimiento uniforme, lo cual es coherente con la primera ley. En el caso de una fuerza neta distinta de cero (no equilibrada), la aceleración resultante tiene la misma dirección que la fuerza neta.*



▲ **FIGURA 2.6 El newton (N)** Una fuerza neta de 1.0 N que actúa sobre una masa de 1.0 kg produce una aceleración de 1.0 m/s^2 (sobre una superficie sin fricción).

Peso

Podemos usar la ecuación 2.1 para relacionar la masa con el peso. El peso es la fuerza de atracción gravitacional que un cuerpo celeste ejerce sobre un objeto. Para nosotros, esa fuerza es la atracción gravitacional de la Tierra. Es fácil demostrar sus efectos: si dejamos caer un objeto, caerá (acelerará) hacia la Tierra.

Puesto que sólo una fuerza actúa sobre el objeto, su **peso** ($\vec{\mathbf{w}}$) es la fuerza neta $\vec{\mathbf{F}}_{\text{neta}}$, y podemos sustituir la aceleración debida a la gravedad ($\vec{\mathbf{g}}$) por $\vec{\mathbf{a}}$ en la ecuación 2.1. Por lo tanto, en términos de magnitudes, escribimos,

$$w = mg \qquad (F_{\text{neta}} = ma) \tag{2.2}$$

De manera que la magnitud del peso de un objeto con 1.0 kg de masa es $w = mg = (1.0 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2) = 9.8 \text{ N}$.

Así pues, 1.0 kg de masa tiene un peso de aproximadamente 9.8 N, o 2.2 lb, cerca de la superficie de la Tierra. Sin embargo, aunque la relación entre peso y masa dada

*Parecería que la primera ley de Newton es un caso especial de su segunda ley, pero no es así. La primera ley define lo que se conoce como un sistema inercial de referencia: un sistema donde no hay una fuerza neta, que no está acelerando o en el cual un objeto aislado está estacionario o se mueve con velocidad constante. Si se cumple la primera ley de Newton, entonces la segunda ley, en la forma $\mathbf{F}_{\text{neta}} = m\mathbf{a}$, es válida para dicho sistema.

por la ecuación 2.2 es sencilla, hay que tener presente que *la masa es la propiedad fundamental*. La masa no depende del valor de g; el peso sí. Como ya señalamos, la aceleración debida a la gravedad en la Luna es aproximadamente la sexta parte que en la Tierra, por lo que el peso de un objeto en la Luna sería la sexta parte de su peso en la Tierra; pero su masa, que refleja la cantidad de materia que contiene y su inercia, serían las mismas en ambos lugares.

La segunda ley de Newton (junto con el hecho de que $w \propto m$) explica por qué todos los objetos en caída libre tienen la misma aceleración. Considere, por ejemplo, dos objetos que caen; uno de los cuales tiene el doble de masa que el otro. El cuerpo con el doble de masa tiene el doble de peso, es decir, que sobre él actúa una fuerza gravitacional del doble. Sin embargo, el cuerpo más masivo también tiene el doble de inercia, así que se necesitaría el doble de fuerza para imprimirle la misma aceleración. Si expresamos matemáticamente esta relación, escribimos, para la masa menor (m), $F_{\text{neta}}/m = mg/m = g$, y para la masa mayor ($2m$), tenemos la misma aceleración: $a = F_{\text{neta}}/m = 2mg/2m = g$ (▸figura 2.7). En la sección A fondo 2.1 se describen otros efectos de g que quizás usted haya experimentado.

A FONDO 2.1 GRAVEDADES (g) DE FUERZA Y EFECTOS SOBRE EL CUERPO HUMANO

El valor de g en la superficie de la Tierra se denomina *aceleración estándar*, y a veces se usa como unidad no estándar. Por ejemplo, cuando despega una nave espacial, se dice que los astronautas experimentan una aceleración de "varias gravedades". Esta expresión significa que la aceleración de los astronautas es varias veces la aceleración estándar g. Puesto que $g = w/m$, también pensamos en g como la *fuerza* (el peso) *por unidad de masa*. Por ello, a veces se usa el término **gravedades de fuerza** para denotar fuerzas correspondientes a múltiplos de la aceleración estándar.

Para entender mejor esta unidad no estándar de fuerza, veamos algunos ejemplos. Durante el despegue de un avión comercial, los pasajeros experimentan una fuerza horizontal media de aproximadamente $0.20g$. Esto implica que, conforme el avión acelera sobre la pista, el respaldo del asiento ejerce sobre el pasajero una fuerza horizontal igual a la quinta parte del peso del pasajero (para acelerarlo junto con el avión), pero el pasajero siente que lo empujan hacia atrás contra el asiento. Al despegar con un ángulo de 30°, la fuerza se incrementa a cerca de $0.70g$.

Cuando alguien se somete a varias gravedades verticalmente, la sangre puede comenzar a acumularse en las extremidades inferiores, lo cual podría hacer que los vasos sanguíneos se distiendan o que los capilares se revienten. En tales condiciones, el corazón tiene problemas para bombear la sangre por todo el cuerpo. Con una fuerza de aproximadamente $4g$, la acumulación de sangre en la parte inferior del cuerpo priva de suficiente oxígeno a la cabeza. La falta de circulación sanguínea hacia los ojos llega a causar una ceguera temporal, y si falta oxígeno en el cerebro, el individuo se siente desorientado y finalmente pierde el conocimiento. Una persona común sólo puede resistir varias gravedades durante un periodo corto.

La fuerza máxima sobre los astronautas en un trasbordador espacial durante el despegue es de aproximadamente $3g$; sin embargo, los pilotos de aviones de combate se someten a aceleraciones de hasta $9g$ cuando salen de un vuelo en picada. Estos individuos usan "trajes g", que están especialmente diseñados para evitar el estancamiento de la sangre. La mayoría de estos trajes se inflan con aire comprimido y presionan las extremidades inferiores del piloto para evitar que la sangre se acumule ahí. Se está desarrollando un traje g hidrostático que contiene líquido, por lo que restringe mucho menos los movimientos que el aire. Cuando aumentan las gravedades, el líquido, al igual que la sangre del cuerpo, fluye hacia la parte inferior del traje y aplica presión a las piernas.

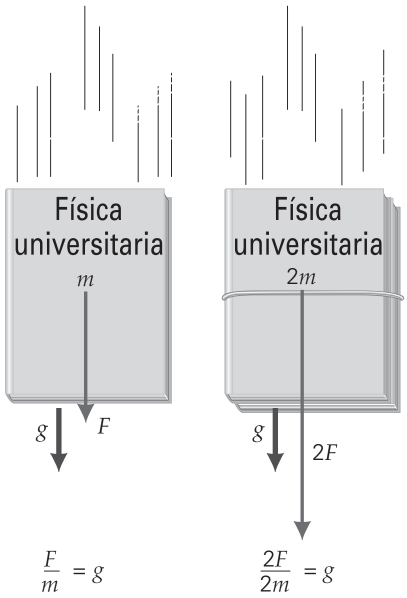
En la Tierra, donde sólo hay $1g$, se está usando una especie de "traje g" parcial, con la finalidad de prevenir coágulos en pacientes que se han sometido a cirugía de reemplazo de cadera. Se calcula que cada año entre 400 y 800 personas mueren durante los tres primeros meses después de tal cirugía, a causa sobre todo de los coágulos de sangre que se forman en una pierna, y se desprenden, pasan al torrente sanguíneo y finalmente se alojan en los pulmones, donde originan una condición llamada *embolia pulmonar*. En otros casos, un coágulo en la pierna podría detener el flujo de sangre hacia el corazón. Tales complicaciones surgen después de una cirugía de reemplazo de cadera, con mucha mayor frecuencia que después de casi cualquier otra cirugía, y lo hacen después de que el paciente ha sido dado de alta del hospital.

Los estudios han demostrado que la compresión neumática (operada por aire) de las piernas durante la hospitalización reduce tales riesgos. Un manguito de plástico en la pierna, que llega hasta el muslo, se infla a intervalos de unos cuantos minutos y empuja la sangre del tobillo hacia el muslo (figura 1). Este masaje mecánico evita que la sangre se estanque en las venas y se coagule. Con la ayuda de esta técnica y de terapia anticoagulante con fármacos, se espera prevenir muchas de las muertes postoperatorias.

FIGURA 1 Masaje neumático El dispositivo en las piernas se infla periódicamente, empujando la sangre desde los tobillos y previniendo que la sangre se acumule en las arterias.

La segunda ley de Newton nos permite analizar situaciones dinámicas. Al usar esta ley, deberíamos tener presente que F_{neta} es la *magnitud de la fuerza neta* y que m es la *masa total del sistema*. Las fronteras que definen un sistema pueden ser reales o imaginarias. Por ejemplo, un sistema podría consistir en todas las moléculas de gas que están en cierto recipiente sellado. Sin embargo, también podríamos definir un sistema como todas las moléculas de gas que hay en un metro cúbico arbitrario de aire. Al estudiar dinámica, es común trabajar con sistemas compuestos por una o más masas discretas; la Tierra y la Luna, por ejemplo, o una serie de bloques sobre una mesa, o un tractor y un remolque, como en el ejemplo 2.1.

Nota: en $F_{\text{neta}} = ma$, m es la masa total del sistema.



▲ **FIGURA 2.7 Segunda ley de Newton y caída libre** En caída libre, todos los objetos caen con la misma aceleración constante g. Si un objeto tiene el doble de masa que otro, sobre él actúa el doble de fuerza gravitacional. Sin embargo, al tener el doble de masa, el objeto también tiene el doble de inercia, de manera que se requiere dos veces más fuerza para darle la misma aceleración.

Ejemplo 2.1 ■ Segunda ley de Newton: cálculo de la aceleración

Un tractor tira de un remolque cargado sobre un camino plano, con una fuerza horizontal constante de 440 N (▼figura 2.8). Si la masa total del remolque y su contenido es de 275 kg, ¿qué aceleración tiene el remolque? (Desprecie todas las fuerzas de fricción.)

Razonamiento. Este problema es una aplicación directa de la segunda ley de Newton. Se da la masa total; tratamos las dos masas individuales (el remolque y su contenido) como una, y consideramos todo el sistema.

Solución. Tenemos estos datos:

Dado: $F = 440$ N
$m = 275$ kg

Encuentre: a (aceleración)

En este caso, F es la fuerza neta, y la aceleración está dada por la ecuación 2.1, $F_{\text{neta}} = ma$. Despejando la magnitud de a,

$$a = \frac{F_{\text{neta}}}{m} = \frac{440\text{ N}}{275\text{ kg}} = 1.60\text{ m/s}^2$$

y la dirección de a es la dirección de la tracción.

Observe que m es la masa *total* del remolque y su contenido. Si nos hubieran dado por separado las masas del remolque y su contenido —digamos, $m_1 = 75$ kg y $m_2 = 200$ kg, respectivamente— se habrían sumado en la ley de Newton: $F_{\text{neta}} = (m_1 + m_2)a$. También, en el mundo real habría una fuerza de fricción opuesta. Suponga que hay una fuerza de fricción eficaz de $f = 140$ N. En este caso, la fuerza neta sería la suma vectorial de la fuerza ejercida por el tractor y la fuerza de fricción, de manera que la aceleración sería (empleando signos para los sentidos)

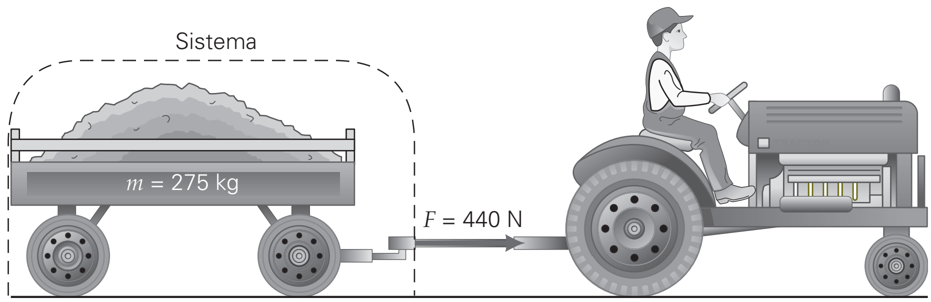
$$a = \frac{F_{\text{neta}}}{m} = \frac{F - f}{m_1 + m_2} = \frac{440\text{ N} - 140\text{ N}}{275\text{ kg}} = 1.09\text{ m/s}^2$$

Una vez más, el sentido de a sería el sentido de la tracción.

Con una fuerza neta constante, la aceleración también es constante, así que podemos aplicar las ecuaciones de cinemática. Suponga que el remolque partió del reposo ($v_o = 0$). ¿Qué distancia recorrió en 4.00 s? Utilizando la ecuación adecuada de cinemática (con $x_o = 0$) para el caso con fricción, tenemos

$$x = v_o t + \tfrac{1}{2}at^2 = 0 + \tfrac{1}{2}(1.09\text{ m/s}^2)(4.00\text{ s})^2 = 8.72\text{ m}$$

Ejercicio de refuerzo. Suponga que la fuerza aplicada al remolque es de 550 N. Con la misma fuerza de fricción, ¿qué velocidad tendría el remolque 4.0 s después de partir del reposo? (*Las respuestas de todos los Ejercicios de refuerzo se dan al final del libro.*)



◀ **FIGURA 2.8 Fuerza y aceleración** Véase el ejemplo 2.1.

Ejemplo 2.2 ■ Segunda ley de Newton: cálculo de la masa

Una estudiante pesa 588 N. ¿Qué masa tiene?

Razonamiento. La segunda ley de Newton nos permite determinar la masa de un objeto si conocemos su peso (fuerza), pues se conoce g.

Solución.

Dado: $w = 588$ N ***Encuentre:*** m (masa)

Recuerde que el peso es una fuerza (gravitacional) y que se relaciona con la masa de un objeto en la forma $w = mg$ (ecuación 2.2), donde g es la aceleración debida a la gravedad (9.80 m/s^2). Después de reacomodar la ecuación, tenemos

$$m = \frac{w}{g} = \frac{588\ \text{N}}{9.80\ \text{m/s}^2} = 60.0\ \text{kg}$$

En los países que usan el sistema métrico, se usa la unidad de masa, el kilogramo, en vez de una unidad de fuerza, para expresar "peso". Se diría que esta estudiante pesa 60.0 "kilos".

Recuerde que 1 kg de masa tiene un peso de 2.2 lb en la superficie de la Tierra. Entonces, en unidades inglesas, ella pesaría 60.0 kg (2.2 lb/kg) = 132 lb.

Ejercicio de reforzamiento. *a*) Una persona en Europa está un poco pasada de peso y querría perder 5.0 "kilos". Calcule la pérdida equivalente en libras. *b*) ¿Qué "peso" tiene el lector en kilos?

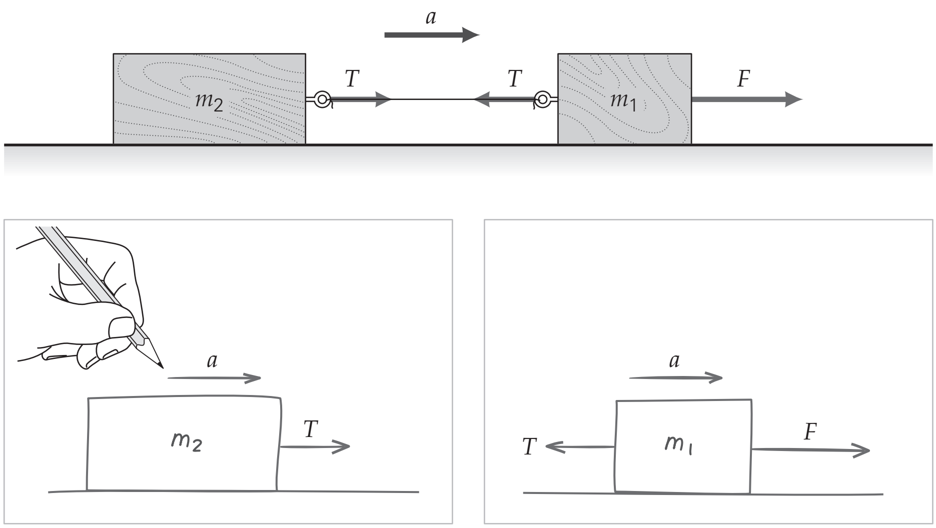
Como hemos visto, un sistema dinámico puede constar de más de un objeto. En las aplicaciones de la segunda ley de Newton, suele ser provechoso, y a veces necesario, aislar un objeto dado dentro de un sistema. Dicho aislamiento es posible porque *la segunda ley de Newton también describe el movimiento de cualquier parte del sistema*, como demuestra el ejemplo 2.3.

Ejemplo 2.3 ■ Segunda ley de Newton: ¿todo el sistema o una parte?

Dos bloques con masas $m_1 = 2.5$ kg y $m_2 = 3.5$ kg descansan en una superficie sin fricción y están conectados con un cordel ligero (▼figura 2.9).* Se aplica una fuerza horizontal (F) de 12.0 N a m_1, como se indica en la figura. *a*) ¿Qué magnitud tiene la aceleración de las masas (es decir, del sistema total)? *b*) ¿Qué magnitud tiene la fuerza (T) en el hilo? [Cuando una cuerda o cordel se tensa, decimos que está sometido a tensión. En el caso de un cordel muy ligero, la fuerza en el extremo derecho tiene la misma magnitud (T) que en el izquierdo.]

Razonamiento. Es importante recordar que la segunda ley de Newton puede aplicarse a un sistema total o a cualquiera de sus partes (a un subsisistema, por decirlo así). Esto permite analizar componentes individuales de un sistema, si se desea. Es crucial identificar

▼ **FIGURA 2.9 Un sistema acelerado** Véase el ejemplo 2.3.



Separando las masas

* Cuando un objeto se describe como "ligero", se puede despreciar su masa al analizar la situación del problema. Es decir, su masa es insignificante en comparación con las demás masas.

las fuerzas que actúan, como ilustra este ejemplo. Luego aplicamos $F_{\text{neta}} = ma$ a cada subsistema o componente.

Solución. Cuidadosamente listamos los datos y lo que queremos calcular:

Dado: $m_1 = 2.5$ kg, $m_2 = 3.5$ kg, $F = 12.0$ N

Encuentre: *a*) a (aceleración) *b*) T (tensión, una fuerza)

Dada una fuerza aplicada, la aceleración de las masas se puede calcular con base en la segunda ley de Newton. Al aplicar esa ley, es importante tener presente que es válida para el sistema total o *para cualquiera de sus partes*; es decir, para la masa total $(m_1 + m_2)$, a m_1 individualmente o a m_2 individualmente. Sin embargo, *debemos asegurarnos de identificar correctamente la fuerza o fuerzas apropiadas en cada caso*. La fuerza neta que actúa sobre las masas combinadas, por ejemplo, no es la misma que la fuerza neta que actúa sobre m_2 cuando se le considera por separado, como veremos.

***a*)** Primero, tomando el sistema total (es decir, considerando tanto m_1 como m_2), vemos que la fuerza neta que actúa sobre este sistema es F. Cabe señalar que, al considerar el sistema total, nos interesa sólo la fuerza externa neta que actúa sobre él. Las fuerzas *internas* T, iguales y opuestas, nada tienen que ver en este caso, pues se anulan. Representaremos la masa total como M, y escribiremos:

$$a = \frac{F_{\text{neta}}}{M} = \frac{F}{m_1 + m_2} = \frac{12.0\text{ N}}{2.5\text{ kg} + 3.5\text{ kg}} = 2.0\text{ m/s}^2$$

La aceleración es en la dirección de la fuerza aplicada, como indica la figura.

***b*)** Los cordeles (o hilos o alambres) flexibles sometidos a tensión ejercen una fuerza sobre un objeto, la cual está dirigida a lo largo del hilo. En la figura estamos suponiendo que la tensión se transmite *íntegramente* mediante el cordel; es decir, la tensión es la misma en todos los puntos del cordel. Así, la magnitud de T que actúa sobre m_2 es la misma que la que actúa sobre m_1. En realidad, esto es cierto sólo si el cordel tiene masa cero. En este libro únicamente consideraremos este tipo de cordeles o hilos *ligeros* (es decir, de masa insignificante) idealizados.

Entonces, una fuerza de magnitud T actúa sobre cada una de las masas, debido a la tensión en el cordel que las une. Para obtener el valor de T, es necesario considerar una *parte* del sistema que esté afectada por tal fuerza.

Podemos considerar cada bloque como un sistema aparte, en el cual sea válida la segunda ley de Newton. En estos subsistemas, la tensión entra en juego explícitamente. En el diagrama de la masa m_2 aislada de la figura 2.9, vemos que la única fuerza que actúa para acelerar esta masa es T. Conocemos los valores de m_2 y a, así que la magnitud de esta fuerza está dada directamente por

$$F_{\text{neta}} = T = m_2 a = (3.5\text{ kg})(2.0\text{ m/s}^2) = 7.0\text{ N}$$

En la figura 2.9 también se muestra un diagrama aparte de m_1 y también aplicamos la segunda ley de Newton a este bloque para calcular T. Debemos sumar vectorialmente las fuerzas para obtener la fuerza neta sobre m_1 que produce su aceleración. Recordamos que los vectores en una dimensión se pueden escribir con signos de dirección y magnitudes, así que

$$F_{\text{neta}} = F - T = m_1 a \quad \textit{(tomamos la dirección de F como positiva)}$$

Luego despejamos la magnitud de T,

$$\begin{aligned} T &= F - m_1 a \\ &= 12.0\text{ N} - (2.5\text{ kg})(2.0\text{ m/s}^2) = 12.0\text{ N} - 5.0\text{ N} = 7.0\text{ N} \end{aligned}$$

Ejercicio de refuerzo. Suponga que se aplica a m_2 de la figura 2.9 una segunda fuerza horizontal de 3.0 N hacia la izquierda. ¿Qué tensión habría en el cordel en este caso?

La segunda ley en forma de componentes

La segunda ley de Newton no sólo se cumple para cualquier parte de un sistema, sino que también es válida para cada uno de los componentes de la aceleración. Por ejemplo, expresamos una fuerza en dos dimensiones en notación de componentes como sigue:

$$\sum \vec{\mathbf{F}}_i = m\vec{\mathbf{a}}$$

y

$$\sum (F_x\hat{\mathbf{x}} + F_y\hat{\mathbf{y}}) = m(a_x\hat{\mathbf{x}} + a_y\hat{\mathbf{y}}) = ma_x\hat{\mathbf{x}} + ma_y\hat{\mathbf{y}} \tag{2.3a}$$

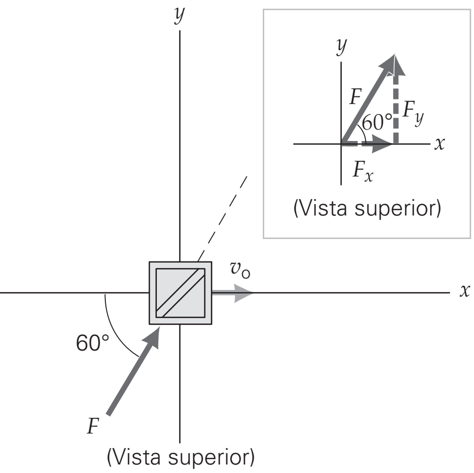
Por lo tanto, para satisfacer tanto a x como a y de manera independiente, tenemos

$$\sum F_x = ma_x \qquad \text{y} \qquad \sum F_y = ma_y \tag{2.3b}$$

y la segunda ley de Newton es válida para cada componente por separado del movimiento. Cabe señalar que *ambas* ecuaciones deben cumplirse. (Asimismo, $\sum F_z = ma_z$ en tres dimensiones.) El ejemplo 2.4 ilustra la aplicación de la segunda ley empleando componentes.

Ejemplo 2.4 ■ Segunda ley de Newton: componentes de fuerza

Un bloque con masa de 0.50 kg viaja con una rapidez de 2.0 m/s en la dirección x positiva sobre una superficie plana sin fricción. Al pasar por el origen, el bloque experimenta durante 1.5 s una fuerza constante de 3.0 N que forma un ángulo de 60° con respecto al eje x (◂figura 2.10). ¿Qué velocidad tiene el bloque al término de ese lapso?



▲ **FIGURA 2.10** Desviado
Se aplica una fuerza a un bloque en movimiento cuando llega al origen, y el bloque se desvía de su trayectoria rectilínea. Véase el ejemplo 2.4.

Razonamiento. El hecho de que la fuerza no sea en la dirección del movimiento inicial nos haría pensar que la solución es complicada. Sin embargo, en el recuadro de la figura 2.10 vemos que la fuerza se puede descomponer en componentes. Entonces, podremos analizar el movimiento en la dirección de cada componente.

Solución. Primero, escribimos los datos y lo que se pide:

Dado: $m = 0.50$ kg
$v_{x_o} = 2.0$ m/s
$v_{y_o} = 0$
$F = 3.0$ N, $\theta = 60°$
$t = 1.5$ s

Encuentre: $\vec{\mathbf{v}}$ (velocidad al término de 1.5 s)

Calculemos las magnitudes de las fuerzas en las direcciones de los componentes:

$$F_x = F\cos 60° = (3.0\text{ N})(0.500) = 1.5\text{ N}$$
$$F_y = F\,\text{sen}\,60° = (3.0\text{ N})(0.866) = 2.6\text{ N}$$

Luego, aplicamos la segunda ley de Newton a cada dirección para obtener los componentes de aceleración:

$$a_x = \frac{F_x}{m} = \frac{1.5\text{ N}}{0.50\text{ kg}} = 3.0\text{ m/s}^2$$
$$a_y = \frac{F_y}{m} = \frac{2.6\text{ N}}{0.50\text{ kg}} = 5.2\text{ m/s}^2$$

Ahora, por la ecuación de cinemática que relaciona velocidad y aceleración (ecuación 2.8), los componentes de velocidad del bloque están dados por

$$v_x = v_{x_o} + a_x t = 2.0\text{ m/s} + (3.0\text{ m/s}^2)(1.5\text{ s}) = 6.5\text{ m/s}$$
$$v_y = v_{y_o} + a_y t = 0 + (5.2\text{ m/s}^2)(1.5\text{ s}) = 7.8\text{ m/s}$$

Al término de los 1.5 s, la velocidad del bloque es

$$\vec{\mathbf{v}} = v_x\hat{\mathbf{x}} + v_y\hat{\mathbf{y}} = (6.5\text{ m/s})\hat{\mathbf{x}} + (7.8\text{ m/s})\hat{\mathbf{y}}$$

Ejercicio de refuerzo. *a*) ¿Qué dirección tiene la velocidad al término de los 1.5 s? *b*) Si la fuerza se aplicara con un ángulo de 30° (en vez de 60°) con respecto al eje x, ¿cómo cambiarían los resultados de este ejemplo?

2.4 Tercera ley de Newton del movimiento

OBJETIVOS: *a*) Plantear y explicar la tercera ley de Newton del movimiento, y *b*) identificar pares de fuerzas de acción-reacción.

Newton formuló una tercera ley cuya relevancia en la física es tan amplia como la de las dos primeras. Como introducción sencilla a la tercera ley, consideremos las fuerzas que intervienen en el caso de un cinturón de seguridad. Si vamos en un automóvil en movimiento y se aplican repentinamente los frenos, por la inercia seguimos moviéndonos hacia delante conforme el automóvil se detiene. (La fuerza de fricción entre el asiento y nuestros muslos no es suficiente para detenernos.) Al hacerlo, ejercemos fuerzas hacia delante sobre el cinturón de seguridad y la correa diagonal. Ambos ejercen las correspondientes fuerzas de reacción (hacia atrás) sobre nosotros y hacen que frenemos junto con el vehículo. Si no nos abrochamos el cinturón, seguiremos en movimiento (según la primera ley de Newton) hasta que otra fuerza, como la aplicada por el tablero o el parabrisas, nos detenga.

Comúnmente pensamos que las fuerzas se dan individualmente; sin embargo, Newton reconoció que es imposible tener una fuerza sola. Él observó que, en cualquier aplicación de fuerza, siempre hay una interacción mutua, y que las fuerzas siempre se dan en pares. Un ejemplo dado por Newton fue que, si ejercemos presión sobre una piedra con el dedo, el dedo también es presionado por la piedra (o recibe una fuerza de ésta).

Newton llamó a las fuerzas apareadas *acción* y *reacción*, y la **tercera ley de Newton del movimiento** es:

Tercera ley de Newton: acción y reacción

> Para cada fuerza (acción), hay una fuerza igual y opuesta (reacción).

En notación simbólica, la tercera ley de Newton es

$$\vec{\mathbf{F}}_{12} = -\vec{\mathbf{F}}_{21}$$

Es decir, $\vec{\mathbf{F}}_{12}$ es la fuerza ejercida *sobre* el objeto 1 *por* el objeto 2, y $-\vec{\mathbf{F}}_{21}$ es la fuerza igual y opuesta ejercida *sobre* el objeto 2 *por* el objeto 1. (El signo menos indica la dirección opuesta.) *La decisión de cuál fuerza es la acción y cuál la reacción es arbitraria*; $\vec{\mathbf{F}}_{21}$ podría ser la reacción a $\vec{\mathbf{F}}_{12}$ o viceversa.

A primera vista, parecería que la tercera ley de Newton contradice la segunda: si siempre hay fuerzas iguales y opuestas, ¿cómo puede haber una fuerza neta distinta de cero? Algo que debemos recordar acerca del par de fuerzas de la tercera ley es que *las fuerzas de acción-reacción no actúan sobre el mismo objeto*. La segunda ley se ocupa de fuerzas que actúan sobre un objeto (o sistema) específico. Las fuerzas opuestas de la tercera ley actúan sobre objetos *distintos*. Por lo tanto, las fuerzas no pueden anularse entre sí ni tener una suma vectorial de cero cuando aplicamos la segunda ley a objetos individuales.

Para ilustrar esta distinción, considere las situaciones que se muestran en la ▸figura 2.11. Es común olvidarnos de la fuerza de reacción. Por ejemplo, en la sección izquierda de la figura 2.11a, la fuerza evidente que actúa sobre un bloque que descansa sobre una mesa es la atracción gravitacional de la Tierra, que se expresa como el peso *mg*. Sin embargo, *debe haber otra fuerza* que actúe sobre el bloque. Para que el bloque no tenga aceleración, la mesa deberá ejercer una fuerza hacia arriba $\vec{\mathbf{N}}$ cuya magnitud es igual al peso del bloque. Así, $\sum F_y = +N - mg = ma_y = 0$, donde la dirección de los vectores se indica con signos más y menos.

Como reacción a $\vec{\mathbf{N}}$, el bloque ejerce sobre la mesa una fuerza hacia abajo, $-\vec{\mathbf{N}}$, cuya magnitud es la del peso del bloque, *mg*. Sin embargo, $-\vec{\mathbf{N}}$ *no* es el peso del objeto. El peso y $-\vec{\mathbf{N}}$ tienen diferente origen: el peso es la fuerza gravitacional de acción a distancia; mientras que $-\vec{\mathbf{N}}$ es una fuerza de contacto entre las dos superficies.

Es fácil demostrar la presencia de esta fuerza hacia arriba sobre el bloque tomando éste con la mano y sosteniéndolo; estaremos ejerciendo una fuerza hacia arriba sobre el bloque (y sentimos una fuerza de reacción $-\vec{\mathbf{N}}$ sobre la mano). Si aplicáramos una fuerza mayor, es decir, $N > mg$, el bloque aceleraría hacia arriba.

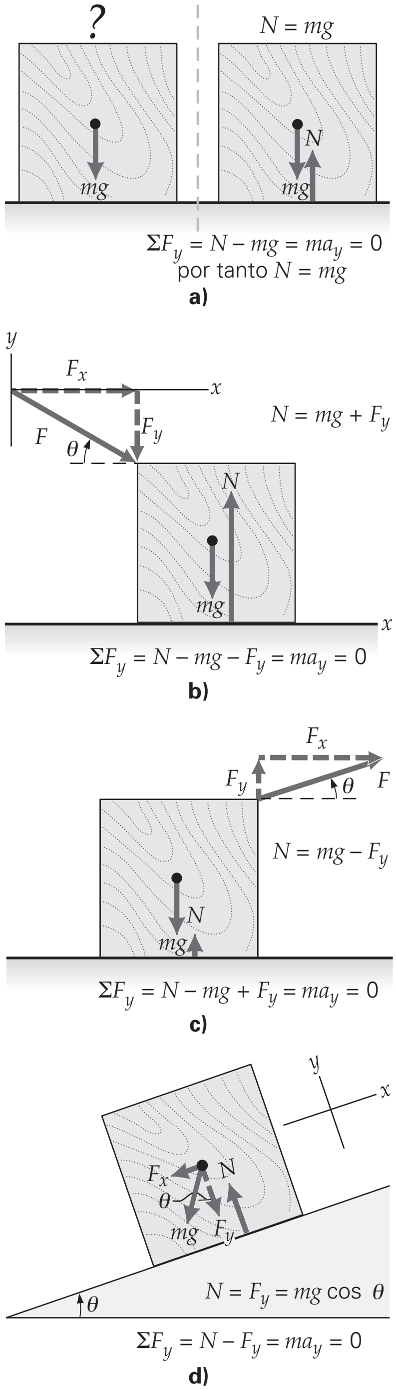
Llamamos fuerza normal a la fuerza que una superficie ejerce sobre un objeto, y la denotamos con el símbolo *N*. *Normal* significa *perpendicular*. La **fuerza normal** que una superficie ejerce sobre un objeto siempre es perpendicular a la superficie. En la figura 2.11a, la fuerza normal es igual y opuesta al peso del bloque. Sin embargo, la fuerza normal no siempre es igual y opuesta al peso de un objeto. La fuerza normal es una fuerza de "reacción", ya que reacciona a la situación. Como ejemplos tenemos las figuras 2.11a, b, c y d, que se describen como la sumatoria de los componentes verticales ($\sum F_y$).

En la figura 2.11b se aplica una fuerza angulada hacia abajo.

$$\sum F_y\colon \quad N - mg - F_y = ma_y = 0 \quad \text{y} \quad N = mg + F_y \qquad (N > mg)$$

En la figura 2.11c se aplica una fuerza angulada hacia arriba.

$$\sum F_y\colon \quad N - mg + F_y = ma_y = 0 \quad \text{y} \quad N = mg - F_y \qquad (N < mg)$$



▲ **FIGURA 2.11 Distinciones entre la segunda y la tercera leyes de Newton** La segunda ley de Newton se ocupa de las fuerzas que actúan sobre un objeto (o sistema) específico. En cambio, la tercera ley de Newton se ocupa del par de fuerzas que actúa sobre objetos distintos. (Véase el ejemplo conceptual 2.5.)

En la figura 2.11d hay un bloque sobre un plano inclinado. (La fuerza normal es perpendicular a la superficie del plano.)

$$\sum F_y: \quad N - F_y = ma_y = 0, \quad \text{y} \quad N = F_y = mg\cos\theta$$

En este caso el componente de peso, F_x, aceleraría el bloque abajo del plano en ausencia de una fuerza de fricción igual y opuesta entre el bloque y la superficie del plano.

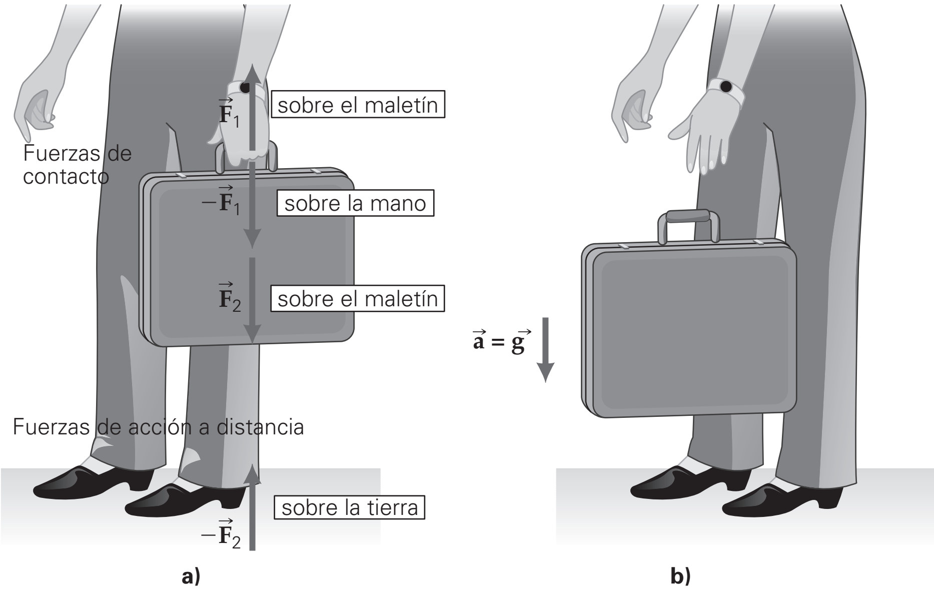
Ejemplo conceptual 2.5 ■ ¿Dónde están los pares de fuerza de la tercera ley de Newton?

Una mujer que espera cruzar la calle lleva un maletín en la mano, como se observa en la ▼figura 2.12a. Identifique todos los pares de fuerza según la tercera ley en relación con el maletín en esta situación.

Razonamiento y respuesta. Al estar sostenido sin ningún movimiento, la aceleración del maletín es cero, y $\sum F_y = 0$. Centrándonos sólo en el maletín, es posible identificar dos fuerzas iguales y opuestas que actúan sobre él: su peso hacia abajo y la fuerza hacia arriba aplicada por la mano. Sin embargo, estas dos fuerzas *no constituyen* un par de fuerza de la tercera ley, porque actúan sobre el *mismo* objeto.

En una inspección general, usted se dará cuenta de que la fuerza de reacción ante la fuerza hacia arriba de la mano sobre el maletín es una fuerza hacia abajo en la mano. Entonces, ¿qué sucede con la fuerza de reacción al peso del maletín? Puesto que el peso es la fuerza de atracción gravitacional sobre el maletín que ejerce la Tierra, la fuerza correspondiente sobre la Tierra que ejerce el maletín constituye el par de fuerza de la tercera ley.

Ejercicio de refuerzo. La mujer, sin darse cuenta, tira su maletín como se observa en la figura 2.12b. ¿Existe algún par de fuerza según la tercera ley en esta situación? Explique su respuesta.



▶ **FIGURA 2.12** Pares de fuerzas de la tercera ley de Newton
a) Cuando una persona sostiene un maletín, hay dos pares de fuerzas: un par de contacto ($\vec{F}_1$ y $-\vec{F}_1$) y un par de acción a distancia (gravedad) ($\vec{F}_2$ y $-\vec{F}_2$). La fuerza neta que actúa sobre el maletín es cero: la fuerza de contacto hacia arriba ($\vec{F}_1$) equilibra a la fuerza del peso hacia abajo. Sin embargo, observe que la fuerza de contacto hacia arriba y la fuerza del peso hacia abajo no son un par según la tercera ley. ***b)*** ¿Hay algún par de fuerzas de acuerdo con la tercera ley? Véase el Ejercicio de refuerzo del ejemplo.

La propulsión a chorro es otro ejemplo de la tercera ley de Newton en acción. En el caso de un cohete, éste y los gases de escape ejercen fuerzas iguales y opuestas entre sí. El resultado es que los gases de escape aceleran alejándose del cohete, y éste acelera en la dirección opuesta. Cuando "se lanza" un cohete grande, como durante el despegue de un trasbordador espacial, el cohete libera gases de escape encendidos. Un error muy común es creer que los gases de escape "empujan" contra la plataforma de lanzamiento para acelerar el cohete. Si esta interpretación fuera correcta, no habría viajes espaciales, pues en el espacio no hay nada contra qué "empujar". La explicación correcta implica acción (gases que ejercen una fuerza sobre el cohete) y reacción (cohete que ejerce una fuerza opuesta sobre los gases).

En la sección A fondo 2.2 se da otro ejemplo de par acción-reacción.

A FONDO 2.2 NAVEGANDO CONTRA EL VIENTO: VIRADA

Un velero puede navegar fácilmente en la dirección del viento (ya que este último es el que infla las velas). Sin embargo, después de navegar cierta distancia en la dirección del viento, el capitán por lo general desea regresar al puerto, lo que supone "navegar contra el viento". Esto parece imposible, pero no lo es. Se le llama *virada* y se explica por medio de vectores de fuerza y de las leyes de Newton.

Un velero no puede navegar directamente contra el viento, puesto que la fuerza de éste sobre el velero lo aceleraría hacia atrás, es decir, hacia el lado opuesto de la dirección deseada. El viento que infla la vela ejerce una fuerza F_s perpendicular a ésta (figura 1a). Si el velero se guía con un ángulo relativo a la dirección del viento, existirá un componente de fuerza paralelo a la cabeza del velero ($F_{\parallel}$). Con este curso se gana cierta distancia contra el viento, pero nunca se haría llegar al velero de regreso al puerto. El componente perpendicular ($F_{\perp}$) actuaría sobre los lados y pondría al velero fuera de curso.

Así, como un viejo lobo de mar, el capitán "vira" o maniobra el velero de manera que el componente paralelo de la fuerza cambie en 90° (figura 1b). El capitán repite continuamente esta maniobra y, utilizando el curso en zigzag, el velero regresa al puerto (figura 2a).

¿Qué sucede con el componente perpendicular de la fuerza? Tal vez usted piense que esto llevaría al velero fuera de curso. Y lo haría, de hecho lo hace un poco, pero la mayoría de la fuerza perpendicular está equilibrada por la quilla del velero, que es la parte inferior de éste (figura 2b). La resistencia del agua ejerce una fuerza opuesta sobre la quilla, que anula la mayor parte de la fuerza perpendicular de los lados, produciendo poca —si acaso alguna— aceleración en esa dirección.

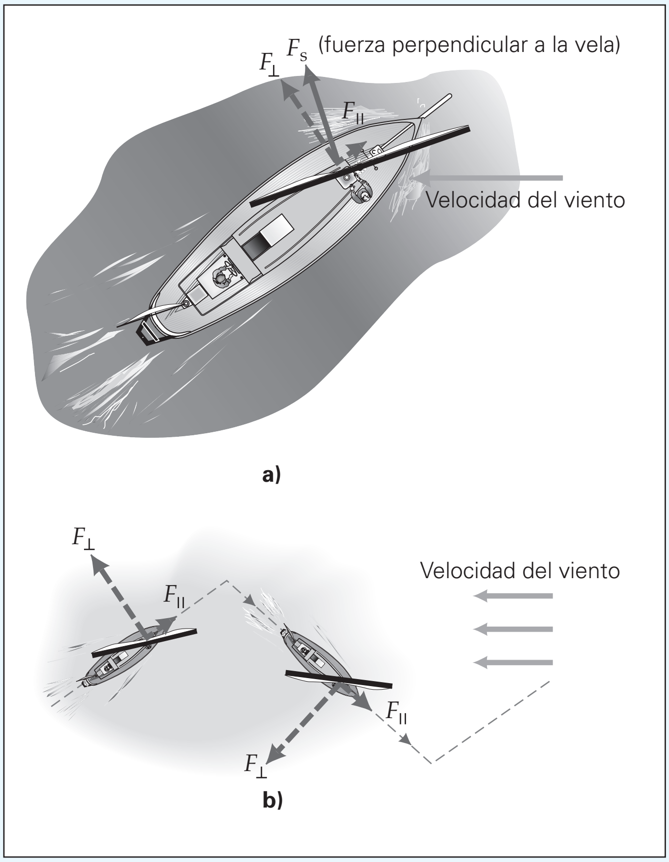


FIGURA 1 Vamos en virada ***a)*** El viento que infla la vela ejerce una fuerza perpendicular sobre ésta (F_s). Podemos descomponer este vector de fuerza en componentes. Una componente es paralela al movimiento del velero ($F_{\parallel}$). ***b)*** Al cambiar la dirección de la vela, el capitán puede "virar" el velero contra el viento.

a)

b)

FIGURA 2 Contra el viento ***a)*** Conforme el capitán lleva el velero contra el viento, se inicia la virada. ***b)*** El componente perpendicular de la fuerza en la virada llevaría al velero fuera de curso por los lados. Pero la resistencia del agua sobre la quilla en la parte inferior del velero ejerce una fuerza opuesta y anula la mayor parte de la fuerza de los lados.

2.5 Más acerca de las leyes de Newton: diagramas de cuerpo libre y equilibrio traslacional

OBJETIVOS: *a*) Aplicar las leyes de Newton al análisis de diversas situaciones usando diagramas de cuerpo libre, y *b*) entender el concepto de equilibrio traslacional.

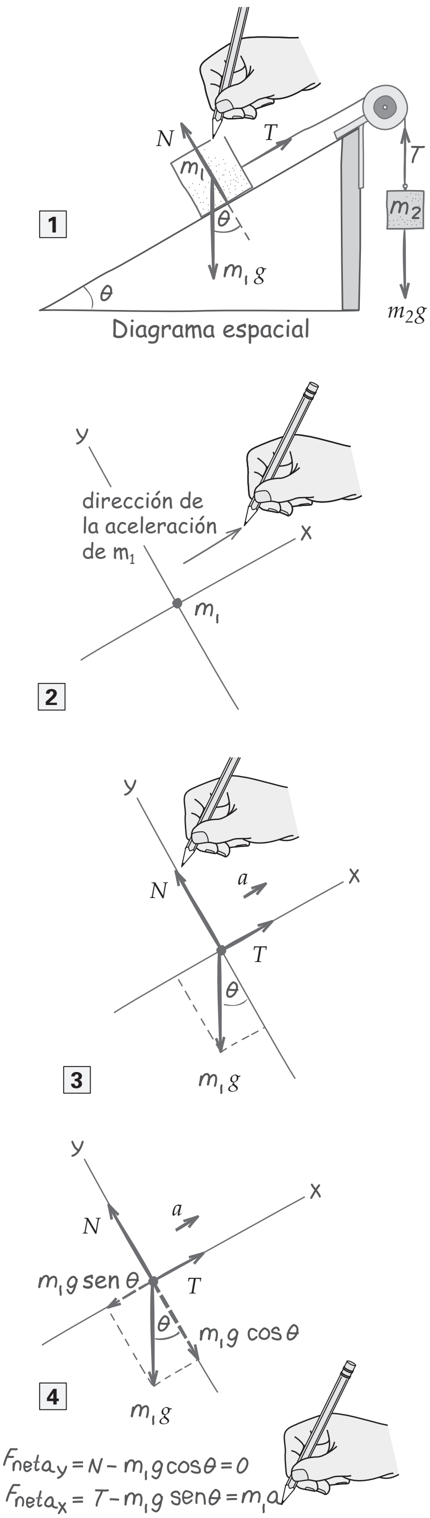
Ahora que conocemos las leyes de Newton y algunas de sus aplicaciones en el análisis del movimiento, debería ser evidente la importancia de esas leyes. Su planteamiento es sencillo, pero sus repercusiones son inmensas. Tal vez la segunda ley sea la que más a menudo se aplica, en virtud de su relación matemática. No obstante, la primera y la tercera se utilizan mucho en análisis cualitativo, como veremos al continuar nuestro estudio de las distintas áreas de la física.

En general, nos ocuparemos de aplicaciones en las que intervienen fuerzas constantes, las cuales producen aceleraciones constantes y nos permiten usar las ecuaciones de cinemática para analizar el movimiento. Si la fuerza es variable, la segunda ley de Newton es válida para la fuerza y la aceleración *instantáneas*; sin embargo, la aceleración variará con el tiempo, y necesitaremos algo de cálculo para analizarla. En general, nos limitaremos a aceleraciones y a fuerzas constantes. En esta sección presentaremos varios ejemplos de aplicaciones de la segunda ley de Newton, de manera que el lector se familiarice con su uso. Esta pequeña pero potente ecuación se usará una y otra vez a lo largo de todo el libro.

En el acervo para resolver problemas hay otro recurso que es de gran ayuda en las aplicaciones de fuerza: los diagramas de cuerpo libre, los cuales se explican en la siguiente sección.

APRENDER DIBUJANDO

Fuerzas sobre un objeto en un plano inclinado y diagramas de cuerpo libre



Estrategia para resolver problemas: diagramas de cuerpo libre

En las ilustraciones de situaciones físicas, también conocidas como *diagramas espaciales*, se pueden dibujar vectores de fuerza en diferentes lugares para indicar sus puntos de aplicación. Sin embargo, como de momento sólo nos ocupamos de movimientos rectilíneos, podemos mostrar los vectores en *diagramas de cuerpo libre* (DCL) como si emanaran de un punto en común, que se elige como origen de los ejes *x*-*y*. Por lo regular, se escoge uno de los ejes en la dirección de la fuerza neta que actúa sobre un cuerpo, porque ésa es la dirección en la que acelerará el cuerpo. Además, suele ser útil descomponer los vectores de fuerza en componentes, y una selección adecuada de ejes *x*-*y* hace más sencilla dicha tarea.

En un diagrama de cuerpo libre, las flechas de los vectores no tienen que dibujarse exactamente a escala; aunque debe ser evidente si existe una fuerza neta o no, y si las fuerzas se equilibran o no en una dirección específica. Si las fuerzas no se equilibran, por la segunda ley de Newton, sabremos que debe haber una aceleración.

En resumen, los pasos generales para construir y usar diagramas de cuerpo libre son (remítase a las ilustraciones al margen mientras lee):

1. Haga un dibujo, o diagrama espacial, de la situación (si no le dan uno) e identifique las fuerzas que actúan sobre cada cuerpo del sistema. Un diagrama espacial es una ilustración de la situación física que identifica los vectores de fuerza.
2. Aísle el cuerpo para el cual se va a construir el diagrama de cuerpo libre. Trace un conjunto de ejes cartesianos, con el origen en un punto a través del cual actúan las fuerzas y con uno de los ejes en la dirección de la aceleración del cuerpo. (La aceleración tendrá la dirección de la fuerza neta, si la hay.)
3. Dibuje los vectores de fuerza debidamente orientados (incluyendo los ángulos) en el diagrama, de manera que los ejes emanen del origen. Si hay una fuerza no equilibrada, suponga una dirección de aceleración e indíquela con un vector de aceleración. Tenga cuidado de incluir sólo las fuerzas que actúan sobre el cuerpo aislado de interés.
4. Descomponga en componentes *x* y *y* las fuerzas que no estén dirigidas en los ejes *x* o *y* (use signos más y menos para indicar dirección y el sentido). Utilice el diagrama de cuerpo libre para analizar las fuerzas en términos de la segunda ley de Newton del movimiento. (*Nota:* si supone que la aceleración es en cierta dirección, y en la solución tiene el signo opuesto, la aceleración tendrá realmente la dirección opuesta a la que se supuso. Por ejemplo, si supone, que $\vec{\mathbf{a}}$ está en la dirección $+x$, pero obtiene una respuesta negativa, querrá decir que $\vec{\mathbf{a}}$ está en la dirección $-x$.)

Los diagramas de cuerpo libre son muy útiles para seguir uno de los procedimientos sugeridos para resolver problemas: hacer un diagrama para visualizar y analizar la situación física del problema. *Acostúmbrese a elaborar diagramas de cuerpo libre para los problemas de fuerza, como se hace en los siguientes ejemplos.*

Ejemplo 2.6 ■ ¿Sube o baja?: movimiento en un plano inclinado sin fricción

Dos masas están unidas por un cordel (o hilo) ligero que pasa por una polea ligera con fricción insignificante, como ilustran los diagramas de Aprender dibujando. Una masa ($m_1 = 5.0$ kg) está en un plano inclinado de 20° sin fricción y el otro ($m_2 = 1.5$ kg) cuelga libremente. Calcule la aceleración de las masas. (En el diagrama sólo se muestra el diagrama de cuerpo libre de m_1. El lector tendrá que dibujar el de m_2.)

Razonamiento. Aplicamos la estrategia anterior para resolver problemas.

Solución. Siguiendo nuestro procedimiento habitual, escribimos

Dado: $m_1 = 5.0$ kg ***Encuentre:*** $\vec{\mathbf{a}}$ (aceleración)
$m_2 = 1.5$ kg
$\theta = 20°$

Para visualizar las fuerzas que intervienen, aislamos m_1 y m_2 y dibujamos diagramas de cuerpo libre para cada masa. En el caso de la masa m_1, hay tres fuerzas concurrentes (fuerzas que actúan a través de un punto en común): T, el peso m_1g y N, donde T es la fuerza de tensión del cordel sobre m_1 y N es la fuerza normal del plano sobre el bloque (DCL 3). Las fuerzas se dibujan emanando desde su punto de acción común. (Recordemos que los vectores pueden moverse en tanto no se alteren su magnitud ni su dirección.)

Comenzaremos por suponer que m_1 acelera plano arriba, en la dirección que tomamos como $+x$. (Da igual si suponemos que m_1 acelera plano arriba o plano abajo, como veremos en breve.) Observe que m_1g (el peso) se ha descompuesto en componentes. El componente x es opuesto a la dirección de aceleración supuesta; el componente y actúa perpendicularmente al plano y se equilibra con la fuerza normal N. (No hay aceleración en la dirección y, así que no hay fuerza neta en esa dirección.)

Entonces, aplicando la segunda ley de Newton en forma de componentes (ecuación 2.3b) a m_1, tenemos

$$\Sigma F_{x_1} = T - m_1g \,\text{sen}\, \theta = m_1a$$

$$\Sigma F_{y_1} = N - m_1g \cos \theta = m_1a_y = 0 \quad (a_y = 0, \textit{no hay fuerzas netas, las fuerzas se cancelan})$$

Y, para m_2

$$\Sigma F_{y_2} = m_2g - T = m_2a_y = m_2a$$

donde se han despreciado las masas del cordel y la polea. Puesto que están conectadas por un cordel, las aceleraciones de m_1 y m_2 tienen la misma magnitud, y usamos $a_x = a_y = a$.

Si sumamos la primera y última ecuaciones para eliminar T, tenemos

$$m_2g - m_1g \,\text{sen}\, \theta = (m_1 + m_2)a$$

(fuerza neta = masa *total* × aceleración)

(Note que ésta es la ecuación que se obtendría aplicando la segunda ley de Newton al sistema en su totalidad, ya que en el sistema que incluye los dos bloques, las fuerzas $+T$ son internas y se anulan.)

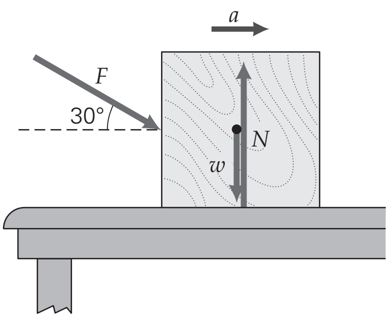
Ahora despejamos a:

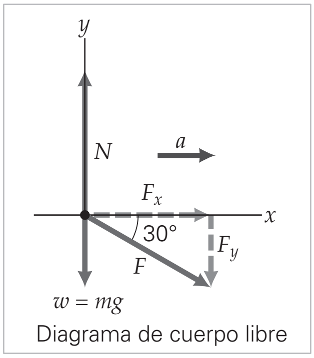
$$\begin{aligned} a &= \frac{m_2g - m_1g \,\text{sen}\, 20°}{m_1 + m_2} \\ &= \frac{(1.5\text{ kg})(9.8\text{ m/s}^2) - (5.0\text{ kg})(9.8\text{ m/s}^2)(0.342)}{5.0\text{ kg} + 1.5\text{ kg}} \\ &= -0.32\text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

El signo menos indica que la aceleración es opuesta a la dirección supuesta. Es decir, m_1 en realidad acelera plano abajo, y m_2 acelera hacia arriba. Como demuestra este ejemplo, si suponemos la dirección equivocada para la aceleración, el signo del resultado nos dará la dirección correcta de cualquier forma.

¿Podríamos calcular la fuerza de tensión T en el cordel si nos la pidieran? La forma de hacerlo debería ser evidente si se examina el diagrama de cuerpo libre.

Ejercicio de refuerzo. *a*) En este ejemplo, ¿cuál sería la masa mínima de m_2 para que m_1 no acelere arriba ni abajo del plano? *b*) Con las mismas masas del ejemplo, ¿cómo tendría que ajustarse el ángulo de inclinación para que m_1, no acelere arriba ni abajo del plano?





▲ **FIGURA 2.13** Cálculo de la fuerza de los efectos del movimiento
Véase el ejemplo 2.7.

Ejemplo 2.7 ■ Componentes de fuerza y diagramas de cuerpo libre

Una fuerza de 10.0 N se aplica con un ángulo de 30° respecto a la horizontal, a un bloque de 1.25 kg que descansa en una superficie sin fricción, como se ilustra en la ◂figura 2.13. *a*) ¿Qué magnitud tiene la aceleración que se imprime al bloque? *b*) ¿Qué magnitud tiene la fuerza normal?

Razonamiento. La fuerza aplicada puede descomponerse en componentes. El componente horizontal acelera el bloque. El componente vertical afecta la fuerza normal (véase la figura 2.11).

Solución. Primero anotamos los datos y lo que se pide:

Dado: $F = 10.0$ N
$m = 1.25$ kg
$\theta = 30°$
$v_o = 0$

Encuentre: *a*) a (aceleración)
b) N (fuerza normal)

Ahora dibujamos un diagrama de cuerpo libre para el bloque, como en la figura 2.13.

***a*)** La aceleración del bloque puede calcularse aplicando la segunda ley de Newton. Elegimos los ejes de manera que a esté en la dirección $+x$. Como muestra el diagrama de cuerpo libre, sólo un componente (F_x) de la fuerza aplicada F actúa en esta dirección. El componente de F en la dirección del movimiento es $F_x = F \cos \theta$. Aplicamos la segunda ley de Newton en la dirección $+x$ para calcular la aceleración:

$$F_x = F \cos 30° = ma_x$$

$$a_x = \frac{F \cos 30°}{m} = \frac{(10.0\text{ N})(0.866)}{1.25\text{ kg}} = 6.93\text{ m/s}^2$$

***b*)** La aceleración obtenida en el inciso a es la aceleración del bloque, ya que éste sólo se mueve en la dirección x (no acelera en la dirección y). Con $a_y = 0$, la suma de fuerzas en la dirección y deberá ser cero. Es decir, el componente hacia abajo de F que actúa sobre el bloque, F_y, y la fuerza de su peso, w, se deberán equilibrar con la fuerza normal, N, que la superficie ejerce hacia arriba sobre el bloque. Si no sucediera así, habría una fuerza neta y una aceleración en la dirección y.

Sumamos las fuerzas en la dirección y, tomando hacia arriba como positivo

$$\Sigma F_y = N - F_y - w = 0$$

es decir

$$N - F \text{ sen } 30° - mg = 0$$

y

$$N = F \text{ sen } 30° + mg = (10.0\text{ N})(0.500) + (1.25\text{ kg})(9.80\text{ m/s}^2) = 17.3\text{ N}$$

Así pues, la superficie ejerce una fuerza de 17.3 N hacia arriba sobre el bloque, y equilibra la suma de las fuerzas hacia abajo que actúan sobre él.

Ejercicio de refuerzo. *a*) Suponga que la fuerza sólo se aplica al bloque durante un tiempo corto. ¿Qué magnitud tiene la fuerza normal después de que se deja de aplicar la fuerza? *b*) Si el bloque se desliza hasta el borde de la mesa, ¿qué fuerza neta actuaría sobre el bloque justo después de rebasar el borde (sin la fuerza aplicada).

Sugerencia para resolver problemas

No hay una sola forma fija de resolver los problemas; sin embargo, sí hay estrategias o procedimientos generales que ayudan a resolverlos, sobre todo aquellos donde interviene la segunda ley de Newton. Al utilizar nuestros procedimientos sugeridos para resolver problemas, incluiríamos los pasos siguientes cuando se trata de resolver problemas de aplicación de fuerzas:

- Elabore un diagrama de cuerpo libre para cada cuerpo individual, mostrando todas las fuerzas que actúan sobre ese cuerpo.
- Dependiendo de lo que se pida, aplique la segunda ley de Newton al sistema en su totalidad (en cuyo caso se anulan las fuerzas internas) o a una parte del sistema. Básicamente, *buscamos una ecuación (o conjunto de ecuaciones) que contenga la cantidad que queremos despejar*. Repase el ejemplo 2.3. (Si hay dos incógnitas, la aplicación de la segunda ley de Newton a dos partes del sistema podría dar dos ecuaciones con dos incógnitas. Véase el ejemplo 2.6.)
- Debemos tener presente que la segunda ley de Newton puede aplicarse a componentes de aceleración, y que las fuerzas se pueden descomponer para hacerlo. Repase el ejemplo 2.7.

Equilibrio traslacional

Es posible que varias fuerzas actúen sobre un objeto sin producir una aceleración. En tal caso, con $\vec{\mathbf{a}} = 0$, por la segunda ley de Newton sabemos que

$$\sum \vec{\mathbf{F}}_i = 0 \tag{2.4}$$

Es decir, la suma vectorial de las fuerzas, o fuerza neta, es cero, y el objeto permanece en reposo (como en la ▸figura 2.14), *o bien* se mueve con velocidad constante. En tales casos, decimos que los objetos están en **equilibrio traslacional**. Si permanece en reposo, decimos que el objeto está en *equilibrio traslacional estático*.

De lo anterior se sigue que las sumas de los componentes rectangulares de las fuerzas que actúan sobre un objeto en equilibrio traslacional también son cero (¿por qué?):

$$\begin{aligned} \sum F_x &= 0 \\ \sum F_y &= 0 \end{aligned} \quad \textit{(sólo en equilibrio traslacional)} \tag{2.5}$$

En problemas tridimensionales $\sum F_z = 0$. Sin embargo, restringiremos nuestras explicaciones al caso bidimensional.

Las ecuaciones 2.5 dan lo que se conoce como **condición para equilibrio traslacional**. (En el capítulo 6 veremos las condiciones para consideraciones rotacionales.) Apliquemos esta condición del equilibrio traslacional a un caso de equilibrio estático.

Ejemplo 2.8 ■ Mantenerse derecho: en equilibrio estático

Para mantener un hueso de la pierna roto en posición recta mientras sana, algunas veces se requiere tratamiento por *extensión*, que es el procedimiento mediante el cual se mantiene el hueso bajo fuerzas de tensión de estiramiento en ambos extremos para tenerlo alienado. Imagine una pierna bajo la tensión del tratamiento como en la ▾figura 2.15. El cordel está unido a una masa suspendida de 5.0 kg y pasa por una polea. El cordel unido arriba de la polea forma un ángulo de $\theta = 40°$ con la vertical. Ignorando la masa de la parte inferior de la pierna y de la polea, y suponiendo que todos los cordeles son ideales, determine la magnitud de la tensión en el cordel horizontal.

Razonamiento. La polea está en equilibrio estático y, por ende, ninguna fuerza neta actúa sobre ella. Si las fuerzas se suman horizontal y verticalmente, independientemente deberían dar cero, lo cual ayudaría a encontrar la tensión sobre el cordel horizontal.

Dado: con los datos listados: $m = 5.0$ kg, $\theta = 40°$

Encuentre: T en el cordel horizontal

Solución. Trace los diagramas de cuerpo libre para la polea y las masas suspendidas (figura 2.15). Debería ser claro que el cordel horizontal tiene que ejercer una fuerza a la izquierda sobre la polea como se indica. Al sumar las fuerzas verticales sobre m, vemos que $T_1 = mg$. Al sumar las fuerzas verticales sobre la polea, tenemos

$$\sum F_y = +T_2 \cos\theta - T_1 = 0$$

y al sumar las fuerzas horizontales:

$$\sum F_x = +T_2 \operatorname{sen}\theta - T = 0$$

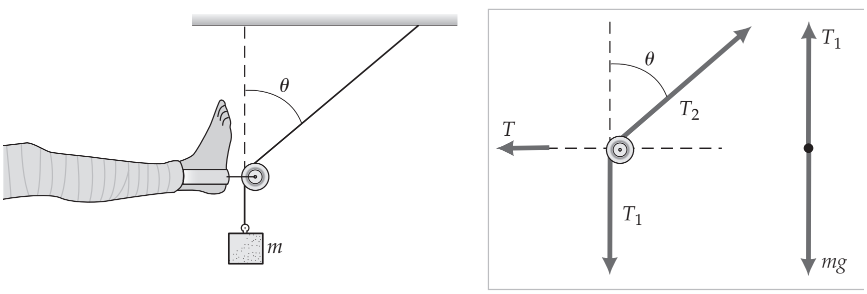
Despejando T de la ecuación anterior y sustituyendo T_2 de la primera:

$$T = T_2 \operatorname{sen}\theta = \frac{T_1}{\cos\theta}\operatorname{sen}\theta = mg\tan\theta$$

donde $T_1 = mg$. Puesto en números,

$$T = mg\tan\theta = (5.0\ \text{kg})(9.8\ \text{m/s}^2)\tan 40° = 41\ \text{N}$$

Ejercicio de refuerzo. Suponga que la atención médica requiere una fuerza del tratamiento de 55 N sobre el talón. Manteniendo la masa suspendida de la misma forma, ¿se incrementaría o disminuiría el ángulo del cordel superior? Demuestre su respuesta calculando el ángulo que se pide.



◂ **FIGURA 2.15 Equilibrio trasnacional estático** Véase el ejemplo 2.8

▴ **FIGURA 2.14 Muchas fuerzas, cero aceleración** ***a)*** Sobre esta profesora de física actúan por lo menos cinco fuerzas externas distintas. (Aquí, *f* es la fuerza de fricción.) No obstante, ella no experimenta aceleración alguna. ¿Por qué? ***b)*** La suma de los vectores de fuerza con el método del polígono revela que la suma vectorial de las fuerzas es cero. La profesora está en equilibrio traslacional estático. (También está en equilibrio rotacional estático; en el capítulo 8 veremos por qué.)

Ejemplo 2.9 ■ De puntillas: en equilibrio estático

Un individuo de 80 kg se para en un solo pie con el talón levantado (▼figura 2.16a). Esto genera una fuerza de la tibia F_1 y una fuerza "que tira" del tendón de Aquiles F_2, como se ilustra en la figura 2.16b. En un caso típico, los ángulos son $\theta_1 = 15°$ y $\theta_2 = 21°$, respectivamente. *a*) Deduzca ecuaciones generales para F_1 y F_2, y demuestre que θ_2 debe ser mayor que θ_1 para evitar que se dañe el tendón de Aquiles. *b*) Compare la fuerza sobre el tendón de Aquiles con el peso de la persona.

Razonamiento. Se trata de un caso de equilibrio traslacional estático, así que podemos sumar los componentes x y y para obtener ecuaciones para F_1 y F_2.

Solución. La lista de lo que se nos da y lo que se nos pide es,

Dado: $m = 80$ kg
F_1 = fuerza de la tibia
F_2 = "tirón" del tendón
$\theta_1 = 15°, \theta_2 = 21°$
(La masa del pie m_f no se conoce.)

Encuentre: *a*) ecuaciones generales para F_1 y F_2
b) comparación de F_2 y el repaso del individuo

***a*)** Suponemos que el individuo de masa m está en reposo, parado sobre un pie. Por lo tanto, al sumar los componentes de la fuerza sobre el pie tenemos,

$$\Sigma F_x = +F_1 \text{ sen } \theta_1 - F_2 \text{ sen } \theta_2 = 0$$
$$\Sigma F_y = +N - F_1 \cos \theta_1 + F_2 \cos \theta_2 - m_f g = 0$$

donde m_f es la masa del pie. De la ecuación para F_x, tenemos

$$F_1 = F_2\left(\frac{\text{sen } \theta_2}{\text{sen } \theta_1}\right) \tag{1}$$

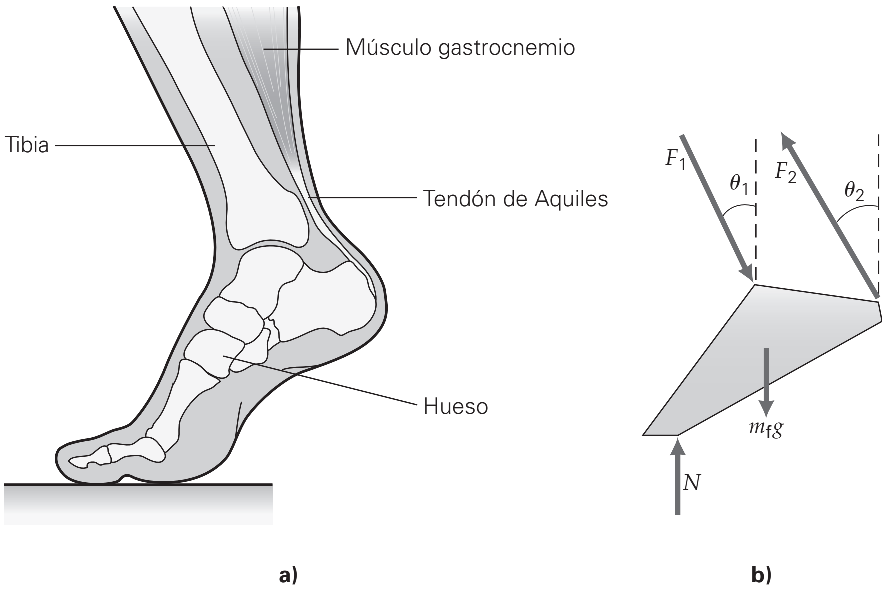
Sustituyendo en la ecuación para F_y, obtenemos,

$$N - F_2\left(\frac{\text{sen } \theta_2}{\text{sen } \theta_1}\right)\cos \theta_1 + F_2 \cos \theta_2 - m_f g = 0$$

Con $N = mg$, despejamos F_2 para obtener,

$$F_2 = \frac{N - m_f g}{\left(\frac{\text{sen } \theta_2}{\tan \theta_1}\right) - \cos \theta_2} = \frac{mg - m_f g}{\cos \theta_2\left(\frac{\tan \theta_2}{\tan \theta_1} - 1\right)} \tag{2}$$

▼ **FIGURA 2.16 De puntillas** ***a*)** Una persona se para en un pie con el talón levantado. ***b*)** Las fuerzas que intervienen en esta posición (que no está a escala). Véase el ejemplo 2.9.



Luego, al examinar F_2 en la ecuación 2, vemos que si $\theta_2 = \theta_1$ o $\tan\theta_2 = \tan\theta_1$, F_2 es muy grande. (¿Por qué?) Entonces, para que la fuerza sea finita, $\tan\theta_2$ debe ser mayor que $\tan\theta_1$ o sea, $\theta_2 > \theta_1$. Dado que $21° > 15°$, vemos que evidentemente la naturaleza sabe de física.

Entonces, al sustituir F_2 en la ecuación 1 para calcular F_1,

$$F_1 = F_2\left(\frac{\text{sen}\,\theta_2}{\text{sen}\,\theta_1}\right) = \left[\frac{(m - m_\text{f})g}{\cos\theta_2\left(\dfrac{\tan\theta_2}{\tan\theta_1}\right) - 1}\right]\left(\frac{\text{sen}\,\theta_2}{\text{sen}\,\theta_1}\right)$$

$$= \frac{(m - m_\text{f})g\tan\theta_2}{\left(\dfrac{\tan\theta_2}{\tan\theta_1} - 1\right)\text{sen}\,\theta_1} = \frac{\tan\theta_2\,(m - m_\text{f})g}{\cos\theta_1\tan\theta_2 - \text{sen}\,\theta_1}$$

(Verifica la manipulación trigonométrica de este último paso.)

b) El peso de la persona es $w = mg$, donde m es la masa del cuerpo de la persona. Esto se compara con F_2. Entonces, con $m \gg m_\text{f}$ (la masa total del cuerpo es mayor que la masa del pie), para una buena aproximación, m_f puede ser despreciable en comparación con m, es decir, $w - m_\text{f}g = mg - m_\text{f}g \approx w$. Así, para F_2

$$F_2 = \frac{w - m_\text{f}g}{\cos\theta_2\left(\dfrac{\tan\theta_2}{\tan\theta_1} - 1\right)} \approx \frac{w}{\cos 21°\left(\dfrac{\tan 21°}{\tan 15°} - 1\right)} = 2.5w$$

Por lo que la fuerza sobre el tendón de Aquiles es aproximadamente 2.5 veces el peso del individuo. Con razón la gente se distiende o desgarra este tendón, ¡incluso sin saltar!

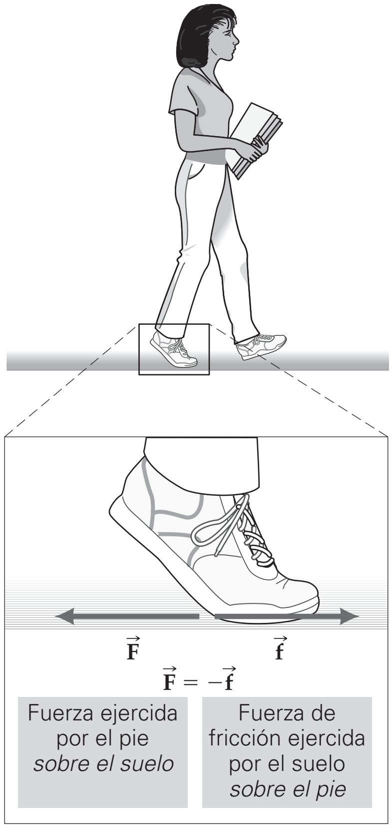
Ejercicio de refuerzo. *a*) Compare la fuerza de la tibia con el peso de la persona. *b*) Suponga que la persona salta hacia arriba desde la posición de puntillas en un pie (como cuando se lanza el balón después de un salto con carrera en el baloncesto). ¿Cómo afectaría este salto a F_1 y F_2?

2.6 Fricción

OBJETIVOS: Explicar *a*) las causas de la fricción y *b*) cómo se describe la fricción empleando coeficientes de fricción.

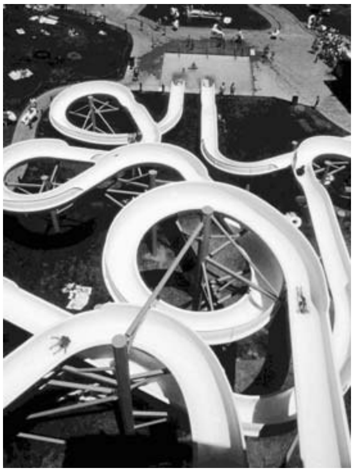
La fricción se refiere a la omnipresente resistencia al movimiento que se da cuando dos materiales o medios están en contacto. Esta resistencia existe con todos los tipos de medios —sólidos, líquidos y gases—, y se caracteriza como **fuerza de fricción** (f). Por sencillez, hasta ahora por lo general hemos ignorado todos los tipos de fricción (incluida la resistencia del aire) en los ejemplos y problemas. Ahora que sabemos cómo describir el movimiento, estamos listos para considerar situaciones más realistas, que incluyen los efectos de la fricción.

En algunas situaciones reales, nos interesa aumentar la fricción; por ejemplo, al echar arena en un camino o una acera congelados, para mejorar la tracción. Esto parecería contradictorio, pues cabría suponer que un aumento en la fricción aumentaría la resistencia al movimiento. Casi siempre decimos que la fricción se opone al movimiento, y que la fuerza de fricción está en la dirección opuesta al movimiento. Sin embargo, consideremos las fuerzas que intervienen en la acción de caminar, que se ilustra en la figura 2.17. De hecho la fuerza de fricción se resiste al movimiento (el del pie); pero está en la dirección del movimiento (caminar). Sin fricción, el pie se deslizaría hacia atrás. (Pensemos en lo que pasaría al caminar sobre una superficie muy resbalosa.) También considere a un trabajador que está de pie sobre el centro de la plataforma de un camión que acelera hacia adelante. Si no hay fricción entre los zapatos del trabajador y la plataforma del camión, aquél se deslizaría hacia atrás. Evidentemente, sí hay fricción entre los zapatos y la plataforma, lo cual evita que él se deslice hacia atrás y hace que se mueva hacia adelante.



▲ **FIGURA 2.17 Fricción al caminar** Se muestra la fuerza de fricción, $\vec{\mathbf{f}}$, en la dirección del movimiento al caminar. La fuerza de fricción impide que el pie se deslice hacia atrás mientras el otro pie se lleva hacia adelante. Si caminamos sobre una alfombra mullida, $\vec{\mathbf{F}}$ se hace evidente porque sus hebras se doblan hacia atrás.

a)



b)

▲ **FIGURA 2.18** Aumento y reducción de la fricción
a) Para arrancar rápidamente, los autos de arrancones necesitan asegurarse de que sus neumáticos no se deslicen cuando el semáforo de salida se encienda y pisen a fondo el acelerador. Por ello, tratan de aumentar al máximo la fricción entre sus neumáticos y la pista, "quemándolos" justo antes del inicio de la carrera. Esto se hace girando las ruedas con los frenos aplicados hasta que los neumáticos se calientan mucho. El caucho se vuelve tan pegajoso que casi se suelda a la superficie de la pista. ***b)*** El agua es un buen lubricante para reducir la fricción en juegos de parques de diversiones.

De manera que hay situaciones en que se desea la fricción (◂figura 2.18a) y situaciones en que es necesario reducirla (figura 2.18b). Por ejemplo, lubricamos las piezas móviles de las máquinas para que puedan moverse más libremente, con lo cual se reducen el desgaste y el gasto de energía. Los automóviles no podrían funcionar sin aceites y grasas que reduzcan la fricción.

En esta sección, nos ocupamos principalmente de la fricción entre superficies sólidas. Todas las superficies son microscópicamente ásperas, por más lisas que se vean o se sientan. Originalmente se pensó que la fricción se debía primordialmente al embonamiento mecánico de irregularidades *superficiales* (asperezas o puntos salientes). Sin embargo, las investigaciones han demostrado que la fricción entre las superficies en contacto de los sólidos ordinarios (y sobre todo de los metales) se debe en su mayoría a la adherencia local. Cuando dos superficies se juntan bajo presión, ocurre un soldado o pegado local en unas cuantas áreas pequeñas, donde las asperezas más grandes hacen contacto. Para superar esta adherencia local, debe aplicarse una fuerza lo bastante grande como para separar las regiones pegadas.

Por lo general la fricción entre sólidos se clasifica en tres tipos: estática, deslizante (cinética) y rodante. La **fricción estática** incluye todos los casos en que la fuerza de fricción es suficiente para impedir un movimiento relativo entre las superficies. Suponga que usted desea mover un escritorio grande. Lo empuja, pero el escritorio no se mueve. La fuerza de fricción estática entre las patas del escritorio y el piso se opone a la fuerza horizontal que está aplicando y la anula, por lo que no hay movimiento: hay una condición estática.

Sucede **fricción deslizante** o **cinética** cuando hay un movimiento (deslizamiento) relativo en la interfaz de las superficies en contacto. Al continuar empujando el escritorio, al final usted logrará deslizarlo, pero todavía hay mucha resistencia entre las patas del escritorio y el piso: hay fricción cinética.

La **fricción de rodamiento** se presenta cuando una superficie gira conforme se mueve sobre otra superficie; aunque no desliza ni resbala en el punto o área de contacto. La fricción de rodamiento, como la que se da entre la rueda de un tren y el riel, se atribuye a deformaciones locales pequeñas en la región de contacto. Este tipo de fricción es difícil de analizar y no la veremos aquí.

Fuerzas de fricción y coeficientes de fricción

En esta subsección, consideraremos las fuerzas de fricción que actúan sobre objetos estacionarios y en deslizamiento. Esas fuerzas se llaman *fuerza de fricción estática* y *fuerza de fricción cinética* (o *deslizante*), respectivamente. En experimentos, se ha visto que la fuerza de fricción depende tanto de la naturaleza de las dos superficies como de la *carga* (o fuerza normal) que presiona las superficies entre sí. De manera que podemos escribir $f \propto N$. En el caso de un cuerpo en una superficie horizontal, esta fuerza tiene la misma magnitud que el peso del objeto. (¿Por qué?) Sin embargo, como vimos en la figura de Aprender dibujando de la página 50, en un plano inclinado sólo un componente del peso contribuye a la carga.

La fuerza de fricción estática (f_s) entre superficies en contacto actúa en la dirección que se opone al inició de un movimiento relativo entre las superficies. La magnitud tiene diferentes valores, tales que

$$f_s \leq \mu_s N \quad \textit{(condiciones estáticas)} \tag{2.6}$$

donde $\boldsymbol{\mu_s}$ es una constante de proporcionalidad llamada el **coeficiente de fricción estática**. (μ es la letra griega "mu". Se trata de una constante adimensional. ¿Cómo lo sabemos por la ecuación?)

El signo de menor o igual ($\leq$) indica que la fuerza de fricción estática podría tener valores o magnitudes diferentes, desde cero hasta cierto valor máximo. Para entender este concepto, examinemos la ▸figura 2.19. En la figura 2.19a, alguien empuja un archivero, pero no logra moverlo. Como no hay aceleración, la fuerza neta sobre el archivero es cero, y $F - f_s = 0$, es decir, $F = f_s$. Supongamos que una segunda persona también empuja, y el archivero sigue sin ceder. Entonces, f_s debe ser mayor ahora, porque se incrementó la fuerza aplicada. Por último, si la fuerza aplicada es lo bastante grande como para vencer la fricción estática, hay movimiento (figura 2.19c).

La fuerza de fricción estática mayor, o máxima, se ejerce justo antes de que el archivero comience a deslizarse (figura 2.19b) y, en tal caso, la ecuación 2.6 da el valor máximo de fricción estática:

$$f_{s_{máx}} = \mu_s N \tag{2.7}$$

Una vez que un objeto se desliza, la fuerza de fricción cambia a fricción cinética (f_k). Esta fuerza actúa en la dirección opuesta a la dirección del movimiento y su magnitud es

$$f_k = \mu_k N \quad \textit{(condiciones de deslizamiento)} \tag{2.8}$$

donde $\boldsymbol{\mu_k}$ es el **coeficiente de fricción cinética** (también llamado *coeficiente de fricción deslizante*). Observe que las ecuaciones 2.7 y 2.8 *no* son vectoriales, porque f y N tienen diferente dirección. En general el coeficiente de fricción cinética es menor que el coe-

▼ **FIGURA 2.19 Fuerza de fricción contra fuerza aplicada** ***a)*** En la región estática de la gráfica, a medida de que se incrementa la fuerza aplicada F, también lo hace f_s; esto es, $f_s = F$ y $f_s < m_s N$. ***b)*** Cuando la fuerza aplicada F excede $f_{s_{máx}} = \mu_s N$, el pesado archivero se pone en movimiento. ***c)*** Una vez que el archivero se mueve, disminuye la fuerza de fricción, ya que la fricción cinética es menor que la fricción estática ($f_k < f_{s_{máx}}$). Por lo tanto, si se mantiene la fuerza aplicada, habrá una fuerza neta y el archivero acelerará. Para que el archivero se mueva con velocidad constante, la fuerza aplicada deberá reducirse hasta igualar la fuerza de fricción cinética: $f_k = \mu_k N$.

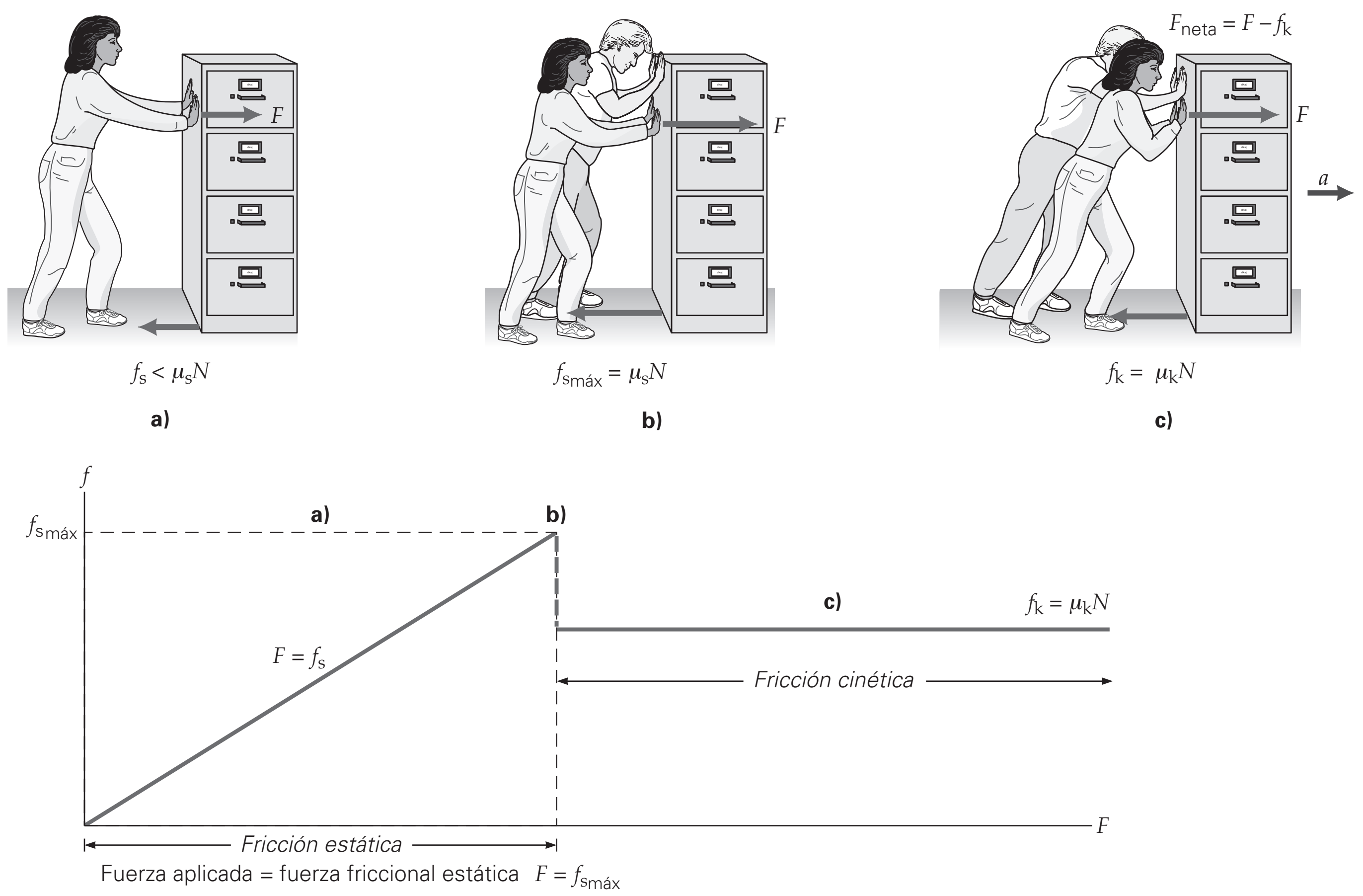


TABLA 2.1 Valores aproximados de coeficientes de fricción estática y fricción cinética entre ciertas superficies

Fricción entre materiales	μ_s	μ_k
Aluminio sobre aluminio	1.90	1.40
Vidrio sobre vidrio	0.94	0.35
Caucho sobre concreto		
seco	1.20	0.85
mojado	0.80	0.60
Acero sobre aluminio	0.61	0.47
Acero sobre acero		
seco	0.75	0.48
lubricado	0.12	0.07
Teflón sobre acero	0.04	0.04
Teflón sobre teflón	0.04	0.04
Madera encerada sobre nieve	0.05	0.03
Madera sobre madera	0.58	0.40
Cojinetes de bola lubricados	<0.01	<0.01
Articulaciones sinoviales (en los extremos de casi todos los huesos largos; p. ej., codos y caderas)	0.01	0.01

ficiente de fricción estática ($\mu_k < \mu_s$), lo que significa que la fuerza de fricción cinética es menor que $f_{s_{máx}}$. En la tabla 2.1 se dan los coeficientes de fricción entre algunos materiales comunes.

Observe que la fuerza de fricción estática (f_s) existe en respuesta a una fuerza aplicada. La magnitud de f_s y su dirección dependen de la magnitud y dirección de la fuerza aplicada. Hasta su valor máximo, la fuerza de fricción estática es igual en magnitud y opuesta en dirección a la fuerza aplicada (F), ya que no hay aceleración ($F - f_s = ma = 0$). Por lo tanto, si la persona de la figura 2.19a empujara el archivero en la dirección opuesta, f_s cambiaría para oponerse al nuevo empujón. Si no hubiera fuerza aplicada F, entonces f_s sería cero. Cuando la magnitud de F excede $f_{s_{máx}}$, el archivero comienza a moverse (se acelera) y entra en acción la fricción cinética, con $f_k = m_k N$. Si F se reduce a f_k, el archivero se deslizará con velocidad constante; si F se mantiene en un valor mayor que f_k, el archivero seguirá acelerando.

Se ha determinado experimentalmente que los coeficientes de fricción (y por ende las fuerzas de fricción) son casi independientes del tamaño del área de contacto entre superficies metálicas. Esto significa que la fuerza de fricción entre un bloque metálico con forma de tabique y una superficie metálica es la misma, sin importar que el bloque esté descansando sobre su lado más ancho o sobre el más angosto.

Por último, hay que tener en cuenta que, si bien la ecuación $f = \mu N$ se cumple en general para las fuerzas de fricción, la fricción podría no ser lineal. Es decir, μ no siempre es constante. Por ejemplo, el coeficiente de fricción cinética varía un poco con la velocidad relativa de las superficies. Sin embargo, para velocidades de hasta varios metros por segundo, los coeficientes son relativamente constantes. Por sencillez, en nuestras explicaciones ignoraremos cualesquiera variaciones debidas a la rapidez (o al área) y supondremos que las fuerzas de fricción estática y dinámica dependen únicamente de la carga (N) y de la naturaleza de los materiales, expresada en los coeficientes de fricción dados.

Ejemplo 2.10 ■ Tirar de una caja: fuerzas de fricción estática y cinética

a) En la ▼figura 2.20, si el coeficiente de fricción estática entre la caja de 40.0 kg y el piso es de 0.650, ¿con qué fuerza horizontal mínima debe tirar el trabajador para poner la caja en movimiento? *b*) Si el trabajador mantiene esa fuerza una vez que la caja empiece a moverse, y el coeficiente de fricción cinética entre las superficies es de 0.500, ¿qué magnitud tendrá la aceleración de la caja?

Razonamiento. Este escenario requiere la aplicación de las fuerzas de fricción. En *a*), es preciso calcular la fuerza máxima de fricción estática. En *b*), si el trabajador mantiene una fuerza aplicada de esa magnitud una vez que la caja esté en movimiento, habrá una aceleración, ya que $f_k < f_{s_{máx}}$.

Solución. Listamos los datos dados y lo que se nos pide,

Dado: $m = 40.0$ kg
$\mu_s = 0.650$
$\mu_k = 0.500$

Encuentre: *a*) F (fuerza mínima necesaria para mover la caja)
b) a (aceleración)

a) La caja no se moverá hasta que la fuerza aplicada F exceda ligeramente la fuerza máxima de fricción estática, $f_{s_{máx}}$. Por lo tanto, debemos calcular $f_{smáx}$ para determinar qué fuerza debe aplicar el trabajador. El peso de la caja y la fuerza normal tienen la misma magnitud en este caso (véase el diagrama de cuerpo libre de la figura 2.20), de manera que la fuerza máxima de fricción estática es

$$\begin{aligned} f_{s_{max}} &= \mu_s N = \mu_s (mg) \\ &= (0.650)(40.0\text{ kg})(9.80\text{ m/s}^2) = 255\text{ N} \end{aligned}$$

Entonces, la caja se moverá si la fuerza aplicada F excede 255 N.

b) Ahora la caja está en movimiento, y el trabajador mantiene una fuerza aplicada constante $F = f_{s_{máx}} = 255$ N. La fuerza de fricción cinética f_k actúa sobre la caja; pero esta fuerza es menor que la fuerza aplicada F, porque $\mu_k < \mu_s$. Por lo tanto, hay una fuerza neta sobre la caja, y podemos obtener la aceleración de la caja utilizando la segunda ley de Newton en la dirección x:

$$\Sigma F_x = +F - f_k = F - \mu_k N = ma_x$$

Despejamos a_x y obtenemos

$$\begin{aligned} a_x &= \frac{F - \mu_k N}{m} = \frac{F - \mu_k (mg)}{m} \\ &= \frac{255\text{ N} - (0.500)(40.0\text{ kg})(9.80\text{ m/s}^2)}{40.0\text{ kg}} = 1.48\text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

Ejercicio de refuerzo. En promedio, ¿por qué factor μ_s es mayor que μ_k para superficies no lubricadas de metal sobre metal? (Véase la tabla 2.1.)

▼ **FIGURA 2.20 Fuerzas de fricción estática y cinética** Véase el ejemplo 2.10.

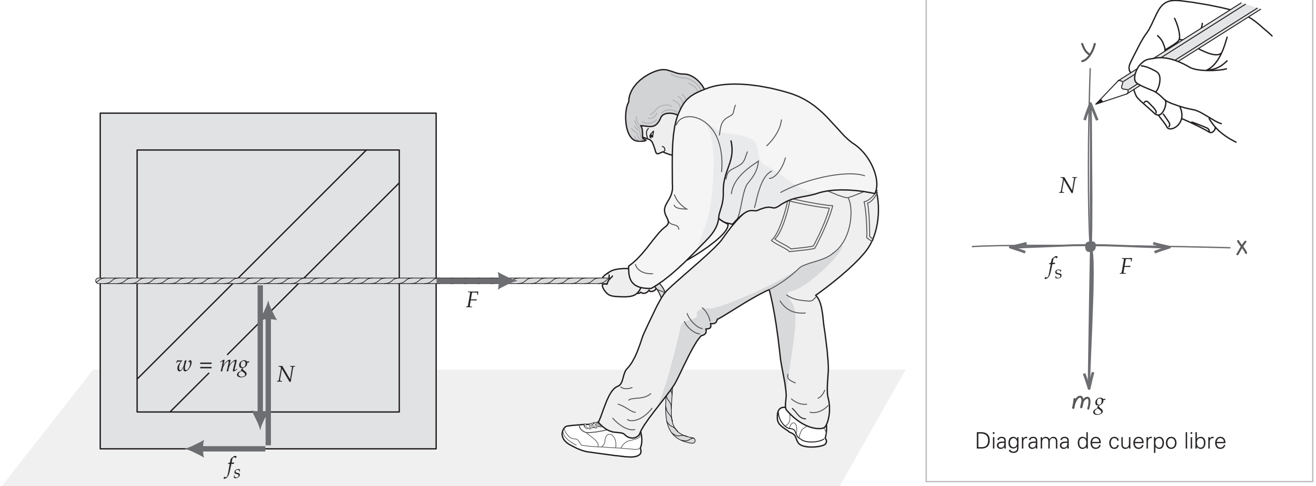
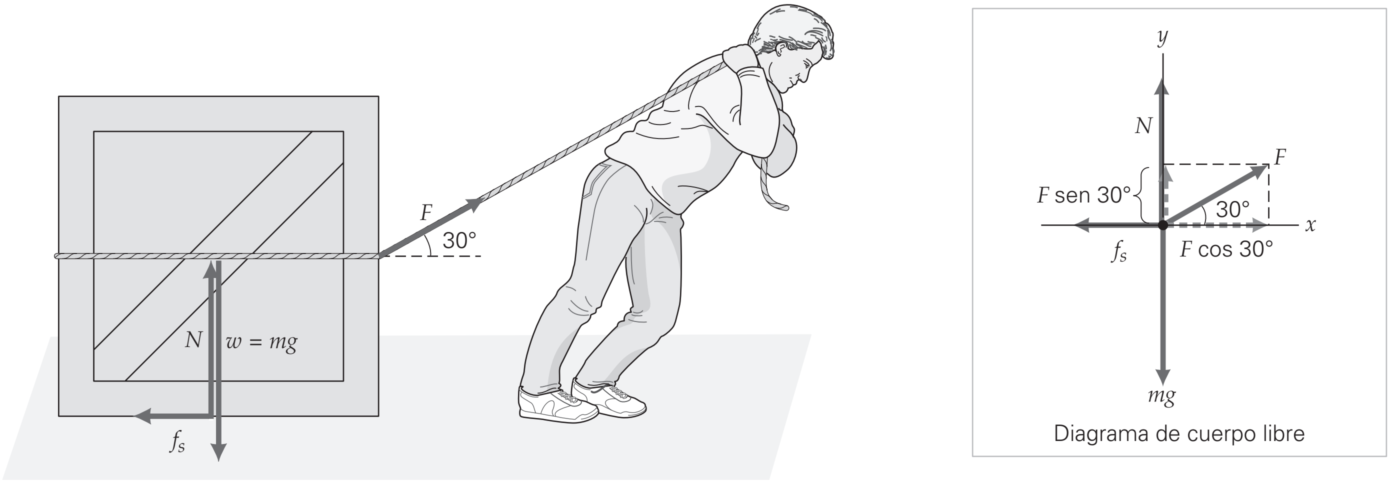


Diagrama de cuerpo libre



▲ **FIGURA 2.21** **Tirar en dirección inclinada: un análisis más profundo de la fuerza normal** Véase ejemplo 2.11.

Veamos a otro trabajador con la misma caja; pero ahora supongamos que el trabajador aplica la fuerza con cierto ángulo (▲figura 2.21).

Ejemplo 2.11 ■ Tirar en dirección inclinada: un análisis más profundo de la fuerza normal

Un trabajador que tira de una caja aplica una fuerza con un ángulo de 30º respecto a la horizontal, como se muestra en la figura 2.21. ¿Cuál es la magnitud de la fuerza mínima que deberá aplicar para mover la caja? (Antes de ver la solución, ¿usted cree que la fuerza requerida en este caso sea mayor o menor que la del ejemplo 2.10?)

Razonamiento. Vemos que la fuerza aplicada forma un ángulo con la superficie horizontal, así que el componente vertical afectará la fuerza normal. (Véase la figura 2.11.) Este cambio en la fuerza normal, a la vez, afectará la fuerza máxima de fricción estática.

Solución. Los datos son los mismos que en el ejemplo 2.10, excepto que la fuerza se aplica de forma inclinada.

Dado: $\theta = 30°$ ***Encuentre:*** F (fuerza mínima necesaria para mover la caja)

En este caso, la caja se empezará a mover cuando el *componente horizontal* de la fuerza aplicada, F cos 30º, exceda ligeramente la fuerza máxima de fricción estática. Por lo tanto, escribimos lo siguiente para la fricción máxima:

$$F \cos 30° = f_{s_{\text{máx}}} = \mu_s N$$

Sin embargo, en este caso la magnitud de la fuerza normal no es igual al peso de la caja, debido al componente hacia arriba de la fuerza aplicada. (Véase el diagrama de cuerpo libre de la figura 2.21.) Por la segunda ley de Newton, dado que $a_y = 0$, tenemos

$$\Sigma F_y = +N + F \text{ sen } 30° - mg = 0$$

es decir,

$$N = mg - F \text{ sen } 30°$$

Efectivamente, la fuerza aplicada sostiene parcialmente el peso de la caja. Si sustituimos esta expresión para N en la primera ecuación, tenemos

$$F \cos 30° = \mu_s(mg - F \text{ sen } 30°)$$

Y al despejar F,

$$F = \frac{mg}{(\cos 30°/\mu_s) + \text{sen } 30°}$$

$$= \frac{(40.0 \text{ kg})(9.80 \text{ m/s}^2)}{(0.866/0.650) + 0.500} = 214 \text{ N}$$

Por lo tanto, se necesita una fuerza aplicada menor en este caso, porque la fuerza de fricción es menor al ser menor la fuerza normal.

Ejercicio de refuerzo. En este ejemplo, note que la aplicación angulada de la fuerza produce dos efectos. Conforme se incrementa el ángulo entre la fuerza aplicada y la horizontal, se reduce el componente horizontal de la fuerza aplicada. No obstante, la fuerza normal también se reduce, así que $f_{s_{máx}}$ también disminuye. ¿Un efecto siempre supera al otro? Esto es, ¿la fuerza aplicada F necesaria para mover la caja siempre disminuye al aumentar el ángulo? (*Sugerencia:* investigue F para diferentes ángulos. Por ejemplo, calcule F para 20º y 50º. Ya tiene un valor para 30°. ¿Qué le dicen los resultados?

Ejemplo 2.12 ■ No hay desliz: fricción estática

Una caja está en el centro de la plataforma de carga de un camión que viaja a 80 km/h por una carretera recta y plana. El coeficiente de fricción estática entre la caja y la plataforma del camión es de 0.40. Cuando el camión frena uniformemente hasta detenerse, la caja no resbala sino que se mantiene inmóvil en el camión. ¿En qué distancia mínima puede frenar el camión sin que la caja se deslice sobre la plataforma?

Razonamiento. Tres fuerzas actúan sobre la caja, como se muestra en el diagrama de cuerpo libre de la ▸figura 2.22 (suponiendo que el camión viaja inicialmente en la dirección $+x$). Pero, ¡espere! Hay una fuerza neta en la dirección $-x$, así que debería haber una aceleración en esa dirección ($a_x < 0$). ¿Qué significa esto? Que en relación con el suelo, la caja está desacelerando con la misma tasa que el camión, lo cual es necesario para que la caja no resbale: la caja y el camión frenan juntos uniformemente.

La fuerza que crea esta aceleración para la caja es la fuerza de fricción estática. La aceleración se obtiene aplicando la segunda ley de Newton y luego se emplea en una de las ecuaciones de cinemática para calcular la distancia.

Solución.

Dado: $v_{x_o} = 80\text{ km/h} = 22\text{ m/s}$
$\mu_s = 0.40$

Encuentre: distancia mínima para detenerse

Aplicamos la segunda ley de Newton a la caja, con el valor máximo de f_s para encontrar la distancia mínima para detenerse,

$$\Sigma F_x = -f_{s_{máx}} = -\mu_s N = -\mu_s mg = ma_x$$

Ahora despejamos a_x,

$$a_x = -\mu_s g = -(0.40)(9.8\text{ m/s}^2) = -3.9\text{ m/s}^2$$

que es la desaceleración máxima del camión con la que la caja no se resbala.

Por lo tanto, la distancia de detención mínima (x) del camión se basará en esta aceleración, donde $v_x = 0$ y tomamos x_o como el origen. Entonces,

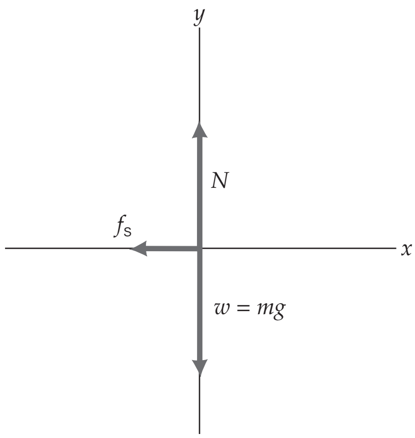
$$v_x^2 = 0 = v_{x_o}^2 + 2(a_x)x$$

Ahora despejamos x:

$$x = \frac{v_{x_o}^2}{-2a_x} = \frac{(22\text{ m/s})^2}{-2(-3.9\text{ m/s}^2)} = 62\text{ m}$$

¿Es razonable la respuesta? Esta longitud es aproximadamente dos tercios de un campo de fútbol americano.

Ejercicio de refuerzo. Dibuje un diagrama de cuerpo libre y describa lo que sucede en términos de aceleraciones y coeficientes de fricción, si la caja comienza a deslizarse hacia adelante cuando el camión está frenando (en otras palabras, si a_x excede -3.9 m/s^2).



▲ **FIGURA 2.22 Diagrama de cuerpo libre** Véase el ejemplo 2.12.

Resistencia del aire

La **resistencia del aire** se refiere a la fuerza de resistencia que actúa sobre un objeto cuando se mueve a través del aire. Dicho de otro modo, la resistencia del aire es un tipo de fuerza de fricción. En los análisis de objetos que caen, por lo general omitimos el efecto de la resistencia del aire y aun así obtenemos aproximaciones válidas en caídas desde distancias relativamente cortas. Sin embargo, en caídas más largas no es posible despreciar la resistencia del aire.

▲ **FIGURA 2.23 Superficie aerodinámica** La superficie sobre el techo de la cabina de este camión hace aerodinámico al vehículo y así reduce la resistencia del aire, volviéndolo más eficiente.

La resistencia del aire sucede cuando un objeto en movimiento choca contra moléculas de aire. Por lo tanto, la resistencia del aire depende de la forma y el tamaño del objeto (que determinan el área del objeto que está expuesta a choques), así como su rapidez. Cuanto más grande sea el objeto, y más rápido se mueva, mayor será el número de moléculas de aire contra las que chocará. (La densidad del aire es otro factor, pero supondremos que esta cantidad es constante cerca de la superficie de la Tierra.) Para reducir la resistencia del aire (y el consumo de combustible), los automóviles se hacen "más eficientes", y en los camiones y las casas rodantes se instalan superficies aerodinámicas (◂figura 2.23).

Considere un objeto que cae. Puesto que la resistencia del aire depende de la rapidez, conforme un objeto que cae acelera bajo la influencia de la gravedad, la fuerza retardante de la resistencia del aire aumenta (▾figura 2.24a). La resistencia del aire para objetos del tamaño del cuerpo humano es proporcional al cuadrado de la rapidez, v^2, por lo que la resistencia aumenta con mucha rapidez. Así, cuando la rapidez se duplica, la resistencia del aire se incrementa por un factor de 4. En algún momento, la magnitud de la fuerza retardante es igual a la del peso del objeto (figura 2.24b), de manera que la fuerza neta sobre el objeto es cero. A partir de ese momento, el objeto cae con una velocidad máxima constante, llamada **velocidad terminal**, con magnitud v_t.

Es fácil ver esto con la ayuda de la segunda ley de Newton. Para el objeto que cae, tenemos

$$F_{\text{neta}} = ma$$

es decir,

$$mg - f = ma$$

donde, por conveniencia, la dirección hacia abajo se ha tomado como positiva. Al despejar a, tenemos

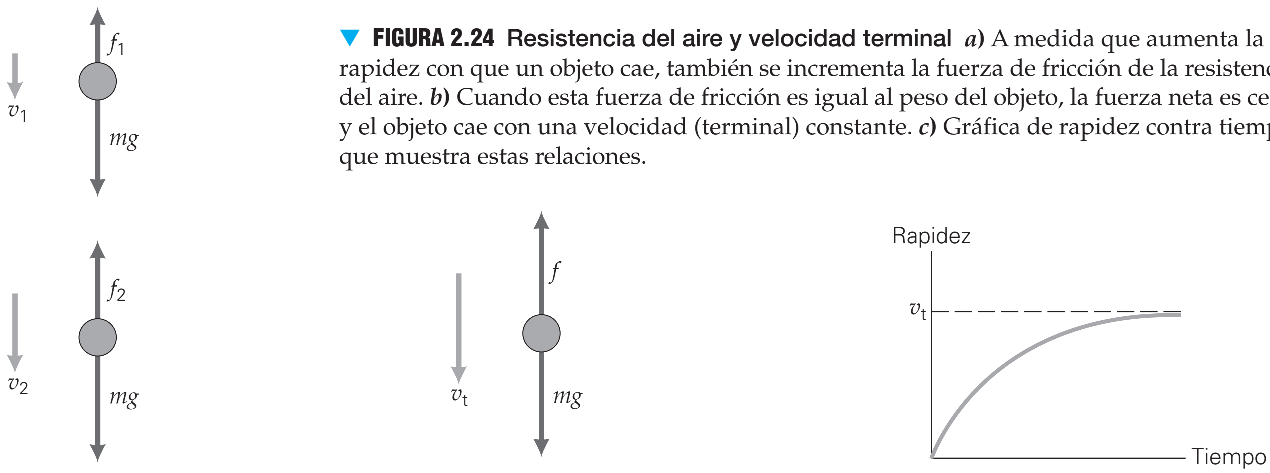
$$a = g - \frac{f}{m}$$

donde a es la magnitud de la aceleración instantánea hacia abajo.

Note que la aceleración de un objeto que cae, si tomamos en cuenta la resistencia del aire, es menor que g; es decir, $a < g$. Si el objeto sigue cayendo, su rapidez aumentará y, por ende, aumentará la fuerza de resistencia del aire f (porque depende de la rapidez), hasta que $a = 0$, cuando $f = mg$ y $f - mg = 0$. Entonces, el objeto cae con velocidad terminal constante.

Para un paracaidista que no ha abierto su paracaídas, la velocidad terminal es de unos 200 km/h (cerca de 125 mi/h). Para reducir la velocidad terminal a fin de alcanzarla antes y prolongar el tiempo de caída, el paracaidista trata de aumentar al máximo el área expuesta de su cuerpo, adoptando una posición extendida (▸figura 2.25). Esta posición aprovecha que la resistencia del aire depende del tamaño y la forma del objeto que cae. Una vez que se abre el paracaídas (que tiene una área expuesta mayor y una forma que atrapa el aire), la resistencia adicional al aire frena al paracaidista a cerca de 40 km/h (25 mi/h), la cual es preferible para aterrizar.

▼ **FIGURA 2.24 Resistencia del aire y velocidad terminal** ***a)*** A medida que aumenta la rapidez con que un objeto cae, también se incrementa la fuerza de fricción de la resistencia del aire. ***b)*** Cuando esta fuerza de fricción es igual al peso del objeto, la fuerza neta es cero, y el objeto cae con una velocidad (terminal) constante. ***c)*** Gráfica de rapidez contra tiempo que muestra estas relaciones.



a) Conforme v se incrementa, f también lo hace.

b) Cuando $f = mg$, el objeto cae con velocidad (terminal) constante.

c)

◀ **FIGURA 2.25** Velocidad terminal Los paracaidistas adoptan una posición extendida para aumentar al máximo la resistencia del aire. Esto hace que alcancen más rápidamente la velocidad terminal y prolonga el tiempo de caída. Aquí se observa una vista de los paracaidistas.

Ejemplo conceptual 2.13 ■ Carrera en descenso: resistencia del aire y velocidad terminal

Desde gran altura, un viajero en globo deja caer simultáneamente dos pelotas de idéntico tamaño, pero de peso muy distinto. Suponiendo que ambas pelotas alcanzan la velocidad terminal durante la caída, ¿qué se cumple? *a*) La pelota más pesada alcanza primero la velocidad terminal; *b*) las pelotas alcanzan al mismo tiempo la velocidad terminal; *c*) la pelota más pesada cae primero al suelo; *d*) las pelotas caen al suelo al mismo tiempo. *Plantee claramente el razonamiento y los principios de física que usó para llegar a su respuesta, antes de leer el párrafo siguiente. Es decir, ¿por qué eligió esa respuesta?*

Razonamiento y respuesta. La velocidad terminal se alcanza cuando el peso de la pelota se equilibra con la resistencia del aire. Ambas pelotas experimentan inicialmente la misma aceleración, g, y su rapidez y las fuerzas retardantes de la resistencia del aire aumentan con la misma tasa. El peso de la pelota más ligera se equilibrará primero, de manera que *a* y *b* son incorrectas. La pelota más ligera alcanza primero la velocidad terminal ($a = 0$), pero la pelota más pesada sigue acelerando y se adelanta a la pelota más ligera. Por lo tanto, la pelota más pesada cae primero al suelo, y la respuesta es *c*, lo cual excluye a *d*.

Ejercicio de refuerzo. Suponga que la pelota más pesada es mucho más grande que la más ligera. ¿Cómo podría esta diferencia afectar el resultado?

Vemos un ejemplo de velocidad terminal muy a menudo. ¿Por qué las nubes se mantienen aparentemente suspendidas en el cielo? Es indudable que las gotitas de aire o cristales de hielo (nubes altas) deberían caer… y lo hacen. Sin embargo, son tan pequeños que su velocidad terminal se alcanza rápidamente, y caen con tal lentitud que no lo notamos. La flotabilidad en el aire también es un factor (véase el capítulo 9). Además, podría haber corrientes de aire ascendentes que impiden al agua y el hielo llegar al suelo.

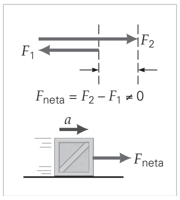
Un uso de la resistencia del "aire" fuera de la Tierra es el *aerofrenado*. Esta técnica aeronáutica utiliza la atmósfera planetaria para frenar una nave espacial en órbita. Cuando la nave pasa a través de la capa superior de la atmósfera planetaria, la "resistencia" atmosférica frena la rapidez de la nave, hasta colocar ésta en la órbita deseada. Se necesitan muchos movimientos, pues la nave debe pasar una y otra vez por la atmósfera hasta alcanzar la órbita final adecuada.

El aerofrenado es una técnica muy útil porque elimina la necesidad de transportar una pesada carga de propulsores químicos, que de otra forma serían indispensables para colocar la nave en órbita. Esto permite que la nave lleve más instrumentos científicos para realizar investigaciones. El aerofrenado se utilizó para ajustar la órbita de la sonda *Odisea* alrededor de Marte en 2001.

Repaso del capítulo

- Una **fuerza** es algo que puede cambiar el estado de movimiento de un objeto. Para producir un cambio en el movimiento, debe haber una fuerza neta, no equilibrada, distinta de cero:

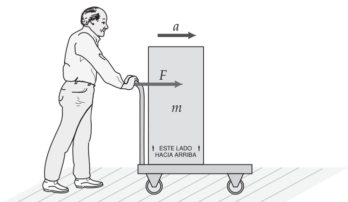
$$\vec{\mathbf{F}}_{\text{neta}} = \Sigma \vec{\mathbf{F}}_i$$



- La **primera ley de Newton del movimiento** también se denomina **ley de inercia**; inercia es la tendencia natural de los objetos a mantener su estado de movimiento. La ley dice que, en ausencia de una fuerza neta aplicada, un cuerpo en reposo permanece en reposo, y un cuerpo en movimiento permanece en movimiento con velocidad constante.

- La **segunda ley de Newton del movimiento** relaciona la fuerza neta que actúa sobre un objeto o un sistema con la masa (total) y la aceleración resultante. Define la relación de causa y efecto entre fuerza y aceleración:

$$\Sigma \vec{\mathbf{F}}_i = \vec{\mathbf{F}}_{\text{neta}} = m\vec{\mathbf{a}} \tag{2.1}$$



Una fuerza neta distinta de cero acelera la caja: $a \propto F/m$

La ecuación del **peso** en términos de masa es una forma de la segunda ley de Newton:

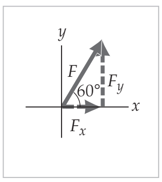
$$w = mg \tag{2.2}$$

La forma de componentes de la segunda ley es:

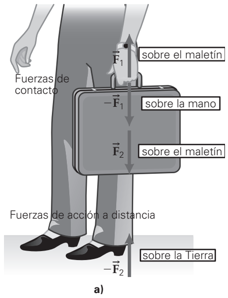
$$\Sigma(F_x\hat{\mathbf{x}} + F_y\hat{\mathbf{y}}) = m(a_x\hat{\mathbf{x}} + a_y\hat{\mathbf{y}}) = ma_x\hat{\mathbf{x}} + ma_y\hat{\mathbf{y}} \tag{2.3a}$$

y

$$\Sigma F_x = ma_x \qquad \text{y} \qquad \Sigma F_y = ma_y \tag{2.3b}$$



- La **tercera ley de Newton** indica que, por cada fuerza, hay una fuerza de reacción igual y opuesta. Según la tercera ley, las fuerzas opuestas de un par siempre actúan sobre objetos distintos.



- Decimos que un objeto está en equilibrio traslacional si está en reposo o se mueve con velocidad constante. Si permanece en reposo, decimos que el objeto está en *equilibrio traslacional* estático. La condición de equilibrio traslacional se plantea así

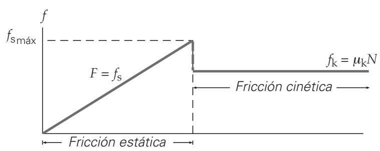
$$\Sigma \vec{\mathbf{F}}_i = 0 \tag{2.4}$$

o bien,

$$\Sigma F_x = 0 \qquad \text{y} \qquad \Sigma F_y = 0 \tag{2.5}$$

- La fricción es la resistencia al movimiento que se da entre superficies en contacto. (En general, hay fricción entre todo tipo de medios: sólidos, líquidos y gases.)

- La fuerza de fricción entre superficies se caracteriza por coeficientes de fricción (μ), uno para el caso estático y otro para el caso cinético (en movimiento). En muchas situaciones, $f = \mu N$, donde N es la fuerza normal, perpendicular a la superficie (es decir, la fuerza que la superficie ejerce *sobre* el objeto). Al ser un cociente de fuerzas (f/N), m es adimensional.



Fuerza de fricción estática:

$$f_s \leq \mu_s N \tag{2.6}$$

$$f_{s_{\text{máx}}} = \mu_s N \tag{2.7}$$

Fuerza de fricción cinética (deslizante):

$$f_k = \mu_k N \tag{2.8}$$

- La fuerza de resistencia del aire sobre un objeto que cae aumenta al aumentar la rapidez. Finalmente, el objeto alcanza una velocidad constante llamada *velocidad terminal*.

Ejercicios*

Los ejercicios designados **OM** *son preguntas de opción múltiple; los* **PC** *son preguntas conceptuales; y los* **EI** *son ejercicios integrados. A lo largo del texto, muchas secciones de ejercicios incluirán ejercicios "apareados". Estos pares de ejercicios, que se identifican con números subrayados, pretenden ayudar al lector a resolver problemas y aprender. La respuesta a los ejercicios de número impar se da al final del libro.*

2.1 Los conceptos de fuerza y fuerza neta *y* 2.2 Inercia y la primera ley de Newton del movimiento

1. **OM** La masa está relacionada *a*) con el peso de un objeto, *b*) con su inercia, *c*) con su densidad, *d*) con todas las opciones anteriores.

2. **OM** Una fuerza *a*) siempre genera movimiento, *b*) es una cantidad escalar, *c*) es capaz de producir un cambio en el movimiento, *d*) tanto *a* como *b*.

3. **OM** Si un objeto se mueve a velocidad constante, *a*) debe haber una fuerza en la dirección de la velocidad, *b*) no debe haber fuerza en la dirección de la velocidad, *c*) no debe haber fuerza neta o *d*) debe haber una fuerza neta en la dirección de la velocidad.

4. **OM** Si la fuerza neta sobre un objeto es cero, el objeto podría *a*) estar en reposo, *b*) estar en movimiento a velocidad constante, *c*) tener aceleración cero o *d*) todo lo anterior.

5. **OM** La fuerza requerida para mantener un cohete moviéndose a una velocidad constante en el espacio lejano es *a*) igual al peso de la nave, *b*) dependiente de la rapidez con que se mueve la nave, *c*) igual a la que generan los motores del cohete a media potencia, *d*) cero.

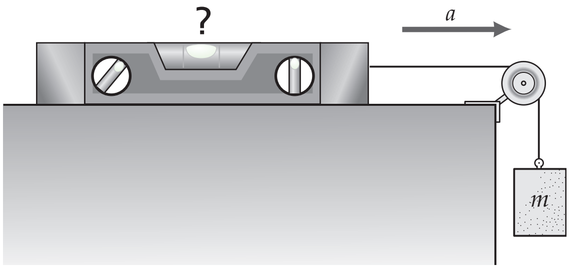
6. **PC** Si un objeto está en reposo, no puede haber fuerzas actuando sobre él. ¿Es correcta esta afirmación? Explique. *b*) Si la fuerza neta sobre un objeto es cero, ¿podemos concluir que el objeto está en reposo? Explique.

7. **PC** En un avión a reacción comercial que despega, sentimos que nos "empujan" contra el asiento. Use la primera ley de Newton para explicar esto.

8. **PC** Un objeto pesa 300 N en la Tierra y 50 N en la Luna. ¿El objeto también tiene menos inercia en la Luna?

9. **PC** Considere un nivel de burbuja que descansa en una superficie horizontal (▼figura 2.26). Inicialmente, la burbuja de aire está en la parte media del tubo horizontal de vidrio. *a*) Si se aplica al nivel una fuerza para acelerarlo, ¿en qué dirección se moverá la burbuja? ¿En qué dirección se moverá la burbuja si se retira la fuerza y el nivel se frena debido a la fricción? *b*) A veces se usan niveles de este tipo como "acelerómetros" para indicar la dirección de la aceleración. Explique el principio que interviene. [*Sugerencia:* piense en empujar una palangana con agua.]

10. **PC** Como extensión del ejercicio 9, considere la situación de un niño que sostiene un globo inflado con helio en un automóvil cerrado que está en reposo. ¿Qué observará el niño cuando el vehículo *a*) acelere desde el reposo y luego *b*) frene hasta detenerse? (El globo no toca el techo del automóvil.)



▲ **FIGURA 2.26 Nivel de burbuja/acelerómetro** Véase el ejercicio 9.

11. **PC** Éste es un truco antiguo (▼figura 2.27): si se tira del mantel con gran rapidez, la vajilla que estaba sobre él apenas se moverá. ¿Por qué?

▼ **FIGURA 2.27 ¿Magia o física?** Véase el ejercicio 11.

*A menos que se indique de otra manera, todos los objetos están cerca de la superficie terrestre, donde $g = 9.80\ \mathrm{m/s^2}$.

12. ● ¿Qué tiene más inercia: 20 cm^3 de agua o 10 cm^3 de aluminio y cuántas veces más? (Véase la tabla 9.2.) $m_{Al} = 1.4m_{agua}$

13. ● Una fuerza neta de 4.0 N imprime a un objeto una aceleración de 10 m/s^2. ¿Cuál será la masa del objeto?

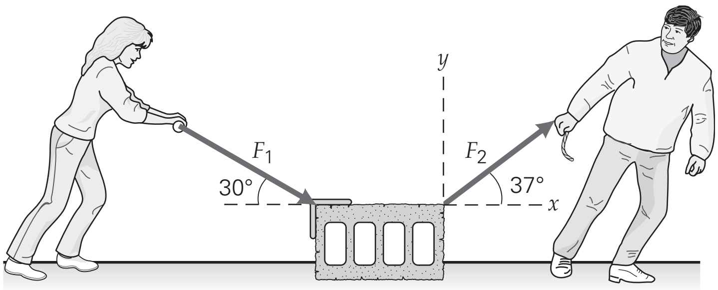
<u>14.</u> ● Dos fuerzas actúan sobre un objeto de 5.0 kg colocado sobre una superficie horizontal que no ejerce fricción. Una fuerza es de 30 N en la dirección $+x$, y la otra de 35 N en la dirección $-x$. ¿Cuál será la aceleración del objeto?

<u>15.</u> ● En el ejercicio 14, si la fuerza de 35 N actuara hacia abajo en un ángulo de 40° con respecto a la horizontal, ¿cuál sería la aceleración en este caso?

16. ● Considere una esfera de 2.0 kg y otra de 6.0 kg en caída libre. *a*) ¿Cuál es la fuerza que actúa sobre cada una? *b*) ¿Cuál es la aceleración de cada una?

17. **EI** ●● Un disco (*puck*) de hockey con un peso de 0.50 lb se desliza libremente a lo largo de una sección horizontal de hielo muy suave (que no ejerce fricción). *a*) Cuando se desliza libremente, ¿cómo se compara la fuerza hacia arriba del hielo sobre el disco (la fuerza normal) con la fuerza hacia arriba cuando el disco está permanentemente en reposo? 1) La fuerza hacia arriba es mayor cuando el disco se desliza; 2) la fuerza hacia arriba es menor cuando éste se desliza, o 3) la fuerza hacia arriba es la misma en ambas situaciones. *b*) Calcule la fuerza hacia arriba sobre el disco en ambas situaciones.

18. ●● Un bloque de 5.0 kg en reposo sobre una superficie sin fricción experimenta dos fuerzas, $F_1 = 5.5$ N y $F_2 = 3.5$ N, como se ilustra en la ▼figura 2.28. ¿Qué fuerza horizontal habría que aplicar también para mantener el bloque en reposo?



▲ **FIGURA 2.28 Dos fuerzas aplicadas** Véase el ejercicio 18.

19. **EI** ●● *a*) Se le indica que un objeto tiene aceleración cero. ¿Qué de lo siguiente es verdad? 1) El objeto está en reposo; 2) el objeto se mueve con velocidad constante; 3) tanto 1) como 2) son posibles; o 4) ni 1 ni 2 son posibles. *b*) Dos fuerzas que actúan sobre el objeto son $F_1 = 3.6$ N a 74° bajo el eje $+x$ y $F_2 = 3.6$ N a 34° por arriba del eje $-x$. ¿Habrá una tercera fuerza sobre el objeto? ¿Por qué? Si la hay, ¿qué fuerza es?

20. **EI** ●● Un pez de 25 lb es capturado y jalado hacia el bote. *a*) Compare la tensión en el cordel de la caña de pescar cuando el pescado es subido verticalmente (con una rapidez constante), con la tensión cuando el pescado se sostiene verticalmente en reposo para la ceremonia de toma de fotografía en el muelle. ¿En qué caso es mayor la tensión? 1) Cuando se está subiendo al pescado; 2) cuando se le sostiene firmemente o 3) la tensión es la misma en ambas situaciones. *b*) Calcule la tensión en el cordel de la caña de pescar.

21. ●●● Un objeto de 1.5 kg se mueve hacia arriba por el eje y con una rapidez constante. Cuando llega al origen, se le aplican las fuerzas $F_1 = 5.0$ N a 37° por arriba del eje $+x$, $F_2 = 2.5$ N en la dirección $+x$, $F_3 = 3.5$ N a 45° debajo del eje $-x$ y $F_4 = 1.5$ N en la dirección $-y$. *a*) ¿El objeto continuará moviéndose por el eje y? *b*) Si no, ¿qué fuerza aplicada simultáneamente lo mantendrá moviéndose por el eje y con rapidez constante?

22. **EI** ●●● Tres fuerzas horizontales (las únicas horizontales) actúan sobre una caja colocada sobre el piso. Una de ellas (llamémosla F_1) actúa derecho hacia el este y tiene una magnitud de 150 lb. Una segunda fuerza (F_2) tiene un componente hacia el este de 30.0 lb y un componente hacia el sur de 40.0 lb. La caja permanece en reposo. (Ignore la fricción.) *a*) Diagrame las dos fuerzas conocidas sobre la caja. ¿En cuál cuadrante estará la tercera fuerza (desconocida)? 1) En el primer cuadrante; 2) en el segundo cuadrante; 3) en el tercer cuadrante o 4) en el cuarto cuadrante. *b*) Encuentre la tercera fuerza desconocida en newtons y compare su respuesta con la estimación a partir del diagrama.

2.3 Segunda ley de Newton del movimiento

23. **OM** La unidad de fuerza newton equivale a *a*) kg · m/s, *b*) kg · m/s^2, *c*) kg · m^2/s o *d*) ninguna de las anteriores.

24. **OM** La aceleración de un objeto es *a*) inversamente proporcional a la fuerza neta que actúa sobre él, *b*) directamente proporcional a su masa, *c*) directamente proporcional a la fuerza neta e inversamente proporcional a su masa, *d*) ninguna de las anteriores.

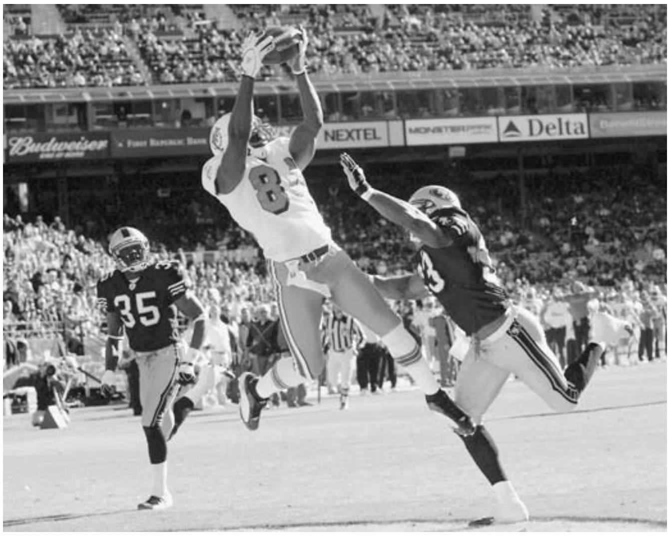
25. **OM** El peso de un objeto es directamente proporcional *a*) a su masa, *b*) a su inercia, *c*) a la aceleración de la gravedad, *d*) a todas las anteriores.

26. **PC** Un astronauta tiene una masa de 70 kg medida en la Tierra. ¿Cuánto pesará en el espacio lejano, lejos de cualquier cuerpo celestial? ¿Qué masa tendrá ahí?

27. **PC** En general, en este capítulo consideramos fuerzas aplicadas a objetos de masa constante. ¿Cómo cambiaría la situación si se agregara o quitara masa a un sistema mientras se le está aplicando una fuerza? Dé ejemplos de situaciones en que podría suceder esto.

28. **PC** Los motores de la mayoría de los cohetes producen un empuje (fuerza hacia adelante) constante. Sin embargo, cuando un cohete se lanza al espacio, su aceleración se incrementa con el tiempo mientras sigue funcionando el motor. ¿Esta situación infringe la segunda ley de Newton? Explique.

29. **PC** Los buenos receptores de fútbol americano suelen tener manos "suaves" para atrapar el balón (▶figura 2.29). ¿Cómo interpretaría esta descripción con base en la segunda ley de Newton?



▲ **FIGURA 2.29 Manos suaves** Véase el ejercicio 29.

30. ● Se aplica una fuerza neta de 6.0 N sobre una masa de 1.5 kg. ¿Cuál es la aceleración del objeto?

31. ● ¿Qué masa tiene un objeto que acelera a 3.0 m/s^2 bajo la influencia de una fuerza neta de 5.0 N?

32. ● Un jumbo jet Boeing 747 cargado tiene una masa de 2.0×10^5 kg. ¿Qué fuerza neta se requiere para imprimirle una aceleración de 3.5 m/s^2 en la pista de despegue?

33. **EI** ● Un objeto de 6.0 kg se lleva a la Luna, donde la aceleración debida a la gravedad es sólo la sexta parte que en la Tierra. *a*) La masa del objeto en la Luna es 1) cero, 2) 1.0 kg, 3) 6.0 kg o 4) 36 kg. ¿Por qué? *b*) ¿Cuánto pesa el objeto en la Luna?

34. ● ¿Cuánto pesa en newtons una persona de 150 lb? Calcule su masa en kilogramos.

35. **EI** ●● La ▼figura 2.30 muestra la etiqueta de un producto. *a*) La etiqueta es correcta 1) en la Tierra; 2) en la Luna, donde la aceleración debida a la gravedad es apenas la sexta parte que en la Tierra; 3) en el espacio lejano, donde casi no hay gravedad o 4) en todos los lugares anteriores. *b*) ¿Qué masa de lasaña indicaría una etiqueta para una cantidad que pesa 2 lb en la Luna?

36. ●● En una competencia universitaria, 18 estudiantes levantan un auto deportivo. Mientras lo sostienen, cada estudiante ejerce una fuerza hacia arriba de 400 N. *a*) ¿Qué masa tiene el automóvil en kilogramos? *b*) ¿Cuánto pesa en libras?

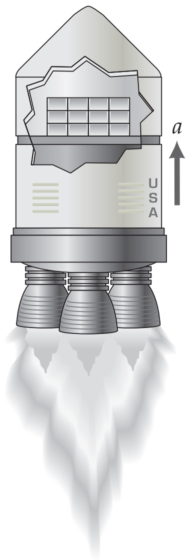
37. ●● *a*) Una fuerza horizontal actúa sobre un objeto en una superficie horizontal sin fricción. Si la fuerza se reduce a la mitad y la masa del objeto se aumenta al doble, la aceleración será 1) cuatro veces, 2) dos veces, 3) la mitad o 4) la cuarta parte de la que tenía antes. *b*) Si la aceleración del objeto es de 1.0 m/s^2 y la fuerza aplicada se aumenta al doble mientras la masa se reduce a la mitad, ¿qué aceleración tendrá entonces?

38. ●● El motor de un avión de juguete de 1.0 kg ejerce una fuerza de 15 N hacia adelante. Si el aire ejerce una fuerza de resistencia de 8.0 N sobre el avión, ¿qué magnitud tendrá la aceleración del avión?

39. ●● Cuando se aplica una fuerza horizontal de 300 N a una caja de 75.0 kg, ésta se desliza por un piso plano, oponiéndose a una fuerza de fricción cinética de 120 N. ¿Qué magnitud tiene la aceleración de la caja?

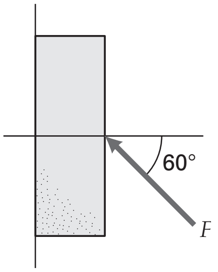
40. **EI** ●● Un cohete está alejado de todos los planetas y de las estrellas, de manera que la gravedad no está en consideración. El cohete utiliza sus motores para acelerar hacia arriba con un valor de $a = 9.80$ m/s^2. Sobre el piso de la cabina central hay un cajón (un objeto con forma de ladrillo), cuya masa es de 75.0 kg (▼figura 2.31). *a*) ¿Cuántas fuerzas actúan sobre el cajón? 1) cero; 2) una; 3) dos; 4) tres. *b*) Determine la fuerza normal sobre el cajón y compárela con la fuerza normal que éste experimentaría si estuviera en reposo sobre la superficie terrestre.

▲ **FIGURA 2.30 ¿Etiqueta correcta?** Véase ejercicio 35.



▲ **FIGURA 2.31 ¡Vámonos!** Véase el ejercicio 40.

41. ●● Un objeto, cuya masa es de 10.0 kg, se desliza *hacia arriba* por un muro vertical resbaladizo. Una fuerza F de 60 N actúa sobre el objeto con un ángulo de 60°, como se muestra en la ▼figura 2.32. *a*) Determine la fuerza normal ejercida sobre el objeto por el muro. *b*) Determine la aceleración del objeto.



▲ **FIGURA 2.32 Hacia arriba por el muro** Véase el ejercicio 41.

42. ●● En un frenado de emergencia para evitar un accidente, un cinturón de seguridad con correa al hombro sostiene firmemente a un pasajero de 60 kg. Si el automóvil viajaba inicialmente a 90 km/h y se detuvo en 5.5 s en un camino recto y plano, ¿qué fuerza media aplicó el cinturón al pasajero?

43. ●● Una catapulta de portaaviones acelera un avión de 2000 kg uniformemente, desde el reposo hasta una rapidez de lanzamiento de 320 km/h, en 2.0 s. ¿Qué magnitud tiene la fuerza neta aplicada al avión?

44. ●●● En su servicio, un tenista acelera una pelota de 56 g horizontalmente, desde el reposo hasta una rapidez de 35 m/s. Suponiendo que la aceleración es uniforme a lo largo de una distancia de aplicación de la raqueta de 0.50 m, ¿qué magnitud tiene la fuerza que la raqueta ejerce sobre la pelota?

45. ●●● Un automóvil se patina y está fuera de control sobre una carretera horizontal cubierta de nieve (que no ejerce fricción). Su masa es de 2000 kg y va directamente hacia Louise Lane con una rapidez de 45.0 m/s. Cuando el automóvil se encuentra a 200 m de ella, Superman comienza a ejercer una fuerza constante F sobre el auto relativa a la horizontal con una magnitud de 1.30×10^4 N (es un tipo fuerte) a un ángulo de 30° hacia abajo. ¿Superman estaba en lo correcto? ¿Esa fuerza era suficiente para detener el automóvil antes de que golpeara a Louise?

2.4 Tercera ley de Newton del movimiento

46. **OM** Las fuerzas de acción y reacción de la tercera ley de Newton *a*) están en la misma dirección, *b*) tienen diferentes magnitudes, *c*) actúan sobre diferentes objetos o *d*) pueden ser la misma fuerza.

47. **OM** Un tabique golpea una ventana de vidrio y la rompe. Entonces, *a*) la magnitud de la fuerza que el tabique ejerce sobre el vidrio es mayor que la magnitud de la fuerza que el vidrio ejerce sobre el tabique, *b*) la magnitud de la fuerza del tabique contra el vidrio es menor que la del vidrio contra el tabique, *c*) la magnitud de la fuerza del tabique contra el vidrio es igual a la del vidrio contra el tabique o *d*) nada de lo anterior.

48. **OM** Un camión de carga choca de frente contra un automóvil, el cual sufre daños mucho mayores que el camión. Esto nos permite afirmar que *a*) la magnitud de la fuerza que el camión ejerce sobre el auto es mayor que la magnitud de la fuerza que el auto ejerce sobre el camión, *b*) la magnitud de la fuerza del camión contra el auto es menor que la del auto contra el camión, *c*) la magnitud de la fuerza del camión contra el auto es igual a la del automóvil contra el camión o *d*) nada de lo anterior.

49. **PC** Veamos la situación que viven de un granjero y un caballo. Cierto día, un granjero engancha una carreta pesada a su caballo y le exige tirar de ella. El caballo le dice: “Bueno. No puedo tirar de la carreta porque, según la tercera ley de Newton, si aplico una fuerza a la carreta, ella aplicará una fuerza igual y opuesta sobre mí. El resultado neto es que las fuerzas se cancelarán y no podré mover la carreta. Por lo tanto, es imposible que tire de la carreta.” ¡El granjero está furioso! ¿Qué puede decir para convencer al caballo de que se mueva?

50. **PC** ¿Hay un error en estas afirmaciones? Cuando se golpea una pelota de béisbol con un bate, hay fuerzas iguales y opuestas sobre el bate y sobre la pelota. Las fuerzas se cancelan y no hay movimiento.

51. **EI** ● Un libro descansa sobre una superficie horizontal. *a*) Hay 1) una, 2) dos o 3) tres fuerza(s) que actúa(n) sobre el libro. *b*) Identifique la fuerza de reacción a cada fuerza sobre el libro.

52. ●● En un evento olímpico de patinaje de figura, un patinador de 65 kg empuja a su compañera de 45 kg, haciendo que ella acelere a una tasa de 2.0 m/s^2. ¿A qué tasa acelerará el patinador? ¿Cuál es la dirección de su aceleración?

53. **EI** ●● Un velocista cuya masa es de 65.0 kg inicia su carrera empujando horizontalmente hacia atrás sobre los tacos de salida con una fuerza de 200 N. *a*) ¿Qué fuerza provoca que acelere desde los bloques? 1) Su empuje sobre los bloques; 2) la fuerza hacia abajo que ejerce la gravedad, o 3) la fuerza que los tacos ejercen hacia delante sobre él. *b*) Determine su aceleración inicial cuando pierde contacto con los tacos de salida.

54. ●● Jane y Juan, cuyas masas son de 50 y 60 kg, respectivamente, están parados en una superficie sin fricción a 10 m de distancia entre sí. Juan tira de una cuerda que lo une a Jane, y le imprime a ella una aceleración de 0.92 m/s^2 hacia él. *a*) ¿Qué aceleración experimenta Juan? *b*) Si la fuerza se aplica de forma constante, ¿dónde se juntarán Juan y Jane?

55. **EI** ●●● Durante un arriesgada acción, el equipo de rescate de un helicóptero acelera inicialmente a una pequeña niña (cuya masa es de 25.0 kg) verticalmente desde la azotea de un edificio en llamas. Hacen esto luego de arrojar una cuerda hacia la niña, quien debe asirse de ella mientras la levantan. Ignore la masa de la cuerda. *a*) ¿Qué fuerza provoca que la niña acelere verticalmente hacia arriba? 1) Su peso; 2) el tirón del helicóptero sobre la cuerda; 3) el tirón de la niña sobre la cuerda, o 4) el tirón de la cuerda sobre la niña. *b*) Determine el tirón de la cuerda (es decir, la tensión) si el valor de la aceleración inicial de la niña es $a_y = +0.750$ m/s^2.

2.5 Más acerca de las leyes de Newton: diagramas de cuerpo libre y equilibrio traslacional

56. **OM** Las ecuaciones de cinemática del capítulo 2 pueden utilizarse *a*) sólo con fuerzas constantes, *b*) sólo con velocidades constantes, *c*) con aceleraciones variables, *d*) todas las opciones anteriores son verdaderas.

57. **OM** La condición (o condiciones) para el equilibrio de traslación es (o son): *a*) $\sum F_x = 0$, *b*) $\sum F_y = 0$, *c*) $\sum \vec{\mathbf{F}}_i = 0$, *d*) todas las anteriores.

58. **PC** Dibuje un diagrama de cuerpo libre de una persona que va en el asiento de un avión *a*) que acelera sobre la pista para despegar y *b*) después de despegar a una ángulo de 20° respecto al suelo.

59. **PC** Una persona empuja perpendicularmente sobre un bloque de madera que se colocó contra un muro. Dibuje un diagrama de cuerpo libre e identifique las fuerzas de reacción a todas las fuerzas sobre el bloque.

60. **PC** Una persona se pone de pie sobre una báscula de baño (que no es del tipo digital) con los brazos a los costados. Entonces, rápidamente alza los brazos sobre su cabeza, y nota que la lectura de la báscula se incrementa conforme los sube. De manera similar, hay un decremento en la lectura conforme baja sus brazos a la posición inicial. ¿Por qué se altera la lectura de la báscula? (Trate de hacerlo usted mismo.)

61. **EI** ● *a*) Cuando un objeto está en un plano inclinado, la fuerza normal que el plano ejerce sobre el objeto es 1) menor que, 2) igual a o 3) mayor que el peso del objeto. ¿Por qué? *b*) Para un objeto de 10 kg en un plano inclinado de 30°, calcule el peso del objeto y la fuerza normal que el plano ejerce sobre él.

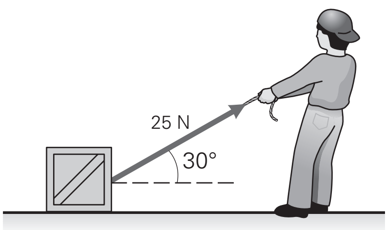
62. ●● Una persona de 75.0 kg está parada sobre una báscula dentro de un elevador. ¿Qué marca la escala en newtons si el elevador *a*) está en reposo, *b*) sube con velocidad constante de 2.00 m/s y *c*) acelera hacia arriba a 2.0 m/s^2?

63. ●● En el ejercicio 62, ¿qué pasa si el elevador acelera hacia abajo a 2.00 m/s^2?

64. **EI** ●● El peso de un objeto de 500 kg es de 4900 N. *a*) Cuando el objeto está en un elevador en movimiento, su peso medido podría ser 1) cero, 2) entre cero y 4900 N, 3) más de 4900 N o 4) todo lo anterior. ¿Por qué? *b*) Describa el movimiento si el peso medido del objeto es de tan sólo 4000 N en un elevador en movimiento.

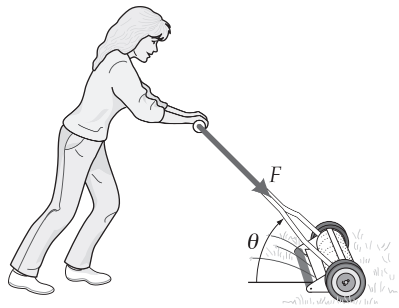
65. ●● *a*) Un esquiador acuático de 75 kg es jalado por un bote con una fuerza horizontal de 400 N derecho hacia el este, con una resistencia del agua sobre los esquíes de 300 N. Una súbita ráfaga de viento ejerce otra fuerza horizontal de 50 N sobre el esquiador a un ángulo de 60° al norte del este. En ese instante, ¿cuál es la aceleración del esquiador? *b*) ¿Cuál sería la aceleración del esquiador si la fuerza del viento fuera en dirección contraria a la que se indica en el inciso *a*?

66. ●● Un niño tira de una caja de 30 kg de masa con una fuerza de 25 N en la dirección que se muestra en la ▼figura 2.33. *a*) Sin considerar la fricción, ¿qué aceleración tiene la caja? *b*) ¿Qué fuerza normal ejerce el suelo sobre la caja?



▲ **FIGURA 2.33 Tirar de una caja** Véase el ejercicio 66.

67. ●● Una joven empuja una podadora de pasto de 25 kg como se muestra en la ▼figura 2.34. Si $F = 30$ N y $\theta = 37°$, *a*) ¿qué aceleración tiene la podadora y *b*) qué fuerza normal ejerce el césped sobre la podadora? No tome en cuenta la fricción.



▲ **FIGURA 2.34 Corte del césped** Véase el ejercicio 67.

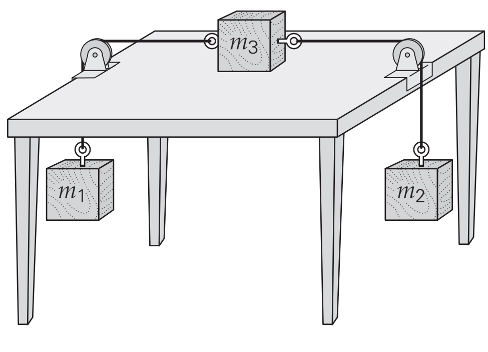
68. ●● Un camión de 3000 kg remolca un automóvil de 1500 kg con una cadena. Si la fuerza neta hacia adelante que el suelo ejerce sobre el camión es de 3200 N, *a*) ¿qué aceleración tiene el coche? *b*) ¿Qué tensión hay en la cadena?

69. ●● Un bloque cuya masa es de 25.0 kg se desliza hacia abajo sobre una superficie inclinada a 30° que no ejerce fricción. Para asegurarse de que el bloque no acelere, ¿cuál es la fuerza mínima que se debe ejercer sobre él y en qué dirección?

70. **EI** ●● *a*) Un esquiador olímpico baja sin empujarse por una pendiente de 37°. Sin tomar en cuenta la fricción, actúa(n) 1) una, 2) dos o 3) tres fuerza(s) sobre el esquiador. *b*) ¿Qué aceleración tiene el esquiador? *c*) Si el esquiador tiene una rapidez de 5.0 m/s en la parte más alta de la pendiente de 35 m de longitud, ¿qué rapidez tiene al llegar a la base?

71. ●● Un coche sube por impulso (con el motor apagado) por una pendiente de 30°. Si en la base de la pendiente su rapidez era de 25 m/s, ¿qué distancia recorrerá antes de detenerse?

72. ●● Suponga condiciones ideales sin fricción para el dispositivo que se ilustra en la ▼figura 2.35. ¿Qué aceleración tiene el sistema si *a*) $m_1 = 0.25$ kg, $m_2 = 0.50$ kg y $m_3 = 0.25$ kg; y *b*) $m_1 = 0.35$ kg, $m_2 = 0.15$ kg y $m_3 = 0.50$ kg?



▲ **FIGURA 2.35 ¿Hacia adónde acelerarán?** Véanse los ejercicios 72, 110 y 111.

73. **EI** ●● Se ata una cuerda por ambos extremos a dos árboles, y se cuelga una bolsa en su parte media, de manera que la cuerda se comba verticalmente. *a*) La tensión sobre la cuerda depende 1) únicamente de la separación de los árboles, 2) únicamente del combado, 3) tanto de la separación como del combado, o 4) ni de la separación ni del combado. *b*) Si la distancia entre los árboles es de 10 m, la masa de la bolsa es de 5.0 kg y el combado es de 0.20 m, ¿qué tensión habrá en la cuerda?

74. ●● Un gimnasta de 55 kg pende verticalmente de un par de anillos paralelos. *a*) Si las cuerdas que sostienen los anillos están sujetas al techo directamente arriba, ¿qué tensión habrá en cada cuerda? *b*) Si las cuerdas están sujetas de manera que forman un ángulo de 45° con el techo, ¿qué tensión habrá en cada cuerda?

75. ●● El automóvil de un físico tiene un pequeño plomo suspendido de una cuerda sujeta al toldo. Partiendo del reposo, después de una fracción de segundo, el vehículo acelera a una tasa constante durante 10 s. En este tiempo, la cuerda (con el peso en su extremo) forma un ángulo hacia atrás (opuesto a la aceleración) de 15.0° con respecto a la vertical. Determine la aceleración del automóvil (y la del peso) durante el intervalo de 10 s.

76. ●● Un niño ata con un cordel una masa (m) de 50.0 g a un carrito de juguete (masa $M = 350$ g). El cordel se hace pasar por encima del borde de una mesa mediante una polea sin fricción (ignore su masa y la del cordel) de manera que el cordel quede horizontal. Suponiendo que el carrito tiene ruedas cuya fricción se ignora, calcule *a*) la aceleración del carrito y *b*) la tensión en el cordel.

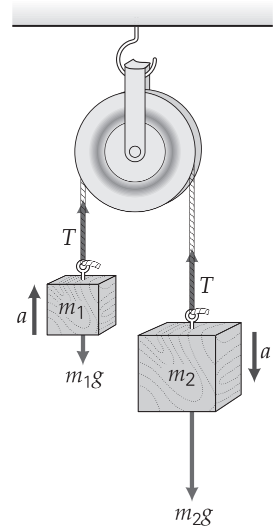
77. ●● En los aeropuertos al final de la mayoría de las pistas de aterrizaje, se construye una extensión de la pista utilizando una sustancia especial llamada *formcreto*. Este material puede resistir el peso de automóviles, pero se desmorona bajo el peso de los aviones, para frenarlos si aún van rápido al final de la pista. Si un avión de masa 2.00×10^5 kg debe detenerse desde una rapidez de 25.0 m/s sobre un trecho de 100 m de largo de formcreto, ¿cuál será la fuerza promedio que ejerce el formcreto sobre el avión?

78. ●● Un rifle pesa 50.0 N y su cañón mide 0.750 de largo. Con él se dispara una bala de 25.0 g, que sale por el cañón con una rapidez de 300 m/s, después de haber sido acelerada de manera uniforme. ¿Cuál es la magnitud de la fuerza que la bala ejerce sobre el rifle?

79. ●● Una fuerza horizontal de 40 N, que actúa sobre un bloque en una superficie a nivel que no ejerce fricción, produce una aceleración de 2.5 m/s^2. Un segundo bloque, con una masa de 4.0 kg, se deja caer sobre el primero. ¿Cuál es la magnitud de la aceleración de la combinación de bloques si la misma fuerza continúa actuando? (Suponga que el segundo bloque no se desliza sobre el primero.)

80. ●● La *máquina Atwood* consiste en dos masas suspendidas de una polea fija, como se muestra en la ▸figura 2.36. Se le llama así por el científico británico George Atwood (1746-1807), quien la usó para estudiar el movimiento y medir el valor de g. Si $m_1 = 0.55$ kg y $m_2 = 0.80$ kg, *a*) ¿qué aceleración tiene el sistema y *b*) qué magnitud tiene la tensión en el cordel?

81. ●● Una máquina de Atwood (figura 2.36) tiene masas suspendidas de 0.25 y 0.20 kg. En condiciones ideales, ¿qué aceleración tendrá la masa más pequeña?

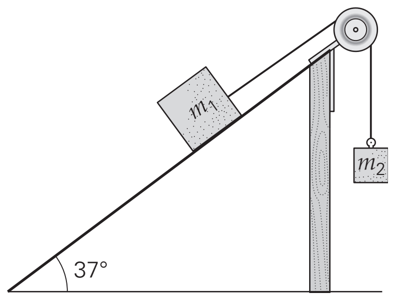


▲ **FIGURA 2.36 Máquina de Atwood** Véanse los ejercicios 80, 81 y 82.

82. ●●● Una masa, $m_1 = 0.215$ kg, de una máquina de Atwood ideal (figura 2.36) descansa en el piso 1.10 m más abajo que la otra masa, $m_2 = 0.255$ kg. *a*) Si las masas se sueltan del reposo, ¿cuánto tardará m_2 en llegar al piso? *b*) ¿A qué altura sobre el piso ascenderá m_1? [*Sugerencia:* cuando m_2 choca contra el piso, m_1 sigue moviéndose hacia arriba.]

83. **EI** ●●● Dos bloques están conectados mediante un cordel ligero y son acelerados hacia arriba por una fuerza F. La masa del bloque superior es de 50.0 kg; y la del bloque inferior, de 100 kg. La aceleración hacia arriba del sistema completo es de 1.50 m/s^2. Ignore la masa del cordel. *a*) Dibuje el diagrama de cuerpo libre para cada bloque. Utilice los diagramas para determinar cuál de las siguientes expresiones es verdadera para la magnitud de la tensión T del cordel en comparación con otras fuerzas: 1) $T > w_2$ y $T < F$; 2) $T > w_2$ y $T > F$; 3) $T < w_2$ y $T < F$, o 4) $T = w_2$ y $T < F$. *b*) Aplique las leyes de Newton para determinar el tirón F que se requiere. *c*) Calcule la tensión T en el cordel.

84. ●●● En el dispositivo ideal sin fricción que se muestra en la ▾figura 2.37, $m_1 = 2.0$ kg. Calcule m_2 si ambas masas están en reposo. ¿Y si ambas masas se mueven con velocidad constante?



▲ **FIGURA 2.37 Máquina de Atwood inclinada** Véanse los ejercicios 84, 85 y 112.

85. ●●● En el dispositivo ideal de la figura 2.37, $m_1 = 3.0$ kg y $m_2 = 2.5$ kg. *a*) ¿Qué aceleración tienen las masas? *b*) ¿Qué tensión hay en el cordel?

86. ●●● Dos bloques están en contacto sobre una tabla nivelada y sin fricción. La masa del bloque izquierdo es de 5.00 kg y la masa del bloque derecho es de 10.0 kg; ambos aceleran hacia la izquierda a 1.50 m/s^2. Una persona a la izquierda ejerce una fuerza (F_1) de 75.0 N hacia la derecha. Otra persona ejerce una fuerza desconocida (F_2) hacia la izquierda. *a*) Determine la fuerza F_2. *b*) Calcule la fuerza de contacto N entre los dos bloques (esto es, la fuerza normal en sus superficies verticales en contacto).

2.6 Fricción

87. **OM** En general, la fuerza de fricción *a*) es mayor para superficies lisas que para las ásperas, *b*) depende de la rapidez de deslizamiento, *c*) es proporcional a la fuerza normal o *d)* depende mucho del área de contacto.

88. **OM** El coeficiente de fricción cinética, μ_k: *a*) suele ser mayor que el de fricción estática, μ_s; *b*) suele ser igual a μ_s; *c*) suele ser menor que μ_s, o *d*) es igual a la fuerza aplicada que excede la fuerza estática máxima.

89. **OM** Un cajón está a la mitad de la plataforma de un camión. El conductor acelera el camión gradualmente desde el reposo hasta una rapidez normal, pero luego tiene que detenerse súbitamente para evitar chocar contra un automóvil. Si el cajón se desliza conforme el camión se detiene, la fuerza de fricción *a*) estaría en la dirección hacia delante, *b*) estaría en la dirección hacia atrás, *c*) sería cero.

90. **PC** Identifique la dirección de la fuerza de fricción en los siguientes casos: *a*) un libro que descansa en una mesa; *b*) una caja que resbala por una superficie horizontal; *c*) un coche que da vuelta en un camino plano; *d*) el movimiento inicial de una pieza transportada por una banda sin fin de una línea de ensamble.

91. **PC** El propósito de los frenos antibloqueo de un automóvil es evitar que las ruedas se bloqueen; entonces, el coche seguirá rodando en vez de deslizarse. ¿Por qué el rodamiento habría de reducir la distancia de detención, en comparación con el deslizamiento?

92. **PC** La ▼figura 2.38 muestra las alas delantera y trasera de un automóvil de carreras Indy. Estas alas generan una fuerza de abatimiento: la fuerza vertical que el aire ejerce hacia abajo cuando se mueve sobre el vehículo. ¿Por qué es deseable tal fuerza? Un carro Indy puede generar una fuerza de abatimiento igual al doble de su peso. ¿Y por qué no simplemente hacer más pesados los coches?

▲ **FIGURA 2.38 Fuerza de abatimiento** Véase el ejercicio 92.

93. **PC** *a*) Solemos decir que la fricción se opone al movimiento. Sin embargo, cuando caminamos, la fuerza de fricción es en la dirección de nuestro movimiento (figura 2.17). ¿Hay alguna inconsistencia en términos de la segunda ley de Newton? Explique. *b*) ¿Qué efectos tendría el viento sobre la resistencia del aire? [*Sugerencia:* el viento puede soplar en diferentes direcciones.]

94. **PC** ¿Por qué los neumáticos para arrancones son anchos y lisos, en tanto que los neumáticos de automóviles para pasajeros son más angostos y tienen surcos (▼figura 2.39)? ¿Se debe a consideraciones de fricción o de seguridad? ¿Esta diferencia contradice el hecho de que la fricción es independiente del área superficial?

▲ **FIGURA 2.39 Neumáticos para autos de carrera y de pasajeros: seguridad** Véase el ejercicio 94.

95. **EI** ● Una caja de 20 kg descansa en una superficie horizontal áspera. Si se le aplica una fuerza horizontal de 120 N, la caja acelera a 1.0 m/s^2. *a*) Si se dobla la fuerza aplicada, la aceleración 1) aumentará, pero a menos del doble; 2) también aumentará al doble; o 3) aumentará a más del doble. ¿Por qué? *b*) Calcule la aceleración para demostrar su respuesta al inciso *a*.

96. ● Al mover un escritorio de 35.0 kg de un lado de un salón al otro, un profesor descubre que se requiere una fuerza horizontal de 275 N para poner el escritorio en movimiento, y una de 195 N para mantenerlo en movimiento con rapidez constante. Calcule los coeficientes de fricción *a*) estática y *b*) cinética entre el escritorio y el piso.

97. ● Una caja de 40 kg está en reposo en una superficie horizontal. Si el coeficiente de fricción estática entre la caja y la superficie es de 0.69, ¿qué fuerza horizontal se requiere para moverla?

98. ● Los coeficientes de fricción estática y cinética entre una caja de 50 kg y una superficie horizontal son 0.500 y 0.400, respectivamente. *a*) ¿Qué aceleración tiene la caja si se le aplica una fuerza horizontal de 250 N? *b*) ¿Y si se aplican 235 N?

99. ●● Una caja de embalaje se coloca en un plano inclinado de 20°. Si el coeficiente de fricción estática entre la caja y el plano es de 0.65, ¿la caja se deslizará hacia abajo por el plano si se suelta desde el reposo? Justifique su respuesta.

100. ●● Un automóvil de 1500 kg viaja a 90 km/h por una carretera recta de concreto. Ante una situación de emergencia, el conductor pone los frenos y el automóvil derrapa hasta detenerse. ¿En qué distancia se detendrá en *a*) pavimento seco y *b*) pavimento mojado, respectivamente?

101. ●● Un jugador de hockey golpea un disco (*puck*) con su bastón y le imparte una rapidez inicial de 5.0 m/s. Si el *puck* desacelera uniformemente y se detiene en una distancia de 20 m, ¿qué coeficiente de fricción cinética habrá entre el hielo y el disco?

102. ●● En su intento por mover un pesado sillón (cuya masa es de 200 kg) por un piso alfombrado, un hombre determina que debe ejercer una fuerza horizontal de 700 N para lograr que el sillón apenas se mueva. Una vez que el sillón comienza a moverse, el hombre continúa empujando con una fuerza de 700 N, y su hija (una especialista en física) estima que entonces acelera a 1.10 m/s^2. Determine *a*) el coeficiente de fricción estática y *b*) el coeficiente de fricción cinética entre el sillón y la alfombra.

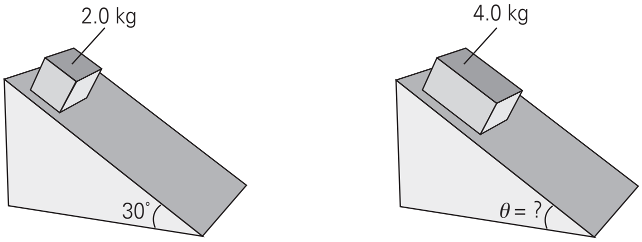
103. **EI** ●● Al tratar de empujar un cajón por una superficie horizontal de concreto, una persona tiene que elegir entre empujarlo hacia abajo con un ángulo de 30° o tirar de él hacia arriba con un ángulo de 30°. *a*) ¿Cuál de las siguientes opciones es más probable que requiera de menos fuerza por parte de la persona? 1) Empujar con un ángulo hacia abajo; 2) tirar con el mismo ángulo, pero hacia arriba, o 3) empujar el cajón o tirar de él es algo que no importa. *b*) Si el cajón tiene una masa de 50.0 kg y el coeficiente de fricción cinética entre éste y el concreto es 0.750, calcule la fuerza requerida para moverlo a través del concreto con una rapidez constante para ambas situaciones.

104. ●● Suponga que las condiciones de la pendiente para el esquiador de la ▼figura 2.40 son tales que el esquiador viaja a velocidad constante. ¿Con base en la fotografía podría usted calcular el coeficiente de fricción cinética entre la superficie nevada y los esquíes? Si la respuesta es sí, describa cómo lo haría.

▲ **FIGURA 2.40 Un descenso** Véase el ejercicio 104.

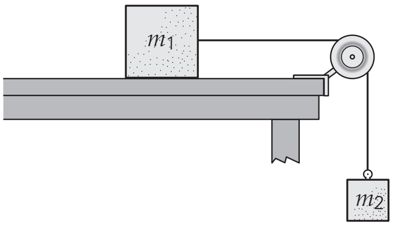
105. ●● Un bloque de madera de 5.0 kg se coloca en un plano inclinado de madera ajustable. *a*) ¿Más allá de qué ángulo de inclinación el bloque comenzará a *resbalar* por el plano? *b*) ¿A qué ángulo habría que ajustar entonces el plano para que el bloque se siguiera deslizando con rapidez constante?

106. ●● Un bloque cúbico con una masa de 2.0 kg y 10 cm por lado comienza apenas a deslizarse por un plano inclinado de 30° (▼figura 2.41). Otro bloque de la misma altura y el mismo material tiene una base de 20 × 10 cm y, por lo tanto, una masa de 4.0 kg. *a*) ¿Con qué ángulo crítico comenzará a deslizarse el bloque más masivo? ¿Por qué? *b*) Estime el coeficiente de fricción estática entre el bloque y el plano.



▲ **FIGURA 2.41 ¿Con qué ángulo comenzará a deslizarse?** Véase el ejercicio 106.

107. ●● En el aparato de la ▼figura 2.42, m_1 = 10 kg y los coeficientes de fricción estática y cinética entre m_1 y la tabla son 0.60 y 0.40, respectivamente. *a*) ¿Qué masa de m_2 pondrá al sistema en movimiento? *b*) Una vez que el sistema se empiece a mover, ¿qué aceleración tendrá?



▲ **FIGURA 2.42 Fricción y movimiento** Véase el ejercicio 107.

108. ●● Al cargar un camión de reparto de pescado, una persona empuja un bloque de hielo hacia arriba sobre un plano inclinado a 20° con rapidez constante. La fuerza de empuje tiene una magnitud de 150 N y es paralela al plano inclinado. El bloque tiene una masa de 35.0 kg. *a*) ¿El plano no ejerce fricción? *b*) Si el plano sí ejerce fricción, ¿cuál será la fuerza de fricción cinética sobre el bloque de hielo?

109. ●●● Un objeto, cuya masa es de 3.0 kg, se desliza *hacia arriba* por un muro vertical a *velocidad constante*, cuando una fuerza F de 60 N actúa sobre él a un ángulo de 60° con respecto a la horizontal. *a*) Dibuje un diagrama de cuerpo libre para el objeto. *b*) Con base en las leyes de Newton, determine la fuerza normal sobre el objeto. *c*) Determine la fuerza de fricción cinética sobre el objeto.

110. ●●● Para el dispositivo de la figura 2.35, ¿qué valor mínimo del coeficiente de fricción estática entre el bloque (m_3) y la mesa mantendría el sistema en reposo si m_1 = 0.25 kg, m_2 = 0.50 kg y m_3 = 0.75 kg?

111. ●●● Si el coeficiente de fricción cinética entre el bloque y la mesa de la figura 2.35 es de 0.560, y m_1 = 0.150 kg y m_2 = 0.250 kg, *a*) ¿qué valor de m_3 mantendría al sistema en movimiento con rapidez constante? *b*) Si m_3 = 0.100 kg, ¿qué magnitud tendría la aceleración del sistema?

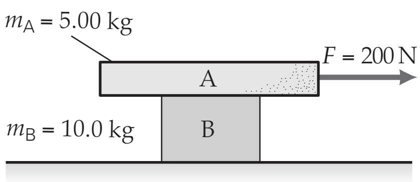
112. ●●● En el dispositivo de la figura 2.37, $m_1 = 2.0$ kg y los coeficientes de fricción estática y cinética entre m_1 y el plano inclinado son 0.30 y 0.20, respectivamente. *a*) ¿Qué valor tiene m_2 si ambas masas están en reposo? *b*) ¿Y si se mueven con velocidad constante?

Ejercicios adicionales

113. **EI** Un bloque (A, cuya masa es de 2.00 kg) está en reposo encima de otro (B, cuya masa es de 5.00 kg) sobre una superficie horizontal. La superficie es una banda eléctrica que acelera hacia la derecha a 2.50 m/s^2. B no se desliza sobre la superficie de la banda, ni A se desliza sobre la superficie de B. *a*) Dibuje un diagrama de cuerpo libre para cada bloque. Utilice estos diagramas para determinar la fuerza responsable de la aceleración de A. Indique cuál de las siguientes opciones constituye esa fuerza: 1) el tirón de la banda, 2) la fuerza normal sobre A que ejerce la superficie de B, 3) la fuerza de fricción estática en la base de B o 4) la fuerza de la fricción estática que actúa sobre A y que se debe a la superficie de B. *b*) Determine las fuerzas de fricción estática en cada bloque.

114. Al mover una caja cuya masa es de 75.0 kg hacia abajo, por una rampa resbaladiza (pero que ejerce cierta fricción) y con una inclinación de 20°, un trabajador se da cuenta de que debe ejercer una fuerza horizontal de 200 N para impedir que la caja acelere por la rampa. *a*) Determine la fuerza normal N sobre la caja. *b*) Determine el coeficiente de fricción cinética entre la caja y la rampa móvil.

115. Dos bloques (A y B) se mantienen unidos mientras una fuerza $F = 200$ N los jala hacia la derecha (▼figura 2.43). B está sobre la cubierta áspera y horizontal de una mesa (con coeficiente de fricción cinética de 0.800). *a*) ¿Cuál será la aceleración del sistema? *b*) ¿Cuál será la fuerza de fricción entre los dos objetos?

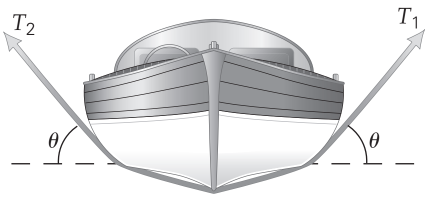


▲ **FIGURA 2.43 Arrastre de dos bloques** Véase el ejercicio 115.

116. Un cohete de juguete de dos secciones se lanza verticalmente desde el reposo. Mientras las dos secciones están juntas, los motores del cohete que se encuentran en la sección inferior ejercen una fuerza hacia arriba de 500 N. La sección superior (cono de nariz) tiene una masa (m) de 2.00 kg y la sección inferior tiene una masa (M) de 8.00 kg. *a*) Dibuje el diagrama de cuerpo libre para cada sección y determine si en los dos diagramas hay fuerzas que constituyen un par de acción-reacción. Si es así, indique cuáles son. (Podría haber más de un par.) *b*) Calcule la aceleración del cohete. *c*) Determine la fuerza de contacto entre las dos secciones (es decir, la fuerza normal hacia arriba que ejerce la sección inferior sobre la sección superior).

117. Un bloque (M) de 5.00 kg sobre un plano con 30° de inclinación está conectado con una cuerda ligera, mediante una polea que no ejerce fricción, a una masa desconocida, m. El coeficiente de fricción cinética entre el bloque y el plano inclinado es 0.100. Cuando el sistema se libera desde el reposo, la masa m acelera hacia arriba a 2.00 m/s^2. Determine *a*) la tensión de la cuerda y *b*) el valor de m.

118. **EI** Al sacar un bote del agua para guardarlo durante el invierno, la instalación de almacenamiento utiliza una correa ancha formada de cables que operan en el mismo ángulo (medidos con respecto a la horizontal) en ambos lados del bote (▼figura 2.44). *a*) Conforme el bote sube verticalmente y θ decrece, la tensión en los cables 1) aumenta, 2) disminuye, 3) permanece igual. *b*) Determine la tensión en cada cable, si el bote tiene una masa de 500 kg, el ángulo de cada cable es de 45° con respecto a la horizontal y el bote se sostiene momentáneamente en reposo. Compare este resultado con la tensión cuando el bote se eleva y se sostiene en reposo de manera que el ángulo sea de 30°.



▲ **FIGURA 2.44 Alcen el bote** Véase el ejercicio 118.

CAPÍTULO

3 TRABAJO Y ENERGÍA

HECHOS DE FÍSICA

- La palabra *cinética* proviene del griego *kinein*, que significa "moverse".
- *Energía* proviene del griego *energeia*, que significa "actividad".
- Estados Unidos tiene el 5% de la población mundial, pero consume el 26% de la producción de energía.
- Reciclar el aluminio requiere un 95% menos de energía que fabricarlo a partir de materia prima.
- El cuerpo humano funciona dentro de los límites impuestos por la ley de la conservación de la energía total, pues requiere obtener energía de los alimentos en igual cantidad que la energía que gasta en el trabajo externo que implican las actividades diarias, las actividades internas y las pérdidas de calor del sistema.
- La tasa de metabolismo basal (TMB) es una medida de la tasa a la que el cuerpo humano gasta energía. Un hombre promedio de 70 kg requiere aproximadamente 7.5×10^6 J de energía basal al día, para vivir y realizar las funciones básicas (como la respiración, la circulación de la sangre y la digestión). Cualquier tipo de ejercicio requiere más energía (por ejemplo, subir las escaleras requiere de 4.6×10^6 J adicionales por hora).
- El cuerpo humano utiliza los músculos para propulsarse, convirtiendo la energía almacenada en movimiento. Hay 630 músculos activos en el cuerpo humano que actúan en grupos.

Fuente: Harold E. Edgerton/©Harold & Esther Edgerton Foundation, 2002, cortesía de Palm Press, Inc.

Una descripción del salto con pértiga (garrocha), como se muestra en la imagen, sería: un atleta corre con una pértiga, la planta en el suelo e intenta empujar su cuerpo por arriba de una barra colocada a cierta altura. Sin embargo, un físico podría dar una descripción distinta: el atleta tiene energía potencial química almacenada en su cuerpo. Usa tal energía potencial para efectuar trabajo al correr por la pista para adquirir velocidad, es decir, energía cinética. Cuando planta la pértiga, casi toda su energía cinética se convierte en energía potencial elástica de la pértiga flexionada. Esta energía potencial se utiliza para levantar al atleta, es decir, efectuar trabajo contra la gravedad, y se convierte parcialmente en energía potencial gravitacional. En el punto más alto apenas queda suficiente energía cinética para llevar al saltador sobre la barra. Durante la caída, la energía potencial gravitacional se convierte otra vez en energía cinética, que el colchón absorbe al efectuar trabajo para detener la caída. El saltador participa en un juego de toma y daca de trabajo-energía.

Este capítulo se enfoca en dos conceptos que son muy importantes tanto en la ciencia como en la vida cotidiana: *trabajo* y *energía*. Comúnmente pensamos en el trabajo como algo relacionado con hacer o lograr algo. Puesto que el trabajo nos cansa físicamente (y a veces mentalmente), hemos inventado máquinas y dispositivos para reducir el esfuerzo que realizamos personalmente. Cuando pensamos en energía se nos viene a la mente el costo del combustible para transporte y calefacción, o quizá los alimentos que proporcionan la energía que nuestro cuerpo necesita para llevar a cabo sus procesos vitales y trabajar.

Aunque estas nociones no definen realmente el trabajo ni la energía, nos guían en la dirección correcta. Como seguramente habrá usted adivinado, el trabajo y la energía están íntimamente relacionados. En física, como en la vida cotidiana, cuando algo tiene energía, puede efectuar trabajo. Por ejemplo, el agua que se precipita por las compuertas de una presa tiene energía de movimiento, y esta energía permite al agua efectuar el trabajo de impulsar una turbina o un dínamo para generar electricidad. En cambio, es imposible efectuar trabajo sin energía.

La energía existe en varias formas: hay energía mecánica, química, eléctrica, calorífica, nuclear, etc. Podría haber una transformación de una forma a otra; pero se *conserva* la cantidad total de energía, es decir, nunca cambia. Esto es lo que hace tan útil el concepto de energía. Cuando una cantidad que puede medirse físicamente se conserva, no sólo nos permite entender mejor la naturaleza, sino que casi siempre nos permite enfrentar problemas prácticos desde otro enfoque. (El lector conocerá otras cantidades que se conservan al continuar su estudio de la física.)

3.1 Trabajo efectuado por una fuerza constante

OBJETIVOS: *a*) Definir trabajo mecánico y *b*) calcular el trabajo efectuado en diversas situaciones.

Usamos comúnmente la palabra *trabajo* de diversas maneras: vamos al trabajo, trabajamos en proyectos, trabajamos en nuestro escritorio o con computadoras, trabajamos en problemas. Sin embargo, en física *trabajo* tiene un significado muy específico. Mecánicamente, el trabajo implica fuerza y desplazamiento, y usamos la palabra *trabajo* para describir cuantitativamente lo que se logra cuando una fuerza mueve un objeto cierta distancia. En el caso más sencillo de una fuerza *constante* que actúa sobre un objeto, el trabajo se define como sigue:

> El **trabajo** efectuado por una fuerza constante que actúa sobre un objeto es igual al producto de las magnitudes del desplazamiento y el componente de la fuerza paralelo a ese desplazamiento.

El trabajo implica fuerza y desplazamiento

De manera que trabajo implica una fuerza que actúa sobre un objeto que se mueve cierta distancia. Podría aplicarse una fuerza, como en la ▼figura 3.1a, pero *si no hay movimiento (no hay desplazamiento), no se efectúa trabajo*. Para una fuerza constante F que actúa *en la misma dirección* que el desplazamiento d (figura 3.1b), el trabajo (W) se define como el producto de sus magnitudes:

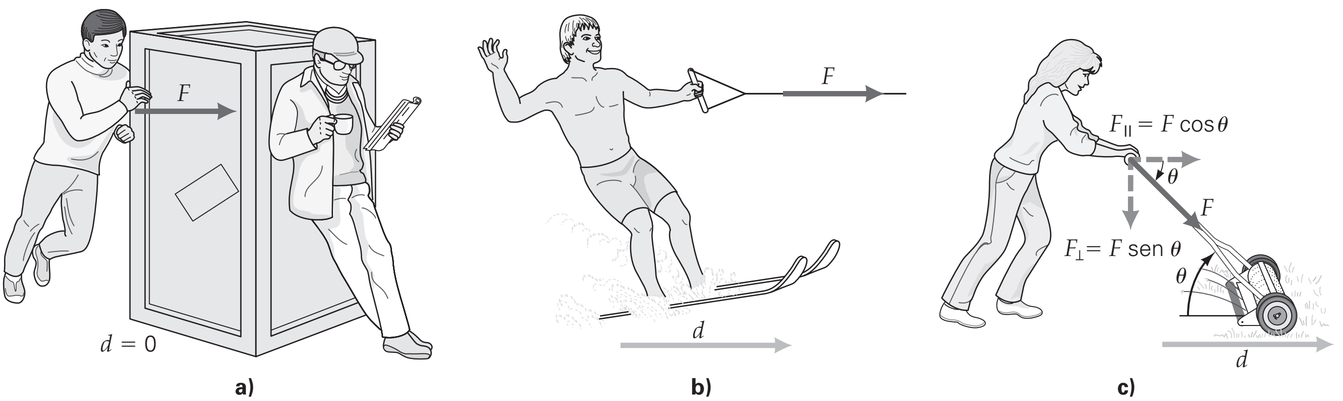
$$W = Fd \tag{3.1}$$

y es una cantidad escalar. (Como cabría esperar, cuando se efectúa trabajo en la figura 3.1b, se gasta energía. Veremos la relación entre trabajo y energía en la sección 3.3.)

En general, lo único que efectúa trabajo es una fuerza, o *componente* de fuerza, paralela a la línea de movimiento o desplazamiento del objeto (figura 3.1c). Es decir, si la fuerza actúa con un ángulo θ con respecto al desplazamiento del objeto, $F_{\parallel} = F \cos\theta$

Nota: el producto de dos vectores (fuerza y desplazamiento) en este caso es un tipo especial de multiplicación de vectores y produce una cantidad escalar igual a (F cos θ)d. Así, el trabajo es un escalar: no tiene dirección. Sin embargo, sí puede ser positivo, cero o negativo, dependiendo del ángulo.

▼ **FIGURA 3.1 Trabajo efectuado por una fuerza constante: el producto de las magnitudes del componente paralelo de la fuerza y el desplazamiento** ***a)*** Si no hay desplazamiento, no se efectúa trabajo: $W = 0$. ***b)*** Para una fuerza constante en la dirección del desplazamiento, $W = Fd$. ***c)*** Para una fuerza constante angulada respecto al desplazamiento, $W = (F \cos\theta)d$.



será el componente de la fuerza paralelo al desplazamiento. Por lo tanto, una ecuación más general para el trabajo efectuado por una fuerza constante es

$$\boxed{W = F_{\parallel}d = (F\cos\theta)d} \quad \textit{(trabajo realizado por una fuerza constante)} \tag{3.2}$$

El joule (J), que se pronuncia "yul", se llama así en honor a James Prescott Joule (1818-1889), un científico inglés que investigó el trabajo y la energía.

Observe que θ es el ángulo *entre* los vectores de fuerza y desplazamiento. Para no olvidar este factor, podemos escribir cos θ entre las magnitudes de la fuerza y el desplazamiento, $W = F(\cos\theta)d$. Si $\theta = 0°$ (es decir, si la fuerza y el desplazamiento tienen la misma dirección, como en la figura 3.1b), entonces $W = F(\cos 0°)d = Fd$, y la ecuación 3.2 se reduce a la ecuación 3.1. El componente perpendicular de la fuerza, $F_{\perp} = F\,\text{sen}\,\theta$, no efectúa trabajo, ya que no hay desplazamiento en esta dirección.

Las unidades del trabajo se pueden determinar mediante la ecuación $W = Fd$. Con la fuerza en newtons y el desplazamiento en metros, el trabajo tiene la unidad SI de newton-metro (N · m). Esta unidad recibe el nombre de **joule** (J):

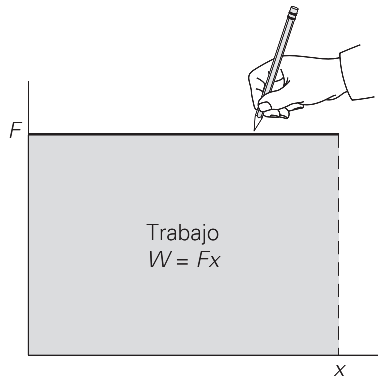
$$Fd = W$$
$$1\,\text{N}\cdot\text{m} = 1\,\text{J}$$

Por ejemplo, el trabajo realizado por una fuerza de 25 N sobre un objeto mientras éste tiene un desplazamiento paralelo de 2.0 m es $W = Fd = (25\,\text{N})(2.0\,\text{m}) = 50\,\text{N}\cdot\text{m}$, o 50 J.

Por la ecuación anterior, vemos también que, en el sistema inglés, el trabajo tendría la unidad libra-pie. Sin embargo, el nombre suele escribirse al revés: la unidad inglesa estándar de trabajo es el **pie-libra (ft · lb)**. Un ft · lb equivale a 1.36 J.

APRENDER DIBUJANDO

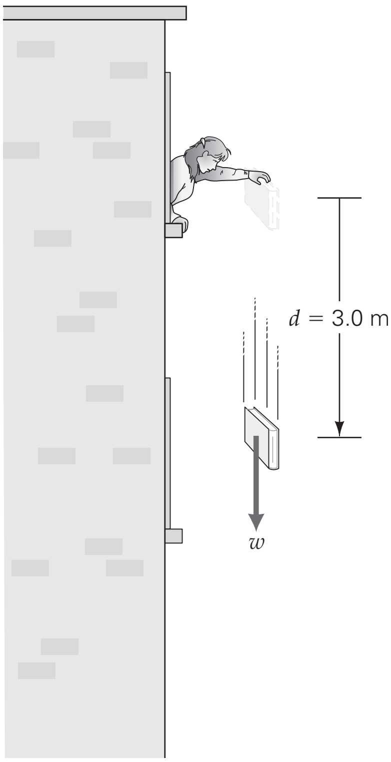
Trabajo: área bajo la curva de *F* contra *x*



Podemos analizar el trabajo gráficamente. Suponga que una fuerza constante F en la dirección x actúa sobre un objeto mientras éste se mueve una distancia x. Entonces, $W = Fx$ y si graficamos F contra x, obtendremos una gráfica de línea recta como la que se muestra en la sección lateral Aprender dibujando. El área bajo la línea es Fx, así que esta área es igual al trabajo efectuado por la fuerza sobre la distancia dada. Después consideraremos una fuerza no constante o variable.*

Recordemos que *el trabajo es una cantidad escalar* y, como tal, puede tener un valor positivo o negativo. En la figura 3.1b, el trabajo es positivo, porque la fuerza actúa en la misma dirección que el desplazamiento (y cos 0° es positivo). El trabajo también es positivo en la figura 3.1c, porque un componente de fuerza actúa en la dirección del desplazamiento (y cos θ es positivo).

Sin embargo, si la fuerza, o un componente de fuerza, actúa en la dirección opuesta al desplazamiento, el trabajo es negativo, porque el término coseno es negativo. Por ejemplo, con $\theta = 180°$ (fuerza opuesta al desplazamiento), cos 180° = −1, así que el trabajo es negativo: $W = F_{\parallel}d = (F\cos 180°)d = -Fd$. Un ejemplo es una fuerza de frenado que desacelera un objeto. Véase Aprender dibujando de la página 77.



▲ **FIGURA 3.2 El trabajo mecánico requiere movimiento** Véase el ejemplo 3.1.

Ejemplo 3.1 ■ Psicología aplicada: trabajo mecánico

Una estudiante sostiene su libro de texto de psicología, que tiene una masa de 1.5 kg, afuera de una ventana del segundo piso de su dormitorio hasta que su brazo se cansa; entonces lo suelta (◂figura 3.2). *a*) ¿Cuánto trabajo efectúa la estudiante sobre el libro por el simple hecho de sostenerlo fuera de la ventana? *b*) ¿Cuánto trabajo efectúa la fuerza de gravedad durante el tiempo en el que el libro cae 3.0 m?

Razonamiento. Analizamos las situaciones en términos de la definición de trabajo, recordando que fuerza y desplazamiento son los factores clave.

Solución. Hacemos una lista de los datos

Dado: $v_o = 0$ (inicialmente en reposo)
$m = 1.5\,\text{kg}$
$d = 3.0\,\text{m}$

Encuentre: *a*) W (trabajo realizado por la estudiante al sostenerlo)
b) W (trabajo realizado por la gravedad al caer)

***a*)** Aunque la estudiante se cansa (porque se efectúa trabajo dentro del cuerpo para mantener los músculos en estado de tensión), no efectúa trabajo sobre el libro por el simple hecho de mantenerlo estacionario. Ella ejerce una fuerza hacia arriba sobre el libro (igual en magnitud a su peso); pero el desplazamiento es cero en este caso ($d = 0$). Por lo tanto, $W = Fd = F \times 0 = 0\,\text{J}$.

*El trabajo es el área bajo la curva de F contra x, aunque la curva no sea una línea recta. Para calcular el trabajo en tales circunstancias por lo general se requieren matemáticas avanzadas.

***b*)** Mientras el libro cae, la única fuerza que actúa sobre él es la gravedad (sin considerar la resistencia del aire), que es igual en magnitud al peso del libro: $F = w = mg$. El desplazamiento es en la misma dirección que la fuerza ($\theta = 0°$) y tiene una magnitud de $d = 3.0$ m, así que el trabajo efectuado por la gravedad es

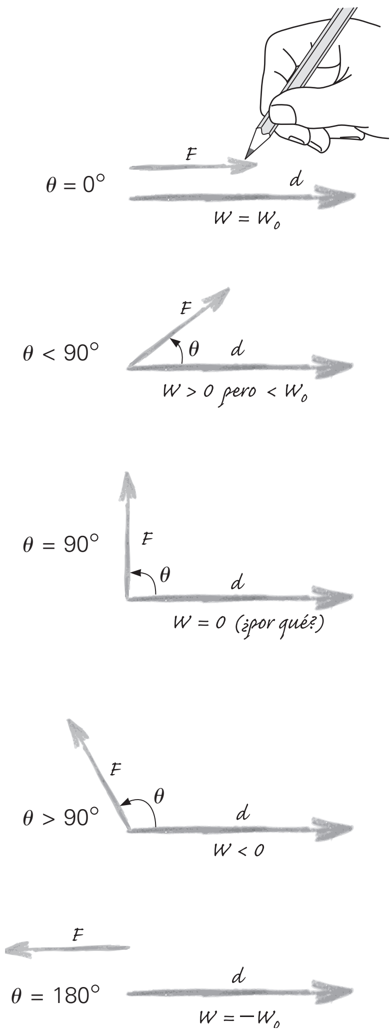
$$W = F(\cos 0°)d = (mg)d = (1.5\text{ kg})(9.8\text{ m/s}^2)(3.0\text{ m}) = +44\text{ J}$$

(Es positivo porque la fuerza y el desplazamiento están en la misma dirección.)

Ejercicio de refuerzo. Una pelota de 0.20 kg se lanza hacia arriba. ¿Cuánto trabajo efectúa la gravedad sobre la pelota, mientras ésta sube de 2.0 a 3.0 m de altura? (*Las respuestas de todos los Ejercicios de refuerzo se dan al final del libro.*)

APRENDER DIBUJANDO

Cómo determinar el signo del trabajo



Ejemplo 3.2 ■ Trabajo duro

Un trabajador jala un cajón de madera de 40.0 kg con una cuerda, como se ilustra en la ▼figura 3.3. El coeficiente de fricción cinética (de deslizamiento) entre el cajón y el piso es 0.550. Si él mueve el cajón con una velocidad constante una distancia de 7.00 m, ¿cuánto trabajo se realiza?

Razonamiento. Lo mejor que se puede hacer en este tipo de problemas es dibujar un diagrama de cuerpo libre, como se indica en la figura. Para determinar el trabajo, debe conocerse la fuerza F. Como es habitual en estos casos, es necesario sumar las fuerzas.

Solución.

Dado: $m = 40.0$ kg
$\mu_k = 0.550$
$d = 7.00$ m
$\theta = 30°$ (a partir de la figura)

Encuentre: W (el trabajo realizado al mover 7.00 m el cajón)

Entonces, al sumar las fuerzas en las direcciones x y y:

$$\Sigma F_x = F\cos 30° - f_k = F\cos 30° - \mu_k N = ma_x = 0$$

$$\Sigma F_y = N + F\text{ sen }30° - mg = ma_y = 0$$

Para encontrar F, en la segunda ecuación debe despejarse N, que después se sustituye en la primera ecuación.

$$N = mg - F\text{ sen }30°$$

(Note que N no es igual al peso del cajón. ¿Por qué?) Al sustituir en la primera ecuación,

$$F\cos 30° - \mu_k(mg - F\text{ sen }30°) = 0$$

(continúa en la siguiente página)

▼ **FIGURA 3.3 Haciendo algo de trabajo.** Véase el ejemplo 3.2.

Al despejar F y colocar los valores:

$$F = \frac{\mu_k mg}{(\cos 30° + \mu_k \operatorname{sen} 30°)} = \frac{(0.550)(40.0 \text{ kg})(9.80 \text{ m/s}^2)}{(0.866) + (0.550)(0.500)]} = 189 \text{ N}$$

Entonces, $W = F(\cos 30°)d = (189 \text{ N})(0.866)(7.00 \text{ m}) = 1.15 \times 10^3 \text{ J}$

Ejercicio de refuerzo. Perder 1.00 g de grasa corporal requiere de 3.80×10^4 de trabajo. ¿Qué distancia tendría que jalar el cajón el trabajador para perder 1 g de grasa? (Suponga que todo el trabajo se destina a la reducción de grasa.) Haga una estimación antes de resolver este ejercicio y vea qué tan cerca estuvo de la solución.

Por lo común especificamos qué fuerza efectúa trabajo *sobre* qué objeto. Por ejemplo, la fuerza de gravedad efectúa trabajo sobre un objeto que cae, como el libro del ejemplo 3.1. También, cuando levantamos un objeto, *nosotros* realizamos trabajo *sobre* el objeto. A veces describimos esto como efectuar trabajo *contra* la gravedad, porque la fuerza de gravedad actúa en la dirección opuesta a la de la fuerza de levantamiento aplicada, y se opone a ella. Por ejemplo, una manzana ordinaria tiene un peso de aproximadamente 1 N. Entonces, si levantáramos una manzana una distancia de 1 m con una fuerza igual a su peso, habríamos efectuado 1 J de trabajo contra la gravedad [$W = Fd = (1 \text{ N})(1 \text{ m}) = 1 \text{ J}$]. Este ejemplo nos da una idea de cuánto trabajo representa 1 J.

En ambos ejemplos, 3.1 y 3.2, una sola fuerza constante efectuó trabajo. Si dos o más fuerzas actúan sobre un objeto, se puede calcular individualmente el trabajo efectuado por cada una:

El *trabajo total* o *neto* es el trabajo efectuado por todas las fuerzas que actúan sobre el objeto; es la suma escalar de esas cantidades de trabajo.

Este concepto se ilustra en el ejemplo 3.3.

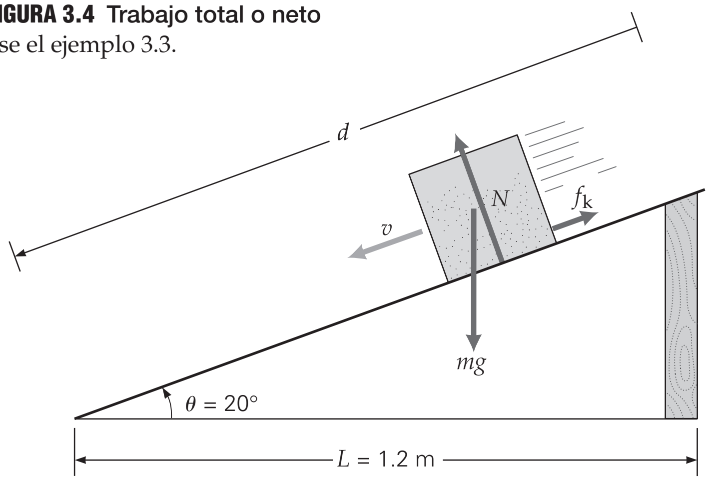
Ejemplo 3.3 ■ Trabajo total o neto

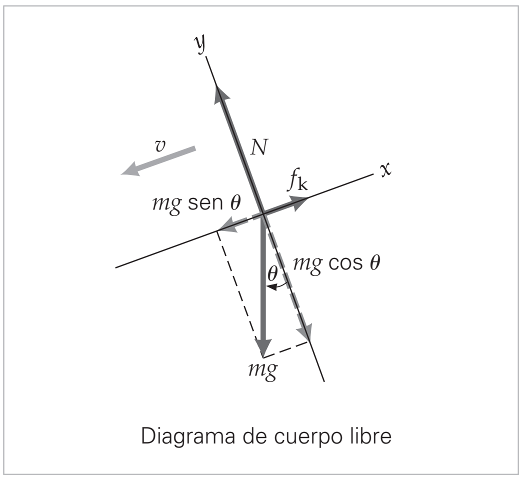
Un bloque de 0.75 kg se desliza con velocidad uniforme bajando por un plano inclinado de 20° (▼figura 3.4). *a*) ¿Cuánto trabajo efectúa la fuerza de fricción sobre el bloque mientras se desliza la longitud total del plano? *b*) ¿Qué trabajo neto se efectúa sobre el bloque? *c*) Comente el trabajo neto efectuado si el ángulo del plano se ajusta de manera que el bloque acelere al bajar.

Razonamiento. *a*) Usando la trigonometría obtenemos la longitud del plano, así que esta parte se reduce a calcular la fuerza de fricción. *b*) El trabajo neto es la suma de todo el trabajo efectuado por las fuerzas individuales. (*Nota:* puesto que el bloque tiene velocidad uniforme o constante, la fuerza neta que actúa sobre él es cero. Esta observación nos da la respuesta, pero se calculará explícitamente en la solución.) *c*) Si hay aceleración, entra en juego la segunda ley de Newton, que implica una fuerza neta, por lo que habrá trabajo neto.

Solución. Hacemos una lista de la información dada. Además, es igualmente importante plantear explícitamente lo que se busca.

▶ **FIGURA 3.4** Trabajo total o neto
Véase el ejemplo 3.3.





Dado: $m = 0.75$ kg
$\theta = 20°$
$L = 1.2$ m (de la figura 3.4)

Encuentre: *a*) W_f (trabajo realizado sobre el bloque por la fricción)
b) W_{neto} (trabajo neto sobre el bloque)
c) W (comente el trabajo neto con el bloque acelerado)

a) En la figura 3.4 vemos que sólo dos fuerzas efectúan trabajo, porque sólo dos son paralelas al movimiento: f_k la fuerza de fricción cinética, y mg sen θ el componente del peso del bloque que actúa paralelo al plano. La fuerza normal N y mg cos θ, el componente del peso del bloque que actúa perpendicular al plano, no efectúan trabajo sobre el bloque. (¿Por qué?)

Primero calculamos el trabajo efectuado por la fuerza de fricción:

$$W_f = f_k(\cos 180°)d = -f_k d = -\mu_k N d$$

Nota: recuerde la explicación de la fricción en la sección 2.6.

El ángulo de 180° indica que la fuerza y el desplazamiento tienen direcciones opuestas. (En tales casos es común escribir $W_f = -f_k d$ directamente, pues la fricción cinética por lo regular se opone al movimiento.) La distancia d que el bloque se desliza se obtiene usando trigonometría. Dado que $\cos\theta = L/d$,

$$d = \frac{L}{\cos\theta}$$

Sabemos que $N = mg\cos\theta$, pero ¿cuánto vale μ_k? Parece que nos falta algo de información. Cuando se presenta una situación así, hay que buscar otra forma de resolver el problema. Como ya señalamos, sólo hay dos fuerzas paralelas al movimiento, y son opuestas. Dado que la velocidad es constante, sus magnitudes deben ser iguales, así que $f_k = mg$ sen θ. Por lo tanto,

$$W_f = -f_k d = -(mg \operatorname{sen}\theta)\left(\frac{L}{\cos\theta}\right) = -mgL\tan 20°$$

$$= -(0.75\text{ kg})(9.8\text{ m/s}^2)(1.2\text{ m})(0.364) = -3.2\text{ J}$$

b) Para obtener el trabajo neto, necesitamos calcular el trabajo efectuado por la gravedad y sumarlo a nuestro resultado del inciso *a*). Puesto que $F_\parallel$ para la gravedad no es más que mg sen θ, tenemos

$$W_g = F_\parallel d = (mg \operatorname{sen}\theta)\left(\frac{L}{\cos\theta}\right) = mgL\tan 20° = +3.2\text{ J}$$

donde el cálculo es el mismo que en el inciso *a*, a excepción del signo. Entonces,

$$W_{neto} = W_g + W_f = +3.2\text{ J} + (-3.2\text{ J}) = 0$$

Recuerde que el trabajo es una cantidad escalar, así que usamos una suma escalar para calcular el trabajo neto.

c) Si el bloque acelera al bajar el plano, la segunda ley de Newton nos indica que $F_{neta} = mg \operatorname{sen}\theta - f_k = ma$. El componente de la fuerza gravitacional (mg sen θ) es mayor que la fuerza de fricción que se le opone (f_k) y se efectúa un trabajo neto sobre el bloque, porque ahora $|W_g| > |W_f|$. El lector tal vez se esté preguntando qué efecto tiene un trabajo neto distinto de cero. Como veremos a continuación, un trabajo neto distinto de cero provoca un cambio en la cantidad de energía que tiene un objeto.

Ejercicio da refuerzo. En el inciso *c* de este ejemplo, ¿el trabajo por fricción puede tener una magnitud mayor que el trabajo gravitacional? ¿Qué implicaría esta condición en términos de la rapidez del bloque?

Sugerencia para resolver problemas

En el inciso *a* del ejemplo 3.3 simplificamos la ecuación de W_f utilizando las expresiones algebraicas para N y d, en vez de calcular inicialmente tales cantidades. Por regla general es conveniente no sustituir las variables por sus valores en las ecuaciones, en tanto no sea indispensable. Es preferible simplificar una ecuación cancelando símbolos, y ello ahorra tiempo al efectuar los cálculos.

3.2 Trabajo efectuado por una fuerza variable

OBJETIVOS: *a*) Distinguir entre trabajo realizado por fuerzas constantes y variables y *b*) calcular el trabajo efectuado por la fuerza del resorte.

En la sección anterior, nos limitamos a analizar el trabajo efectuado por fuerzas constantes. Sin embargo, las fuerzas generalmente varían; es decir, cambian de magnitud o ángulo, o ambos, con el tiempo o con la posición, o con ambos. Por ejemplo, alguien

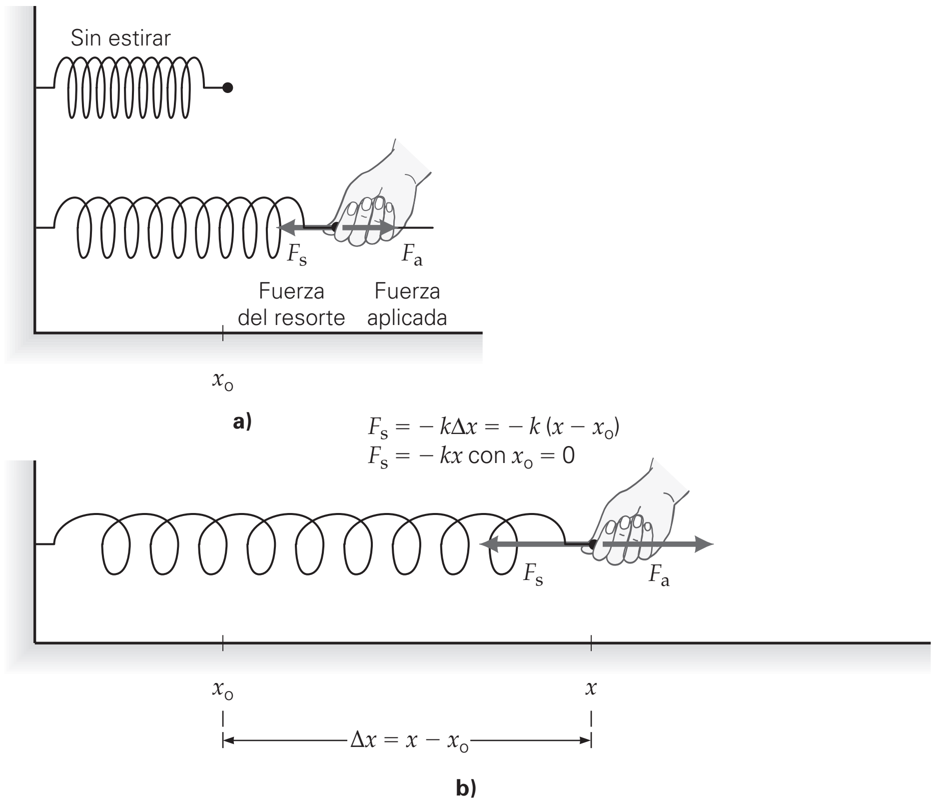


FIGURA 3.5 Fuerza del resorte ***a)*** Una fuerza aplicada F_a estira el resorte, y éste ejerce una fuerza igual y opuesta, F_s, sobre la mano. ***b)*** La magnitud de la fuerza depende del cambio de longitud del resorte, Δx. Este cambio suele medirse con respecto al extremo del resorte no estirado, x_o.

podría empujar con fuerza cada vez mayor un objeto, para superar la fuerza de fricción estática, hasta que la fuerza aplicada exceda $f_{S_{máx}}$. Sin embargo, la fuerza de fricción estática no efectúa trabajo, pues no hay movimiento ni desplazamiento.

Nota: en la figura 3.5, la mano aplica una fuerza variable F_a al estirar el resorte. Al mismo tiempo, el resorte ejerce una fuerza igual y opuesta F_s sobre la mano.

Un ejemplo de fuerza variable que sí efectúa trabajo se ilustra en la ▲figura 3.5, donde observamos que una fuerza aplicada F_a estira un resorte. Conforme el resorte se estira (o comprime), su fuerza de restauración (que se opone al estiramiento o a la compresión) se vuelve cada vez mayor, y es preciso aplicar una fuerza más grande. Para la mayoría de los resortes, la fuerza del resorte es directamente proporcional al cambio de longitud del resorte respecto a su longitud sin estiramiento. En forma de ecuación, esta relación se expresa así

$$F_s = -k\Delta x = -k(x - x_o)$$

o bien, si $x_o = 0$,

$$F_s = -kx \quad \textit{(fuerza del resorte ideal)} \tag{3.3}$$

donde x representa ahora la distancia que se estiró (o comprimió) el resorte, respecto a su longitud no estirada. Es evidente que la fuerza varía cuando x cambia. Describimos esta relación diciendo que la *fuerza es función de la posición*.

La k de esta ecuación es una constante de proporcionalidad y suele llamarse **constante de resorte** o **constante de fuerza**. Cuanto mayor sea el valor de k, más rígido o más fuerte será el resorte. El lector deberá comprobar por sí solo que la unidad SI de k es newton/metro (N/m). El signo menos indica que la fuerza del resorte actúa en dirección opuesta al desplazamiento cuando el resorte se estira o se comprime. La ecuación 3.3 es una forma de lo que se conoce como *ley de Hooke*, llamada así en honor de Robert Hooke, un contemporáneo de Newton.

La relación expresada por la ecuación de la fuerza del resorte se cumple sólo con resortes ideales, los cuales se acercan a esta relación lineal entre fuerza y desplazamiento dentro de ciertos límites. Si un resorte se estira más allá de cierto punto, su *límite elástico*, se deformará permanentemente y dejará de ser válida la relación lineal.

Para calcular el trabajo realizado por las fuerzas variables generalmente se requiere el cálculo. Pero tenemos suerte de que la fuerza del resorte sea un caso especial que puede calcularse utilizando una gráfica. Un diagrama de F (la fuerza aplicada) contra x se muestra en la ▸figura 3.6. La gráfica tiene una pendiente rectilínea de k, con $F = kx$, donde F es la fuerza aplicada al realizar el trabajo de estirar el resorte.

Como vimos, el trabajo es el área bajo la curva F contra x, que tiene la forma de un triángulo como indica el área sombreada de la figura. Y, al calcular esta área,

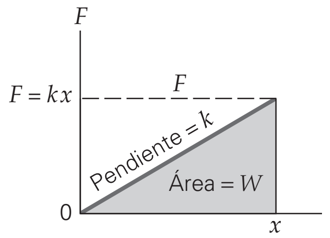
$$\text{área} = W = \tfrac{1}{2}(\text{altura} \times \text{base})$$

o

$$W = \tfrac{1}{2}Fx = \tfrac{1}{2}(kx)x = \tfrac{1}{2}kx^2$$

donde $F = kx$. Por lo tanto,

$$W = \tfrac{1}{2}kx^2 \qquad \textit{trabajo efectuado al estirar (o comprimir) un resorte desde } x_o = 0 \tag{3.4}$$



▲ **FIGURA 3.6 Trabajo efectuado por una fuerza de resorte que varía uniformemente** Una gráfica de F contra x, donde F es la fuerza aplicada que hace el trabajo de estirar un resorte, es una línea recta con una pendiente k. El trabajo es igual al área bajo la recta, que es la de un triángulo con

$$\text{área} = \tfrac{1}{2}(\text{altura} \times \text{base}).$$

Entonces

$$W = \tfrac{1}{2}Fx = \tfrac{1}{2}(kx)x = \tfrac{1}{2}kx^2.$$

Ejemplo 3.4 ■ Determinación de la constante de resorte

Una masa de 0.15 kg se une a un resorte vertical y cuelga en reposo hasta una distancia de 4.6 cm respecto a su posición original (▸figura 3.7). Otra masa de 0.50 kg se cuelga de la primera masa y se deja que baje hasta una nueva posición de equilibrio. ¿Qué extensión total tiene el resorte? (Desprecie la masa del resorte.)

Razonamiento. La constante del resorte, k, aparece en la ecuación 3.3. Por lo tanto, para determinar el valor de k en un caso específico, necesitamos conocer la fuerza del resorte y la distancia que éste se estira (o se comprime).

Solución. Los datos son:

Dado: $m_1 = 0.15$ kg
$x_1 = 4.6\text{ cm} = 0.046$ m
$m_2 = 0.50$ kg

Encuentre: x (la distancia del estiramiento del resorte)

La distancia total de estiramiento está dada por $x = F/k$, donde F es la fuerza aplicada, que en este caso es el peso de la masa suspendida del resorte. Sin embargo, no nos dan la constante del resorte, k. Podemos averiguar su valor a partir de los datos de la suspensión de m_1 y el desplazamiento resultante x_1. (Es común usar este método para determinar constantes de resorte.) Como se observa en la figura 3.7a, la magnitud de la fuerza del peso y de la fuerza restauradora del resorte son iguales, ya que $a = 0$, así que podemos igualarlas:

$$F_s = kx_1 = m_1 g$$

Al despejar k, obtenemos

$$k = \frac{m_1 g}{x_1} = \frac{(0.15\text{ kg})(9.8\text{ m/s}^2)}{0.046\text{ m}} = 32\text{ N/m}$$

Ahora que conocemos k, obtenemos la extensión total del resorte a partir de la situación de fuerzas equilibradas que se muestra en la figura 3.7b:

$$F_s = (m_1 + m_2)g = kx$$

Por lo tanto,

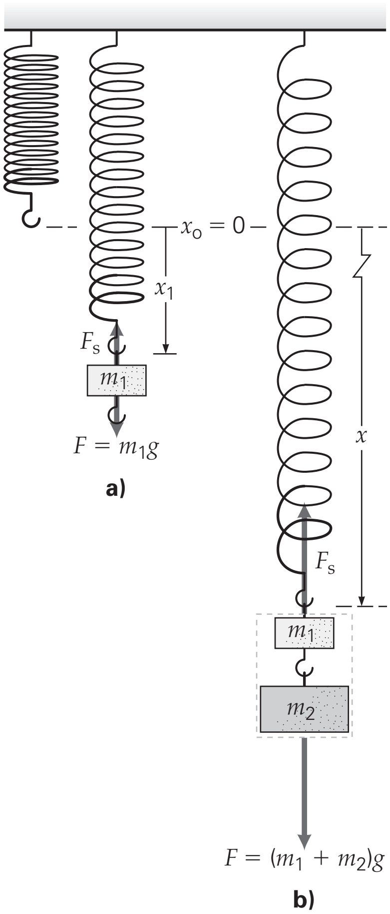
$$x = \frac{(m_1 + m_2)g}{k} = \frac{(0.15\text{ kg} + 0.50\text{ kg})(9.8\text{ m/s}^2)}{32\text{ N/m}} = 0.20\text{ m (o 20 cm)}$$

Ejercicio de refuerzo. ¿Cuánto trabajo efectúa la gravedad al estirar el resorte en ambos desplazamientos del ejemplo 3.4?

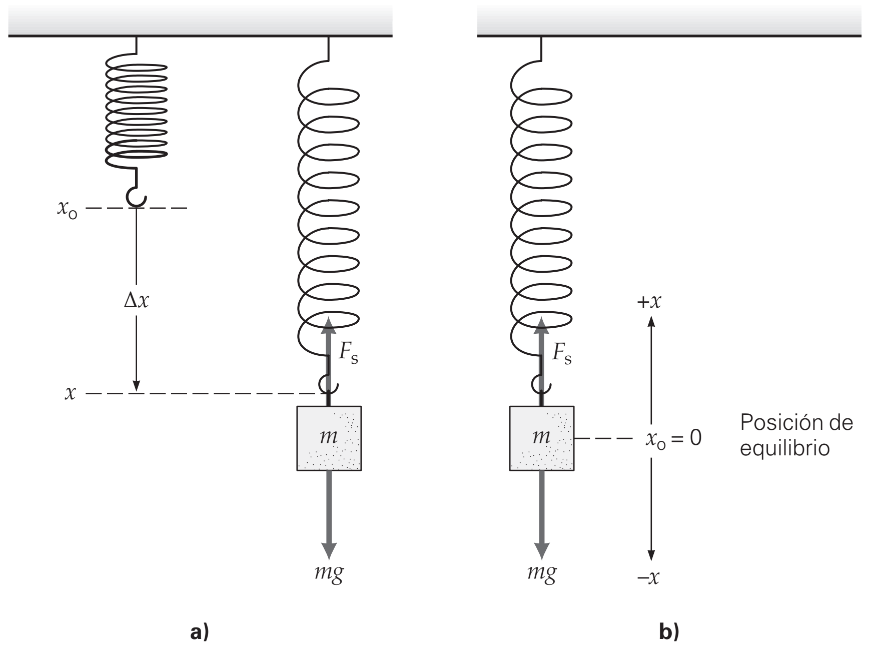
Sugerencia para resolver problemas

La posición de referencia x_o para determinar el cambio de longitud de un resorte es arbitraria y suele elegirse por conveniencia. *La cantidad importante al calcular trabajo es la diferencia de posición, Δx, o el cambio neto de longitud del resorte respecto a su longitud sin estirar.* Como se muestra en la ▾figura 3.8 para una masa suspendida de un resorte, la referencia x_o puede tomarse como la posición sin carga del resorte o la posición cargada, que podría tomarse como posición cero por conveniencia. En el ejemplo 3.4, tomamos x_o como el extremo del resorte sin carga.

Cuando la fuerza neta que actúa sobre la masa suspendida es cero, decimos que la masa está en su *posición de equilibrio* (como en la figura 3.7a, con m_1 suspendida). Esta posición, más que la longitud sin carga, podría tomarse como referencia cero ($x_o = 0$; véase la figura 3.8b). La posición de equilibrio es un punto de referencia conveniente en casos en que la masa oscila hacia arriba y hacia abajo al colgar del resorte. También, dado que el desplazamiento es en dirección vertical, es común usar y en vez de x.



▲ **FIGURA 3.7 Determinación de la constante de resorte y del trabajo efectuado al estirar un resorte** Véase el ejemplo 3.4.



▶ **FIGURA 3.8 Referencia de desplazamiento** La posición de referencia x_o es arbitraria y suele elegirse por conveniencia. Podría ser ***a)*** el extremo del resorte sin carga o ***b)*** la posición de equilibrio cuando se suspende una masa del resorte. Esta última es muy conveniente en casos en que la masa oscila hacia arriba y hacia abajo en el resorte.

3.3 El teorema trabajo-energía: energía cinética

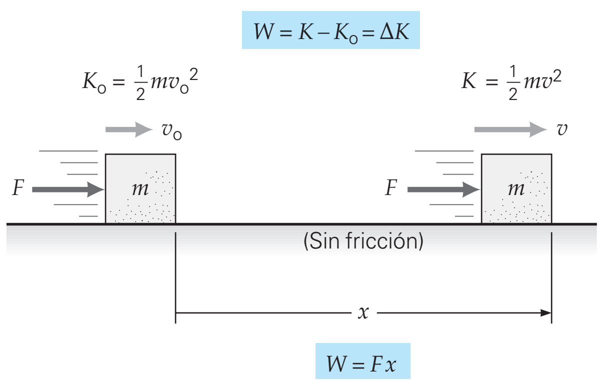
OBJETIVOS: *a*) Estudiar el teorema trabajo-energía y *b*) aplicarlo para resolver problemas.

Ahora que tenemos una definición operativa de trabajo, examinemos su relación con la energía. La energía es uno de los conceptos científicos más importantes. La describimos como una cantidad que poseen los objetos o sistemas. Básicamente, el trabajo es algo que se hace *sobre* los objetos, en tanto que la energía es algo que los objetos *tienen*: la capacidad para efectuar trabajo.

Una forma de energía que está íntimamente asociada con el trabajo es la *energía cinética*. (Describiremos otra forma de energía, la *energía potencial*, en la sección 3.4.) Considere un objeto en reposo sobre una superficie sin fricción. Una fuerza horizontal actúa sobre el objeto y lo pone en movimiento. Se efectúa trabajo *sobre* el objeto, pero ¿a dónde "se va" el trabajo, por decirlo de alguna manera? Se va al objeto, poniéndolo en movimiento, es decir, modificando sus condiciones *cinéticas*. En virtud de su movimiento, decimos que el objeto ha ganado energía: energía cinética, que lo hace capaz de efectuar trabajo.

Para una fuerza constante que efectúa trabajo sobre un objeto en movimiento, como se ilustra en la ▼figura 3.9, la fuerza efectúa una cantidad de trabajo $W = Fx$. Sin embargo, ¿qué efectos cinemáticos tiene? La fuerza hace que el objeto acelere y, $v^2 = v_o^2 + 2ax$ (con $x_o = 0$),

$$a = \frac{v^2 - v_o^2}{2x}$$



▶ **FIGURA 3.9 Relación entre trabajo y energía cinética** El trabajo efectuado por una fuerza constante sobre un bloque, para moverlo en una superficie horizontal, sin fricción es igual al cambio en la energía cinética del bloque: $W = \Delta K$.

donde v_o podría o no ser cero. Si escribimos la magnitud de la fuerza en la forma de la segunda ley de Newton y sustituimos en ella la expresión para a de la ecuación anterior, tendremos

$$F = ma = m\left(\frac{v^2 - v_o^2}{2x}\right)$$

Si utilizamos esta expresión en la ecuación del trabajo, obtendremos

$$W = Fx = m\left(\frac{v^2 - v_o^2}{2x}\right)x$$
$$= \tfrac{1}{2}mv^2 - \tfrac{1}{2}mv_o^2$$

Es conveniente definir $\frac{1}{2}mv^2$ como la **energía cinética (K)** del objeto en movimiento:

$$K = \tfrac{1}{2}mv^2 \qquad \textit{(energía cinética)} \tag{3.5}$$

Unidad SI de energía: joule (J)

Es común referirse a la energía cinética como la *energía de movimiento*. Observe que es directamente proporcional al cuadrado de la rapidez (instantánea) del objeto en movimiento, así que no puede ser negativa.

Entonces, en términos de energía cinética, las expresiones anteriores para el trabajo se escriben como

Teorema trabajo-energía

$$W = \tfrac{1}{2}mv^2 - \tfrac{1}{2}mv_o^2 = K - K_o = \Delta K$$

o

$$W = \Delta K \tag{3.6}$$

donde se sobreentiende que *W es el trabajo neto si dos o más fuerzas actúan sobre el objeto,* como vimos en el ejemplo 3.3. Esta ecuación es el **teorema trabajo-energía**; relaciona el trabajo efectuado sobre un objeto con el cambio en la energía cinética del objeto. Es decir, *el trabajo neto efectuado sobre un cuerpo por todas las fuerzas que actúan sobre él es igual al cambio de energía cinética del cuerpo.* Tanto el trabajo como la energía tienen unidades de joules, y ambas son cantidades escalares. Hay que tener presente que el teorema trabajo-energía es válido en general para fuerzas variables, no sólo para el caso especial que consideramos al deducir la ecuación 3.6.

Para ilustrar que el trabajo neto es igual al cambio de energía cinética, recordemos que, en el ejemplo 3.1, la fuerza de gravedad efectuó +44 J de trabajo sobre un libro, que cayó desde el reposo una distancia de $y = 3.0$ m. En esa posición e instante, el libro en caída tenía 44 J de energía cinética. Dado que $v_o = 0$ en este caso, $\frac{1}{2}mv^2 = mgy$. Si sustituimos esta expresión en la ecuación para el trabajo efectuado por la gravedad sobre el libro en caída, obtenemos

$$W = Fd = mgy = \frac{mv^2}{2} = K = \Delta K$$

donde $K_o = 0$. Así, la energía cinética que el libro gana es igual al trabajo neto efectuado sobre él: 44 J en este caso. (Como ejercicio, el lector puede confirmar este hecho calculando la rapidez del libro y evaluando su energía cinética.)

Lo que nos dice el teorema trabajo-energía es que, cuando se efectúa trabajo, hay un cambio o una transferencia de energía. En general, entonces, decimos que *el trabajo es una medida de la transferencia de energía cinética*. Por ejemplo, una fuerza que efectúa trabajo sobre un objeto para acelerarlo causa un incremento en la energía cinética del objeto. En cambio, el trabajo (negativo) efectuado por la fuerza de fricción cinética podría hacer que un objeto se frene, con lo que su energía cinética disminuye. Así pues, para que un objeto sufra un cambio en su energía cinética, será necesario efectuar un trabajo neto sobre él, como nos indica la ecuación 3.6.

Cuando un objeto está en movimiento, posee energía cinética y tiene la capacidad de efectuar trabajo. Por ejemplo, un automóvil en movimiento tiene energía cinética y puede efectuar trabajo abollando el parachoques de otro auto en un accidente; no es trabajo *útil* en este caso, pero es trabajo al fin y al cabo. En la ▸figura 3.10 se da otro ejemplo de trabajo efectuado por energía cinética.

▲ **FIGURA 3.10 Energía cinética y trabajo** Un objeto en movimiento, como esta bola para demolición de construcciones, procesa energía cinética y, por lo tanto, puede efectuar trabajo.

Ejemplo 3.5 ■ Un juego de tejo: el teorema trabajo-energía

Una jugadora (▼figura 3.11) empuja un disco de 0.25 kg que inicialmente está en reposo, de manera que una fuerza horizontal constante de 6.0 N actúa sobre él durante una distancia de 0.50 m. (Despreciaremos la fricción.) *a*) ¿Qué energía cinética y rapidez tiene el disco cuando se deja de aplicar la fuerza? *b*) ¿Cuánto trabajo se requeriría para detener el disco?

Razonamiento. Aplicamos el teorema trabajo-energía. Si podemos calcular el trabajo efectuado, conoceremos el cambio de energía cinética, y viceversa.

Solución. Hacemos, como siempre, una lista de los datos:

Dado:	$m = 0.25$ kg	***Encuentre:***	*a*) K (energía cinética)
	$F = 6.0$ N		v (rapidez)
	$d = 0.50$ m		*b*) W (trabajo efectuado para detener el tejo)
	$v_o = 0$		

***a*)** Puesto que no conocemos la rapidez, no podemos calcular directamente la energía cinética $\left(K = \frac{1}{2}mv^2\right)$. Sin embargo, la energía cinética está relacionada con el trabajo por el teorema trabajo-energía. El trabajo efectuado sobre el disco, por la fuerza F que aplica la jugadora es

$$W = Fd = (6.0\text{ N})(0.50\text{ m}) = +3.0\text{ J}$$

Entonces, por el teorema trabajo-energía, obtenemos

$$W = \Delta K = K - K_o = +3.0\text{ J}$$

Por otro lado, $K_o = \frac{1}{2}mv_o^2 = 0$, porque $v_o = 0$, así que

$$K = 3.0\text{ J}$$

Podemos calcular la rapidez a partir de la energía cinética. Puesto que $K = \frac{1}{2}mv^2$, tenemos

$$v = \sqrt{\frac{2K}{m}} = \sqrt{\frac{2(3.0\text{ J})}{0.25\text{ kg}}} = 4.9\text{ m/s}$$

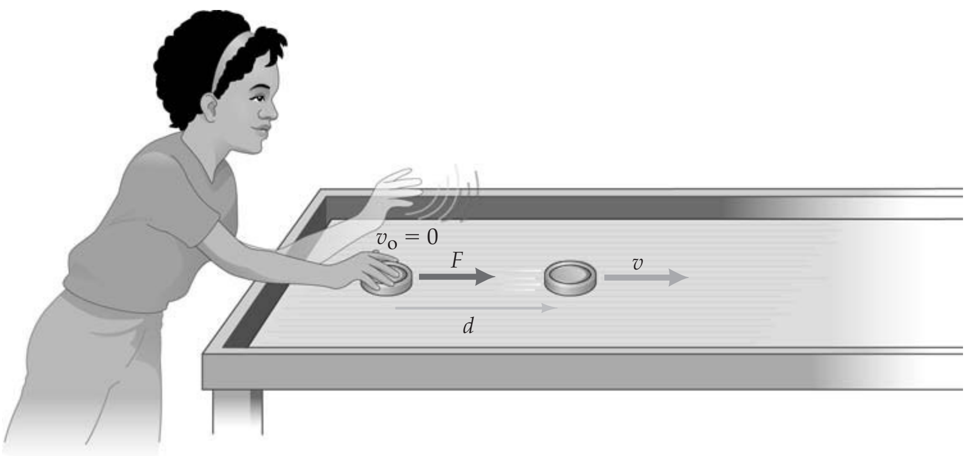
***b*)** Como seguramente ya dedujo el lector, el trabajo requerido para detener el disco es igual a la energía cinética de éste (es decir, la cantidad de energía que debemos "quitarle" al tejo para detener su movimiento). Para confirmar esta igualdad, básicamente efectuamos el cálculo anterior al revés, con $v_o = 4.9$ m/s y $v = 0$:

$$W = K - K_o = 0 - K_o = -\tfrac{1}{2}mv_o^2 = -\tfrac{1}{2}(0.25\text{ kg})(4.9\text{ m/s})^2 = -3.0\text{ J}$$

El signo menos indica que el disco pierde energía al frenarse. El trabajo se efectúa *contra* el movimiento del disco; es decir, la fuerza es opuesta a la dirección del movimiento. (En una situación real, la fuerza opuesta sería la fricción.)

Ejercicio de refuerzo. Suponga que el disco de este ejemplo tiene el doble de rapidez final cuando se suelta. ¿Se requerirá el doble de trabajo para detenerlo? Justifique numéricamente su respuesta.

▶ **FIGURA 3.11 Trabajo y energía cinética** Véase el ejemplo 3.5.



Sugerencia para resolver problemas

En el ejemplo 3.5 utilizamos consideraciones de trabajo-energía para calcular la rapidez. Podríamos haberlo hecho de otra manera: calculando primero la aceleración con $a = F/m$, y luego usando la ecuación de cinemática $v^2 = v_o^2 + 2ax$ para calcular v (donde $x = d = 0.50$ m). Lo importante es que muchos problemas se resuelven de diferentes maneras, y a menudo la clave del éxito consiste en encontrar la forma más rápida y eficiente para hacerlo. Al seguir estudiando la energía, veremos lo útiles y potentes que son los conceptos de trabajo y energía, como nociones teóricas y también como herramientas prácticas para resolver muchos tipos de problemas.

Ejemplo conceptual 3.6 ■ Energía cinética: masa y rapidez

En un juego de fútbol americano, un guardia de 140 kg corre con una rapidez de 4.0 m/s, y un defensivo profundo libre de 70 kg se mueve a 8.0 m/s. En esta situación, ¿es correcto decir que *a*) ambos jugadores tienen la misma energía cinética? *b*) ¿Que el defensivo profundo tiene el doble de energía cinética que el guardia? *c*) ¿Que el guardia tiene el doble de energía cinética que el defensivo profundo? *d*) ¿Que el defensivo profundo tiene cuatro veces más energía cinética que el guardia?

Razonamiento y respuesta. La energía cinética de un cuerpo depende tanto de su masa como de su rapidez. Podríamos pensar que, al tener la mitad de la masa pero el doble de la velocidad, el defensivo profundo tendría la misma energía cinética que el guardia, pero no es así. Como vemos en la relación $K = \frac{1}{2}mv^2$, la energía cinética es directamente proporcional a la masa, pero también es proporcional al *cuadrado* de la rapidez. Por lo tanto, reducir la masa a la mitad disminuiría la energía cinética a la mitad; por lo tanto, si los dos jugadores tuvieran la misma rapidez, el defensivo profundo tendría la mitad de la energía cinética que el guardia.

Sin embargo, un aumento al doble de la rapidez aumenta la energía cinética no al doble, sino en un factor de 2^2, es decir, 4. Por lo tanto, el defensivo profundo, con la mitad de la masa pero el doble de la rapidez, tendría $\frac{1}{2} \times 4 = 2$ veces más energía cinética que el guardia, así que la respuesta es *b*.

Note que para contestar esta pregunta no fue necesario calcular la energía cinética de ningún jugador. No obstante, podemos hacerlo para verificar nuestras conclusiones:

$$K_{\text{def. prof.}} = \tfrac{1}{2}m_s v_s^2 = \tfrac{1}{2}(70\text{ kg})(8.0\text{ m/s})^2 = 2.2 \times 10^3\text{ J}$$

$$K_{\text{guardia}} = \tfrac{1}{2}m_g v_g^2 = \tfrac{1}{2}(140\text{ kg})(4.0\text{ m/s})^2 = 1.1 \times 10^3\text{ J}$$

Ahora vemos explícitamente que nuestra respuesta fue correcta.

Ejercicio de refuerzo. Suponga que la rapidez del defensivo profundo sólo es 50% mayor que la del guardia, es decir, 6.0 m/s. ¿Qué jugador tendría entonces mayor energía cinética, y qué tanta más?

Sugerencia para resolver problemas

El teorema trabajo-energía relaciona el trabajo dado con el cambio en la energía cinética. En muchos casos tenemos $v_o = 0$ y $K_o = 0$, así que $W = \Delta K = K$. Pero, ¡cuidado! *No* podemos usar siempre el cuadrado del cambio de rapidez, $(\Delta v)^2$, para calcular ΔK, como parecería a primera vista. En términos de rapidez, tenemos

$$W = \Delta K = K - K_o = \tfrac{1}{2}mv^2 - \tfrac{1}{2}mv_o^2 = \tfrac{1}{2}m(v^2 - v_o^2)$$

Sin embargo, $v^2 - v_o^2$ no es lo mismo que $(v - v_o)^2 = (\Delta v)^2$, ya que $(v - v_o)^2 = v^2 - 2vv_o + v_o^2$. Por lo tanto, el cambio en energía cinética *no* es igual a $\frac{1}{2}m(v - v_o)^2 = \frac{1}{2}m(\Delta v)^2 \neq \Delta K$.

Lo que implica esta observación es que, para calcular trabajo, o el cambio de energía cinética, es preciso calcular la energía cinética de un objeto en un punto o tiempo dado (utilizando la rapidez instantánea para obtener la energía cinética instantánea) y también en otro punto o tiempo dado. Luego se restarán las cantidades para obtener el cambio de energía cinética, o trabajo. Como alternativa, podríamos calcular primero la diferencia de los *cuadrados* de las rapideces $(v^2 - v_o^2)$ al calcular el cambio, pero no usar el cuadrado de la diferencia de rapideces. En el Ejemplo conceptual 3.7 veremos esta sugerencia en acción.

Ejemplo conceptual 3.7 ■ Automóvil en aceleración: rapidez y energía cinética

Un automóvil que viaja a 5.0 m/s aumenta su rapidez a 10 m/s, con un incremento de energía cinética que requiere un trabajo W_1. Luego, la rapidez del automóvil aumenta de 10 m/s a 15 m/s, para lo cual requiere un trabajo adicional W_2. ¿Cuál de estas relaciones es válida al comparar las dos cantidades de trabajo? *a*) $W_1 > W_2$; *b*) $W_1 = W_2$; *c*) $W_2 > W_1$.

Razonamiento y respuesta. Como ya vimos, el teorema trabajo-energía relaciona el trabajo efectuado sobre el automóvil con el cambio en su energía cinética. Puesto que en ambos casos hay el mismo incremento de rapidez ($\Delta v = 5.0$ m/s), parecería que la respuesta es *b*. Sin embargo, no hay que olvidar que el trabajo es igual al *cambio* en la energía cinética, en lo cual interviene $v_2^2 - v_1^2$, *no* $(\Delta v)^2 = (v_2 - v_1)^2$.

Por lo tanto, cuanto mayor sea la rapidez de un objeto, mayor será su energía cinética, y esperaríamos que la *diferencia* de energía cinética al cambiar de rapidez (o el trabajo requerido para cambiar de rapidez) sea mayor para una rapidez más alta, si Δv es la misma. Por consiguiente, *c* es la respuesta.

Lo importante aquí es que los valores de Δv son iguales, pero se requiere más trabajo para aumentar la energía cinética de un objeto a una rapidez más alta.

Ejercicio de refuerzo. Suponga que el automóvil aumenta su rapidez en una tercera ocasión, de 15 a 20 m/s, cambio que requiere un trabajo W_3. ¿Cómo se compara el trabajo realizado en este incremento con W_2? Justifique numéricamente su respuesta. [*Sugerencia:* use un cociente.]

a)

b)

▲ **FIGURA 3.12** Energía potencial La energía potencial tiene muchas formas. ***a)*** Es preciso efectuar trabajo para flexionar el arco; esto le confiere energía potencial que se convierte en energía cinética cuando se suelta la flecha. ***b)*** La energía potencial gravitacional se convierte en energía cinética cuando cae un objeto. (¿De dónde provino la energía potencial gravitacional del agua y del clavadista?)

3.4 Energía potencial

OBJETIVOS: *a*) Definir y entender la energía potencial y *b*) estudiar la energía potencial gravitacional.

Un objeto en movimiento tiene energía cinética. Sin embargo, sea que un objeto esté o no en movimiento, podría tener otra forma de energía: energía potencial. Como su nombre sugiere, un objeto con energía potencial tiene *potencial* para efectuar trabajo. Es probable que al lector se le ocurran muchos ejemplos: un resorte comprimido, un arco tensado, agua contenida por una presa, una bola de demolición lista para caer. En todos estos casos, el potencial para efectuar trabajo se deriva de la *posición* o *configuración* del cuerpo. El resorte tiene energía porque está comprimido; el arco, porque está tensado; el agua y la bola, porque se les ha levantado sobre la superficie terrestre (◂figura 3.12). Por ello caracterizamos la **energía potencial**, ***U***, como *energía de posición* (o configuración).

En cierto sentido, observamos la energía potencial como trabajo almacenado, igual que la energía cinética. En la sección 3.2 ya vimos un ejemplo de energía potencial, donde se efectuó trabajo para comprimir un resorte desde su posición de equilibrio. Recordemos que el trabajo efectuado en tal caso es $W = \frac{1}{2}kx^2$ (con $x_o = 0$). Cabe señalar que la cantidad de trabajo efectuada depende del grado de compresión (x). Dado que se efectúa trabajo, hay un *cambio* en la energía potencial del resorte (ΔU), igual al trabajo efectuado *por la fuerza aplicada* para comprimir (o estirar) el resorte:

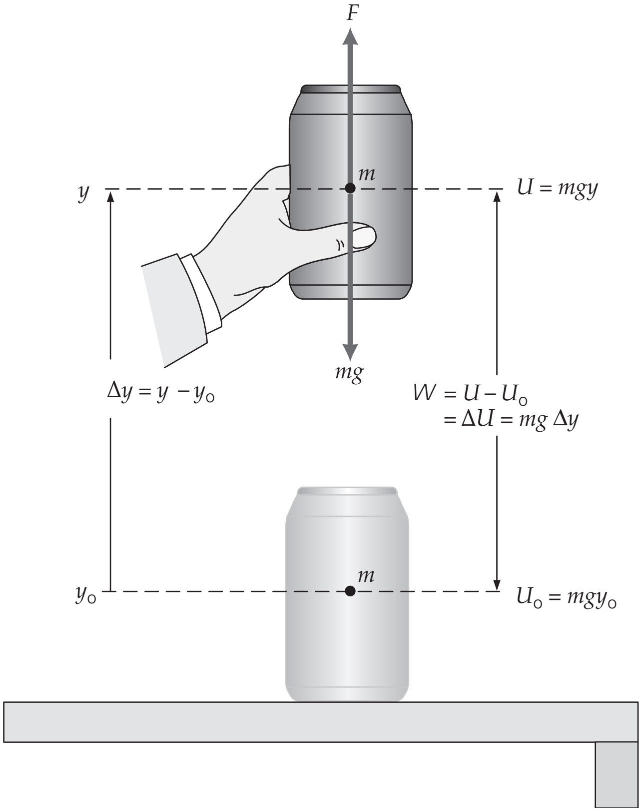
$$W = \Delta U = U - U_o = \tfrac{1}{2}kx^2 - \tfrac{1}{2}kx_o^2$$

Así, con $x_o = 0$ y $U_o = 0$, como suele tomarse por conveniencia, la *energía potencial de un resorte* es

$$\boxed{U = \tfrac{1}{2}kx^2} \quad \textit{(energía potencial de un resorte)} \qquad (3.7)$$

Unidad SI de energía: joule (J)

[*Nota*: puesto que la energía potencial varía con x^2, aquí también es válida la sugerencia anterior para resolver problemas. Es decir, si $x_o \neq 0$, entonces $x^2 - x_o^2 \neq (x - x_o)^2$.]



▲ **FIGURA 3.13 Energía potencial gravitacional** El trabajo efectuado al levantar un objeto es igual al cambio de energía potencial gravitacional: $W = F\Delta y = mg(y - y_o)$.

Tal vez el tipo más común de energía potencial sea la energía potencial gravitacional. En este caso, posición se refiere a la altura de un objeto sobre cierto punto de referencia, digamos el piso o el suelo. Suponga que un objeto de masa m se levanta una distancia Δy (▲figura 3.13). Se efectúa trabajo contra la fuerza de gravedad, y se necesita una fuerza aplicada al menos igual al peso del objeto para levantarlo: $F = w = mg$. Entonces, el trabajo efectuado es igual al cambio de energía potencial. Si expresamos esta relación en forma de ecuación, dado que no hay un cambio total de energía cinética, tenemos

trabajo efectuado por la fuerza externa = cambio de energía potencial gravitacional

o

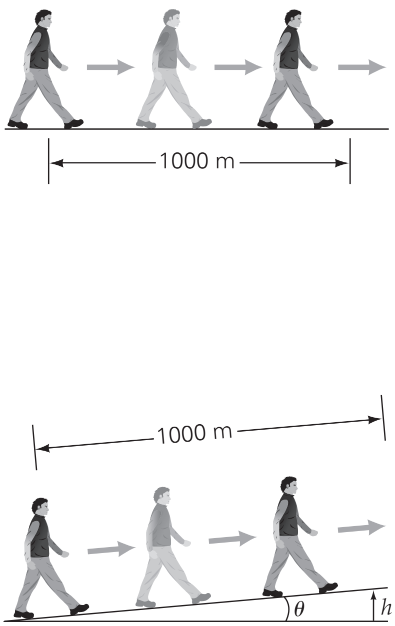
$$W = F\Delta y = mg(y - y_o) = mgy - mgy_o = \Delta U = U - U_o$$

donde usamos y como coordenada vertical y, eligiendo $y_o = 0$ y $U_o = 0$, como suele hacerse, la **energía potencial gravitacional** es

$$\boxed{U = mgy} \qquad (3.8)$$

Unidad SI de energía: joule (J)

(La ecuación 3.8 representa la energía potencial gravitacional cerca de la superficie terrestre, donde g se considera constante. Una forma más general de energía potencial gravitacional se presenta en la sección 5.5.)



▲ **FIGURA 3.14 Suma de energía potencial** Véase el ejemplo 3.8.

Ejemplo 3.8 ■ Se necesita más energía

Para caminar 1000 m a nivel del suelo, una persona de 60 kg necesita gastar cerca de 1.0×10^5 J de energía. ¿Cuál será la energía total requerida si la caminata se extiende otros 1000 m por un sendero inclinado 5.0°, como se ilustra en la ◂figura 3.14?

Razonamiento. Para caminar 1000 m adicionales se requieren 1.0×10^5 J *más* la energía adicional por realizar trabajo en contra de la gravedad al caminar por la pendiente. En la figura se observa que el incremento en la altura es $h = d \operatorname{sen} \theta$.

Solución. Se listan los datos:

Dado: $m = 60$ kg
$E_o = 1.0 \times 10^5$ J (para 1000 m)
$\theta = 5.0°$
$d = 1000$ m (para cada parte del trabajo)

Encuentre: la energía total gastada

La energía adicional gastada al subir por la pendiente es igual a la energía potencial gravitacional ganada. Así,

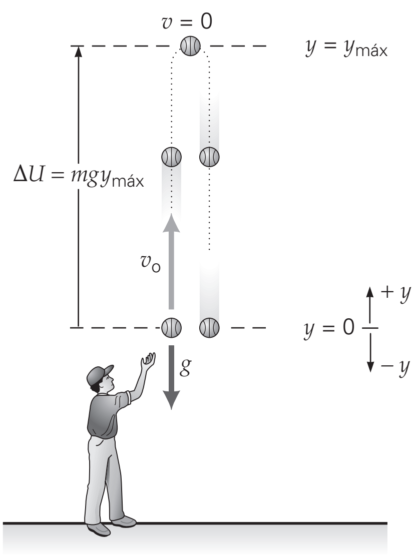
$$\Delta U = mgh = (60 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2)(1000 \text{ m}) \operatorname{sen} 5.0° = 5.1 \times 10^4 \text{ J}$$

Entonces, la energía total gastada para la caminata de 2000 m es

$$\text{Total } E = 2E_o + \Delta U = 2(1.0 \times 10^5 \text{ J}) + 0.51 \times 10^5 \text{ J} = 2.5 \times 10^5 \text{ J}$$

Note que el valor de ΔU se expresó como un múltiplo de 10^5 en la última ecuación, para que pudiera sumarse al término E_o, y el resultado se redondeó a dos cifras significativas.

Ejercicio de refuerzo. Si el ángulo de inclinación se duplicara y se repitiera *sólo* la caminata hacia arriba de la pendiente, ¿se duplicaría la energía adicional gastada por la persona al realizar el trabajo contra la gravedad? Justifique su respuesta.



▲ **FIGURA 3.15 Energías cinética y potencial** Véase el ejemplo 3.9. (La pelota se ha desplazado lateralmente por claridad.)

Ejemplo 3.9 ■ Pelota lanzada: energía cinética y energía potencial gravitacional

Una pelota de 0.50 kg se lanza verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial de 10 m/s (◂figura 3.15). *a*) ¿Cómo cambia la energía cinética de la pelota entre el punto de partida y su altura máxima? *b*) ¿Cómo cambia la energía potencial de la pelota entre el punto de partida y su altura máxima? (Desprecie la resistencia del aire.)

Razonamiento. Se pierde energía cinética y se gana energía potencial gravitacional a medida que la pelota sube.

Solución. Estudiamos la figura 3.15 y hacemos una lista de los datos:

Dado: $m = 0.50$ kg
$v_o = 10$ m/s
$a = g$

Encuentre: *a*) ΔK (cambio de energía cinética)
b) ΔU (cambio de energía potencial entre y_o y $y_{\text{máx}}$)

***a*)** Para calcular el *cambio* de energía cinética, primero calculamos la energía cinética en cada punto. Conocemos la velocidad inicial, v_o, y sabemos que, en la altura máxima, $v = 0$ y, por lo tanto, $K = 0$. Entonces,

$$\Delta K = K - K_o = 0 - K_o = -\tfrac{1}{2}mv_o^2 = -\tfrac{1}{2}(0.50 \text{ kg})(10 \text{ m/s})^2 = -25 \text{ J}$$

Es decir, la pelota pierde 25 J de energía cinética cuando la fuerza de gravedad efectúa sobre ella un trabajo negativo. (La fuerza gravitacional y el desplazamiento de la pelota tienen direcciones opuestas.)

***b*)** Para obtener el cambio de energía potencial, necesitamos conocer la altura de la pelota sobre su punto de partida, cuando $v = 0$. Utilizamos la ecuación $v^2 = v_o^2 - 2gy$ (con $y_o = 0$ y $v = 0$) para obtener $y_{\text{máx}}$,

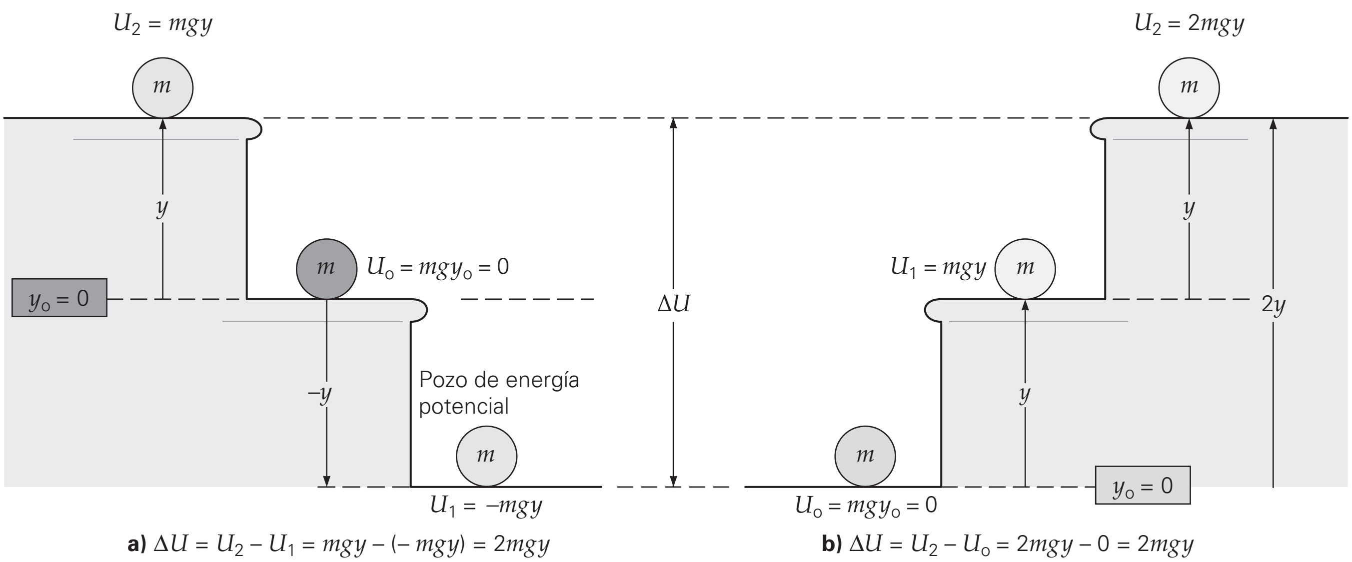
$$y_{\text{máx}} = \frac{v_o^2}{2g} = \frac{(10 \text{ m/s})^2}{2(9.8 \text{ m/s}^2)} = 5.1 \text{ m}$$

Luego, con $y_o = 0$ y $U_o = 0$,

$$\Delta U = U = mgy_{\text{máx}} = (0.50 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2)(5.1 \text{ m}) = +25 \text{ J}$$

La energía potencial aumenta en 25 J, como se esperaba.

Ejercicio de refuerzo. En este ejemplo, ¿qué cambios totales sufren las energías cinética y potencial de la pelota cuando ésta regresa al punto de partida?



▲ **FIGURA 3.16 Punto de referencia y cambio de energía potencial** ***a)*** La selección del punto de referencia (altura cero) es arbitraria y podría causar una energía potencial negativa. En un caso así, decimos que el objeto está en un pozo de energía potencial. ***b)*** Podemos evitar el pozo escogiendo una nueva referencia cero. La diferencia o *cambio* de energía potencial (ΔU) asociada con las dos posiciones es la misma, sea cual fuere el punto de referencia. No hay diferencia física, aunque haya dos sistemas de coordenadas y dos puntos de referencia cero distintos.

Punto de referencia cero

El ejemplo 3.9 ilustra un punto importante: la selección del punto de referencia cero. La energía potencial es energía de *posición*, y la energía potencial en una posición dada (U) se refiere a la energía potencial en alguna otra posición (U_o). La posición o punto de referencia es arbitrario, como lo es el origen de los ejes de coordenadas para analizar un sistema. Por lo regular, se eligen los puntos de referencia que más convienen; por ejemplo, $y_o = 0$. El valor de la energía potencial en una posición dada depende del punto de referencia utilizado. Por otro lado, *la diferencia o cambio de energía potencial asociada con dos posiciones es la misma, sea cual fuere la posición de referencia*.

Si, en el ejemplo 3.9, hubiéramos tomado el suelo como punto de referencia cero, Uo en el punto en que se soltó la pelota no habría sido cero. Sin embargo, U en la altura máxima habría sido mayor, y $\Delta U = U - U_o$ habría sido la misma. Este concepto se ilustra en la ▲figura 3.16. Observe que la energía potencial puede ser negativa. Si un objeto tiene energía potencial negativa, decimos que está en un *pozo* de energía potencial, lo cual es como estar en un pozo de verdad: se requiere trabajo para levantar el objeto a una posición más alta en el pozo, o para sacarlo del pozo.

También se dice que la energía potencial gravitacional es *independiente de la trayectoria*. Esto significa que sólo se considera un cambio en la altura Δh (o Δy), no en la trayectoria que sigue el cambio de altura. Un objeto podría recorrer muchas trayectorias que lleven a la misma Δh.

3.5 Conservación de la energía

OBJETIVOS: *a*) Distinguir entre fuerzas conservativas y no conservativas y *b*) explicar sus efectos sobre la conservación de la energía.

Las leyes de conservación son las piedras angulares de la física, tanto en la teoría como en la práctica. La mayoría de los científicos probablemente diría que la conservación de la energía es la ley más importante y la que tiene mayor alcance de las leyes. Cuando decimos que una cantidad física se *conserva*, queremos decir que es constante, o que tiene un valor constante. Dado que tantas cosas cambian continuamente en los procesos físicos, las cantidades que se conservan son extremadamente útiles para entender y describir el universo. No obstante, hay que tener presente que las cantidades generalmente se conservan sólo en condiciones especiales.

Una de las leyes de conservación más importantes es la que se refiere a la conservación de la energía. (Quizá el lector haya previsto este tema en el ejemplo 3.9.) Una afirmación conocida es que la energía total del universo se conserva. Esto es verdad, porque se está tomando todo el universo como un sistema. Definimos un *sistema* como una cantidad dada de materia encerrada por fronteras, sean reales o imaginarias. Efec-

A FONDO 3.1 LA POTENCIA DE LA GENTE: EL USO DE LA ENERGÍA DEL CUERPO

El cuerpo humano es energía ineficiente. Esto es, mucha energía no se destina a realizar trabajo útil y se desperdicia. Sería ventajoso convertir parte de esa energía en trabajo útil. Se han hecho algunos intentos para lograr esto a través de la "recolección de energía" del cuerpo humano. Las actividades normales del cuerpo producen movimiento, flexión y estiramiento, compresión y calor: una energía que bien podría utilizarse. Recolectar la energía es un trabajo difícil, pero, utilizando los avances en nanotecnología y en la ciencia de los materiales, el esfuerzo se ha hecho.

Un ejemplo algo antiguo de utilizar la energía del cuerpo es el reloj de pulso, el cual se da cuerda a sí mismo mecánicamente a partir de los movimientos del brazo del usuario. (En la actualidad, las baterías le han ganado el terreno.) Una meta final en la "recolección de energía" es convertir parte de la energía del cuerpo en electricidad; aunque sea una pequeña parte. ¿Cómo podría lograrse esto? Veamos un par de formas:

- Dispositivos piezoeléctricos. Cuando se les somete a tensiones mecánicas, las sustancias piezoeléctricas, como algunas cerámicas, generan energía eléctrica.
- Materiales termoeléctricos, que convierten el calor resultante de la diferencia de temperatura en energía eléctrica.

Estos métodos tienen severas limitaciones y sólo generan pequeñas cantidades de electricidad. Sin embargo, con la miniaturización y la nanotecnología, los resultados podrían ser satisfactorios. Los investigadores ya han desarrollado botas que utilizan la compresión que se ejerce al caminar en un compuesto que produce suficiente energía para recargar un aparato de radio.

Una aplicación más reciente es el "generador mochila". La carga montada de la mochila está suspendida por resortes. El movimiento hacia arriba y abajo de las caderas de una persona que lleva la mochila hace que la carga suspendida rebote verticalmente. Este movimiento hace girar un engranaje conectado a un generador de bobina magnética simple, similar a los que se utilizan en las linternas que se energizan con movimiento rítmico (véase sección A fondo sección 6.1 del libro de *Física 12*. Con este dispositivo, la energía mecánica del cuerpo puede generar hasta 7 watts de energía eléctrica. Un teléfono celular común opera con cerca de 1 watt. (El watt es una unidad de potencia, J/s, energía/segundo, véase la sección 3.6).

¿Quién sabe lo que el futuro de la ciencia depara? Reflexione acerca de cuántos avances ha presenciado en su vida.

Nota: un sistema es una situación física con fronteras reales o imaginarias. Un salón podría considerarse un sistema, lo mismo que un metro cúbico cualquiera de aire.

tivamente, el universo es el sistema cerrado (o aislado) más grande que podamos imaginar. Dentro de un *sistema cerrado*, las partículas pueden interactuar entre sí, pero no tienen interacción en absoluto con nada del exterior. En general, entonces, la cantidad de energía de un sistema se mantiene constante cuando el sistema no efectúa trabajo mecánico ni se efectúa trabajo mecánico sobre él, y cuando no se transmite energía al sistema ni desde el sistema (incluidas energía térmica y radiación).

Así pues, podemos plantear la **ley de conservación de la energía total** así:

Conservación de la energía total

La energía total de un sistema aislado siempre se conserva.

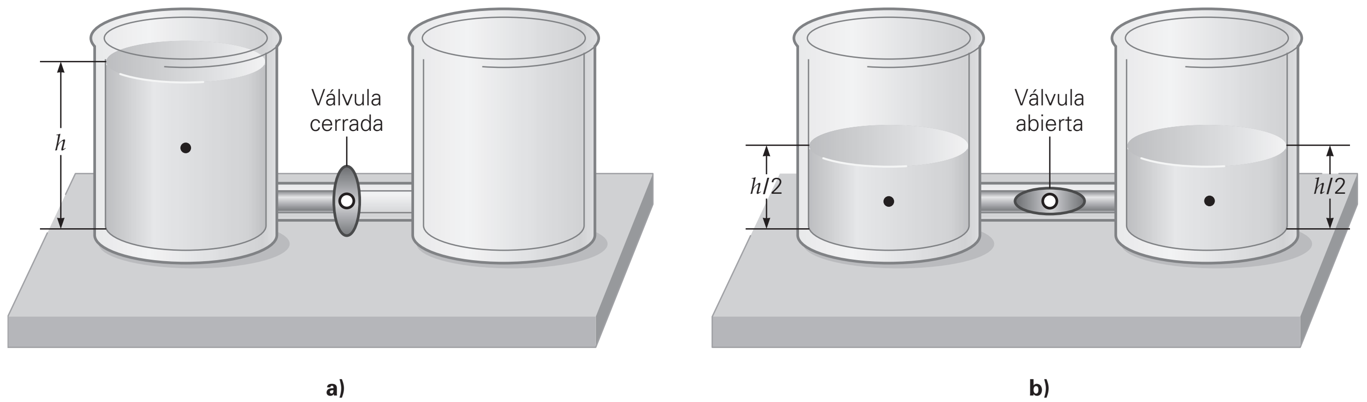
Dentro de un sistema así, la energía podría convertirse de una forma a otra, pero la cantidad total de todas las formas de energía es constante: no cambia. La energía total nunca puede crearse ni destruirse. El uso de la energía corporal se examina en la sección A fondo 3.1.

Ejemplo conceptual 3.10 ■ ¿Trasgresión de la conservación de la energía?

Un líquido estático y uniforme se encuentra en un lado de un doble contenedor, como se observa en la ▸figura 3.17a. Si la válvula está abierta, el nivel caerá porque el líquido tiene energía potencial (gravitacional). Esto podría calcularse suponiendo que toda la masa del líquido se concentra en el centro de masa, que se localiza a una altura $h/2$. (Se hablará más del centro de masa en el capítulo 6.) Cuando la válvula está abierta, el líquido fluye hacia el contenedor de la derecha, y cuando se alcanza el equilibrio estático, cada contenedor tendrá líquido a una altura de $h/2$, con centros de masa a $h/4$. Cuando éste es el caso, la energía potencial del líquido antes de abrir la válvula era $U_o = (mg)h/2$ y, después, con la mitad de la masa total en cada contenedor (figura 3.16b), $U = (m/2)g(h/4) + (m/2)g(h/4) = 2(m/2)g(h/4) = (mg)h/4$. ¡Un momento! ¿Se perdió la mitad de la energía?

Razonamiento y respuesta. No; por el principio de la conservación de la energía total, debe estar en algún lugar. ¿A dónde se habrá ido? Cuando el líquido fluye de un contenedor al otro, a causa de la fricción interna y de la fricción contra las paredes, la mitad de la energía potencial se convierte en calor (energía térmica), que se transfiere a los alrededores conforme el líquido alcanza el equilibrio. (Esto significa la misma temperatura y ninguna fluctuación interna.)

Ejercicio de refuerzo. ¿Qué pasaría en este ejemplo en la ausencia de fricción?



▲ **FIGURA 3.17 ¿Es energía perdida?** Véase el ejemplo conceptual 3.10.

Nota: la fricción se analizó en la sección 2.6.

Fuerzas conservativas y no conservativas

Podemos hacer una distinción general entre los sistemas, considerando dos categorías de fuerzas que podrían actuar en su interior o sobre ellos: las fuerzas conservativas y las no conservativas. Ya hemos visto un par de fuerzas conservativas: la fuerza de gravedad y la fuerza de resorte. También vimos una fuerza no conservativa clásica, la fricción, en el capítulo 2. Definimos una fuerza conservativa así:

> Decimos que una fuerza es conservativa si el trabajo efectuado por ella para mover un objeto es independiente de la trayectoria del objeto.

Fuerza conservativa: el trabajo es independiente de la trayectoria

Lo que implica esta definición es que el trabajo efectuado por una **fuerza conservativa** depende únicamente de las posiciones inicial y final del objeto.

En un principio, puede ser difícil captar el concepto de fuerzas conservativas y no conservativas. En vista de la importancia que este concepto tiene para la conservación de la energía, examinaremos algunos ejemplos ilustrativos que nos ayuden a entenderlo.

En primer lugar, ¿qué significa *independiente de la trayectoria*? Como ejemplo de *independencia de la trayectoria* considere levantar un objeto del piso y colocarlo sobre una mesa. Ahí se efectuó trabajo contra la *fuerza conservativa de la gravedad*. El trabajo efectuado es igual a la energía potencial ganada, $mg\Delta h$, donde Δh es la distancia *vertical* entre la posición del objeto sobre el piso y su posición sobre la mesa. Éste es el punto importante. Quizás usted haya puesto el objeto sobre el lavabo antes de colocarlo en la mesa, o haya caminado al extremo opuesto de la mesa. Sin embargo, sólo el desplazamiento vertical hace una diferencia en el trabajo efectuado porque está en la dirección de la fuerza vertical. Para cualquier desplazamiento horizontal no se efectúa trabajo, ya que el desplazamiento y la fuerza están en ángulos rectos. La magnitud del trabajo efectuado es igual al cambio de energía potencial (en condiciones sin fricción únicamente) y, de hecho, *el concepto de energía potencial está asociado exclusivamente a fuerzas conservativas*. Un cambio de energía potencial puede definirse en términos del trabajo efectuado por una fuerza conservativa.

Por otro lado, una **fuerza no conservativa** *sí* depende de la trayectoria.

> Decimos que una fuerza no es conservativa si el trabajo efectuado por ella para mover un objeto depende de la trayectoria del objeto.

Fuerza no conservativa: el trabajo es dependiente de la trayectoria

La fricción es una fuerza no conservativa. Una trayectoria más larga produciría más trabajo efectuado por la fricción que una más corta, y se perdería más energía en forma de calor con una trayectoria más larga. De manera que el trabajo efectuado contra la fricción ciertamente dependería de la trayectoria. Por lo tanto, en cierto sentido, una fuerza conservativa permite conservar o almacenar toda la energía en forma de energía potencial, mientras que una fuerza no conservativa no lo permite.

Otra forma de explicar la distinción entre fuerzas conservativas y no conservativas es con un planteamiento equivalente de la definición anterior de fuerza conservativa:

> Una fuerza es conservativa si el trabajo efectuado por ella al mover un objeto en un viaje redondo es cero.

Otra forma de describir una fuerza conservativa

Note que en el caso de la fuerza gravitacional *conservativa* durante un viaje redondo, la fuerza y el desplazamiento a veces tienen la misma dirección (y la fuerza efectúa trabajo positivo) y a veces tienen direcciones opuestas (y la fuerza efectúa trabajo negativo). Pensemos en el sencillo caso de la caída del libro al suelo para luego ser recogido y colocado otra vez en la mesa. Con trabajo positivo y negativo, el trabajo total efectuado por la gravedad puede ser cero.

En cambio, en el caso de una fuerza *no conservativa* como la de la fricción cinética, que siempre se opone al movimiento o tiene dirección opuesta al desplazamiento, el trabajo total efectuado en un viaje redondo *nunca* puede ser cero y siempre será negativo (es decir, se pierde energía). Sin embargo, no hay que pensar que las fuerzas no conservativas sólo quitan energía a un sistema. Al contrario, a menudo aplicamos fuerzas de empuje o tracción no conservativas que aumentan la energía de un sistema, como cuando empujamos un automóvil averiado.

Conservación de la energía mecánica total

La idea de fuerza conservativa nos permite extender la conservación de la energía al caso especial de la energía mecánica, lo cual nos es de gran ayuda para analizar muchas situaciones físicas. La suma de las energías cinética y potencial se denomina **energía mecánica total**:

Energía mecánica total: cinética más potencial

$$\underset{\substack{\textit{energía}\\ \textit{mecánica}\\ \textit{total}}}{E} = \underset{\substack{\textit{energía}\\ \textit{cinética}}}{K} + \underset{\substack{\textit{energía}\\ \textit{potencial}}}{U} \tag{3.9}$$

En un **sistema conservativo** (es decir, uno en el que sólo fuerzas conservativas efectúan trabajo), la energía mecánica total es constante (se conserva):

$$E = E_o$$

Ahora sustituimos E y E_o de la ecuación 3.9,

$$K + U = K_o + U_o \tag{3.10a}$$

o

$$\frac{1}{2}mv^2 + U = \frac{1}{2}mv_o^2 + U_o \tag{3.10b}$$

La ecuación 3.10b es un planteamiento matemático de la **ley de conservación de la energía mecánica**:

Conservación de la energía mecánica

En un sistema conservativo, la suma de todos los tipos de energía cinética y potencial es constante, y equivale a la energía mecánica total del sistema.

Tome en cuenta que en un sistema conservativo, las energías cinética y potencial podrían cambiar, pero su suma siempre será constante. En un sistema conservativo, si se efectúa trabajo y se transfiere energía dentro del sistema, escribimos la ecuación 3.10a como

$$(K - K_o) + (U - U_o) = 0 \tag{3.11a}$$

o bien,

$$\Delta K + \Delta U = 0 \quad \textit{(para un sistema conservativo)} \tag{3.11b}$$

Esta expresión nos dice que estas cantidades tienen una relación de subibaja: si hay una disminución en la energía potencial, la energía cinética deberá aumentar en la misma cantidad para que la suma de los cambios sea cero. Sin embargo, en un sistema no conservativo, por lo general se pierde energía mecánica (por ejemplo, en forma de calor por la fricción), así que $\Delta K + \Delta U < 0$. Sin embargo, hay que tener en cuenta, como ya señalamos, que una fuerza no conservativa podría añadir energía a un sistema (o no tener efecto alguno).

Ejemplo 3.11 ■ ¡Cuidado allá abajo! Conservación de energía mecánica

Un pintor en un andamio deja caer una lata de pintura de 1.50 kg desde una altura de 6.00 m. *a*) ¿Qué energía cinética tiene la lata cuando está a una altura de 4.00 m? *b*) ¿Con qué rapidez llegará la lata al suelo? (La resistencia del aire es insignificante.)

Razonamiento. La energía mecánica total se conserva, ya que sólo la fuerza conservativa de la gravedad actúa sobre el sistema (la lata). Podemos calcular la energía mecánica inicial total, y la energía potencial disminuye conforme aumenta(n) la energía cinética (y la rapidez).

Solución. Esto es lo que se nos da y lo que se nos pide:

Dado: $m = 1.50$ kg
$y_o = 6.00$ m
$y = 4.00$ m
$v_o = 0$

Encuentre: *a*) K (energía cinética en $y = 4.00$ m)
b) v (rapidez justo antes de llegar al suelo)

***a*)** Es preferible calcular primero la energía mecánica total de la lata, pues esta cantidad se conserva durante la caída de la lata. En un principio, con $v_o = 0$, la energía mecánica total de la lata es exclusivamente energía potencial. Si tomamos el suelo como el punto de referencia cero, tenemos,

$$E = K_o + U_o = 0 + mgy_o = (1.50\text{ kg})(9.80\text{ m/s}^2)(6.00\text{ m}) = 88.2\text{ J}$$

La relación $E = K + U$ se sigue cumpliendo durante la caída de la lata, pero ahora ya sabemos el valor de E. Si reacomodamos la ecuación, tendremos $K = E - U$ y podemos calcular U en $y = 4.00$ m:

$$K = E - U = E - mgy = 88.2\text{ J} - (1.50\text{ kg})(9.80\text{ m/s}^2)(4.00\text{ m}) = 29.4\text{ J}$$

Como alternativa, podríamos haber calculado el cambio (en este caso, la pérdida) de energía potencial, ΔU. Toda la energía potencial que se haya perdido se habrá ganado como energía cinética (ecuación 3.11). Entonces,

$$\Delta K + \Delta U = 0$$
$$(K - K_o) + (U - U_o) = (K - K_o) + (mgy - mgy_o) = 0$$

Con $K_o = 0$ (porque $v_o = 0$), obtenemos

$$K = mg(y_o - y) = (1.50\text{ kg})(9.8\text{ m/s}^2)(6.00\text{ m} - 4.00\text{ m}) = 29.4\text{ J}$$

***b*)** Justo antes de que la lata toque el suelo ($y = 0$, $U = 0$), toda su energía mecánica es energía cinética, es decir,

$$E = K = \tfrac{1}{2}mv^2$$

Por lo tanto,

$$v = \sqrt{\frac{2E}{m}} = \sqrt{\frac{2(88.2\text{ J})}{1.50\text{ kg}}} = 10.8\text{ m/s}$$

Básicamente, toda la energía potencial de un objeto en caída libre que se soltó desde cierta altura y se convierte en energía cinética justo antes de que el objeto choque con el suelo, así que

$$|\Delta K| = |\Delta U|$$

Por consiguiente,

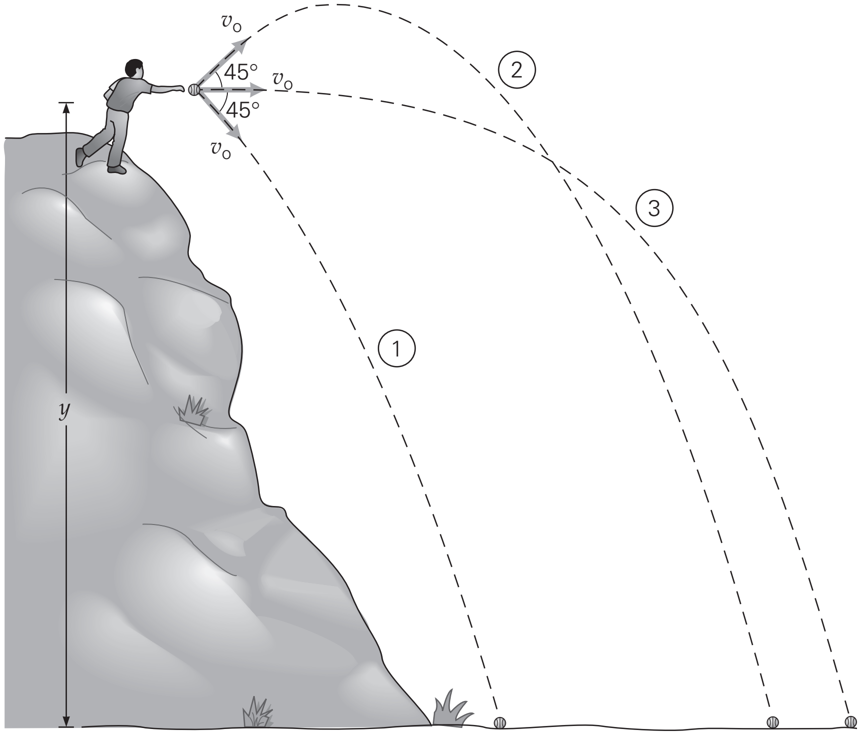
$$\tfrac{1}{2}mv^2 = mgy$$

o bien,

$$v = \sqrt{2gy}$$

Vemos que la masa se cancela y no hay que considerarla. También obtenemos este resultado con la ecuación de cinemática $v^2 = 2gy$, con $v_o = 0$ y $y_o = 0$.

Ejercicio de refuerzo. Otro pintor en el suelo quiere lanzar una brocha verticalmente hacia arriba una distancia de 5.0 m, hacia su compañero que está en el andamio. Utilice métodos de conservación de la energía mecánica para determinar la rapidez mínima que debe imprimir a la brocha.



▶ **FIGURA 3.18** Rapidez y energía
Véase el ejemplo conceptual 3.12.

Ejemplo conceptual 3.12 ■ ¿Cuestión de dirección? Rapidez y conservación de energía

Tres pelotas de igual masa m se proyectan con la misma rapidez en diferentes direcciones, como se muestra en la ▲figura 3.18. Si se desprecia la resistencia del aire, ¿qué pelota se esperaría que tuviera mayor rapidez al llegar al suelo: *a*) la pelota 1; *b*) la pelota 2; *c*) la pelota 3; *d*) todas las pelotas tienen la misma rapidez?

Razonamiento y respuesta. Todas las pelotas tienen la misma energía cinética inicial, $K_o = \frac{1}{2}mv_o^2$. (Recordemos que la energía es una cantidad escalar, y la diferencia en la dirección de proyección no causa diferencia en la energía cinética.) Sea cual fuere su trayectoria, en última instancia todas las pelotas descienden una distancia y relativa a su punto de partida común, así que todas pierden la misma cantidad de energía potencial. (Recordemos que U es energía de posición y, por lo tanto, es independiente de la trayectoria.)

Por la ley de conservación de la energía mecánica, la cantidad de energía potencial que cada pelota pierde es igual a la cantidad de energía cinética que gana. Puesto que todas las pelotas inician con la misma cantidad de energía cinética, y todas ganan la misma cantidad de energía cinética, las tres tendrán la misma energía cinética justo antes de golpear el suelo. Esto significa que todas tienen la misma rapidez, así que la respuesta es *d*).

Observe que aunque las pelotas 1 y 2 se proyectan con un ángulo de 45° este factor no importa. El cambio de energía potencial es independiente de la trayectoria, así que es independiente del ángulo de proyección. La distancia vertical entre el punto de partida y el suelo es la misma (y) para proyectiles que se lanzan con cualquier ángulo. (*Nota:* aunque la rapidez con que hacen impacto es la misma, el *tiempo* que las pelotas tardan en llegar al suelo es diferente. En el ejemplo conceptual 1.11 se presenta otro enfoque.)

Ejercicio de refuerzo. ¿Las pelotas tendrían diferente rapidez al llegar al suelo si su masa fuera diferente? (Desprecie la resistencia del aire.)

Ejemplo 3.13 ■ Fuerzas conservativas: energía mecánica de un resorte

Un bloque de 0.30 kg que se desliza sobre una superficie horizontal sin fricción con una rapidez de 2.5 m/s, como se muestra en la ▸figura 3.19, choca con un resorte ligero, cuya constante de resorte es de 3.0×10^3 N/m. *a*) Calcule la energía mecánica total del sistema. *b*) ¿Qué energía cinética K_1 tiene el bloque cuando el resorte se ha comprimido una distancia $x_1 = 1.0$ cm? (Suponga que no se pierde energía en el choque.)

Razonamiento. *a*) En un principio, la energía mecánica total es exclusivamente cinética. *b*) La energía total es la misma que en el inciso *a*, pero ahora se divide en energía cinética y energía potencial del resorte

Solución.

Dado: $m = 0.30$ kg
$v_o = 2.5$ m/s
$k = 3.0 \times 10^3$ N/m
$x_1 = 1.0$ cm $= 0.010$ m

Encuentre: *a)* E (energía mecánica total)
b) K_1 (energía cinética)

a) Antes de que el bloque haga contacto con el resorte, la energía mecánica total del sistema está en forma de energía cinética; por lo tanto,

$$E = K_o = \tfrac{1}{2}mv_o^2 = \tfrac{1}{2}(0.30\text{ kg})(2.5\text{ m/s})^2 = 0.94\text{ J}$$

Puesto que el sistema es conservativo (es decir, no se pierde energía mecánica), dicha cantidad es la energía mecánica total en todo momento.

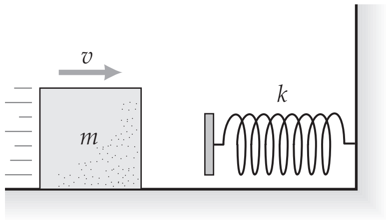
b) Cuando el resorte se comprime una distancia x_1, gana energía potencial $U_1 = \frac{1}{2}kx_1^2$, y

$$E = K_1 + U_1 = K_1 + \tfrac{1}{2}kx_1^2$$

Despejando K_1,

$$\begin{aligned} K_1 &= E - \tfrac{1}{2}kx_1^2 \\ &= 0.94\text{ J} - \tfrac{1}{2}(3.0 \times 10^3\text{ N/m})(0.010\text{ m})^2 = 0.94\text{ J} - 0.15\text{ J} = 0.79\text{ J} \end{aligned}$$

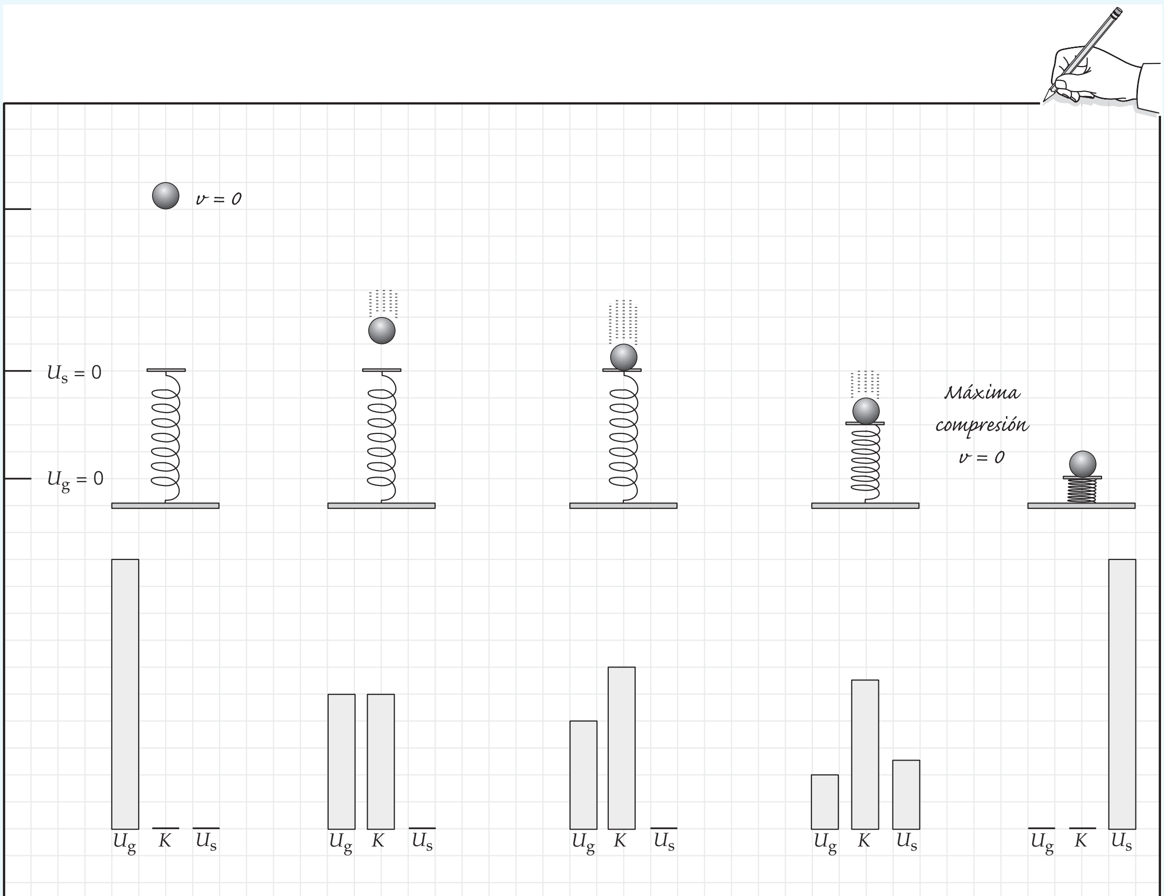
Ejercicio de refuerzo. ¿Qué distancia se habrá comprimido el resorte del ejemplo 3.11 cuando el bloque se detenga? (Resuelva utilizando principios de energía.)



▲ **FIGURA 3.19 Fuerzas conservativas y la energía mecánica de un resorte** Véase el ejemplo 3.13.

En la sección Aprender dibujando se da otro ejemplo de intercambio de energía.

APRENDER DIBUJANDO   INTERCAMBIO DE ENERGÍA: UNA PELOTA QUE CAE



Tanto la situación física como las gráficas de energía potencial gravitacional (U_g), energía cinética (K) y energía potencial del resorte (U_s) están a escala. (Suponemos que la resistencia del aire, la masa del resorte y cualquier pérdida de energía en el choque son insignificantes.) ¿Por qué la energía de resorte es sólo la cuarta parte del total cuando el resorte esté comprimido a la mitad?

▲ **FIGURA 3.20** Fuerza no conservativa y pérdida de energía La fricción es una fuerza no conservativa: cuando hay fricción y efectúa trabajo, no se conserva la energía mecánica. ¿Puede el lector deducir a partir de la imagen qué está sucediendo con el trabajo efectuado por el motor sobre la rueda de esmeril, después de que el trabajo se convierte en energía cinética de rotación? (Observe que prudentemente la persona se colocó una máscara, no tan sólo gafas como muchos sugieren.)

Energía total y fuerzas no conservativas

En los ejemplos anteriores, ignoramos la fuerza de fricción, que probablemente es la fuerza no conservativa más común. En general, tanto las fuerzas conservativas como las no conservativas pueden efectuar trabajo sobre objetos. Sin embargo, como vimos, cuando algunas fuerzas no conservativas efectúan trabajo, no se conserva la energía mecánica total. Se "pierde" energía mecánica a través del trabajo efectuado por fuerzas no conservativas, como la fricción.

El lector quizá piense que ya no vamos usar un enfoque de energía para analizar problemas en los que intervienen tales fuerzas no conservativas, ya que se perdería o se disiparía energía mecánica (◂figura 3.20). Sin embargo, en algunos casos podemos usar la energía total para averiguar cuánta energía se perdió en el trabajo efectuado por una fuerza no conservativa. Suponga que un objeto tiene inicialmente energía mecánica y que fuerzas no conservativas efectúan un trabajo W_{nc} sobre él. Partiendo del teorema trabajo-energía, tenemos

$$W = \Delta K = K - K_o$$

En general, el trabajo neto (W) podría efectuarse tanto con fuerzas conservativas (W_c) como por fuerzas no conservativas (W_{nc}), así que

$$W_c + W_{nc} = K - K_o \tag{3.12}$$

Recordemos, sin embargo, que el trabajo efectuado por fuerzas conservativas es igual a $-\Delta U$, es decir, $W_{nc} = U_o - U$, y la ecuación 3.12 se convierte entonces en

$$\begin{aligned} W_{nc} &= K - K_o - (U_o - U) \\ &= (K + U) - (K_o + U_o) \end{aligned}$$

Por lo tanto,

$$W_{nc} = E - E_o = \Delta E \tag{3.13}$$

Así pues, el trabajo efectuado por las fuerzas no conservativas que actúan sobre un sistema es igual al cambio de energía mecánica. Cabe señalar que, en el caso de fuerzas disipadoras, $E_o > E$. Así, el cambio es negativo e indica una disminución de la energía mecánica. Esta condición coincide en cuanto al signo con W_{nc} que, en el caso de la fricción, también sería negativo. El ejemplo 3.14 ilustra este concepto.

Ejemplo 3.14 ■ Fuerza no conservativa: descenso en esquí

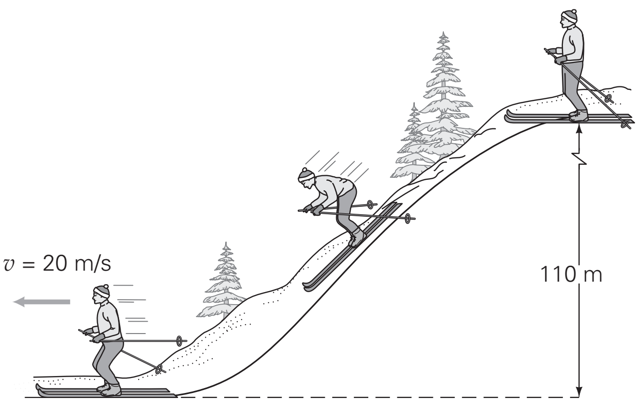
Un esquiador con una masa de 80 kg parte del reposo en la cima de una pendiente y baja esquiando desde una altura de 110 m (▾figura 3.21). La rapidez del esquiador en la base de la pendiente es de 20 m/s. *a*) Demuestre que el sistema no es conservativo. *b*) ¿Cuánto trabajo efectúa la fuerza no conservativa de la fricción?

Razonamiento. *a*) Si el sistema es no conservativo, entonces $E_o \neq E$, y es posible calcular estas cantidades. *b*) No podemos determinar el trabajo a partir de consideraciones de fuerza-distancia, pero W_{nc} es igual a la diferencia de energías totales (ecuación 3.13).

Solución.

Dado: $m = 80$ kg
$v_o = 0$
$v = 20$ m/s
$y_o = 110$ m

Encuentre: *a*) Demostrar que E no se conserva
b) W_{nc} (trabajo efectuado por la fricción)



▸ **FIGURA 3.21** Trabajo efectuado por una fuerza no conservativa Véase el ejemplo 3.14.

a) Si el sistema es conservativo, la energía mecánica total es constante. Tomando $U_o = 0$ en la base de la cuesta, vemos que la energía inicial en la cima es

$$E_o = U = mgy_o = (80\text{ kg})(9.8\text{ m/s}^2)(110\text{ m}) = 8.6 \times 10^4\text{ J}$$

Luego calculamos que la energía en la base de la cuesta es

$$E = K = \tfrac{1}{2}mv^2 = \tfrac{1}{2}(80\text{ kg})(20\text{ m/s})^2 = 1.6 \times 10^4\text{ J}$$

Por lo tanto, $E_o \neq E$, así que el sistema no es conservativo.

b) El trabajo efectuado por la fuerza de fricción, que no es conservativa, es igual al cambio de energía mecánica, es decir, la cantidad de energía mecánica perdida (ecuación 3.13):

$$W_{nc} = E - E_o = (1.6 \times 10^4\text{ J}) - (8.6 \times 10^4\text{ J}) = -7.0 \times 10^4\text{ J}$$

Esta cantidad es más del 80% de la energía inicial. (¿A dónde se fue esa energía?)

Ejercicio de refuerzo. En caída libre, a veces despreciamos la resistencia del aire, pero para los paracaidistas la resistencia del aire tiene un efecto muy práctico. Por lo regular, un paracaidista desciende unos 450 m antes de alcanzar la velocidad terminal (sección 2.6) de 60 m/s. *a*) ¿Qué porcentaje de la energía se pierde por fuerzas no conservativas durante tal descenso? *b*) Demuestre que, una vez alcanzada la velocidad terminal, la tasa de pérdida de energía en J/s está dada por (60 mg), donde m es la masa del paracaidista.

Ejemplo 3.15 ■ Fuerza no conservativa: una vez más

Un bloque de 0.75 kg se desliza por una superficie sin fricción con una rapidez de 2.0 m/s. Luego se desliza sobre una área áspera de 1.0 m de longitud y continúa por otra superficie sin fricción. El coeficiente de fricción cinética entre el bloque y la superficie áspera es de 0.17. ¿Qué rapidez tiene el bloque después de pasar por la superficie áspera?

Razonamiento. La tarea de calcular la rapidez final implica el uso de ecuaciones en las que interviene la energía cinética. Obtendremos la energía cinética final si usamos la conservación de la energía *total*. Vemos que las energías inicial y final son energía cinética, pues no hay cambio de energía potencial gravitacional. Siempre es recomendable realizar un diagrama de la situación con propósitos de claridad. Véase la ▼figura 3.22.

Solución. Hacemos nuestra acostumbrada lista de datos:

Dado: $m = 0.75$ kg
$x = 1.0$ m
$\mu_k = 0.17$
$v_o = 2.0$ m/s

Encuentre: v (rapidez final del bloque)

Para este sistema no conservativo tenemos, por la ecuación 3.13,

$$W_{nc} = E - E_o = K - K_o$$

En el área áspera, el bloque pierde energía debido al trabajo efectuado contra la fricción (W_{nc}), así que

$$W_{nc} = -f_k x = -\mu_k N x = -\mu_k mgx$$

[negativo porque f_k y el desplazamiento x tienen direcciones opuestas, es decir, $(f_k \cos 180°)x = -f_k x$].

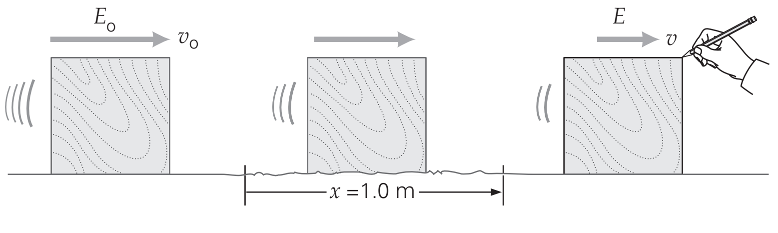
Entonces, reacomodando la ecuación de energía y desarrollando términos, tenemos,

$$K = K_o + W_{nc}$$

o bien,

$$\tfrac{1}{2}mv^2 = \tfrac{1}{2}mv_o^2 - \mu_k mgx$$

(continúa en la siguiente página)



◀ **FIGURA 3.22 Una zona áspera no conservativa** Véase el ejemplo 3.15.

Después de simplificar

$$v = \sqrt{v_o^2 - 2\mu_k g x} = \sqrt{(2.0\ \text{m/s})^2 - 2(0.17)(9.8\ \text{m/s}^2)(1.0\ \text{m})} = 0.82\ \text{m/s}$$

Cabe señalar que no necesitamos la masa del bloque. También, es fácil demostrar que el bloque perdió más del 80% de su energía por la fricción.

Ejercicio de refuerzo. Suponga que el coeficiente de fricción cinética entre el bloque y la superficie áspera es de 0.25. ¿Qué pasará con el bloque en este caso?

Note que en un sistema no conservativo, la *energía total* (*no* la energía mecánica total) se conserva (incluidas las formas no mecánicas de energía, como el calor); pero no toda está disponible para efectuar trabajo mecánico. En un sistema conservativo, se obtiene lo que se aporta, por decirlo de alguna manera. Es decir, si efectuamos trabajo sobre el sistema, la energía transferida estará disponible para efectuar trabajo. Sin embargo, hay que tener presente que los sistemas conservativos son idealizaciones, porque hasta cierto punto todos los sistemas reales son no conservativos. No obstante, trabajar con sistemas conservativos ideales nos ayuda a entender la conservación de la energía.

La energía total siempre se conserva. En su estudio de la física, el lector conocerá otras formas de energía, como las energías térmica, eléctrica, nuclear y química. En general, en los niveles microscópico y submicroscópico, estas formas de energía se pueden describir en términos de energía cinética y energía potencial. Asimismo, aprenderá que la masa es una forma de energía y que la ley de conservación de la energía debe tomar en cuenta esta forma para aplicarse al análisis de las reacciones nucleares.

Se presenta un ejemplo de energía de conversión en la sección A fondo 3.2.

3.6 Potencia

OBJETIVOS: *a*) Definir potencia y *b*) describir la eficiencia mecánica.

Quizás una tarea específica requeriría cierta cantidad de trabajo, pero ese trabajo podría efectuarse en diferentes lapsos de tiempo o con diferentes tasas. Por ejemplo, suponga que tenemos que podar un césped. Esta tarea requiere cierta cantidad de trabajo, pero podríamos hacerlo en media hora o tardar una o dos horas. Aquí hay una distinción práctica. Por lo regular no sólo nos interesa la cantidad de trabajo efectuado, sino también cuánto tiempo tarda en realizarse; es decir, la rapidez con que se efectúa. *La rapidez con que se efectúa trabajo* se llama **potencia**.

La potencia media es el trabajo realizado dividido entre el tiempo que tomó realizarlo, es decir, el trabajo por unidad de tiempo:

$$\overline{P} = \frac{W}{t} \tag{3.14}$$

A FONDO 3.2 CONVERSIÓN DE ENERGÍA HÍBRIDA

Como ya aprendimos, la energía puede transformarse de una forma a otra. Un ejemplo interesante es la conversión que ocurre en los nuevos automóviles híbridos, los cuales tienen tanto un motor de gasolina (de combustión interna) como un motor eléctrico impulsado por una batería, y donde ambos se utilizan para suministrar energía al vehículo.

Un automóvil en movimiento tiene energía cinética y cuando usted oprime el pedal del freno para detener el vehículo, se pierde energía cinética. Por lo común, los frenos de un auto realizan ese frenado mediante fricción, y la energía se disipa en forma de calor (conservación de energía). Sin embargo, con los frenos de un automóvil híbrido, parte de esa energía se convierte en energía eléctrica y se almacena en la batería del motor correspondiente. Este proceso se conoce como *frenado por recuperación*. Es decir, en vez de utilizar frenos de fricción regular para detener el vehículo, se usa el motor eléctrico. Con tal sistema, el motor se desplaza en reversa y funciona como generador, al convertir la energía cinética que se pierde en energía eléctrica. (Véase la sección 6.2 de *Física 12* para la operación de generadores.) La energía se almacena en la batería para su uso posterior (figura 1).

Los automóviles híbridos también deben incluir frenos de fricción regular para cuando sea necesario un frenado rápido. (Véase A fondo 6.2 de *Física 12*, para conocer más acerca de los híbridos.)

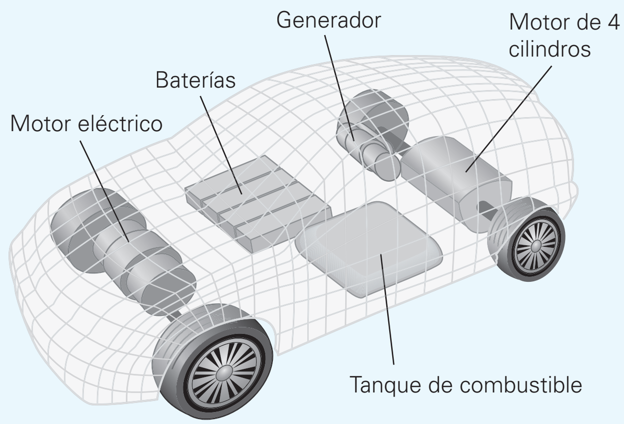


FIGURA 1 Automóvil híbrido Diagrama que muestra los principales componentes. Véase el texto para conocer su descripción.

Si nos interesa el trabajo efectuado por (y la potencia de) una fuerza constante de magnitud F que actúa mientras un objeto tiene un desplazamiento paralelo de magnitud d, entonces

$$\bar{P} = \frac{W}{t} = \frac{Fd}{t} = F\left(\frac{d}{t}\right) = F\bar{v} \tag{3.15}$$

Unidad SI de potencia: J/s o watt (W)

donde suponemos que la fuerza está en dirección del desplazamiento. Aquí, $\bar{v}$ es la magnitud de la velocidad media. Si la velocidad es constante, entonces $\bar{P} = P = Fv$. Si la fuerza y el desplazamiento no tienen la misma dirección, escribimos

$$\bar{P} = \frac{F(\cos\theta)d}{t} = F\bar{v}\cos\theta \tag{3.16}$$

donde θ es el ángulo entre la fuerza y el desplazamiento.

Como puede verse por la ecuación 3.15, la unidad SI de potencia es joules por segundo (J/s), pero se da otro nombre a esta unidad: **watt (W)**:

$$1\ \text{J/s} = 1\ \text{watt (W)}$$

La unidad SI de potencia se llama así en honor de James Watt (1736-1819), un ingeniero escocés que desarrolló una de las primeras máquinas de vapor prácticas. Una unidad muy utilizada de potencia eléctrica es el *kilowatt* (kW).

La unidad inglesa de potencia es el pie-libra por segundo (ft · lb/s). Sin embargo, se usa con mayor frecuencia una unidad más grande, el **caballo de fuerza (hp)**:

$$1\ \text{hp} = 550\ \text{ft}\cdot\text{lb/s} = 746\ \text{W}$$

La potencia nos dice con qué rapidez se está efectuando trabajo o con qué rapidez se está transfiriendo energía. Por ejemplo, la potencia de un motor suele especificarse en caballos de fuerza. Un motor de 2 hp puede efectuar cierta cantidad de trabajo en la mitad del tiempo que tardaría en efectuarlo un motor de 1 hp, o puede efectuar el doble del trabajo en el mismo tiempo. Es decir, un motor de 2 hp es dos veces más "potente" que uno de 1 hp.

Nota: en la época de Watt, las máquinas de vapor estaban sustituyendo a los caballos que trabajaban en las minas y molinos. Para caracterizar el desempeño de su nueva máquina, que era más eficiente que las existentes, Watt usó como unidad la tasa media con que un caballo podía efectuar trabajo: un caballo de fuerza.

Ejemplo 3.16 ■ Una grúa: trabajo y potencia

Una grúa como la que se muestra en la ▸figura 3.23 levanta una carga de 1.0 tonelada métrica una distancia vertical de 25 m en 9.0 s con velocidad constante. ¿Cuánto trabajo útil efectúa la grúa cada segundo?

Razonamiento. El trabajo útil efectuado cada segundo (es decir, por segundo) es la potencia generada, y es la cantidad que debemos obtener.

Solución.

Dado: $m = 1.0$ ton métrica $= 1.0 \times 10^3$ kg, $y = 25$ m, $t = 9.0$ s

Encuentre: W por segundo (= potencia, P)

Hay que tener en cuenta que el trabajo por unidad de tiempo (trabajo por segundo) es potencia, así que esto es lo que debemos calcular. Puesto que la carga se mueve con velocidad constante, $\bar{P} = P$. (¿Por qué?) El trabajo se efectúa contra la gravedad, de manera que $F = mg$, y

$$P = \frac{W}{t} = \frac{Fd}{t} = \frac{mgy}{t}$$
$$= \frac{(1.0 \times 10^3\ \text{kg})(9.8\ \text{m/s}^2)(25\ \text{m})}{9.0\ \text{s}} = 2.7 \times 10^4\ \text{W (o 27 kW)}$$

Por lo tanto, dado que un watt (W) es un joule por segundo (J/s), la grúa efectuó 2.7×10^4 J de trabajo cada segundo. Cabe señalar que la magnitud de la velocidad es $v = d/t = 25\ \text{m}/9.0\ \text{s} = 2.8\ \text{m/s}$, así que podríamos calcular la potencia usando $P = Fv$.

Ejercicio de refuerzo. Si el motor de la grúa de este ejemplo tiene una especificación de 70 hp, ¿qué porcentaje de esta potencia generada realiza trabajo útil?

▲ **FIGURA 3.23 Suministro de potencia** Véase el ejemplo 3.16.

Ejemplo 3.17 ■ Hora de hacer la limpieza: trabajo y tiempo

Los motores de dos aspiradoras tienen una potencia generada neta de 1.00 hp y 0.500 hp, respectivamente. *a*) ¿Cuánto trabajo en joules puede efectuar cada motor en 3.00 min? *b*) ¿Cuánto tarda cada motor en efectuar 97.0 kJ de trabajo?

Razonamiento. *a*) Puesto que la potencia es trabajo/tiempo ($P = W/t$), podemos calcular el trabajo. El trabajo se da en caballos de fuerza. *b*) Esta parte del problema es otra aplicación de la ecuación 3.15.

Solución.

Dado: $P_1 = 1.00 \text{ hp} = 746 \text{ W}$
$P_2 = 0.500 \text{ hp} = 373 \text{ W}$
$t = 3.00 \text{ min} = 180 \text{ s}$
$W = 97.0 \text{ kJ} = 97.0 \times 10^3 \text{ J}$

Encuentre: *a*) W (trabajo de cada motor)
b) t (tiempo de cada motor)

***a*)** Puesto que $P = W/t$,

$$W_1 = P_1 t = (746 \text{ W})(180 \text{ s}) = 1.34 \times 10^5 \text{ J}$$

y

$$W_2 = P_2 t = (373 \text{ W})(180 \text{ s}) = 0.67 \times 10^5 \text{ J}$$

Observe que en el mismo lapso de tiempo, el motor más pequeño efectúa la mitad del trabajo que el mayor, como era de esperarse.

***b*)** Los tiempos están dados por $t = W/P$, y, para la misma cantidad de trabajo,

$$t_1 = \frac{W}{P_1} = \frac{97.0 \times 10^3 \text{ J}}{746 \text{ W}} = 130 \text{ s}$$

y

$$t_2 = \frac{W}{P_2} = \frac{97.0 \times 10^3 \text{ J}}{373 \text{ W}} = 260 \text{ s}$$

El motor más pequeño tarda el doble que el mayor, en realizar la misma cantidad de trabajo.

Ejercicio de refuerzo. *a*) Un motor de 10 hp sufre un desperfecto y se le sustituye temporalmente por uno de 5 hp. ¿Qué diría acerca de la tasa de producción de trabajo? *b*) Suponga que la situación se invierte: un motor de 5 hp es sustituido por uno de 10 hp. ¿Qué diría acerca de la tasa de producción de trabajo en este caso?

Eficiencia

Las máquinas y los motores son implementos de uso muy común en la vida cotidiana, y con frecuencia hablamos de su eficiencia. La eficiencia implica trabajo, energía y/o potencia. Todas las máquinas, sean simples o complejas, que efectúan trabajo tienen piezas mecánicas que se mueven, por lo que una parte de la energía aportada siempre se pierde por la fricción o alguna otra causa (quizá en forma de sonido). Por ello, no todo el aporte de energía se invierte en realizar trabajo útil.

En esencia, la eficiencia mecánica es una medida de lo que obtenemos a cambio de lo que aportamos, es decir, el trabajo *útil* producido en comparación con la energía aportada. La **eficiencia, ε,** se da como una fracción (o porcentaje):

$$\varepsilon = \frac{\text{trabajo producido}}{\text{energía aportada}} (\times 100\%) = \frac{W_{\text{sale}}}{E_{\text{entra}}} (\times 100\%) \tag{3.17}$$

La eficiencia es una cantidad adimensional

Por ejemplo, si una máquina recibe 100 J (de energía) y produce 40 J (de trabajo), su eficiencia es

$$\varepsilon = \frac{W_{\text{sale}}}{E_{\text{entra}}} = \frac{40 \text{ J}}{100 \text{ J}} = 0.40 (\times 100\%) = 40\%$$

Una eficiencia de 0.40, o del 40%, significa que el 60% de la energía aportada se pierde debido a la fricción o alguna otra causa y no sirve para lo que se requiere. Si dividimos ambos términos del cociente de la ecuación 3.17 entre el tiempo t, obtendremos $W_{\text{sale}}/t = P_{\text{sale}}$ y $E_{\text{entra}}/t = P_{\text{entra}}$. Así, escribimos la eficiencia en términos de potencia, P:

$$\varepsilon = \frac{P_{\text{sale}}}{P_{\text{entra}}} (\times 100\%) \tag{3.18}$$

Ejemplo 3.18 ■ Reparaciones caseras: eficiencia mecánica y producción de trabajo

El motor de un taladro eléctrico con una eficiencia del 80% tiene un consumo de potencia de 600 W. ¿Cuánto trabajo útil efectúa el taladro en 30 s?

Razonamiento. Este ejemplo es una aplicación de la ecuación 3.18 y de la definición de potencia.

Solución.

Dado: $\varepsilon = 80\% = 0.80$
$P_{\text{in}} = 600\text{ W}$
$t = 30\text{ s}$

Encuentre: W_{sale} (trabajo producido)

Dada la eficiencia y el aporte de potencia, podemos calcular fácilmente la potencia producida P_{sale} con la ecuación 3.18, y esta cantidad está relacionada con el trabajo producido ($P_{\text{sale}} = W_{\text{sale}}/t$). Primero, reacomodamos la ecuación 3.18:

$$P_{\text{sale}} = \varepsilon P_{\text{entra}} = (0.80)(600\text{ W}) = 4.8 \times 10^2\text{ W}$$

Luego, sustituimos este valor en la ecuación que relaciona potencia producida y trabajo producido para obtener

$$W_{\text{sale}} = P_{\text{sale}}t = (4.8 \times 10^2\text{ W})(30\text{ s}) = 1.4 \times 10^4\text{ J}$$

Ejercicio de refuerzo. *a*) ¿Es posible tener una eficiencia mecánica del 100%? *b*) ¿Qué implicaría una eficiencia de más del 100%?

La tabla 3.1 presenta las eficiencias típicas de algunas máquinas. Podría sorprendernos la eficiencia relativamente baja del automóvil. Gran parte del aporte energético (de la combustión de gasolina) se pierde como calor por el escape y por el sistema de enfriamiento (más del 60%), y la fricción da cuenta de otra porción importante. Cerca del 20% de la energía aportada se convierte en trabajo útil que impulsa al vehículo. El aire acondicionado, la dirección hidráulica, la radio y los reproductores de cintas y CD son agradables; pero también consumen energía y contribuyen a disminuir la eficiencia del automóvil.

TABLA 3.1 Eficiencias típicas de algunas máquinas

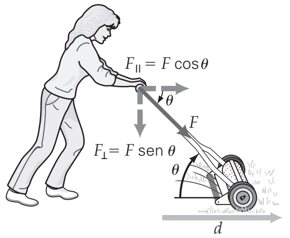
Máquina	*Eficiencia (% aproximado)*
Compresora	85
Motor eléctrico	70–95
Automóvil (los vehículos híbridos incrementan la eficiencia de combustible en 25%)	20
Músculo humano*	20–25
Locomotora de vapor	5–10

*Técnicamente no es una máquina, pero se usa para realizar trabajo.

Repaso del capítulo

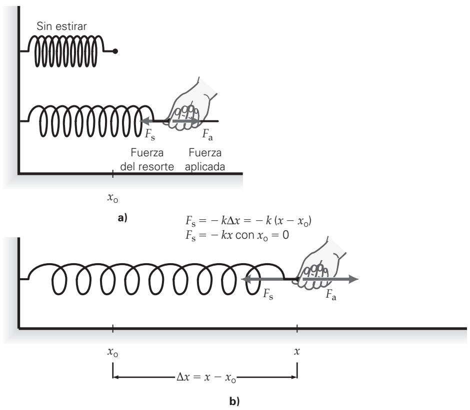
- El **trabajo efectuado por una fuerza constante** es el producto de la magnitud del desplazamiento y el componente de la fuerza paralelo al desplazamiento:

$$W = (F \cos \theta)d \qquad (3.2)$$



- Para calcular el trabajo efectuado por una fuerza variable se requieren matemáticas avanzadas. Un ejemplo de fuerza variable es la **fuerza de resorte**, dada por la *ley de Hooke*:

$$F_s = -kx \qquad (3.3)$$



El **trabajo efectuado por una fuerza de resorte** está dado por

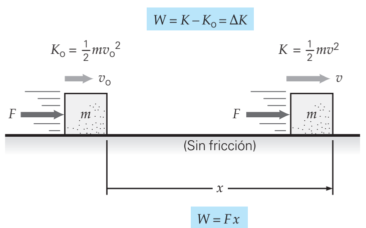
$$W = \tfrac{1}{2}kx^2 \qquad (3.4)$$

- La **energía cinética** es la energía de movimiento y está dada por

$$K = \tfrac{1}{2}mv^2 \qquad (3.5)$$

- El **teorema trabajo-energía** dice que el trabajo neto efectuado sobre un objeto es igual al cambio de energía cinética del objeto:

$$W = K - K_o = \Delta K \qquad (3.6)$$

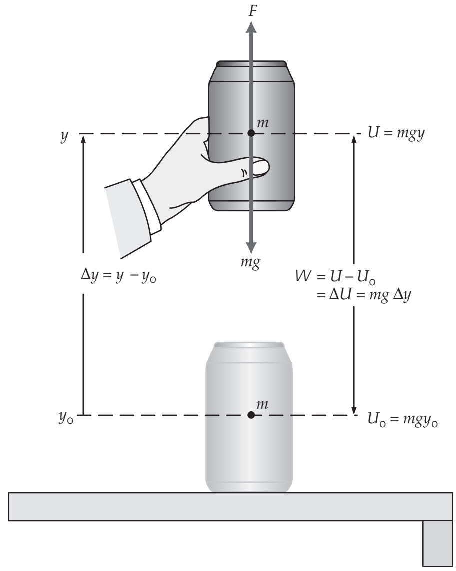


- La **energía potencial** es la energía de posición y/o configuración. La **energía potencial elástica de un resorte** está dada por

$$U = \tfrac{1}{2}kx^2 \qquad (\text{con } x_o = 0) \qquad (3.7)$$

El tipo más común de energía potencial es la **energía potencial gravitacional**, asociada a la atracción gravitacional cerca de la superficie de la Tierra.

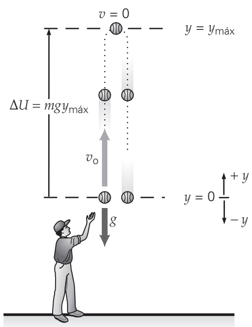
$$U = mgy \qquad (\text{con } y_o = 0) \qquad (3.8)$$



- **Conservación de la energía:** La energía total del universo o de un sistema aislado siempre se conserva.

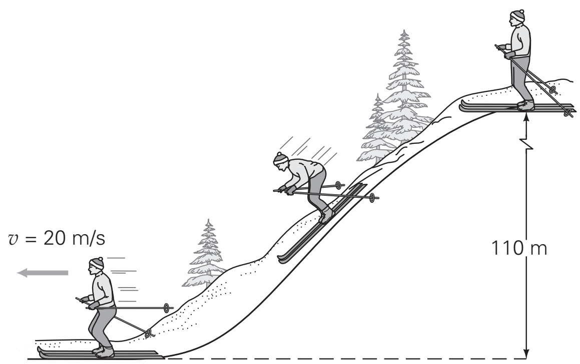
Conservación de la energía mecánica: La energía mecánica total (cinética más potencial) es constante en un sistema conservativo:

$$\tfrac{1}{2}mv^2 + U = \tfrac{1}{2}mv_o^2 + U_o \qquad (3.10b)$$



- En sistemas con **fuerzas no conservativas**, donde se pierde energía mecánica, el trabajo efectuado por una fuerza no conservativa está dado por

$$W_{nc} = E - E_o = \Delta E \qquad (3.13)$$



- La **potencia** es la rapidez con que se efectúa trabajo (o se gasta energía). La **potencia media** está dada por

$$\overline{P} = \frac{W}{t} = \frac{Fd}{t} = F\overline{v} \tag{3.15}$$

(fuerza constante en la dirección de d y v)

$$\overline{P} = \frac{F(\cos\theta)d}{t} = F\overline{v}\cos\theta \tag{3.16}$$

(fuerza constante que actúa con un ángulo θ entre d y v)

- La **eficiencia** relaciona el trabajo producido con el aporte de energía (trabajo), en forma de porcentaje:

$$\varepsilon = \frac{W_{\text{sale}}}{E_{\text{entra}}}\,(\times\,100\%) \tag{3.17}$$

$$\varepsilon = \frac{P_{\text{sale}}}{P_{\text{entra}}}\,(\times\,100\%) \tag{3.18}$$

Ejercicios

Los ejercicios designados **OM** *son preguntas de opción múltiple; los* **PC** *son preguntas conceptuales; y los* **EI** *son ejercicios integrados. A lo largo del texto, muchas secciones de ejercicios incluirán ejercicios "apareados". Estos pares de ejercicios, que se identifican con números subrayados, pretenden ayudar al lector a resolver problemas y aprender. La respuesta a los ejercicios de número impar se da al final del libro.*

3.1 Trabajo efectuado por una fuerza constante

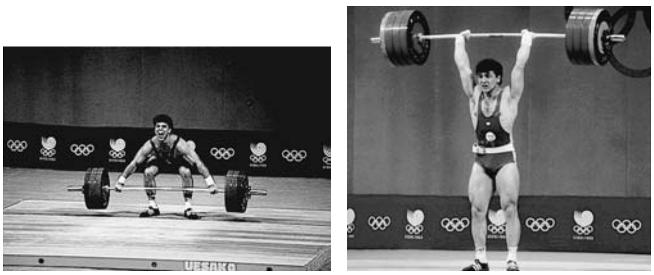
1. **OM** Las unidades del trabajo son *a*) N · m, *b*) kg · m^2/s^2, *c*) J o *d*) todas las anteriores.

2. **OM** Para una fuerza y un desplazamiento específicos, la mayoría del trabajo se realiza cuando el ángulo entre ellos es de *a*) 30°, *b*) 60°, *c*) 90°, *d*) 180°.

3. **OM** Un pitcher lanza una bola rápida. Cuando el catcher la atrapa, *a*) se realiza trabajo positivo, *b*) se realiza trabajo negativo, *c*) el trabajo neto es cero.

4. **OM** El trabajo que se realiza en la caída libre es *a*) sólo positivo, *b*) sólo negativo o *c*) puede ser positivo o negativo.

5. **PC** *a*) Cuando un levantador de pesas se esfuerza por levantar una barra del piso (▼figura 3.24a), ¿está efectuando trabajo? ¿Por qué? *b*) Al levantar la barra sobre su cabeza, ¿está efectuando trabajo? Explique. *c*) Al sostener la barra sobre su cabeza (figura 3.24b), ¿está efectuando más trabajo, menos trabajo o la misma cantidad de trabajo que al levantarla? Explique. *d*) Si el atleta deja caer la barra, ¿se efectúa trabajo sobre la barra? Explique qué sucede en esta situación.



a) b)

▲ **FIGURA 3.24 ¿Hombre trabajando?** Véase el ejercicio 5.

6. **PC** Un estudiante lleva una mochila por la universidad. ¿Qué trabajo efectúa su fuerza portadora vertical sobre la mochila? Explique.

7. **PC** Un avión a reacción describe un círculo vertical en el aire. ¿En qué regiones del círculo es positivo el trabajo efectuado por el peso del avión y en cuáles es negativo? ¿Es constante el trabajo? Si no lo es, ¿tiene valores instantáneos mínimos y máximos? Explique.

8. ● Si una persona efectúa 50 J de trabajo al mover una caja de 30 kg una distancia de 10 m por una superficie horizontal, ¿qué fuerza mínima requiere?

9. ● Una caja de 5.0 kg se desliza una distancia de 10 m sobre hielo. Si el coeficiente de fricción cinética es de 0.20, ¿qué trabajo efectúa la fuerza de fricción?

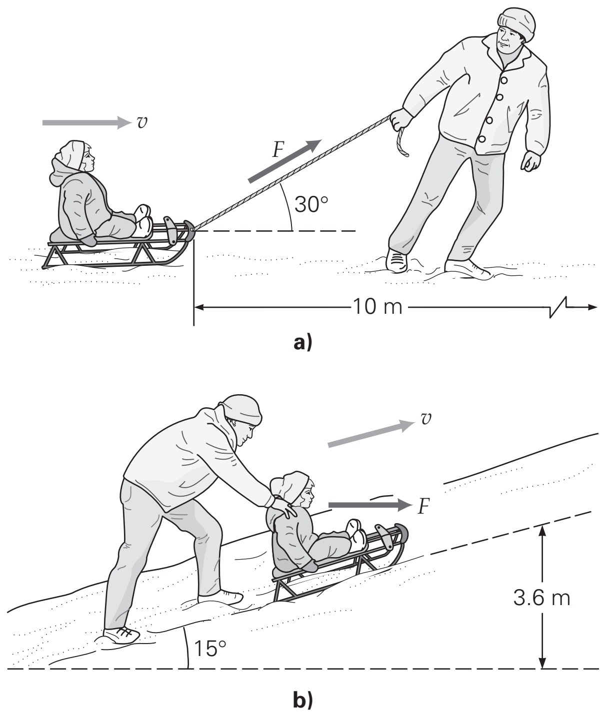
10. ● Un pasajero en un aeropuerto tira del asa de una maleta rodante. Si la fuerza empleada es de 10 N y el asa forma un ángulo de 25° con la horizontal, ¿qué trabajo efectúa la fuerza de tracción cuando el pasajero camina 200 m?

11. ● Un estudiante universitario que gana algo de dinero durante el verano empuja una podadera de césped por una superficie horizontal con una fuerza constante de 200 N, que forma un ángulo de 30° hacia abajo con respecto a la horizontal. ¿Qué distancia empuja la podadora al efectuar 1.44×10^3 J de trabajo?

12. ●● Un bloque de 3.00 kg baja deslizándose por un plano inclinado sin fricción que forma 20° con la horizontal. Si la longitud del plano es de 1.50 m, ¿cuánto trabajo se efectúa y qué fuerza lo efectúa?

13. ●● Suponga que el coeficiente de fricción cinética entre el bloque y el plano del ejercicio 12 es de 0.275. ¿Qué trabajo neto se efectuaría en este caso?

14. ●● Un padre tira de su hija sentada en un trineo con velocidad constante sobre una superficie horizontal una distancia de 10 m, como se ilustra en la ▼figura 3.25a. Si la masa total del trineo y la niña es de 35 kg, y el coeficiente de fricción cinética entre los patines del trineo y la nieve es de 0.20, ¿cuánto trabajo efectúa el padre?



▲ **FIGURA 3.25 Diversión y trabajo** Véanse los ejercicios 14 y 15.

15. ●● Un padre empuja horizontalmente el trineo de su hija para subirlo por una cuesta nevada (figura 3.25b). Si el trineo sube la pendiente con velocidad constante, ¿cuánto trabajo efectúa el padre al empujarlo hasta la cima? (Algunos datos necesarios se dan en el ejercicio 14.)

16. **EI** ●● Un globo aerostático asciende con rapidez constante. *a*) El peso del globo efectúa trabajo 1) positivo, 2) negativo o 3) cero. ¿Por qué? *b*) Un globo aerostático con una masa de 500 kg asciende con rapidez constante de 1.50 m/s durante 20.0 s. ¿Cuánto trabajo efectúa la fuerza de flotación hacia arriba? (Desprecie la resistencia del aire.)

17. **EI** ●● Un disco (*puck*) de hockey con una masa de 200 g y una rapidez inicial de 25.0 m/s se desliza libremente hasta el reposo, en un espacio de 100 m sobre una superficie horizontal de hielo. ¿Cuántas fuerzas realizan algún trabajo diferente de cero sobre él conforme disminuye su rapidez? *a*) 1) ninguna, 2) una, 3) dos, o 4) tres. Explique su respuesta. *b*) Determine el trabajo realizado por todas las fuerzas individuales sobre el disco conforme disminuye su rapidez.

18. **EI** ●● Un borrador con una masa de 100 g se encuentra sobre un libro en reposo. El borrador está inicialmente a 10.0 cm de cualquiera de las orillas del libro. De repente, se tira de este último muy fuerte y se desliza por debajo del borrador. Al hacerlo, arrastra parcialmente al borrador junto con él, aunque no lo suficiente para que éste permanezca sobre el libro. El coeficiente de fricción cinética entre el libro y el borrador es 0.150. *a*) El signo del trabajo realizado por la fuerza de fricción cinética del libro sobre el borrador es 1) positiva, 2) negativa o 3) la fricción cinética no realiza ningún trabajo. Explique su respuesta. *b*) ¿Cuánto trabajo realiza la fuerza de fricción del libro sobre el borrador en el momento que éste cae de la orilla del libro?

19. ●●● Un helicóptero ligero, de 500 kg, asciende desde el suelo con una aceleración de 2.00 m/s^2. Durante un intervalo de 5.00 s, ¿cuál es *a*) el trabajo realizado por la fuerza de ascensión, *b*) el trabajo realizado por la fuerza gravitacional y *c*) el trabajo neto que se realiza sobre el helicóptero?

20. ●●● Un hombre empuja horizontalmente un escritorio que se encuentra en reposo sobre un piso de madera áspero. El coeficiente de fricción estática entre el escritorio y el piso es 0.750 y el coeficiente de fricción cinética es 0.600. La masa del escritorio es de 100 kg. El hombre empuja suficientemente fuerte para que el escritorio se mueva, y continúa empujando con esa fuerza durante 5.00 s. ¿Cuánto trabajo realiza sobre el escritorio?

21. **EI** ●●● Un estudiante podría empujar una caja de 50 kg, o bien tirar de ella, con una fuerza que forma un ángulo de 30° con la horizontal, para moverla 15 m por una superficie horizontal. El coeficiente de fricción cinética entre la caja y la superficie es de 0.20. *a*) Tirar de la caja requiere 1, menos, 2, el mismo o 3, más trabajo que empujarla. *b*) Calcule el trabajo mínimo requerido tanto para tirar de la caja como para empujarla.

3.2 Trabajo efectuado por una fuerza variable

22. **OM** El trabajo efectuado por una fuerza variable de la forma $F = kx$ es *a*) kx^2, *b*) kx, *c*) $\frac{1}{2}kx^2$ o *d*) nada de lo anterior.

23. **PC** Con respecto a su posición de equilibrio ¿se requiere el mismo trabajo para estirar un resorte 2 cm, que estirarlo 1 cm? Explique.

24. **PC** Si un resorte se comprime 2.0 cm con respecto a su posición de equilibrio y luego se comprime otros 2.0 cm, ¿cuánto trabajo más se efectúa en la segunda compresión que en la primera? Explique su respuesta.

25. ● Para medir la constante de cierto resorte, un estudiante aplica una fuerza de 4.0 N, y el resorte se estira 5.0 cm. ¿Qué valor tiene la constante?

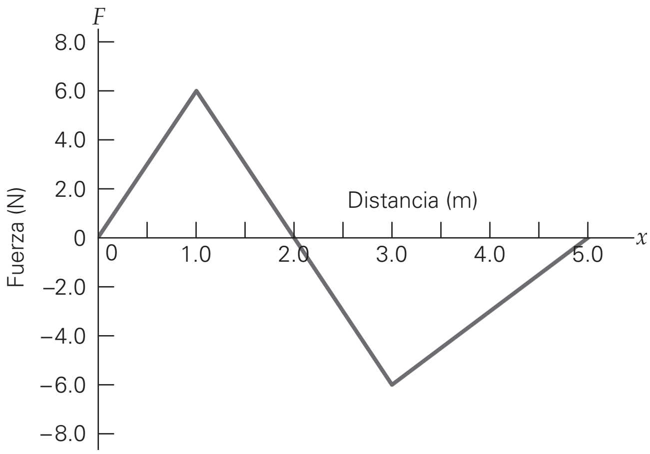
26. ● Un resorte tiene una constante de 30 N/m. ¿Cuánto trabajo se requiere para estirarlo 2.0 cm con respecto a su posición de equilibrio?

27. ● Si se requieren 400 J de trabajo para estirar un resorte 8.00 cm, ¿qué valor tiene la constante del resorte?

28. ● Si una fuerza de 10 N se utiliza para comprimir un resorte con una constante de resorte de 4.0×10^2 N/m, ¿cuál es la compresión resultante del resorte?

29. **EI** ● Se requiere cierta cantidad de trabajo para estirar un resorte que está en su posición de equilibrio. *a*) Si se efectúa el doble de trabajo sobre el resorte, ¿el estiramiento aumentará en un factor de 1) $\sqrt{2}$, 2) 2, 3) $1/\sqrt{2}$, 4) $\frac{1}{2}$. ¿Por qué? *b*) Si se efectúan 100 J de trabajo para estirar un resorte 1.0 cm, ¿qué trabajo se requiere para estirarlo 3.0 cm?

30. ●● Calcule el trabajo que realiza la fuerza variable en la gráfica de F contra x en la ▸figura 3.26. [*Sugerencia:* recuerde que el área de un triángulo es $A = \frac{1}{2}$altura × base.]



▲ **FIGURA 3.26 ¿Cuánto trabajo se efectúa?** Véase el ejercicio 30.

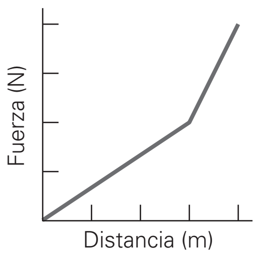
31. EI ●● Un resorte con una constante de fuerza de 50 N/m se estira desde 0 hasta 20 cm. *a*) El trabajo requerido para estirar el resorte desde 10 hasta 20 cm es 1) mayor que, 2) igual que o 3) menor que el que se requiere para estirarlo desde 0 hasta 10 cm. *b*) Compare los dos valores del trabajo para probar su respuesta al inciso *a*.

32. EI ●● En el espacio interestelar libre de gravedad, una nave enciende sus motores para acelerar. Los cohetes están programados para incrementar su propulsión desde cero hasta 1.00×10^4 N, con un incremento lineal durante el curso de 18.0 km. Entonces, la propulsión disminuye linealmente para regresar a cero durante los siguientes 18.0 km. Suponiendo que el cohete estaba estacionario al inicio, *a*) ¿durante cuál segmento se realizará más trabajo (en magnitud)? 1) los primeros 60 s, 2) los segundos 60 s o 3) el trabajo realizado es el mismo en ambos segmentos. Explique su razonamiento. *b*) Determine cuantitativamente cuánto trabajo se realiza en cada segmento.

33. ●● Cierto resorte tiene una constante de fuerza de 2.5×10^3 N/m. *a*) ¿Cuánto trabajo se efectúa para estirar 6.0 cm el resorte relajado? *b*) ¿Cuánto más trabajo se efectúa para estirarlo otros 2.0 cm?

34. ●● Para el resorte del ejercicio 33, ¿cuánta más masa tendría que colgarse del resorte vertical para estirarlo *a*) los primeros 6.0 cm y *b*) los otros 2.0 cm?

35. ●●● Al estirar un resorte en un experimento, un estudiante, sin darse cuenta, lo estira más allá de su límite elástico; la gráfica de fuerza contra estiramiento se presenta en la ▼figura 3.27. Básicamente, después de alcanzar su límite, el resorte comienza a comportarse como si fuera considerablemente rígido. ¿Cuánto trabajo se realizó sobre el resorte? Suponga que en el eje de fuerza, las marcas están cada 10 N, y en el eje *x* están cada 10 cm o 0.10 m.



◀ **FIGURA 3.27 Más allá del límite** Véase el ejercicio 35.

36. ●●● Un resorte (el resorte 1) con una constante de resorte de 500 N/m se fija a una pared y se conecta a un resorte más débil (resorte 2) con una constante de resorte de 250 N/m sobre una superficie horizontal. Entonces una fuerza externa de 100 N se aplica al final del resorte más débil (#2). ¿Cuánta energía potencial se almacena en cada resorte?

3.3 El teorema trabajo-energía: energía cinética

37. OM ¿Cuál de las siguientes es una cantidad escalar? *a*) trabajo, *b*) fuerza, *c*) energía cinética o *d*) *a* y *c*.

38. OM Si el ángulo entre la fuerza neta y el desplazamiento de un objeto es mayor que 90°, *a*) la energía cinética aumenta, *b*) la energía cinética disminuye, *c*) la energía cinética no cambia o *d*) el objeto se detiene.

39. OM Dos automóviles idénticos, A y B, que viajan a 55 mi/h chocan de frente. Un tercer auto idéntico, C, choca contra una pared a 55 mi/h. ¿Qué automóvil sufre más daños: *a*) el auto A, *b*) el auto B, *c*) el auto C, *d*) los tres lo mismo?

40. OM ¿Cuál de estos objetos tiene menos energía cinética? *a*) Un objeto de masa $4m$ y rapidez v; *b*) un objeto de masa $3m$ y rapidez $2v$; *c*) un objeto de masa $2m$ y rapidez $3v$; *d*) un objeto de masa m y rapidez $4v$.

41. PC Queremos reducir la energía cinética de un objeto lo más posible, y para ello podemos reducir su masa a la mitad o bien su rapidez a la mitad. ¿Qué opción conviene más y por qué?

42. PC Se requiere cierto trabajo W para acelerar un automóvil, del reposo a una rapidez v. ¿Cuánto trabajo se requiere para acelerarlo del reposo a una rapidez $v/2$?

43. PC Se requiere cierto trabajo W para acelerar un automóvil, del reposo a una rapidez v. Si se efectúa un trabajo de $2W$ sobre el auto, ¿qué rapidez adquiere?

44. EI ● Un objeto de 0.20 kg con una rapidez horizontal de 10 m/s choca contra una pared y rebota con la mitad de su rapidez original. *a*) El porcentaje de energía cinética perdida, en comparación con la energía cinética original, es 1) 25%, 2) 50% o 3) 75%. *b*) ¿Cuánta energía cinética pierde el objeto al chocar contra la pared?

45. ● Una bala de 2.5 g que viaja a 350 m/s choca contra un árbol y se frena uniformemente hasta detenerse, mientras penetra 12 cm en el tronco. ¿Qué fuerza se ejerció sobre la bala para detenerla?

46. ● Un automóvil de 1200 kg viaja a 90 km/h. *a*) ¿Qué energía cinética tiene? *b*) ¿Qué trabajo neto se requeriría para detenerlo?

47. ● Una fuerza neta constante de 75 N actúa sobre un objeto en reposo y lo mueve una distancia paralela de 0.60 m. *a*) ¿Qué energía cinética final tiene el objeto? *b*) Si la masa del objeto es de 0.20 kg, ¿qué rapidez final tendrá?

48. **EI ●●** Una masa de 2.00 kg se une a un resorte vertical con una constante de 250 N/m. Un estudiante empuja verticalmente la masa hacia arriba con su mano, mientras desciende lentamente a su posición de equilibrio. *a*) ¿Cuántas fuerzas distintas de cero trabajan sobre el objeto? 1) una, 2) dos, 3) tres. Explique su razonamiento. *b*) Calcule el trabajo efectuado sobre el objeto por cada una de las fuerzas que actúan sobre éste conforme desciende a su posición original.

49. **●●** La distancia en que para un vehículo es un factor de seguridad importante. Suponiendo una fuerza de frenado constante, use el teorema trabajo-energía para demostrar que la distancia en que un vehículo para es proporcional al cuadrado de su rapidez inicial. Si un automóvil que viaja a 45 km/h se detiene en 50 m, ¿en qué distancia parará si su rapidez inicial es de 90 km/h?

50. **EI ●●** Un automóvil grande, con masa $2m$, viaja con rapidez v. Uno más pequeño, con masa m, viaja con rapidez $2v$. Ambos derrapan hasta detenerse, con el mismo coeficiente de fricción, *a*) El auto pequeño parará en una distancia 1) mayor, 2) igual o 3) menor. *b*) Calcule el cociente de la distancia de frenado del auto pequeño entre la del auto grande. (Use el teorema trabajo-energía, no las leyes de Newton.)

51. **●●●** Un camión fuera de control con una masa de 5000 kg viaja a 35.0 m/s (unas 80 mi/h) cuando comienza a descender por una pendiente pronunciada (de 15°). La pendiente está cubierta de hielo, así que el coeficiente de fricción es de apenas de 0.30. Utilice el teorema trabajo-energía para determinar qué distancia se deslizará (suponiendo que se bloquean sus frenos y derrapa todo el camino) antes de llegar al reposo.

52. **●●●** Si el trabajo requerido para aumentar la rapidez de un automóvil de 10 a 20 km/h es de 5.0×10^3 J, ¿qué trabajo se requerirá para aumentar la rapidez de 20 a 30 km/h?

3.4 Energía potencial

53. **OM** Un cambio de energía potencial gravitacional *a*) siempre es positivo, *b*) depende del punto de referencia, *c*) depende de la trayectoria o *d*) depende sólo de las posiciones inicial y final.

54. **OM** El cambio en la energía potencial gravitacional se encuentra calculando $mg\Delta h$ y restando la energía potencial del punto de referencia: *a*) verdadero, *b*) falso.

55. **OM** El punto de referencia para la energía potencial gravitacional puede ser *a*) cero, *b*) negativo, *c*) positivo, *d*) todas las opciones anteriores.

56. **PC** Si un resorte cambia su posición de x_o a x, ¿a qué es proporcional el cambio de energía potencial? (Exprese el cambio en términos de x_o y x.)

57. **PC** Dos automóviles van desde la base hasta la cima de una colina por diferentes rutas, una de las cuales tiene más curvas y vueltas. En la cima, ¿cuál de los dos vehículos tiene mayor energía potencial?

58. **●** ¿Cuánta más energía potencial gravitacional tiene un martillo de 1.0 kg cuando está en una repisa a 1.2 m de altura, que cuando está en una a 0.90 m de altura?

59. **EI ●** Le dicen que la energía potencial gravitacional de un objeto de 2.0 kg ha disminuido en 10 J. *a*) Con esta información, es posible determinar 1) la altura inicial del objeto, 2) la altura final del objeto, 3) ambas alturas, inicial y final o 4) sólo la diferencia entre las dos alturas. ¿Por qué? *b*) ¿Qué podemos decir que sucedió físicamente con el objeto?

60. **●●** Una piedra de 0.20 kg se lanza verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial de 7.5 m/s desde un punto situado 1.2 m sobre el suelo. *a*) Calcule la energía potencial de la piedra en su altura máxima sobre el suelo. *b*) Calcule el cambio de energía potencial de la piedra entre el punto de lanzamiento y su altura máxima.

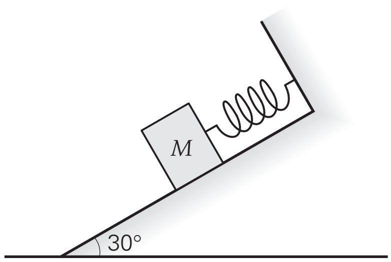
61. **EI ●●** El piso del sótano de una casa está 3.0 m por debajo del suelo, y el del desván, 4.5 m sobre el nivel del suelo. *a*) Si un objeto se baja del desván al sótano, ¿respecto a qué piso será mayor el cambio de energía potencial? 1) Desván, 2) planta baja, 3) sótano o 4) igual para todos. ¿Por qué? *b*) Calcule la energía potencial respectiva de dos objetos de 1.5 kg que están en el sótano y en el desván, relativa al nivel del suelo. *c*) ¿Cuánto cambia la energía potencial del objeto del desván si se baja al sótano?

62. **●●** Una masa de 0.50 kg se coloca al final de un resorte vertical, con una constante de resorte de 75 N/m, y se le deja bajar a su posición de equilibrio. *a*) Determine el cambio en la energía potencial (elástica) del resorte del sistema. *b*) Determine el cambio en el sistema en la energía potencial gravitacional.

63. **●●** Un resorte horizontal, que está en reposo sobre la cubierta de una mesa que no ejerce fricción, se estira 15 cm desde su configuración sin estiramiento y una masa de 1.00 kg se fija a él. El sistema se libera desde el reposo. Una fracción de segundo después, el resorte se encuentra comprimido 3.0 cm con respecto a su configuración sin estiramiento. ¿Cómo se compara su energía potencial final con su energía potencial inicial? (Dé su respuesta en forma de razón entre el valor final y el inicial.)

64. **●●●** Un estudiante tiene seis libros de texto, todos con un grosor de 4.0 cm y un peso de 30 N. ¿Qué trabajo mínimo tendría que realizar el estudiante para colocar todos los libros en una sola pila, si los seis libros están en la superficie de una mesa?

65. **●●●** Una masa de 1.50 kg se coloca al final de un resorte que tiene una constante de 175 N/m. El sistema masa-resorte se encuentra en reposo sobre una pendiente que no ejerce fricción y que tiene una inclinación de 30° con respecto a la horizontal (▼figura 3.28). El sistema llega a su posición de equilibrio, donde permanece. *a*) Determine el cambio en la energía potencial elástica del sistema. *b*) Determine el cambio del sistema en la energía potencial gravitacional.



◀ **FIGURA 3.28 Cambios en la energía potencial** Véase el ejercicio 65.

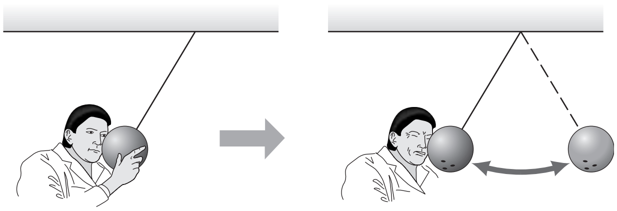
3.5 Conservación de la energía

66. **OM** La energía no puede *a*) transferirse, *b*) conservarse, *c*) crearse, *d*) adoptar diferentes formas.

67. **OM** Si una fuerza no conservativa actúa sobre un objeto, *a*) la energía cinética del objeto se conserva, *b*) la energía potencial del objeto se conserva, *c*) la energía mecánica del objeto se conserva o *d*) la energía mecánica del objeto no se conserva.

68. **OM** La rapidez de un péndulo es máxima *a*) cuando su energía cinética es mínima, *b*) cuando su aceleración es máxima, *c*) cuando su energía potencial es mínima o *d*) nada de lo anterior.

69. **PC** Durante una demostración en clase, una bola de bolos colgada del techo se desplaza respecto a la posición vertical y se suelta desde el reposo justo en frente de la nariz de un estudiante (▼figura 3.29). Si el estudiante no se mueve, ¿por qué la bola no golpeará su nariz?



▲ **FIGURA 3.29 ¿En el rostro?** Véase el ejercicio 69.

70. **PC** Cuando usted lanza un objeto al aire, ¿su rapidez inicial es la misma que su rapidez justo antes de que regrese a su mano? Explique el hecho aplicando el concepto de la conservación de la energía mecánica.

71. **PC** Un estudiante lanza una pelota verticalmente hacia arriba hasta alcanzar la altura de una ventana en el segundo piso en el edificio de los dormitorios. Al mismo tiempo que la pelota se lanza hacia arriba, un estudiante asomado por la ventana deja caer una pelota. ¿Las energías mecánicas de las pelotas son iguales a la mitad de la altura de la ventana? Explique su respuesta.

<u>72.</u> ● Una pelota de 0.300 kg se lanza verticalmente hacia arriba con una rapidez inicial de 10.0 m/s. Si la energía potencial inicial se considera como cero, determine las energías cinética, potencial y mecánica *a*) en su posición inicial, *b*) a 2.50 m por arriba de su posición inicial y *c*) a su altura máxima.

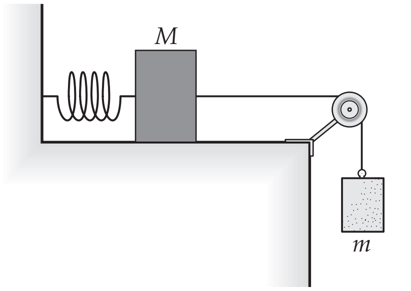
<u>73.</u> ● ¿Cuál es la altura máxima que alcanza la pelota del ejercicio 72?

74. ●● Una pelota de 0.50 kg que se lanza verticalmente hacia arriba tiene una energía cinética inicial de 80 J. *a*) Calcule sus energías cinética y potencial una vez que haya recorrido las tres cuartas partes de la distancia hacia su altura máxima. *b*) ¿Cuál es la rapidez de la pelota en este punto? *c*) ¿Qué energía potencial tiene en su altura máxima? (Use como punto de referencia cero el punto de lanzamiento.)

75. **EI** ●● Una niña oscila en un columpio cuyas cuerdas tienen 4.00 m de longitud y alcanza una altura máxima de 2.00 m sobre el suelo. En el punto más bajo de la oscilación, está 0.500 m arriba del suelo. *a*) La niña alcanza su rapidez máxima 1) en el punto más alto, 2) en la parte media o 3) en el punto más bajo de su oscilación. ¿Por qué? *b*) Calcule la rapidez máxima de la niña.

76. ●● Un bloque *M* (1.00 kg) en un plano inclinado a 5° sin fricción está unido mediante una cuerda delgada que pasa por encima de una polea que no ejerce fricción a un bloque suspendido *m* (200 g). Los bloques se liberan desde el reposo y la masa suspendida cae 1.00 m antes de golpear el piso. Determine la rapidez de los bloques justo antes de que *m* golpee el piso.

77. ●● Un bloque (*M*) de 1.00 kg yace sobre una superficie plana que no ejerce fricción (▼figura 3.30). Este bloque está unido a un resorte inicialmente con una longitud de relajamiento (la constante de resorte es 50.0 N/m). Una cuerda delgada se une al bloque y se hace pasar por encima de una polea que no ejerce fricción; del otro extremo de la cuerda pende una masa de 450 g (*m*). Si la masa suspendida se libera desde el reposo, ¿qué distancia caerá antes de detenerse?



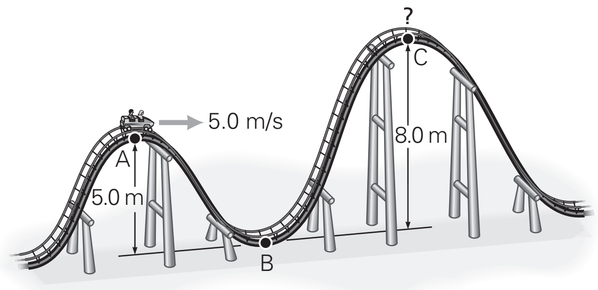
◀ **FIGURA 3.30 ¿Qué tan lejos irá** Véase el ejercicio 77.

78. **EI** ●● Una masa (pequeña) de 500 g unida al final de una cuerda de 1.50 m de largo se jala hacia un lado a 15° de la vertical y se empuja hacia abajo (hacia el final de su movimiento) con una rapidez de 2.00 m/s. *a*) ¿El ángulo en el otro lado es 1) mayor, 2) menor o 3) igual que el ángulo en el lado inicial (15°)? Explique su respuesta en términos de energía. *b*) Calcule el ángulo que se forma en el otro lado, ignorando la resistencia del aire.

79. ●● Cuando cierta pelota de caucho se deja caer desde una altura de 1.25 m sobre una superficie dura, pierde el 18.0% de su energía mecánica en cada rebote. *a*) ¿Qué altura alcanzará la pelota en el primer rebote? *b*) ¿Y en el segundo? *c*) ¿Con qué rapidez tendría que lanzarse la pelota hacia abajo para que alcance su altura original en el primer rebote?

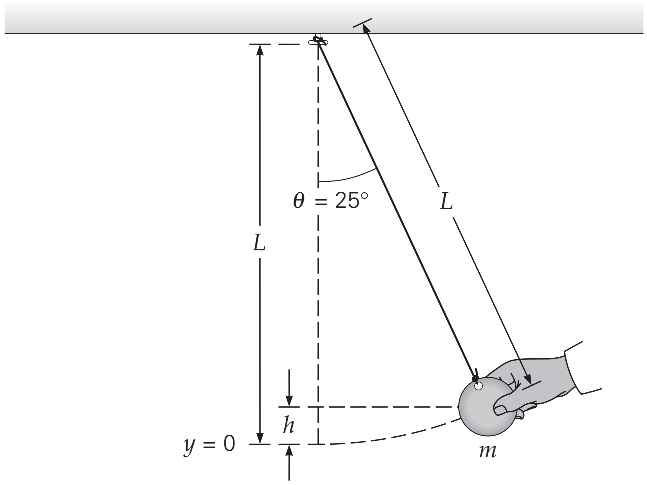
<u>80.</u> ●● Un esquiador baja sin empujarse por una pendiente muy lisa de 10 m de altura, similar a la que se mostró en la figura 3.21. Si su rapidez en la cima es de 5.0 m/s, ¿qué rapidez tendrá en la base de la pendiente?

<u>81.</u> ●● Un convoy de montaña rusa viaja sobre una vía sin fricción como se muestra en la ▼figura 3.31. *a*) Si su rapidez en el punto A es de 5.0 m/s, ¿qué rapidez tendrá en B? *b*) ¿Llegará al punto C? c) ¿Qué rapidez debe tener en el punto A para llegar al punto C?



▲ **FIGURA 3.31 Conversión(es) de energía** Véase el ejercicio 81.

82. ●● Un péndulo simple tiene una longitud de 0.75 m y una pesa con una masa de 0.15 kg. La pesa se suelta desde una posición en que el hilo forma un ángulo de 25° con una línea de referencia vertical (▼figura 3.32). *a*) Demuestre que la altura vertical del peso cuando se suelta es $h - L(1 - \cos 25°)$. *b*) ¿Qué energía cinética tiene la pesa cuando el hilo forma un ángulo de 9.0°? *c*) ¿Qué rapidez tiene la pesa en la parte más baja de su oscilación? (Desprecie la fricción y la masa del hilo.)



▲ **FIGURA 3.32 Un péndulo que oscila** Véase el ejercicio 82.

83. ●● Suponga que el péndulo simple del ejercicio 74 se soltó desde un ángulo de 60°. *a*) Calcule la rapidez de la pesa en la parte más baja de la oscilación. *b*) ¿Qué altura alcanzará la pesa en el lado opuesto? *c*) ¿Qué ángulo de liberación daría la mitad de la rapidez calculada en el inciso *a*?

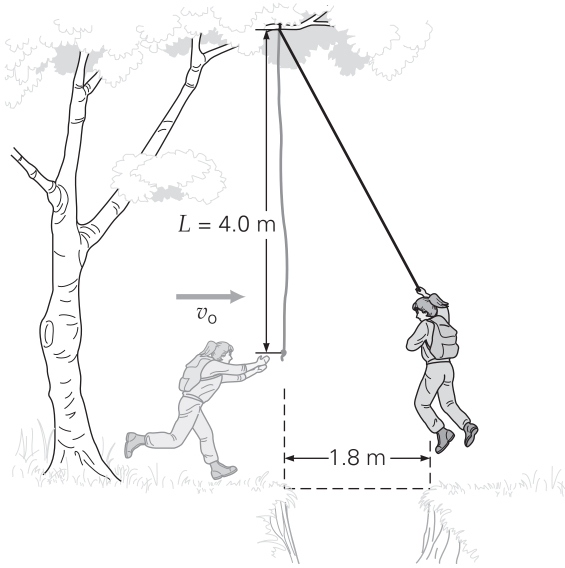
84. ●● Una caja de 1.5 que se desliza a 12 m/s por una superficie sin fricción se acerca a un resorte horizontal. (Véase la figura 3.19.) La constante del resorte es de 2000 N/m. *a*) ¿Qué distancia se comprimirá el resorte para detener a la caja? *b*) ¿Qué distancia se habrá comprimido el resorte cuando la rapidez de la caja se haya reducido a la mitad?

85. ●● Un niño de 28 kg baja por una resbaladilla desde una altura de 3.0 m sobre la base de la resbaladilla. Si su rapidez en la base es de 2.5 m/s, ¿qué trabajo efectuaron fuerzas no conservativas?

86. ●●● Una excursionista planea columpiarse en una cuerda para cruzar un barranco en las montañas, como se ilustra en la ▶figura 3.33, y soltarse cuando esté justo sobre la otra orilla. *a*) ¿Con qué rapidez horizontal debería moverse cuando comience a columpiarse? *b*) ¿Por debajo de qué rapidez estaría en peligro de caerse al barranco? Explique su respuesta.

87. ●●● En el ejercicio 80, si el esquiador tiene una masa de 60 kg y la fuerza de fricción retarda su movimiento efectuando 2500 J de trabajo, ¿qué rapidez tendrá en la base de la cuesta?

88. ●●● Un bloque de 1.00 kg (M) está sobre un plano inclinado 20° que no ejerce fricción. El bloque está unido a un resorte ($k = 25$ N/m), que se encuentra fijo a una pared en la parte inferior del plano inclinado. Una cuerda delgada atada al bloque pasa por encima de una polea que no ejerce fricción hacia una masa suspendida de 40.0 g. A la masa suspendida se le da una rapidez inicial de 1.50 m/s hacia abajo. ¿Qué distancia cae antes de llegar al reposo? (Suponga que el resorte no tiene límites en cuanto a la distancia que puede estirarse.)



▲ **FIGURA 3.33 ¿Lo logrará?** Véase el ejercicio 86.

3.6 Potencia

89. **OM** ¿Cuál de las siguientes no es una unidad de potencia? *a*) J/s; *b*) W · s; *c*) W; *d*) hp.

90. **OM** Considere un motor de 2.0 hp y otro de 1.0 hp. En comparación con el motor de 2.0, para una cantidad dada de trabajo, el motor de 1.0 hp puede hacer *a*) el doble de trabajo en la mitad del tiempo, *b*) la mitad del trabajo en el mismo tiempo, *c*) un cuarto del trabajo en tres cuartas partes del tiempo, *d*) ninguna de las opciones anteriores es verdadera.

91. **PC** Si usted revisa su cuenta de electricidad, notará que está pagando a la compañía que le presta el servicio por tantos kilowatts-hora (kWh). ¿Realmente está pagando por potencia? Explique su respuesta, Además, convierta 2.5 kWh a J.

92. **PC** *a*) ¿La eficiencia describe qué tan rápido se realiza el trabajo? Explique su respuesta. *b*) ¿Una máquina más potente siempre realiza más trabajo que una menos potente? Explique por qué.

93. **PC** Dos estudiantes que pesan lo mismo parten simultáneamente del mismo punto en la planta baja, para ir al mismo salón en el tercer piso siguiendo rutas distintas. Si llegan en tiempos distintos, ¿cuál estudiante habrá gastado más potencia? Explique su repuesta.

94. ● ¿Qué potencia en watts tiene un motor con especificación de $\frac{1}{2}$ hp?

95. ● Una chica consume 8.4×10^6 J (2000 calorías alimentarias) de energía al día y mantiene constante su peso. ¿Qué potencia media desarrolla en un día?

96. ● Un auto de carreras de 1500 kg puede acelerar de 0 a 90 km/h en 5.0 s. ¿Qué potencia media requiere para hacerlo?

97. ● Las dos pesas de 0.50 kg de un reloj cucú descienden 1.5 m en un periodo de tres días. ¿Con qué rapidez está disminuyendo su energía potencial gravitacional?

98. ● Una mujer de 60 kg sube corriendo por una escalera con una altura (vertical) de 15 m en 20 s. *a*) ¿Cuánta potencia gasta? *b*) ¿Qué especificación tiene en caballos de fuerza?

99. ●● Un motor eléctrico que produce 2.0 hp impulsa una máquina cuya eficiencia es del 40%. ¿Cuánta energía produce la máquina por segundo?

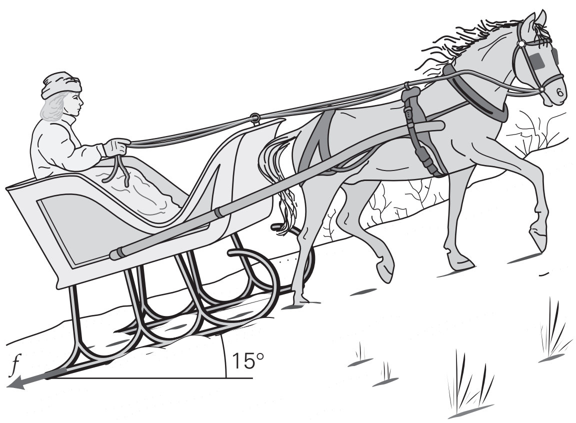
100. ●● Se levanta agua de un pozo de 30.0 m con un motor cuya especificación es de 1.00 hp. Suponiendo una eficiencia del 90%, ¿cuántos kilogramos de agua se pueden levantar en 1 min?

101. ●● En un periodo de 10 s, un estudiante de 70 kg sube corriendo dos tramos de las escaleras cuya altura vertical combinada es de 8.0 m. Calcule la producción de potencia del estudiante al efectuar un trabajo en contra de la gravedad en *a*) watts y *b*) caballos de fuerza.

102. ●● ¿Cuánta potencia debe ejercer una persona para arrastrar horizontalmente una mesa de 25.0 kg 10.0 m a través de un piso de ladrillo en 30.0 s a velocidad constante, suponiendo que el coeficiente de fricción cinética entre la mesa y el piso es 0.550?

103. ●●● Un avión de 3250 kg tarda 12.5 min en alcanzar su altura de crucero de 10.0 km y su velocidad de crucero de 850 km/h. Si los motores del avión suministran, en promedio, una potencia de 1500 hp durante este tiempo, ¿qué eficiencia tienen los motores?

104. ●●● Un caballo tira de un trineo y su conductora, que tienen una masa total de 120 kg, por una cuesta de 15° ▼figura 3.34. *a*) Si la fuerza de fricción total retardante es de 950 N y el trineo sube la cuesta con una velocidad constante de 5.0 km/h, ¿qué potencia está generando el caballo? (Exprésela en caballos de fuerza, naturalmente. Tome en cuenta la magnitud de su respuesta, y explíquela.) *b*) Suponga que, haciendo acopio de energía, el caballo acelera el trineo uniformemente, de 5.0 a 20 km/h, en 5.0 s. Calcule la potencia instantánea máxima desarrollada por el caballo. Suponga la misma fuerza de fricción.

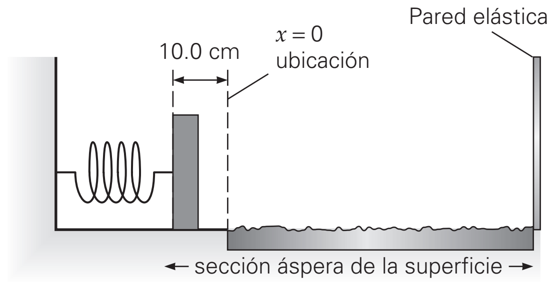


▲ **FIGURA 3.34 Un trineo abierto de un caballo** Véase el ejercicio 104.

105. ●●● Un montacargas utilizado en la construcción ejerce una fuerza hacia arriba de 500 N sobre un objeto cuya masa es de 50 kg. Si el montacargas parte del reposo, determine la potencia que éste ejerce para subir el objeto verticalmente durante 10 s en tales condiciones.

Ejercicios adicionales

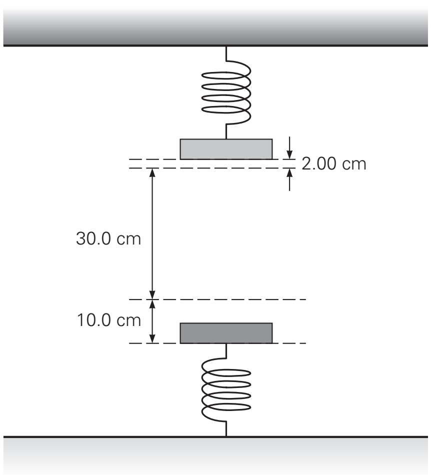
106. Un resorte con una constante de 2000 N/m se comprime 10.0 cm sobre una superficie horizontal (▼figura 3.35). Después, un objeto de 1.00 kg se une a él y se libera. En la posición de longitud relajada del resorte, la masa deja el resorte y la mesa va de muy suave a áspera, con un coeficiente de fricción de 0.500. Hay una pared a 50.0 cm del punto de liberación. *a*) Determine si la masa regresará al resorte después de un rebote contra la pared, suponiendo que rebota en ésta elásticamente (sin pérdida de rapidez). *b*) Si regresa al resorte, ¿qué distancia lo comprimirá? Si no regresa al resorte, ¿cuál será su ubicación final?



▲ **FIGURA 3.35 Regresa** Véase el ejercicio 106.

107. Un bloque se desliza desde el reposo hacia abajo por un plano inclinado que no ejerce fricción. El plano mide 2.50 m de longitud y su ángulo es de 40°. En la parte inferior hay una sección curveada y suave que se une a una sección áspera del piso horizontal. El bloque se desliza una distancia adicional horizontal de 3.00 m antes de detenerse. Determine el coeficiente de fricción cinética entre el bloque y el piso.

108. Dos resortes idénticos (ignore sus masas) se utilizan para “jugar cachados” con un pequeño bloque, cuya masa es de 100 g (▼figura 3.36). El resorte A está unido al piso y



▲ **FIGURA 3.36 Jugando cachados** Véase el ejercicio 108.

se comprime 10.0 cm con la masa al final de él (sin apretar). El resorte A se libera desde el reposo y la masa es acelerada hacia arriba. Esta última impacta el resorte fijado al techo, lo comprime 2.00 cm y se detiene después de recorrer una distancia de 30.0 cm desde la posición relajada del resorte A hasta la posición relajada del resorte B, como se ilustra. Determine la constante de los resortes A y B (la misma, puesto que son idénticos).

109. George de la Selva toma una liana que mide 15.0 m de largo y desciende hacia el suelo. Parte del reposo con la liana a 60°, se deja ir hasta el punto inferior del vaivén y se desliza a nivel de la tierra para detenerse. Si George tiene una masa de 100 kg y el coeficiente de fricción cinética entre él y el suelo de la selva es 0.75, determine qué distancia se desliza antes de llegar al reposo.

110. Un resorte ligero inicialmente estirado 20.0 cm tiene una masa de 300 g en su extremo. El sistema está sobre la cubierta de una mesa horizontal y áspera. El coeficiente de fricción cinética es 0.60. La masa es empujada inicialmente hacia dentro con una rapidez de 1.50 m/s y comprime el resorte 5.00 cm antes de detenerse. Calcule la constante de resorte.

CAPÍTULO

4 CANTIDAD DE MOVIMIENTO LINEAL Y CHOQUES

HECHOS DE FÍSICA

- *Momentum* es la palabra latina para movimiento.
- Newton llamó momentum a la "cantidad de movimiento". En sus *Principia* afirmó: *La cantidad de movimiento es la medida del mismo, resultado de la velocidad y de la cantidad de materia, conjuntamente.*
- Newton llamó impulso a la "fuerza motriz".
- Una colisión es la reunión o interacción de partículas u objetos, que provoca un intercambio de energía y/o cantidad de movimiento.
- Antes del despegue, el transbordador espacial, el tanque externo de combustible (para los motores del trasbordador) y sus dos sólidos cohetes propulsores tienen un peso total de 20 millones de N (4.4 millones de lb). Para lanzar al espacio al transbordador espacial, los dos cohetes generan un promedio de 24 millones de N (5.3 millones de lb) de propulsión durante un proceso de combustión de 2 min, y los tres motores del transbordador agregan 1.7 millones de N (375 000 lb) de propulsión durante 8 min de combustión. Los cohetes y el tanque externo de combustible se desechan tiempo después.
- Es un error común pensar que en el lanzamiento de un cohete, el motor incandescente se agota "empujando" contra la plataforma de lanzamiento para propulsar el cohete hacia arriba. Si éste fuera el caso, ¿cómo podrían utilizarse los motores del cohete en el espacio, donde no hay nada contra lo cual empujar?

Mañana, quizá los cronistas deportivos digan que el ímpetu de todo el partido cambió como resultado de un hit impulsor, como el de la fotografía. Se dice que un equipo adquirió ímpetu y finalmente ganó el partido. Sin embargo, sea cual fuere el efecto sobre el equipo, es evidente que el ímpetu (o cantidad de movimiento) de la *pelota* de la imagen debió cambiar drásticamente. La pelota viajaba hacia la caja de bateo con muy buena velocidad y, por lo tanto, con abundante cantidad de movimiento. Sin embargo, el choque con un bate de madera dura —también provisto de una buena cantidad de movimiento— cambió la dirección de la pelota en una fracción de segundo. Un aficionado podría decir que el bateador dio vuelta a la pelota. Después de estudiar el capítulo 2, usted podría decir que le impartió a la pelota una aceleración negativa considerable, invirtiendo su vector de velocidad. No obstante, si obtuviéramos la suma de la cantidad de movimiento de la pelota y el bate justo antes del choque, y justo después, descubriríamos que, si bien tanto el bate como la pelota cambiaron su cantidad de movimiento, ¡la cantidad de movimiento total no cambió!

Si fuéramos a jugar a los bolos y la bola rebotara de los pinos y regresara hacia nosotros, seguramente nos quedaríamos boquiabiertos. ¿Por qué? ¿Qué nos hace esperar que la bola hará que los pinos salgan volando y seguirá rodando, en vez de rebotar? Podríamos decir que a la bola le permite seguir su camino aun después del choque (y tendríamos razón); pero, ¿qué significa eso en realidad? En este capítulo estudiaremos el concepto de *cantidad de movimiento* y descubriremos que es muy útil para analizar el movimiento y los choques.

4.1 Cantidad de movimiento lineal

OBJETIVO: Definir y calcular la cantidad de movimiento lineal y los componentes de la cantidad de movimiento.

Es posible que el término *ímpetu* nos haga pensar en un jugador de fútbol americano que corre hacia las diagonales, derribando a los jugadores que intentan detenerlo. O tal vez hayamos oído a alguien decir que un equipo perdió ímpetu (y por consiguiente perdió el partido). Ese uso cotidiano del término nos da una idea del concepto correspondiente: cantidad de movimiento (ímpetu), el cual sugiere la idea de una masa en movimiento y, por lo tanto, de inercia. Solemos pensar que los objetos pesados o masivos en movimiento tienen más cantidad de movimiento, aunque se muevan muy lentamente. No obstante, según la definición técnica de cantidad de movimiento, un objeto ligero puede tener tanta cantidad de movimiento como uno más pesado, y a veces más.

Newton fue el primero en referirse a lo que en física moderna se denomina **cantidad de movimiento lineal** como "la cantidad de movimiento [...] que surge de la velocidad y la cantidad de materia conjuntamente". Dicho de otra manera, la cantidad de movimiento de un cuerpo es proporcional tanto a su masa como a su velocidad. Por definición,

Nota: el vector de cantidad de movimiento de un solo objeto tiene la dirección de su velocidad.

La cantidad de movimiento lineal de un objeto es el producto de su masa por su velocidad:

$$\vec{\mathbf{p}} = m\vec{\mathbf{v}} \tag{4.1}$$

Unidad SI de cantidad de movimiento: kilogramo-metro/segundo (kg · m/s)

Comúnmente nos referimos a la cantidad de movimiento lineal simplemente como *cantidad de movimiento*, que es una cantidad vectorial que tiene la misma dirección que la velocidad, y componentes *x*-*y* con magnitudes de $p_x = mv_x$ y $p_y = mv_y$, respectivamente.

La ecuación 4.1 expresa la cantidad de movimiento de un solo objeto o partícula. En el caso de un sistema con más de una partícula, la **cantidad de movimiento lineal total** ($\vec{\mathbf{P}}$) del sistema es la suma vectorial de las *cantidades de movimiento* de las partículas individuales:

Nota: la cantidad de movimiento lineal total es una suma vectorial.

$$\vec{\mathbf{P}} = \vec{\mathbf{p}}_1 + \vec{\mathbf{p}}_2 + \vec{\mathbf{p}}_3 + \cdots = \sum \vec{\mathbf{p}}_i \tag{4.2}$$

(*Nota:* $\vec{\mathbf{P}}$ denota cantidad de movimiento *total*; en tanto que $\vec{\mathbf{p}}$ denota una cantidad de movimiento *individual*.)

Ejemplo 4.1 ■ Cantidad de movimiento: masa y velocidad

Un futbolista de 100 kg corre con una velocidad de 4.0 m/s directamente hacia el fondo del campo. Un proyectil de artillería de 1.0 kg sale del cañón con una velocidad inicial de 500 m/s. ¿Qué tiene más cantidad de movimiento (magnitud), el futbolista o el proyectil?

Razonamiento. Dadas la masa y la velocidad de un objeto, la magnitud de su cantidad de movimiento se calcula mediante la ecuación 4.1.

Solución. Como siempre, primero hacemos una lista de los datos y lo que se pide, empleando los subíndices "p" y "s" para referirnos al futbolista (*player*) y al proyectil (*shell*), respectivamente.

Dado: $m_p = 100$ kg, $v_p = 4.0$ m/s, $m_s = 1.0$ kg, $v_s = 500$ m/s

Encuentre: p_p y p_s (magnitudes de las cantidades de movimiento)

La magnitud de la cantidad de movimiento del futbolista es

$$p_p = m_p v_p = (100 \text{ kg})(4.0 \text{ m/s}) = 4.0 \times 10^2 \text{ kg}\cdot\text{m/s}$$

y la del proyectil es

$$p_s = m_s v_s = (1.0 \text{ kg})(500 \text{ m/s}) = 5.0 \times 10^2 \text{ kg}\cdot\text{m/s}$$

Así pues, el proyectil, menos masivo, tiene más cantidad de movimiento. Recordemos que la magnitud de la cantidad de movimiento depende tanto de la masa como de la magnitud de la velocidad.

Ejercicio de refuerzo. ¿Qué rapidez necesitaría el futbolista para que su cantidad de movimiento tuviera la misma magnitud que la del proyectil? (*Las respuestas de todos los Ejercicios de refuerzo se dan al final del libro.*)

Ejemplo integrado 4.2 ■ Cantidad de movimiento lineal: comparaciones de orden de magnitud

Consideremos los tres objetos que se muestran en la ▸figura 4.1: una bala calibre .22, un barco de crucero y un glaciar. Suponiendo que cada uno se mueve con su rapidez normal, *a*) ¿cuál cabría esperar que tenga mayor cantidad de movimiento lineal 1) la bala, 2) el barco o 3) el glaciar? *b*) Estime las masas y rapideces, y calcule valores de orden de magnitud para la cantidad de movimiento lineal de los objetos.

a) Razonamiento conceptual. Es indudable que la bala es la que viaja con mayor rapidez y que el glaciar es el más lento, con el barco en un punto intermedio. Sin embargo, la cantidad de movimiento, $p = mv$, depende igualmente de la masa y de la velocidad. La veloz bala tiene una masa diminuta comparada con el barco y el glaciar. El lento glaciar tiene una masa enorme que supera por mucho a la de la bala, aunque no tanto a la del barco. Éste pesa mucho y, por lo tanto, posee una masa considerable. La cantidad de movimiento relativa también depende de las rapideces. El glaciar apenas "se arrastra" en comparación con el barco, así que su lentitud contrarresta su enorme masa y hace que su cantidad de movimiento sea menor que lo esperado. Si suponemos que la diferencia de velocidad es mayor que la diferencia de masa para el caso del barco y del glaciar, el barco tendría más cantidad de movimiento. Asimismo, a causa de la relativamente diminuta masa de la veloz bala, cabe esperar que tenga la menor cantidad de movimiento. Con este razonamiento, el objeto con más cantidad de movimiento sería el barco, y con menos, la bala, de manera que la respuesta sería 2.

b) Razonamiento cuantitativo y solución. Como no nos dan datos físicos, tendremos que estimar las masas y las velocidades (rapideces) de los objetos para luego calcular sus cantidades de movimiento [y verificar el razonamiento del inciso *a*]. Como suele suceder en problemas de la vida real, quizá resulte difícil estimar los valores, por lo que trataríamos de buscar valores aproximados para las diversas cantidades. En este ejemplo haremos tales estimaciones. (Las unidades dadas en las referencias varían, y es importante convertir correctamente las unidades.)

Dado: Estimaciones (se dan en seguida) de peso (masa) y rapidez para la bala, el barco de crucero y el glaciar.

Encuentre: Las magnitudes aproximadas de las cantidades de movimiento de la bala (p_b), el barco (p_s) y el glaciar (p_g).

Bala: una bala calibre .22 común tiene un peso de unos 30 granos y una velocidad inicial de unos 1300 ft/s. (Un grano, que se abrevia gr, es una vieja unidad inglesa. Los farmacéuticos solían usarla con frecuencia; por ejemplo, comprimidos de aspirina de 5 granos; 1 lb = 7000 gr.)

Barco: un barco como el de la figura 4.1b tendría un peso de unas 70 000 toneladas y una rapidez de aproximadamente 20 nudos. (El nudo es otra unidad antigua, que todavía se usa comúnmente en contextos náuticos; 1 nudo = 1.15 mi/h.)

Glaciar: el glaciar podría tener 1 km de anchura, 10 km de longitud y 250 m de altura, y avanzar a razón de 1 m al día. (Hay gran variación entre glaciares. Por ello, estas cifras implican más supuestos y estimados más burdos que los de la bala y el barco. Por ejemplo, estamos suponiendo un área transversal rectangular uniforme para el glaciar. La altura es lo más difícil de estimar a partir de una fotografía; podemos suponer un valor mínimo por el hecho de que los glaciares deben tener un espesor de por lo menos 50-60 m para poder "fluir". Las velocidades observadas varían desde unos cuantos centímetros hasta 40 m por día en el caso de glaciares de valle como el de la figura 4.1c. El valor que escogimos aquí se considera representativo.)

Ahora convertimos los datos en unidades métricas para obtener estos órdenes de magnitud:

Bala:

$$m_b = 30\text{ gr}\left(\frac{1\text{ lb}}{7000\text{ gr}}\right)\left(\frac{1\text{ kg}}{2.2\text{ lb}}\right) = 0.0019\text{ kg} \approx 10^{-3}\text{ kg}$$

$$v_b = (1.3 \times 10^3\text{ ft/s})\left(\frac{0.305\text{ m/s}}{\text{ft/s}}\right) = 4.0 \times 10^2\text{ m/s} \approx 10^2\text{ m/s}$$

Barco:

$$m_s = 7.0 \times 10^4\text{ ton}\left(\frac{2.0 \times 10^3\text{ lb}}{\text{ton}}\right)\left(\frac{1\text{ kg}}{2.2\text{ lb}}\right) = 6.4 \times 10^7\text{ kg} \approx 10^8\text{ kg}$$

$$v_s = 20\text{ nudos}\left(\frac{1.15\text{ mi/h}}{\text{nudo}}\right)\left(\frac{0.447\text{ m/s}}{\text{mi/h}}\right) = 10\text{ m/s} = 10^1\text{ m/s}$$

a)

b)

c)

▲ **FIGURA 4.1** **Tres objetos en movimiento: comparación de cantidades de movimiento y energías cinéticas** ***a)*** Una bala calibre .22 hace añicos un bolígrafo; ***b)*** un barco de crucero; ***c)*** un glaciar de Glaciar Bay, Alaska. Véase el ejemplo 4.2.

(continúa en la siguiente página)

Glaciar:

$$\text{anchura} \approx 10^3\ \text{m, longitud} \approx 10^4\ \text{m, altura} \approx 10^2\ \text{m}$$

$$v_g = (1.0\ \text{m/día})\left(\frac{1\ \text{día}}{86\,400\ \text{s}}\right) = 1.2 \times 10^{-5}\ \text{m/s} \approx 10^{-5}\ \text{m/s}$$

Ya tenemos todos los estimados de rapidez y masa, excepto m_g, la masa del glaciar. Para calcular este valor, necesitamos conocer la densidad del hielo, ya que $m = \rho V$. La densidad del hielo es menor que la del agua (el hielo flota en el agua); pero no es muy diferente, así que usaremos la densidad del agua, $1.0 \times 10^3\ \text{kg/m}^3$ para simplificar los cálculos.

Así, la masa del glaciar es aproximadamente

$$m_g = \rho V = \rho(l \times w \times d)$$
$$\approx (10^3\ \text{kg/m}^3)[(10^4\ \text{m})(10^3\ \text{m})(10^2\ \text{m})] = 10^{12}\ \text{kg}$$

Ahora calculamos la magnitud de las cantidades de movimiento de los objetos:

Bala:

$$p_b = m_b v_b \approx (10^{-3}\ \text{kg})(10^2\ \text{m/s}) = 10^{-1}\ \text{kg} \cdot \text{m/s}$$

Barco:

$$p_s = m_s v_s \approx (10^8\ \text{kg})(10^1\ \text{m/s}) = 10^9\ \text{kg} \cdot \text{m/s}$$

Glaciar:

$$p_g = m_g v_g \approx (10^{12}\ \text{kg})(10^{-5}\ \text{m/s}) = 10^7\ \text{kg} \cdot \text{m/s}$$

Vemos que el barco es el que tiene mayor cantidad de movimiento, y la bala, la que menos.

Ejercicio de refuerzo. ¿Qué objeto de este ejemplo tiene 1) mayor energía cinética y 2) menor energía cinética? Justifique sus respuestas efectuando cálculos de orden de magnitud. (Tenga en cuenta que en este caso la dependencia es del cuadrado de la rapidez, $K = \frac{1}{2}mv^2$.)

Ejemplo 4.3 ■ Cantidad de movimiento total: suma vectorial

¿Qué cantidad de movimiento total tiene cada uno de los sistemas de partículas que se ilustran en la ▸figura 4.2a y b?

Razonamiento. La cantidad de movimiento total es la suma vectorial de las cantidades de movimiento individuales (ecuación 4.2). Esta cantidad se calcula utilizando los componentes de cada vector.

Solución.

Dado: magnitudes y direcciones de las cantidades de movimiento de la figura 4.2

Encuentre: *a*) Cantidad de movimiento total ($\vec{\mathbf{P}}$) para la figura 4.2a
b) Cantidad de movimiento total ($\vec{\mathbf{P}}$) para la figura 4.2b

***a*)** La cantidad de movimiento total de un sistema es la suma vectorial de las cantidades de movimiento de las partículas individuales, así que

$$\vec{\mathbf{P}} = \vec{\mathbf{p}}_1 + \vec{\mathbf{p}}_2 = (2.0\ \text{kg} \cdot \text{m/s})\hat{\mathbf{x}} + (3.0\ \text{kg} \cdot \text{m/s})\hat{\mathbf{x}} = (5.0\ \text{kg} \cdot \text{m/s})\hat{\mathbf{x}} \quad (\textit{dirección} + x)$$

***b*)** El cálculo de las cantidades de movimiento totales en las direcciones x y y da:

$$\vec{\mathbf{P}}_x = \vec{\mathbf{p}}_1 + \vec{\mathbf{p}}_2 = (5.0\ \text{kg} \cdot \text{m/s})\hat{\mathbf{x}} + (-8.0\ \text{kg} \cdot \text{m/s})\hat{\mathbf{x}}$$
$$= -(3.0\ \text{kg} \cdot \text{m/s})\hat{\mathbf{x}} \qquad (\textit{dirección}\ -x)$$
$$\vec{\mathbf{P}}_y = \vec{\mathbf{p}}_3 = (4.0\ \text{kg} \cdot \text{m/s})\hat{\mathbf{y}} \qquad (\textit{dirección}\ +y)$$

Entonces,

$$\vec{\mathbf{P}} = \vec{\mathbf{P}}_x + \vec{\mathbf{P}}_y = (-3.0\ \text{kg} \cdot \text{m/s})\hat{\mathbf{x}} + (4.0\ \text{kg} \cdot \text{m/s})\hat{\mathbf{y}}$$

o bien,

$$P = 5.0\ \text{kg} \cdot \text{m/s a } 53° \text{ en relación con el eje } x \text{ negativo.}$$

Ejercicio de refuerzo. En este ejemplo, si $\vec{\mathbf{p}}_1$ y $\vec{\mathbf{p}}_2$ del inciso *a* se sumaran a $\vec{\mathbf{p}}_2$ y $\vec{\mathbf{p}}_3$ del inciso *b*, ¿cuál sería la cantidad de movimiento total?

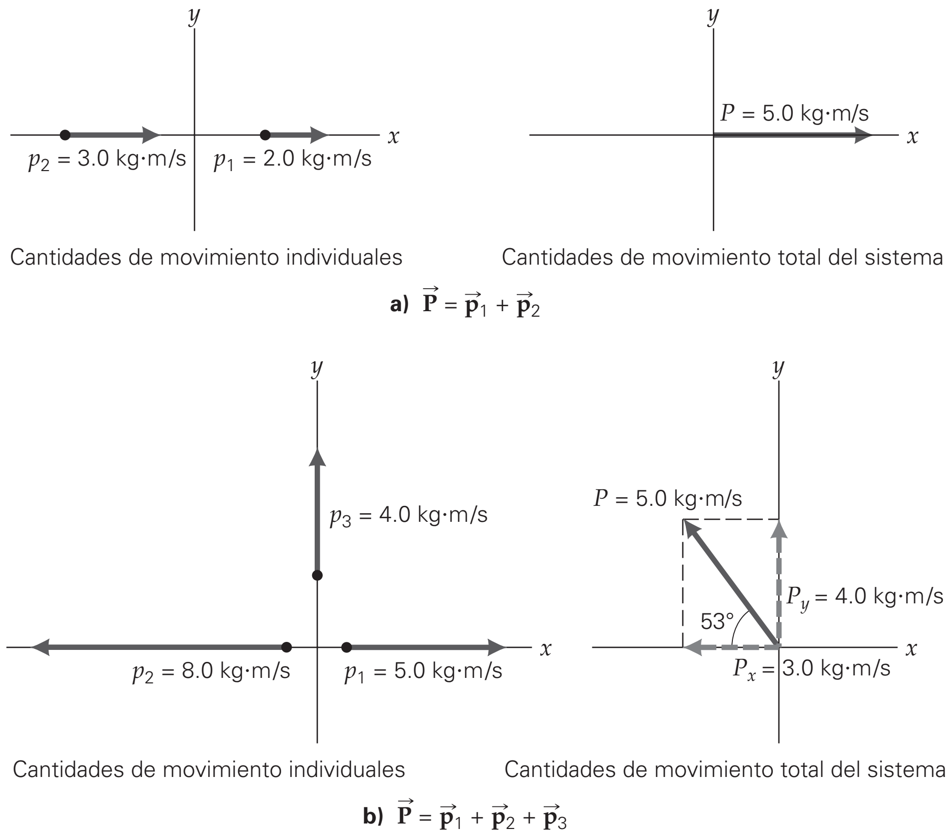
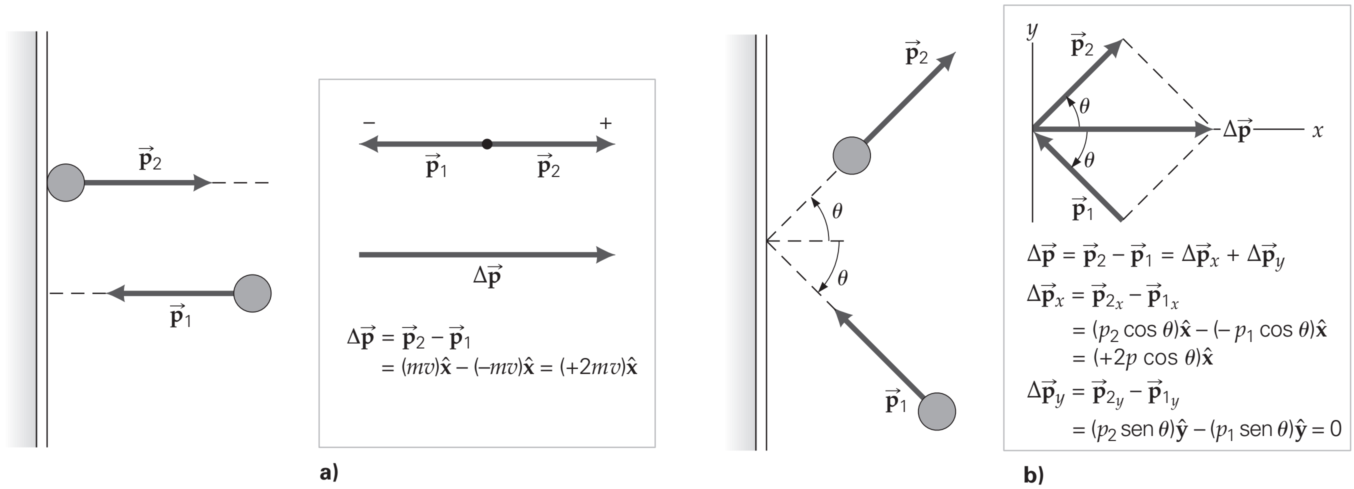


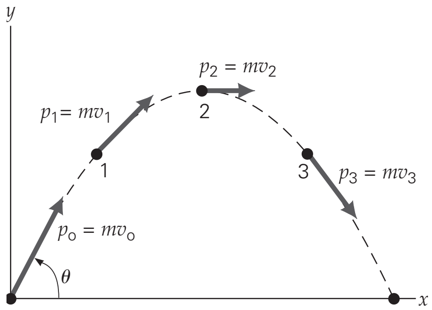
FIGURA 4.2 Cantidad de movimiento total La cantidad de movimiento total de un sistema de partículas es la suma vectorial de las cantidades de movimiento individuales de las partículas. Véase el ejemplo 4.3.

En el ejemplo 4.3a, las cantidades de movimiento estaban sobre los ejes de coordenadas y, por ello, se sumaron directamente. Si el movimiento de una (o más) de las partículas no sigue un eje, su vector de cantidad de movimiento se puede descomponer en componentes rectangulares; después, pueden sumarse componentes individuales para obtener los componentes de la cantidad de movimiento total, tal como hicimos con componentes de fuerza en el capítulo 2.

Puesto que la cantidad de movimiento es un vector, un cambio de cantidad de movimiento puede ser resultado de un cambio de magnitud, de dirección o de ambas. En la ▼figura 4.3 se dan ejemplos de cambios en la cantidad de movimiento de partículas debidos a cambios de dirección después de un choque. En esa figura, suponemos que la magnitud de la cantidad de movimiento de la partícula es la misma antes y después del choque (las flechas tienen la misma longitud). La figura 4.3a ilustra un rebote directo: un cambio de dirección de 180°. Observe que el cambio de cantidad de movimiento $(\Delta\vec{\mathbf{p}})$ es la diferencia vectorial, y que los signos de dirección de los vectores son importantes. La figura 4.3b muestra un choque de refilón, donde el cambio de cantidad de movimiento se obtiene analizando los componentes x y y.

FIGURA 4.3 Cambio de cantidad de movimiento El cambio de cantidad de movimiento está dado por la diferencia en los vectores de cantidad de movimiento. ***a)*** Aquí, la suma vectorial es cero, pero la deferencia vectorial, el cambio de cantidad de movimiento, no. (Las partículas se han desplazado por claridad.) ***b)*** El cambio de cantidad de movimiento se obtiene calculando el cambio en los componentes.





▲ **FIGURA 4.4 Cambio en la cantidad de movimiento de un proyectil** El vector de cantidad de movimiento total de un proyectil es tangente a la trayectoria del proyectil (como lo es su velocidad); este vector cambia de magnitud y dirección debido a la acción de una fuerza externa (la gravedad). El componente *x* de la cantidad de movimiento es constante. (¿Por qué?)

Fuerza y cantidad de movimiento

Como vimos en el capítulo 2, si un objeto tiene un cambio de velocidad (una aceleración), deberá haber una fuerza neta actuando sobre él. Asimismo, dado que la cantidad de movimiento está directamente relacionada con la velocidad, un cambio de cantidad de movimiento también requiere una fuerza. De hecho, Newton expresó originalmente su segunda ley del movimiento en términos de cantidad de movimiento, en vez de aceleración. Podemos ver la relación fuerza-cantidad de movimiento partiendo de $\vec{\mathbf{F}}_{\text{neta}} = m\vec{\mathbf{a}}$ y usando $\vec{\mathbf{a}} = (\vec{\mathbf{v}} - \vec{\mathbf{v}}_o)/\Delta t$, donde la masa se supone constante. Entonces,

$$\vec{\mathbf{F}}_{\text{neta}} = m\vec{\mathbf{a}} = \frac{m(\vec{\mathbf{v}} - \vec{\mathbf{v}}_o)}{\Delta t} = \frac{m\vec{\mathbf{v}} - m\vec{\mathbf{v}}_o}{\Delta t} = \frac{\vec{\mathbf{p}} - \vec{\mathbf{p}}_o}{\Delta t} = \frac{\Delta\vec{\mathbf{p}}}{\Delta t}$$

o bien,

$$\boxed{\vec{\mathbf{F}}_{\text{neta}} = \frac{\Delta\vec{\mathbf{p}}}{\Delta t}} \qquad \textit{Segunda ley de Newton del movimiento en términos de cantidad de movimiento} \tag{4.3}$$

donde $\vec{\mathbf{F}}_{\text{neta}}$ es la fuerza neta promedio que actúa sobre el objeto, si la aceleración no es constante (o la fuerza neta instantánea si Δt se aproxima a cero).

Expresada en esta forma, la segunda ley de Newton indica que la fuerza externa neta que actúa sobre un objeto es igual a la tasa de cambio de la cantidad de movimiento del objeto con el tiempo. Es evidente, por el desarrollo de la ecuación 4.3, que las ecuaciones $\vec{\mathbf{F}}_{\text{neta}} = m\vec{\mathbf{a}}$ y $\vec{\mathbf{F}}_{\text{neta}} = \Delta\vec{\mathbf{p}}/\Delta t$ son equivalentes, si la masa es constante. Sin embargo, en algunas situaciones la masa podría variar. No tomaremos en cuenta este factor en nuestro análisis de los choques de partículas, pero veremos un caso especial más adelante en este capítulo. La forma más general de la segunda ley de Newton, la ecuación 4.3, es válida aun cuando la masa varíe.

Así como la ecuación $\vec{\mathbf{F}}_{\text{neta}} = m\vec{\mathbf{a}}$ indica que una aceleración es indicio de una fuerza neta, la ecuación $\vec{\mathbf{F}}_{\text{neta}} = \Delta\vec{\mathbf{p}}/\Delta t$ indica que un *cambio de cantidad de movimiento es indicio de una fuerza neta*. Por ejemplo, como se observa en la ◂figura 4.4, la cantidad de movimiento de un proyectil es tangente a la trayectoria parabólica del proyectil, y cambian tanto su magnitud como su dirección. El cambio de cantidad de movimiento indica que una fuerza neta actúa sobre el proyectil, y sabemos que es la fuerza gravitacional. En la figura 4.3 ilustramos algunos cambios de cantidad de movimiento. ¿Puede usted identificar las fuerzas en esos dos casos? Piense en términos de la tercera ley de Newton.

4.2 Impulso

OBJETIVOS: *a*) Relacionar impulso y cantidad de movimiento, y *b*) energía cinética y cantidad de movimiento.

Cuando dos objetos (como un martillo y un clavo, un palo y una pelota de golf, o incluso dos automóviles) chocan, pueden ejercer grandes fuerzas uno sobre el otro durante un periodo corto (◂figura 4.5a). La fuerza no es constante en este caso; sin embargo, la segunda ley de Newton en forma de cantidad de movimiento nos sirve para analizar tales situaciones si utilizamos valores promedio. Escrita en esta forma, la ley dice que la fuerza neta promedio es igual a la tasa de cambio de la cantidad de movimiento con respecto al tiempo: $\vec{\mathbf{F}}_{\text{prom}} = \Delta\vec{\mathbf{p}}/\Delta t$ (ecuación 4.3). Si rescribimos la ecuación para expresar el cambio de cantidad de movimiento, tendremos (si tan sólo una fuerza actúa sobre el objeto):

$$\vec{\mathbf{F}}_{\text{prom}}\Delta t = \Delta\vec{\mathbf{p}} = \vec{\mathbf{p}} - \vec{\mathbf{p}}_o \tag{4.4}$$

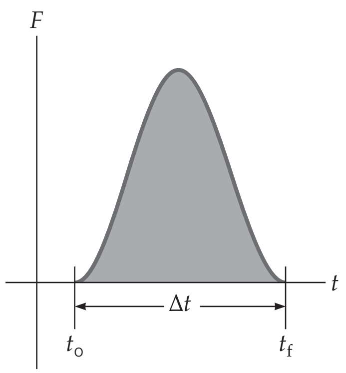
El término $\vec{\mathbf{F}}_{\text{prom}}\Delta t$ se conoce como **impulso** $(\vec{\mathbf{I}})$ de la fuerza:

$$\boxed{\vec{\mathbf{I}} = \vec{\mathbf{F}}_{\text{prom}}\Delta t = \Delta\vec{\mathbf{p}} = m\vec{\mathbf{v}} - m\vec{\mathbf{v}}_o} \tag{4.5}$$

Unidad SI de impulso y cantidad de movimiento: newton-segundo (N · s)

Así, el *impulso ejercido sobre un objeto es igual al cambio de cantidad de movimiento del objeto*. Esta afirmación se conoce como **teorema impulso-cantidad de movimiento**. Las unida-

a)

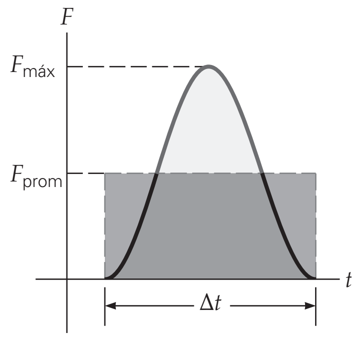


b)

▲ **FIGURA 4.5 Impulso por choque** ***a*)** El impulso por choque hace que el balón se deforme. ***b*)** El impulso es el área bajo la curva de una gráfica de *F* contra *t*. Tome en cuenta que la fuerza de impulso sobre el balón no es constante: aumenta hasta un máximo.

TABLA 4.1 Algunos tiempos de contacto comunes con la pelota

	Δt (milisegundos)
Golf (tiro de inicio)	1.0
Béisbol (batazo)	1.3
Tenis (derechazo)	5.0
Fútbol americano (patada)	8.0
Fútbol sóquer (cabezazo)	23.0



▲ **FIGURA 4.6 Fuerza promedio de impulso** El área bajo la curva de fuerza promedio contra tiempo ($F_{\text{prom}}\Delta t$, dentro de las líneas punteadas) es igual al área bajo la curva de F contra t, que suele ser difícil de evaluar.

des del impulso son newtons-segundo (N · s), que también son unidades de cantidad de movimiento (1 N · s = 1 kg · m/s^2 · s = 1 kg · m/s.

En el capítulo 3 vimos que, por el teorema trabajo-energía ($W_{\text{neto}} = F_{\text{neta}}\Delta x = \Delta K$), el área bajo una curva de F_{neta} contra x es igual al trabajo neto, es decir, al cambio de energía cinética. Asimismo, el área bajo una curva de F_{neta} contra t es igual al impulso, o sea, al cambio de cantidad de movimiento (figura 4.5b). Las fuerzas de impulso por lo regular varían con el tiempo y por lo tanto no son constantes. Sin embargo, es recomendable hablar de la fuerza promedio *constante* $\vec{\mathbf{F}}_{\text{prom}}$ que actúa durante un intervalo de tiempo Δt para proporcionar el mismo impulso (misma área bajo la curva de fuerza contra tiempo), como se muestra en la ▸figura 4.6. Algunos tiempos de contacto comunes en los deportes se presentan en la tabla 4.1.

Ejemplo 4.4 ■ Golf: el teorema impulso-cantidad de movimiento

Un golfista golpea una pelota de 0.046 kg desde un tee elevado, impartiéndole una rapidez horizontal inicial de 40 m/s (aproximadamente 90 mi/h). ¿Qué fuerza promedio ejerce el palo sobre la pelota durante ese tiempo?

Razonamiento. La fuerza promedio es igual a la tasa de cambio de la cantidad de movimiento con respecto al tiempo (ecuación 4.5).

Solución.

Dado: $m = 0.046$ kg
$v = 40$ m/s
$v_o = 0$
$\Delta t = 1.0 \text{ ms} = 1.0 \times 10^{-3}$ s (tabla 4.1)

Encuentre: F_{prom} (fuerza promedio)

Se nos da la masa, y las velocidades inicial y final, de manera que podemos calcular fácilmente el cambio de cantidad de movimiento. Luego, calculamos la magnitud de la fuerza promedio a partir del teorema impulso-cantidad de movimiento:

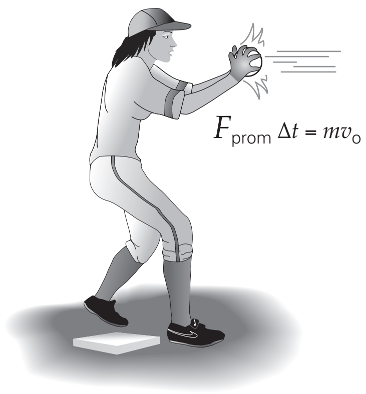
$$F_{\text{prom}}\Delta t = p - p_o = mv - mv_o$$

Así,

$$F_{\text{prom}} = \frac{mv - mv_o}{\Delta t} = \frac{(0.046\text{ kg})(40\text{ m/s}) - 0}{1.0 \times 10^{-3}\text{ s}} = 1800\text{ N (o aprox. 410 lb)}$$

[Es una fuerza muy grande en comparación con el peso de la pelota, $w = mg = (0.046\text{ kg})(9.80\text{ m/s}^2) = 0.45$ N.] La fuerza tiene la dirección de la aceleración y es la fuerza *promedio*. La fuerza instantánea es aun mayor cerca del punto medio del intervalo de tiempo del choque (Δt en la figura 4.6).

Ejercicio de refuerzo. Suponga que el golfista de este ejemplo golpea la pelota con la misma fuerza promedio, pero "continúa su oscilación" para aumentar el tiempo de contacto a 1.5 ms. ¿Qué efecto tendría este cambio sobre la rapidez horizontal inicial de la pelota?



a)

b)

▲ **FIGURA 4.7** Ajuste del impulso ***a)*** El cambio de cantidad de movimiento al atrapar la pelota es constante, mv_o. Si la pelota se detiene rápidamente (Δt pequeño), la fuerza de impulso es grande (F_{prom} grande) y las manos desnudas arden. ***b)*** Si aumentamos el tiempo de contacto (Δt grande) moviendo las manos junto con la pelota, la fuerza de impulso se reducirá y no habrá ardor.

El ejemplo 4.4 ilustra las grandes fuerzas que los objetos en colisión pueden ejercer entre sí durante tiempos de contacto cortos. En algunos casos, acortamos el tiempo de contacto para maximizar la fuerza de impulso, por ejemplo en un golpe de karate. Sin embargo, en otros casos es posible manipular Δt con la finalidad de reducir la fuerza. Suponga que el cambio de cantidad de movimiento es fijo en alguna situación. Entonces, dado que $\Delta p = F_{prom}\Delta t$, si es posible alargar Δt se reducirá la fuerza de impulso promedio F_{prom}.

El lector probablemente ya ha tratado algunas veces de reducir al mínimo la fuerza de impulso. Por ejemplo, al atrapar una pelota dura y muy rápida, ha aprendido a no atraparla con los brazos rígidos, sino mover las manos y los brazos junto con la pelota. Este movimiento incrementa el tiempo de contacto y reduce la fuerza de impulso y el "ardor" (◂figura 4.7).

Al saltar desde alguna altura hacia una superficie dura, tratamos de no caer con las piernas rígidas. La detención abrupta (Δt pequeño) aplicaría una fuerza de impulso grande a los huesos y articulaciones de nuestras piernas y quizá nos lesione. Si flexionamos las rodillas al aterrizar, el impulso actuará verticalmente hacia arriba, opuesto a nuestra velocidad ($F_{prom}\Delta t = \Delta p = -mv_o$, siendo cero la velocidad final). De esta manera, el incremento del intervalo de tiempo Δt hace que se reduzca la fuerza de impulso. Otro ejemplo de incremento del tiempo de contacto para reducir la fuerza de impulso se presenta en la sección A fondo 4.1: Las bolsas de aire del automóvil y las bolsas de aire en Marte de la p. 120.

Ejemplo 4.5 ■ Fuerza de impulso y lesión del cuerpo

Un trabajador de 70.0 kg salta con las piernas estiradas desde una altura de 1.00 m hacia el piso de concreto. ¿Cuál es la magnitud del impulso que siente al caer, suponiendo que se detiene súbitamente en 8.00 ms?

Razonamiento. El impulso es $F_{prom}\Delta t$, que no se puede calcular directamente a partir de los datos. No obstante, el impulso es igual al cambio en la cantidad de movimiento, $F_{prom}\Delta t = \Delta p = mv - mv_o$. Así que el impulso se calcula a partir de la diferencia en las cantidades de movimiento.

Solución.

Dado: $m = 70.0$ kg, $h = 1.00$ m, $\Delta t = 8.00 \text{ ms} = 8.00 \times 10^{-3}$ s

Encuentre: impulso (I) sobre el trabajador

Aquí hay dos partes distintas: *a*) el trabajador que desciende después de saltar y *b*) la detención súbita después de golpear el piso. Así que debemos ser cuidadosos con la notación.

a) Aquí, $v_{o_1} = 0$, y la velocidad final se encuentra con $v^2 = v_o^2 - 2gh$ cuyo resultado es

$$v_1 = -\sqrt{2gh}$$

b) La v_1 del primer proceso es entonces la velocidad inicial con la que el trabajador con las piernas rígidas golpea el piso, esto es, $v_{o_2} = v_1 = -\sqrt{2gh}$, y la velocidad final en la segunda fase es $v_2 = 0$. Entonces,

$$I = F_{prom}\Delta t = \Delta p = mv_2 - mv_{o_2} = 0 - m(-\sqrt{2gh}) = +m\sqrt{2gh}$$
$$= (70.0\text{ kg})\sqrt{2(9.80\text{ m/s}^2)(1.00\text{ m})} = 310\text{ kg}\cdot\text{m/s}$$

donde el impulso es en la dirección hacia arriba.

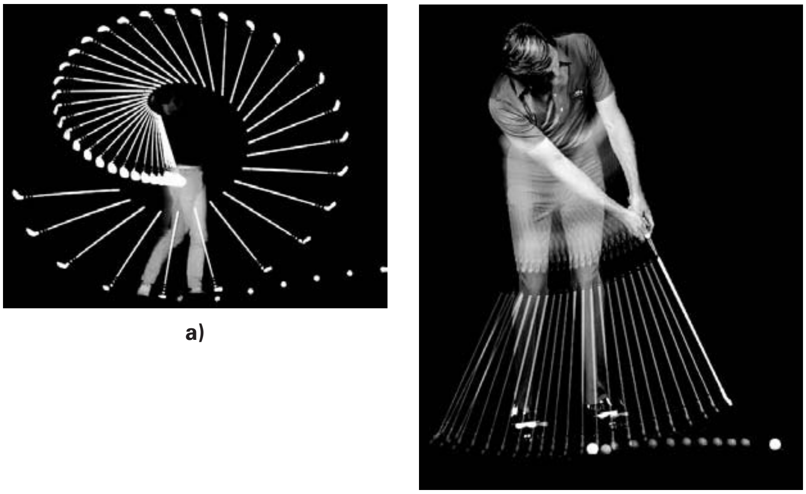
Con un Δt de 6.0×10^{-3} s para la detención repentina en el impacto, esto daría una fuerza de

$$F_{prom} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{310\text{ kg}\cdot\text{m/s}}{8.00 \times 10^{-3}\text{ s}} = 3.88 \times 10^4\text{ N} \quad (\text{¡aproximadamente } 8.73 \times 10^3 \text{ lb de fuerza!})$$

y la fuerza es hacia arriba sobre las piernas rígidas.

Ejercicio de refuerzo. Suponga que el trabajador flexionó sus rodillas y prolongó el tiempo de contacto a 0.60 s al caer. ¿Cuál sería la fuerza de impulso sobre él en este caso?

En otros casos, la fuerza de impulso aplicada podría ser relativamente constante, aumentando deliberadamente el tiempo de contacto (Δt) para generar un mayor impulso y, por lo tanto, un mayor cambio en la cantidad de movimiento ($F_{prom}\Delta t = \Delta p$). Éste es el principio del "*follow-through*" en los deportes, como cuando se golpea una



a) b)

FIGURA 4.8 Prolongación del tiempo de contacto ***a)*** Un golfista continúa su *swing* al golpear la pelota. Un motivo para hacerlo es que ello prolonga el tiempo de contacto y la pelota recibe un mayor impulso y mayor cantidad de movimiento. ***b)*** El *follow-through* con un palo largo aumenta el tiempo de contacto para lograr mayor cantidad de movimiento, pero el objetivo principal es el control direccional.

pelota con un bate, con una raqueta o con un palo de golf. En este último caso (▲figura 4.8a), suponiendo que el golfista aplica la misma fuerza promedio en cada *swing*, cuanto mayor sea el tiempo de contacto, mayor será el impulso o la cantidad de movimiento que la pelota reciba. Es decir, con $F_{\text{prom}}\Delta t = mv$ (dado que $v_o = 0$), cuanto mayor sea el valor de Δt, mayor será la rapidez final de la pelota. (Este principio se ilustra en el Ejercicio de refuerzo del ejemplo 4.4.) Como vimos en la sección 1.4, una mayor velocidad de proyección aumenta el alcance de un proyectil. En algunos casos, un *follow-through* largo podría servir básicamente para controlar mejor la dirección de la pelota (figura 4.8b).

La palabra *impulso* implica que la fuerza de impulso actúa brevemente (como una persona "impulsiva"), y esto es cierto en muchos casos. No obstante, la definición de *impulso* no limita el intervalo de tiempo durante el cual la fuerza actúa. Técnicamente, un cometa en su punto de máximo acercamiento al Sol interviene en un choque, porque en física las fuerzas de colisión *no* tienen que ser fuerzas de contacto. Fundamentalmente, un **choque** es una interacción entre objetos donde hay un intercambio de cantidad de movimiento y de energía.

Como habría que esperar por el teorema trabajo-energía y el teorema impulso-cantidad de movimiento, la cantidad de movimiento y la energía cinética están relacionadas directamente. Basta una pequeña manipulación algebraica de la ecuación de energía cinética (ecuación 3.5) para expresar la energía cinética (K) en términos de la *magnitud* de la cantidad de movimiento:

$$K = \tfrac{1}{2}mv^2 = \frac{(mv)^2}{2m} = \frac{p^2}{2m} \qquad (6.6)$$

Entonces, la energía cinética y la cantidad de movimiento están íntimamente relacionadas, pero son cantidades diferentes.

4.3 Conservación de la cantidad de movimiento lineal

OBJETIVOS: *a*) Explicar las condiciones que se deben cumplir para que se conserve la cantidad de movimiento lineal y *b*) aplicarla a situaciones físicas.

Al igual que la energía mecánica total, la cantidad de movimiento de un sistema se conserva sólo bajo ciertas condiciones. Este hecho nos permite analizar una amplia gama de situaciones y facilita la resolución de muchos problemas. La conservación de la cantidad de movimiento es uno de los principios más importantes en física. En particular, sirve para analizar el choque de objetos que van desde partículas subatómicas hasta automóviles en accidentes de tránsito.

Para que se conserve (es decir, que no varíe con el tiempo), la cantidad de movimiento lineal de un objeto debe cumplirse una condición que es evidente cuando se plantea la segunda ley de Newton en términos de la cantidad de movimiento (ecuación 4.3). Si la fuerza neta que actúa sobre una partícula es cero, es decir,

$$\vec{\mathbf{F}}_{\text{neta}} = \frac{\Delta\vec{\mathbf{p}}}{\Delta t} = 0$$

A FONDO 4.1 LAS BOLSAS DE AIRE DEL AUTOMÓVIL Y LAS BOLSAS DE AIRE EN MARTE

En una noche oscura y lluviosa, ¡un automóvil sale de control y choca de frente contra un gran árbol! El conductor logra salir sólo con lesiones menores, gracias a que llevaba abrochado el cinturón de seguridad y a que se desplegaron las bolsas de aire. Las bolsas de aire, junto con los cinturones de seguridad, son dispositivos diseñados para evitar (o disminuir) las lesiones a los pasajeros en los accidentes automovilísticos.

Cuando un automóvil choca contra algo que, en esencia, está inmóvil —como un árbol o el contrafuerte de un puente—, o cuando choca de frente contra otro vehículo, el auto se detiene casi instantáneamente. Si los pasajeros en el asiento delantero no llevan abrochados sus cinturones de seguridad (y si, además, el automóvil no está equipado con bolsas de aire), continúan moviéndose hasta que una fuerza externa actúa sobre ellos (según la primera ley de Newton). Para el conductor, esta fuerza la ejercen el volante y la columna de dirección; y para el pasajero, el tablero y/o el parabrisas.

Aun cuando todos los ocupantes llevan abrochados los cinturones, es probable que sufran lesiones. Los cinturones absorben energía al estirarse y amplían el área sobre la cual se ejerce la fuerza. Sin embargo, si el automóvil va muy rápido y golpea algo que está inmóvil, podría haber demasiada energía como para que los cinturones la absorban. Aquí es donde entra en acción la bolsa de aire, que se infla automáticamente con un fuerte impacto (figura 1), sirviendo de cojín al conductor (y al pasajero del asiento delantero, si ambos lugares están equipados con ellas). En términos de impulso, la bolsa de aire prolonga el tiempo de contacto para detenerse, pues la fracción de segundo que le toma a la cabeza de alguien hundirse en la bolsa inflada es varias veces mayor que el instante en que esa persona se hubiera detenido al golpear una superficie sólida como el parabrisas. Un tiempo de contacto más prolongado significa una fuerza de impacto promedio reducida y, por lo tanto, menor probabilidad de sufrir una lesión. (Como la bolsa es grande, la fuerza de impacto total también se expande sobre una superficie mayor del cuerpo, de manera que la fuerza en cualquier parte del cuerpo también es menor.)

¿Cómo es que se infla la bolsa de aire durante el breve momento entre un impacto frontal y el instante en que el conductor golpearía contra la columna de dirección? Una bolsa de aire está equipada con sensores que detectan la fuerte desaceleración asociada con un choque de frente en el instante en que éste se inicia. Si la desaceleración excede el umbral establecido de los sensores, una unidad de control envía una corriente eléctrica a un encendedor en la bolsa de aire, que desencadena una explosión química que genera gas para inflar la bolsa con una rapidez muy elevada. Todo el proceso, desde la detección del impacto hasta que la bolsa se infla por completo, lleva unas 25 *milésimas* de segundo (0.025 s).

Las bolsas de aire han salvado muchas vidas. Sin embargo, en algunos casos, el despliegue de las bolsas de aire ha causado problemas. Una bolsa de aire no es un cojín suave y blando. Cuando se activa, sale disparada de su compartimiento con una rapidez de 320 km/h (200 mi/h) y podría golpear a una persona con fuerza suficiente como para causarle severos daños e incluso la muerte. Se aconseja a los adultos sentarse por lo menos a 13 cm (6 in) del compartimiento de la bolsa de aire y siempre abrocharse el cinturón de seguridad. Los niños deben sentarse en el asiento trasero, fuera del alcance de las bolsas de aire.*

Bolsas de aire en Marte

¿Bolsas de aire en Marte? Hubo algunas en 1997, cuando la nave espacial *Pathfinder* dejó un vehículo de exploración en la superficie de Marte. Y en 2004, más bolsas de aire llegaron a

FIGURA 1 Impulso y seguridad La bolsa de aire de un automóvil prolonga el tiempo de contacto para detenerse y evita que el conductor se golpee contra el tablero o con el parabrisas en caso de un choque; al inflarse, la bolsa de aire disminuye la fuerza de impulso que podría causar lesiones.

*Recomendaciones de la National Highway Traffic Safety Administration (www.nhtsa.dot.gov).

entonces

$$\Delta\vec{\mathbf{p}} = 0 = \vec{\mathbf{p}} - \vec{\mathbf{p}}_o$$

donde $\vec{\mathbf{p}}_o$ es la cantidad de movimiento inicial y $\vec{\mathbf{p}}$ es la cantidad de movimiento en algún instante posterior. Dado que estos dos valores son iguales, se conserva la cantidad de movimiento:

$$\vec{\mathbf{p}} = \vec{\mathbf{p}}_o \qquad \text{o} \qquad m\vec{\mathbf{v}} = m\vec{\mathbf{v}}_o$$

cantidad de movimiento final = cantidad de movimiento inicial

Esta observación es congruente con la primera ley de Newton: un objeto permanece en reposo ($\vec{\mathbf{p}} = 0$), o en movimiento con velocidad *uniforme* $\vec{\mathbf{p}} \neq 0$, a menos que actúe sobre él una fuerza externa neta.

Nota: una $\vec{\mathbf{p}}$ minúscula indica una cantidad de movimiento individual. Una $\vec{\mathbf{P}}$ mayúscula denota la cantidad de movimiento total del sistema. Ambas son vectores. ($\vec{\mathbf{P}} = \Sigma\vec{\mathbf{p}}_i$).

La conservación de la cantidad de movimiento se puede extender a un sistema de partículas, si la segunda ley de Newton se escribe en términos de la fuerza neta que actúa sobre el sistema y de las cantidades de movimiento de las partículas: $\vec{\mathbf{F}}_{\text{neta}} = \Sigma\vec{\mathbf{F}}_i$ y $\vec{\mathbf{P}} = \Sigma\vec{\mathbf{p}}_i = \Sigma m\vec{\mathbf{v}}_i$.

Puesto que $\vec{\mathbf{F}}_{\text{neta}} = \Delta\vec{\mathbf{P}}/\Delta t$, y, si ninguna fuerza externa neta actúa *sobre el sistema*, $\vec{\mathbf{F}}_{\text{neta}} = 0$ y $\Delta\vec{\mathbf{F}} = 0$; entonces $\vec{\mathbf{P}} = \vec{\mathbf{P}}_o$, y se conserva la cantidad de movimiento *total*. Esta condición generalizada es la ley de **conservación de la cantidad de movimiento lineal**:

Conservación de la cantidad de movimiento, sin fuerza externa neta

$$\vec{\mathbf{P}} = \vec{\mathbf{P}}_o \tag{4.7}$$

Así la cantidad de movimiento lineal total de un sistema, $\vec{\mathbf{P}} = \Sigma\vec{\mathbf{p}}_i$, se conserva si la fuerza externa neta que actúa sobre el sistema es cero.

a)

Marte con la Misión Mars Exploration Rover. Por lo general, es posible amortiguar los aterrizajes de las naves espaciales gracias a los retrocohetes encendidos de manera intermitente hacia la superficie del planeta. Sin embargo, encender los retrocohetes muy cerca de la superficie de Marte podría dejar rastros de químicos extraños de combustión sobre ella. Como uno de los objetivos de las misiones a Marte es analizar la composición química de las rocas y del suelo de ese planeta, había que desarrollar otro método para descender.

¿La solución? Probablemente el sistema de bolsas de aire más caro que jamás se haya creado, ya que su desarrollo e instalación tuvieron un costo aproximado de 5 millones de dólares. "Pelotas de playa" de 4.6 m (15 ft) de diámetro rodearon los vehículos de exploración para efectuar una llegada sobre bolsas de aire (figura 2a).

Al entrar a la atmósfera de Marte, la nave viajaba a unos 27 000 km/h (17 000 mi/h). Un sistema de cohetes de altitud elevada y un paracaídas la frenaron hasta una rapidez de entre 80 y 100 km/h (esto es, entre 50 y 60 mi/h). A una altura de 200 m (660 ft), los generadores de gas inflaron las bolsas de aire, que envolvieron los vehículos de exploración permitiéndoles rebotar y rodar un poco durante el aterrizaje (figura 2b). Las bolsas de aire se desinflaron y los vehículos rodaron sobre la superficie de Marte (figura 2c).

b)

c)

FIGURA Más y más rebotes ***a)*** Bolsas de aire se utilizaron como "pelotas de playa" para proteger al *Pathfinder* y a los vehículos de exploración Mars Rovers. ***b)*** La concepción de un artista de uno de los vehículos de exploración rebotando en sus bolsas de aire en Marte. ***c)*** Un vehículo de exploración queda al descubierto de manera segura.

Hay otras formas de lograr esta condición. Por ejemplo, en el capítulo 3 vimos que un sistema cerrado o aislado es aquel donde no actúa ninguna fuerza externa neta, así que se conserva la cantidad de movimiento lineal total de un sistema aislado.

Dentro de un sistema actúan fuerzas internas, como cuando sus partículas chocan. Éstos son pares de fuerzas según la tercera ley de Newton, y hay buenos motivos para no mencionar explícitamente tales fuerzas en la condición para que se conserve la cantidad de movimiento. Según la tercera ley de Newton, estas fuerzas internas son iguales y opuestas, y se anulan entre sí vectorialmente. Por ello, *la fuerza interna neta de un sistema cerrado siempre es cero.*

Nota: los pares de fuerzas de la tercera ley se estudiaron en la sección 2.4.

No obstante, algo que es importante entender es que las cantidades de movimiento de partículas u objetos individuales dentro de un sistema podrían cambiar. Sin embargo, en ausencia de una fuerza externa neta, la *suma vectorial* de todas las cantidades de movimiento (la cantidad de movimiento total del sistema $\vec{\mathbf{P}}$) no cambia. Si los objetos inicialmente están en reposo (es decir, si la cantidad de movimiento total es cero) y luego se ponen en movimiento como resultado de fuerzas internas, la cantidad de movimiento total seguirá siendo cero. Este principio se ilustra en la ▼ figura 4.9 y se analiza en el ejemplo 4.6. Los objetos dentro de un sistema aislado podrían transferir cantidad de movimiento entre sí; pero la cantidad de movimiento total después de los cambios deberá ser igual al valor inicial, suponiendo que la fuerza externa neta sobre el sistema es cero.

En muchos casos la conservación de la cantidad de movimiento es de gran utilidad para analizar situaciones movimiento y choques. Ilustraremos su aplicación con los ejemplos siguientes. (Observe que, en muchos casos, la conservación de la cantidad de movimiento hace innecesario conocer las fuerzas que intervienen.)

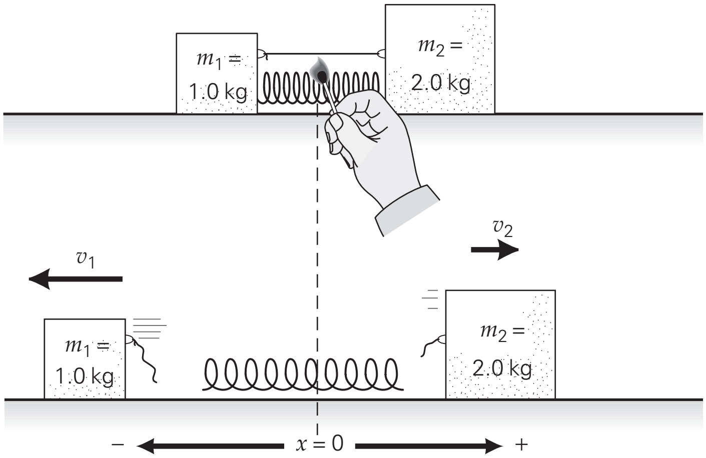


FIGURA 4.9 Fuerza interna y conservación de la cantidad de movimiento La fuerza de resorte es una fuerza interna, así que se conserva la cantidad de movimiento del sistema. Véase el ejemplo 4.6.

Ejemplo 4.6 ■ Antes y después: conservación de la cantidad de movimiento

Dos masas, $m_1 = 1.0$ kg y $m_2 = 2.0$ kg, están unidas con un hilo ligero que las mantiene en contacto con los extremos de un resorte ligero comprimido, como se muestra en la figura 4.9. El hilo se quema (fuerza externa insignificante) y las masas se separan en la superficie sin fricción, con m_1 adquiere una velocidad de 1.8 m/s hacia la izquierda. ¿Qué velocidad adquiere m_2?

Razonamiento. Al no haber una fuerza externa neta (los pesos se cancelan con una fuerza normal), se conserva la cantidad de movimiento total del sistema. En un principio es cero, así que, después de quemarse el hilo, la cantidad de movimiento de m_2 deberá ser igual y opuesta a la de m_1. (La suma vectorial da una cantidad de movimiento total de cero. También, como dijimos que el resorte y el hilo son ligeros, podemos despreciar sus masas.)

Solución. Hacemos una lista de las masas y de la rapidez dadas, y tenemos

Dado: $m_1 = 1.0$ kg
$m_2 = 2.0$ kg
$v_1 = -1.8$ m/s (izquierda)

Encuentre: v_2 (velocidad: rapidez y dirección)

Aquí, el sistema consta de las dos masas y el resorte. Puesto que la fuerza del resorte es interna al sistema, se conserva la cantidad de movimiento del sistema. Debería ser evidente que la cantidad de movimiento total inicial del sistem ($\vec{\mathbf{P}}_o$) es cero, así que la cantidad de movimiento final también deberá ser cero. Por lo tanto, escribimos

$$\vec{\mathbf{P}}_o = \vec{\mathbf{P}} = 0 \quad \text{y} \quad \vec{\mathbf{P}} = \vec{\mathbf{p}}_1 + \vec{\mathbf{p}}_2 = 0$$

(La cantidad de movimiento del resorte "ligero" no entra en las ecuaciones porque su masa es insignificante.) Entonces,

$$\vec{\mathbf{p}}_2 = -\vec{\mathbf{p}}_1$$

lo cual significa que las cantidades de movimiento de m_1 y m_2 son iguales y opuestas. Si usamos signos direccionales (donde + indica la dirección a la derecha en la figura), obtenemos

$$m_2 v_2 = -m_1 v_1$$

y

$$v_2 = -\left(\frac{m_1}{m_2}\right)v_1 = -\left(\frac{1.0\text{ kg}}{2.0\text{ kg}}\right)(-1.8\text{ m/s}) = +0.90\text{ m/s}$$

Por lo tanto, la velocidad de m_2 es 0.90 m/s en la dirección x positiva, o bien, a la derecha en la figura. Este valor es la mitad de v_1, lo cual era de esperarse porque m_2 tiene el doble de masa que m_1.

Ejercicio de refuerzo. *a*) Suponga que el bloque grande de la figura 4.9 está pegado a la superficie terrestre, de manera que no puede moverse cuando se quema el hilo. ¿En este caso se conservaría la cantidad de movimiento? Explique. *b*) Dos chicas, ambas con masa de 50 kg, están paradas sobre patinetas en reposo, y la fricción es insignificante. Una de ellas lanza una pelota de 2.5 kg a la segunda. Si la rapidez de la pelota es 10 m/s, ¿qué rapidez tendrá cada chica una vez atrapada la pelota, y qué cantidad de movimiento tiene la pelota antes de lanzarse, cuando está en el aire y después de ser atrapada?

Ejemplo integrado 4.7 ■ Conservación de la cantidad de movimiento lineal: fragmentos y componentes

Una bala de 30 g con una rapidez de 400 m/s golpea de refilón un ladrillo cuya masa es de 1.0 kg. El tabique se rompe en dos fragmentos. La bala se desvía con un ángulo de 30° por arriba del eje $+x$ y su rapidez se reduce a 100 m/s. Un trozo del ladrillo (con masa de 0.75 kg) sale despedido hacia la derecha, que era la dirección inicial de la bala, con una rapidez de 5.0 m/s. *a*) Considerando el eje x a la derecha, ¿el otro trozo del ladrillo se moverá en 1) el segundo cuadrante, 2) el tercer cuadrante o 3) el cuarto cuadrante. *b*) Determine la rapidez y la dirección del otro trozo del ladrillo inmediatamente después del choque (despreciando la gravedad).

a) Razonamiento conceptual. Podemos aplicar la conservación de la cantidad de movimiento lineal porque no hay una fuerza externa neta que actúe sobre el sistema ladrillo + bala. Inicialmente toda la cantidad de movimiento es hacia adelante en la dirección $+x$ (▼figura 4.10). Después, un trozo del ladrillo sale volando en la dirección $+x$; y la bala en un ángulo de 30° con respecto al eje x. La cantidad de movimiento de la bala tiene un componente y positivo, de manera que el otro trozo del ladrillo debe tener un componente y negativo porque no hay cantidad de movimiento inicial en la dirección y. Por lo tanto, con la cantidad de movimiento total en la dirección $+x$ (antes y después), la respuesta es 3 o el cuarto cuadrante.

b) Razonamiento cuantitativo y solución. Hay un objeto con cantidad de movimiento antes del choque (la bala) y tres con cantidad de movimiento después (la bala y dos fragmentos). Por la conservación de la cantidad de movimiento lineal, la cantidad de movimiento total (vectorial) después del choque es igual a la cantidad de movimiento antes del choque. Con frecuencia, ayuda mucho un diagrama de la situación con los vectores descompuestos en forma de componentes (figura 4.10). Y aplicando la conservación de la cantidad de movimiento lineal obtendríamos la velocidad (rapidez y dirección) del segundo fragmento.

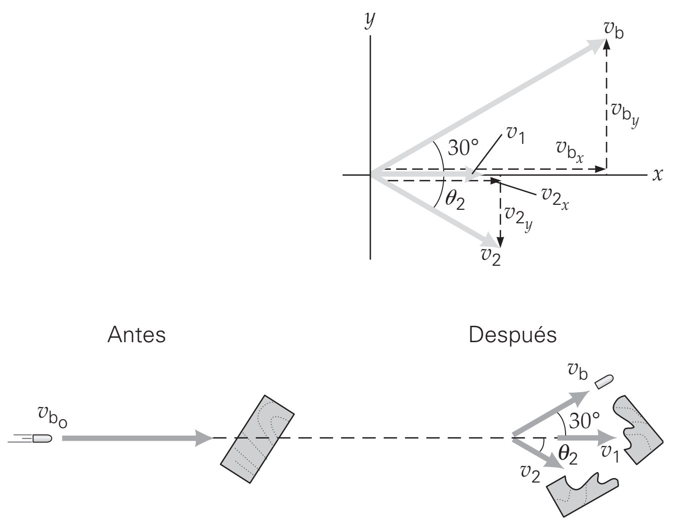
Dado:
$m_b = 30\text{ g} = 0.030\text{ kg}$
$v_{b_o} = 400\text{ m/s}$ (rapidez inicial de la bala)
$v_b = 100\text{ m/s}$ (rapidez final de la bala)
$\theta_b = 30°$ (ángulo final de la bala)
$M = 1.0\text{ kg}$ (masa del tabique)
$m_1 = 0.75\text{ kg}$ y $\theta = 0°$ (masa y ángulo
$v_1 = 5.0\text{ m/s}$ del fragmento grande)
$m_2 = 0.25\text{ kg}$ (masa del fragmento pequeño)

Encuentre:
v_2 (rapidez del fragmento más pequeño)
θ_2 (dirección del fragmento relativa a la dirección original de la bala)

Al no haber fuerzas externas (se desprecia la gravedad), se conserva la cantidad de movimiento lineal total. Por lo tanto, escribimos los componentes x y y de la cantidad de movimiento total, antes y después, como sigue (véase la figura 4.10):

$$\begin{array}{lrcl} & \textit{antes} & & \textit{después} \\ x: & m_b v_{b_o} & = & m_b v_b \cos\theta_b + m_1 v_1 + m_2 v_2 \cos\theta_2 \\ y: & 0 & = & m_b v_b \operatorname{sen}\theta_b - m_2 v_2 \operatorname{sen}\theta_2 \end{array}$$

(continúa en la siguiente página)



◀ **FIGURA 4.10 Choque de refilón** En un sistema aislado, se conserva la cantidad de movimiento. Podemos analizar el movimiento en dos dimensiones en términos de los componentes de la cantidad de movimiento, que también se conservan. Véase el Ejemplo integrado 4.7.

Reacomodamos la ecuación de x y despejamos la magnitud de la velocidad x del fragmento menor:

$$v_2 \cos\theta_2 = \frac{m_b v_{b_o} - m_b v_b \cos\theta_b - m_1 v_1}{m_2}$$

$$= \frac{(3.0\times10^{-2}\,\text{kg})(4.0\times10^2\,\text{m/s}) - (3.0\times10^{-2}\,\text{kg})(10^2\,\text{m/s})(0.866) - (0.75\,\text{kg})(5.0\,\text{m/s})}{0.25\,\text{kg}}$$

$$= 23\ \text{m/s}$$

Asimismo, de la ecuación para y podemos despejar la magnitud del componente y de la velocidad del fragmento menor:

$$v_2 \operatorname{sen}\theta_2 = \frac{m_b v_b \operatorname{sen}\theta_b}{m_2} = \frac{(3.0\times10^{-2}\,\text{kg})(10^2\,\text{m/s})(0.50)}{0.25\,\text{kg}} = 6.0\ \text{m/s}$$

En forma de cociente,

$$\frac{v_2 \operatorname{sen}\theta_2}{v_2\cos\theta_2} = \frac{6.0\ \text{m/s}}{23\ \text{m/s}} = 0.26 = \tan\theta_2$$

(donde los términos v_2 se cancelan y $\dfrac{\operatorname{sen}\theta_2}{\cos\theta_2} = \tan\theta_2$). Entonces,

$$\theta_2 = \tan^{-1}(0.26) = 15°$$

luego, de la ecuación para x,

$$v_2 = \frac{23\ \text{m/s}}{\cos 15°} = \frac{23\ \text{m/s}}{0.97} = 24\ \text{m/s}$$

Ejercicio de refuerzo. ¿Se conserva la energía cinética en el choque de este ejemplo? Si no, ¿qué pasó con la energía?

Ejemplo 4.8 ■ Física en el hielo

Una física es bajada desde un helicóptero al centro de un lago congelado liso y horizontal, cuya superficie tiene fricción insignificante, con la misión de llegar a la orilla del lago. Es imposible caminar. (¿Por qué?) Al meditar acerca del aprieto en que se encuentra, decide usar la conservación de la cantidad de movimiento y aventar sus guantes, que son pesados e idénticos, y así conseguir la cantidad de movimiento necesaria para llegar a la orilla. Para lograrlo más rápidamente, ¿qué deberá hacer esta astuta científica: aventar ambos guantes a la vez, o aventarlos con la misma rapidez primero uno y luego el otro?

Razonamiento. La cantidad de movimiento inicial del sistema (física y guantes) es cero. Al no haber una fuerza externa neta, por la conservación de la cantidad de movimiento, este valor seguirá siendo cero, así que, si la física lanza los guantes en una dirección, se moverá en la dirección contraria (porque la suma de vectores de cantidad de movimiento en direcciones opuestas puede dar cero). Entonces, ¿qué forma de lanzarlos les daría mayor velocidad? Si ambos guantes se lanzan juntos, la magnitud de su cantidad de movimiento será $2mv$, donde v es relativa al hielo y m es la masa de un guante.

Si se lanzan individualmente, el primer guante tendrá una cantidad de movimiento de mv. Así, la persona y el segundo guante estarían en movimiento, y el lanzamiento del segundo guante daría un poco más de cantidad de movimiento a la persona, incrementando su rapidez; pero, ¿su rapidez ahora sería mayor que si hubiera lanzado ambos guantes simultáneamente? Analicemos las condiciones del segundo lanzamiento. Después de lanzar el primer guante, el "sistema" de la persona tiene menos masa. Al ser menor la masa, el segundo lanzamiento producirá una mayor aceleración. Por otro lado, después del primer lanzamiento, el segundo guante se está moviendo con la persona, y cuando se lance en la dirección opuesta, el guante tendrá una velocidad menor que v relativa al hielo (o a un observador estacionario). Entonces, ¿qué efecto será mayor? ¿Qué piensa el lector? Algunas situaciones son difíciles de analizar intuitivamente y se vuelve necesario aplicar principios científicos para entenderlas.

Solución.

Dado:
m = masa de un guante
M = masa de la persona
$-v$ = velocidad del o los guantes lanzados, en la dirección negativa
V_p = velocidad de la persona en la dirección positiva

Encuentre: qué método de lanzar guantes da mayor rapidez a la persona

Si los guantes se arrojan juntos, por la conservación de la cantidad de movimiento,

$$0 = 2m(-v) + MV_p \qquad \text{y} \qquad V_p = \frac{2mv}{M} \quad \textit{(lanzados juntos)} \tag{1}$$

Si se avientan individualmente,

$$\text{Primer lanzamiento:}\;\; 0 = m(-v) + (M+m)V_{p_1} \;\; \text{y} \;\; V_{p_1} = \frac{mv}{M+m} \quad \textit{(lanzados separados)} \tag{2}$$

$$\text{Segundo lanzamiento:} \quad (M+m)V_{p_1} = m(V_{p_1} - v) + MV_{p_2}$$

Observe que, en el término m, las cantidades entre paréntesis representan que la velocidad del guante es relativa al hielo. Con una velocidad inicial de $+V_{p_1}$ después de haberse lanzado el primer guante en la dirección negativa, tenemos $V_{p_1} - v$. (Recordemos lo visto sobre velocidades relativas en el capítulo 3.)

Despejamos V_{p_2}:

$$V_{p_2} = V_{p_1} + \left(\frac{m}{M}\right)v = \frac{mv}{M+m} + \left(\frac{m}{M}\right)v = \left(\frac{m}{M+m} + \frac{m}{M}\right)v \tag{3}$$

donde hemos sustituido V_{p_1} según la ecuación (2) para el primer lanzamiento.

Entonces, si los guantes se lanzan juntos (ecuación 1),

$$V_p = \left(\frac{2m}{M}\right)v$$

así que la cuestión es si el resultado de la ecuación (3) es mayor o menor que el de la ecuación (1). Por tener un denominador mayor, el término $m/(M+m)$ de la ecuación (3) es menor que el término m/M, así que,

$$\left(\frac{m}{M+m} + \frac{m}{M}\right) < \frac{2m}{M}$$

y, por lo tanto, $V_p > V_{p2}$, es decir, (lanzados juntos) > (lanzados por separado).

Ejercicio de refuerzo. Supongamos que el segundo lanzamiento se efectuó en la dirección de la velocidad de la física después del primer lanzamiento. ¿Hará eso que la física se detenga?

Como señalamos, la conservación de la cantidad de movimiento es útil para analizar los choques de objetos que van desde partículas subatómicas hasta automóviles en accidentes de tránsito. No obstante, en muchos casos podrían actuar fuerzas externas sobre los objetos, lo cual significa que no se conserva la cantidad de movimiento.

Sin embargo, como veremos en la siguiente sección, la conservación de la cantidad de movimiento con frecuencia permite obtener una buena aproximación *en el corto lapso de un choque,* ya que las fuerzas internas (para las cuales se conserva la cantidad de movimiento) son mucho mayores que las externas. Por ejemplo, fuerzas externas como la gravedad y la fricción también actúan sobre los objetos que chocan, pero suelen ser relativamente pequeñas en comparación con las fuerzas internas. (Este concepto estaba implícito en el ejemplo 4.7.) Por lo tanto, si los objetos sólo interactúan durante un tiempo breve, los efectos de las fuerzas externas podrían ser insignificantes en comparación con los de las fuerzas internas durante ese lapso y así usaríamos correctamente la conservación de la cantidad de movimiento lineal.

4.4 Choques elásticos e inelásticos

OBJETIVO: Describir las condiciones de la energía cinética y cantidad de movimiento durante choques elásticos e inelásticos.

En general, un choque se define como un encuentro o interacción de partículas u objetos que provoca un intercambio de energía y/o de cantidad de movimiento. Es más fácil examinar de cerca los choques en términos de la cantidad de movimiento si consideramos un sistema aislado, como un sistema de partículas (o pelotas) que intervienen en choques de frente. Por sencillez, sólo consideraremos choques en una dimensión. También podemos analizar esos choques en términos de la conservación de la energía. Con base en lo que sucede a la energía cinética total, definimos dos tipos de choques: *elásticos* e *inelásticos*.

FIGURA 4.11 Choques
a) Choques aproximadamente elásticos. ***b)*** Choque inelástico.

a) b)

Choque elástico: la energía cinética total se conserva, lo mismo que la cantidad de movimiento

En un **choque elástico**, se conserva la energía cinética total. Es decir, la energía cinética *total* de todos los objetos del sistema después del choque es igual a su energía cinética *total* antes del choque (▲figura 4.11a). Podría intercambiarse energía cinética entre los objetos del sistema; pero la energía cinética total del sistema permanecerá constante. Por lo tanto,

K total antes = K total después

$$K_f = K_i \qquad \textit{(condición para un choque elástico)} \qquad (4.8)$$

Durante un choque así, parte de la energía cinética inicial, o toda, se convierte temporalmente en energía potencial al deformarse los objetos. Sin embargo, después de efectuarse las deformaciones máximas, los objetos recuperan *elásticamente* sus formas originales y el sistema recupera toda su energía cinética original. Por ejemplo, dos esferas de acero o dos bolas de billar podrían tener un choque casi elástico, recuperando ambas la forma que tenían antes; es decir, no hay deformación permanente.

Choque inelástico: no se conserva la energía cinética total, pero sí la cantidad de movimiento

En un **choque inelástico** (figura 4.11b), *no* se conserva la energía cinética total. Por ejemplo, uno o más de los objetos que chocan podría no recuperar su forma original, o podría generarse calor por la fricción o sonido, y se pierde algo de energía cinética. Entonces,

K total antes = K total después

$$K_f < K_i \qquad \textit{(condición para un choque elástico)} \qquad (4.9)$$

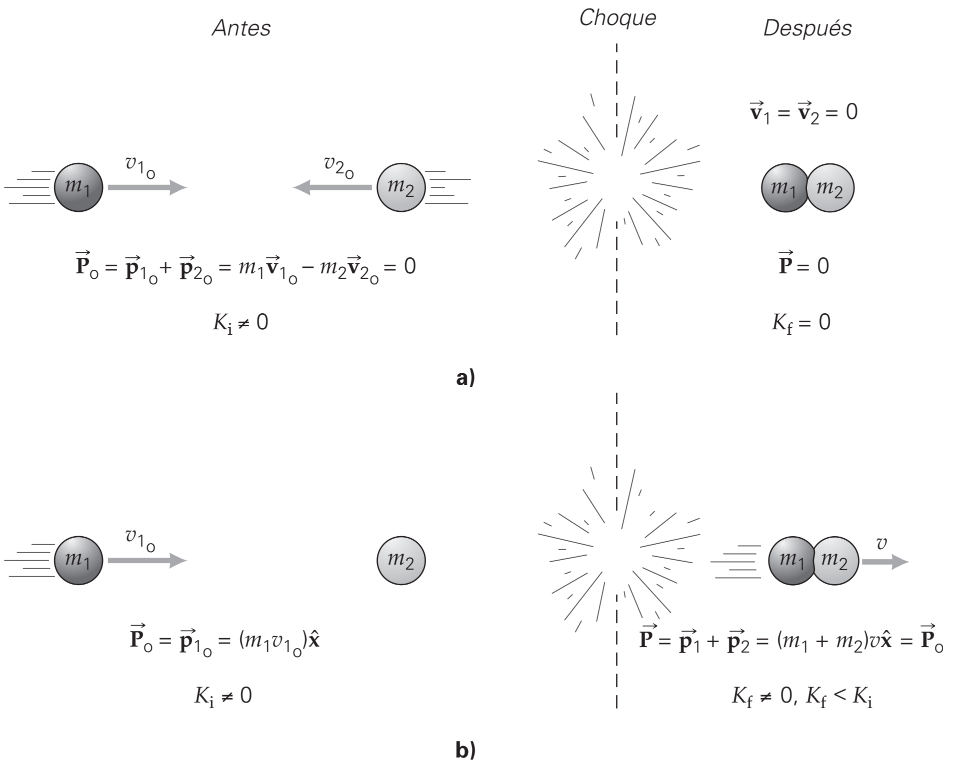
Nota: en realidad, sólo los átomos y las partículas subatómicas pueden tener choques verdaderamente elásticos, pero algunos objetos duros más grandes tienen choques casi elásticos, en los cuales aproximadamente se conserva la energía cinética.

Por ejemplo, una esfera hueca de aluminio que choca contra una esfera sólida de acero podría abollarse. Deformar permanentemente un objeto requiere trabajo, y ese trabajo se efectúa a expensas de la energía cinética original del sistema. Los choques cotidianos son inelásticos.

En sistemas aislados, se conserva la cantidad de movimiento, tanto en los choques elásticos como en los inelásticos. *En un choque inelástico, podría perderse sólo una cantidad de energía cinética congruente con la conservación de la cantidad de movimiento.* Quizá suene contradictorio que se pierda energía cinética y se conserve la cantidad de movimiento; pero es un caso más de la diferencia entre las cantidades escalares y vectoriales.

Cantidad de movimiento y energía en choques inelásticos

Para ver cómo la cantidad de movimiento puede mantenerse constante mientras cambia (disminuye) la energía cinética en los choques inelásticos, consideremos los ejemplos que se ilustran en la ▼figura 4.12. En la figura 4.12a, dos esferas de igual masas ($m_1 = m_2$) se acercan con velocidades iguales y opuestas ($v_{1_o} = v_{2_o}$). Por lo tanto, la cantidad de movimiento total antes del choque es (vectorialmente) cero, pero la energía cinética total (escalar) *no* es cero. Después del choque, las esferas se quedan pegadas y estacionarias, así que la cantidad de movimiento total no ha cambiado: sigue siendo cero. La cantidad de movimiento se conserva porque las fuerzas de choque son internas al sistema de las dos esferas; por lo tanto, no actúa una fuerza externa neta sobre el sistema. La energía cinética total, en cambio, se ha reducido a cero. En este caso, una parte de la energía cinética se invirtió en el trabajo efectuado para deformar permanentemente las esferas. Otra parte podría haberse invertido en efectuar trabajo



◀ **FIGURA 4.12** Choques inelásticos En los choques inelásticos, se conserva la cantidad de movimiento, pero no la energía cinética. Los choques como éstos, en los que los objetos se quedan pegados, se denominan *choques totalmente* (o *perfectamente*) *inelásticos*. El máximo de energía cinética perdida es congruente con la ley de conservación de la cantidad de movimiento.

contra la fricción (produciendo calor) o quizá se perdió de alguna otra manera (generando sonido, por ejemplo).

Note que las esferas no tienen que quedar pegadas después del choque. En un choque menos inelástico, las esferas podrían rebotar en direcciones opuestas con una merma en su rapidez, pero ambas seguirán teniendo la misma. La cantidad de movimiento se conservaría (seguiría siendo igual a cero; ¿por qué?). Sin embargo, una vez más, no se conservaría la energía cinética. En todas las condiciones, la cantidad de energía cinética perdida debe ser congruente con la conservación de la cantidad de movimiento.

En la figura 4.12b, una esfera está inicialmente en reposo mientras la otra se acerca. Las esferas quedan pegadas después del choque, pero en movimiento. Ambos casos son ejemplos de un **choque totalmente inelástico**, donde los objetos quedan pegados, de manera que ambos tienen la misma velocidad después de chocar. El acoplamiento de vagones de ferrocarril al chocar es un ejemplo práctico de un choque totalmente inelástico.

Supongamos que las esferas de la figura 4.12b tienen diferentes masas. Puesto que la cantidad de movimiento se conserva incluso en choques inelásticos,

$$\overset{\textit{antes}}{m_1 v_{1_o}} = \overset{\textit{después}}{(m_1 + m_2)v}$$

y

$$v = \left(\frac{m_1}{m_1 + m_2}\right) v_{1_o} \quad \textit{(}m_2 \textit{ inicialmente en reposo, sólo choque totalmente inelástico)} \tag{4.10}$$

Entonces, v es menor que v_{1_o}, ya que $m_1/(m_1 + m_2)$ debe ser menor que 1. Consideremos ahora cuánta energía cinética se ha perdido. Inicialmente, $K_i = \frac{1}{2} m_1 v_o^2$, al final, después del choque:

$$K_f = \tfrac{1}{2}(m_1 + m_2)v^2$$

Si sustituimos v de la ecuación 6.10 y simplificamos el resultado, obtenemos

$$K_f = \tfrac{1}{2}(m_1 + m_2)\left(\frac{m_1 v_{1_o}}{m_1 + m_2}\right)^2 = \frac{\frac{1}{2} m_1^2 v_{1_o}^2}{m_1 + m_2}$$

$$= \left(\frac{m_1}{m_1 + m_2}\right) \tfrac{1}{2} m_1 v_{1_o}^2 = \left(\frac{m_1}{m_1 + m_2}\right) K_i$$

y

$$\frac{K_f}{K_i} = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \quad \textit{(}m_2 \textit{ inicialmente en reposo, sólo choque totalmente inelástico)} \tag{4.11}$$

La ecuación 4.11 da la fracción de la energía cinética inicial, que queda en el sistema después de un choque totalmente inelástico. Por ejemplo, si las masas de las esferas son iguales ($m_1 = m_2$), entonces $m_1/(m_1 + m_2) = \frac{1}{2}$, y $K_f/K_i = \frac{1}{2}$, o $K_f = K_i/2$. Es decir, sólo se pierde la mitad de la energía cinética inicial.

Observe que, en este caso, no se puede perder toda la energía cinética, sean cuales fueren las masas de las esferas. La cantidad de movimiento total después del choque no puede ser cero, porque inicialmente no era cero. Por lo tanto, después del choque, las masas deberán estar en movimiento y deberán tener cierta energía cinética ($K_f \neq 0$). *En un choque totalmente inelástico, se pierde el máximo de energía cinética que es congruente con la conservación de la cantidad de movimiento.*

Ejemplo 4.9 ■ Pegadas: choque totalmente inelástico

Una esfera de 1.0 kg con una rapidez de 4.5 m/s golpea una esfera estacionaria de 2.0 kg. Si el choque es totalmente inelástico, *a*) ¿qué rapidez tienen las esferas después del choque? *b*) ¿Qué porcentaje de la energía cinética inicial tienen las esferas después del choque? *c*) Calcule la cantidad de movimiento total después del choque.

Razonamiento. Veamos el choque totalmente inelástico. Las esferas quedan pegadas después del choque; no se conserva la energía cinética, pero la cantidad de movimiento total sí.

Solución. Utilizamos el mismo desarrollo que en la explicación anterior, así que

Dado: $m_1 = 1.0$ kg
$m_2 = 2.0$ kg
$v_o = 4.5$ m/s

Encuentre: *a*) v (rapidez después del choque)
b) $\dfrac{K_f}{K_i}$ ($\times$ 100%)
c) $\vec{\mathbf{P}}_f$ (cantidad de movimiento total después del choque)

***a*)** Se conserva la cantidad de movimiento, así que

$$\vec{\mathbf{P}}_f = \vec{\mathbf{P}}_o \quad \text{o} \quad (m_1 + m_2)v = m_1 v_o$$

Las esferas quedan pegadas y tienen la misma rapidez después del choque. Esa rapidez es

$$v = \left(\frac{m_1}{m_1 + m_2}\right) v_o = \left(\frac{1.0 \text{ kg}}{1.0 \text{ kg} + 2.0 \text{ kg}}\right)(4.5 \text{ m/s}) = 1.5 \text{ m/s}$$

***b*)** La fracción de la energía cinética inicial que las esferas tienen después del choque totalmente inelástico está dada por la ecuación 4.11. Esa fracción, dada por las masas, es la misma que la de las rapideces (ecuación 4.10). Así escribimos

$$\frac{K_f}{K_i} = \frac{m_1}{m_1 + m_2} = \frac{1.0 \text{ kg}}{1.0 \text{ kg} + 2.0 \text{ kg}} = \frac{1}{3} = 0.33(\times 100\%) = 33\%$$

Mostremos explícitamente esta relación:

$$\frac{K_f}{K_i} = \frac{\frac{1}{2}(m_1 + m_2)v^2}{\frac{1}{2}m_1 v_o^2} = \frac{\frac{1}{2}(1.0 \text{ kg} + 2.0 \text{ kg})(1.5 \text{ m/s})^2}{\frac{1}{2}(1.0 \text{ kg})(4.5 \text{ m/s})^2} = 0.33 \ (= 33\%)$$

Hay que tener en cuenta que la ecuación 4.11 es válida *únicamente* para choques *totalmente* inelásticos, donde m_2 está en reposo al inicio. En otros tipos de choques, los valores inicial y final de la energía cinética se deben calcular explícitamente.

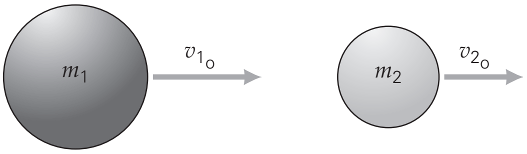
***c*)** La cantidad de movimiento total se conserva en todos los choques (si no hay fuerzas externas), así que la cantidad de movimiento total después del choque es la misma que antes. Ese valor es la cantidad de movimiento de la esfera incidente, cuya magnitud es

$$P_f = p_{1_o} = m_1 v_o = (1.0 \text{ kg})(4.5 \text{ m/s}) = 4.5 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

y tiene la misma dirección que la velocidad de la esfera incidente. También, como comprobación adicional,

$$P_f = (m_1 + m_2)v = 4.5 \text{ kg} \cdot \text{m/s}.$$

Ejercicio de refuerzo. Una pequeña esfera de metal duro con masa m choca contra una estacionaria mayor, con masa M, hecha de un metal blando. Se requiere una cantidad mínima de trabajo W para abollar la esfera mayor. Si la esfera menor tiene una energía cinética inicial $K = W$, ¿la mayor se abollará en un choque totalmente inelástico entre ambas?



▲ **FIGURA 4.13** Choque elástico
Dos objetos viajan antes de chocar con $v_{1_o} > v_{2_o}$. Véase el texto para la descripción.

Cantidad de movimiento y energía en choques elásticos

En los choques elásticos hay dos criterios de conservación: la conservación de la cantidad de movimiento (que es válida para choques tanto elásticos como inelásticos) y la conservación de la energía cinética (únicamente para choques elásticos). Es decir, en un choque elástico general entre dos objetos,

$$\text{Conservación de la cantidad de movimiento } \vec{\mathbf{P}}: \quad \overbrace{m_1\vec{\mathbf{v}}_{1_o} + m_2\vec{\mathbf{v}}_{2_o}}^{antes} = \overbrace{m_1\vec{\mathbf{v}}_1 + m_2\vec{\mathbf{v}}_2}^{después} \tag{4.12}$$

$$\text{Conservación de la energía cinética } K: \quad \tfrac{1}{2}m_1v_{1_o}^2 + \tfrac{1}{2}m_2v_{2_o}^2 = \tfrac{1}{2}m_1v_1^2 + \tfrac{1}{2}m_2v_2^2 \tag{4.13}$$

La ▲figura 4.13 ilustra dos objetos que viajan antes de un choque de frente, unidimensional, con $v_{1_o} > v_{2_o}$ (ambos en la dirección x positiva). Para esta situación de dos objetos, escribimos

$$\text{Cantidad de movimiento total:} \quad \overbrace{m_1v_{1_o} + m_2v_{2_o}}^{antes} = \overbrace{m_1v_1 + m_2v_2}^{después} \tag{1}$$

(donde los signos se utilizan para indicar las direcciones y las v indican magnitudes).

$$\text{Energía cinética:} \quad \tfrac{1}{2}m_1v_{1_o}^2 + \tfrac{1}{2}m_2v_{2_o}^2 = \tfrac{1}{2}m_1v_1^2 + \tfrac{1}{2}m_2v_2^2 \tag{2}$$

Si conocemos las masas y las velocidades iniciales de los objetos (lo cual por lo general es el caso), entonces hay dos cantidades desconocidas: las velocidades finales después del choque. Para calcularlas se resuelven simultáneamente las ecuaciones (1) y (2). Primero, la ecuación de conservación de la cantidad de movimiento se escribe como sigue:

$$m_1(v_{1_o} - v_1) = -m_2(v_{2_o} - v_2) \tag{3}$$

Luego, cancelando los términos $\frac{1}{2}$ en (2), reordenando y factorizando $[a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)]$:

$$m_1(v_{1_o} - v_1)(v_{1_o} + v_1) = -m_2(v_{2_o} - v_2)(v_{2_o} + v_2) \tag{4}$$

Al dividir la ecuación (4) entre (3), obtenemos:

$$v_{1_o} - v_{2_o} = -(v_1 - v_2) \tag{5}$$

Esta ecuación muestra que las magnitudes de las velocidades relativas antes y después del choque son iguales. Es decir, la rapidez relativa de acercamiento del objeto m_1 al objeto m_2 antes del choque es la misma que su rapidez relativa de alejamiento después del choque. (Véase la sección 1.4.) Tenga en cuenta que esta relación es independiente de los valores de las masas de los objetos, y es válida para cualquier combinación de masas siempre que el choque sea elástico y *unidimensional*.

De esta manera, al combinar las ecuaciones (5) y (3) para eliminar v_2 y obtener v_1 en términos de las dos velocidades iniciales,

$$v_1 = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)v_{1_o} + \left(\frac{2m_2}{m_1 + m_2}\right)v_{2_o} \tag{4.14}$$

Asimismo, al eliminar v_1 para calcular v_2,

$$v_2 = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2}\right)v_{1_o} - \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)v_{2_o} \tag{4.15}$$

Un objeto inicialmente en reposo

Para este caso especial y común, digamos con $v_{2_o} = 0$, tenemos sólo los primeros términos de las ecuaciones 4.14 y 4.15. Además, si $m_1 = m_2$, entonces $v_1 = 0$ y $v_2 = v_{1_o}$. Esto es, los objetos intercambian por completo cantidad de movimiento y energía cinética. El objeto que llega se detiene en el choque; mientras que el objeto originalmente estacionario comienza a moverse con la misma velocidad que la pelota que llega, evidentemente, conservando la cantidad de movimiento y la energía cinética del sistema. (Un ejemplo del mundo real que se asemeja a estas condiciones es el choque de frente de las bolas de billar.)

También es posible obtener algunas aproximaciones para casos especiales a partir de las ecuaciones para un objeto inicialmente en reposo (que se considera m_2):

$$\text{Para } m_1 \gg m_2 \text{ (pelota masiva que llega):} \qquad v_1 \approx v_{1_o} \qquad \text{y} \qquad v_2 \approx 2v_{1_o}$$

Esto es, el objeto masivo que llega, frena sólo levemente y el objeto ligero (menos masivo) sale despedido con una velocidad que es casi el doble de la velocidad inicial del objeto masivo. (Piense en una bola de bolos que golpea un pino.)

$$\text{Para } m_1 \ll m_2 \text{ (pelota ligera que llega):} \qquad v_1 \approx -v_{1_o} \qquad \text{y} \qquad v_2 \approx 0$$

Esto es, si un objeto ligero (de masa pequeña) choca elásticamente con un objeto masivo estacionario, este último permanece *casi* estacionario y el objeto ligero retrocede con aproximadamente la misma rapidez que llevaba antes del choque.

Ejemplo 4.10 ■ Choque elástico: conservación de cantidad de movimiento y energía cinética

Una bola de billar de 0.30 kg con una rapidez de 2.0 m/s en la dirección x positiva choca elásticamente de frente con una bola de billar estacionaria de 0.70 kg. ¿Cuáles son las velocidades de las bolas después del choque?

Razonamiento. La bola que llega es menos masiva que la estacionaria, de manera que esperaríamos que los objetos se separaran en direcciones opuestas después del choque, y la menos masiva retrocediera de la más masiva. Las ecuaciones 4.15 y 4.16 nos darán las velocidades, con $v_{2_o} = 0$.

Solución. Utilizamos la notación acostumbrada para escribir

Dado: $m_1 = 0.30$ kg y $v_{1_o} = 2.0$ m/s
$m_2 = 0.70$ kg y $v_{2_o} = 0$

Encuentre: v_1 y v_2

Las ecuaciones 6.13 y 6.14 nos dan directamente las velocidades después del choque:

$$v_1 = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)v_{1_o} = \left(\frac{0.30\text{ kg} - 0.70\text{ kg}}{0.30\text{ kg} + 0.70\text{ kg}}\right)(2.0\text{ m/s}) = -0.80\text{ m/s}$$

$$v_2 = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2}\right)v_{1_o} = \left[\frac{2(0.30\text{ kg})}{0.30\text{ kg} + 0.70\text{ kg}}\right](2.0\text{ m/s}) = 1.2\text{ m/s}$$

Ejercicio de refuerzo. ¿Qué separación tendrían los objetos 2.5 s después del choque?

Dos objetos que chocan, ambos inicialmente en movimiento

Veamos ahora algunos ejemplos donde se apliquen los términos de las ecuaciones 4.14 y 4.15.

Ejemplo 4.11 ■ Choques: alcance y encuentro

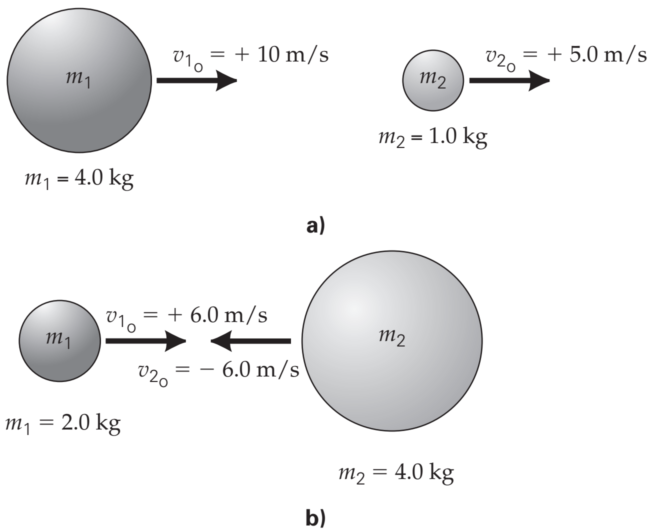
Las condiciones anteriores a la colisión para dos choques elásticos se ilustran en la ▸figura 4.14. ¿Cuáles son las velocidades finales en cada caso?

Razonamiento. Estas colisiones son aplicaciones directas de las ecuaciones 4.14 y 4.15. Note que en *a* el objeto de 4.0 kg alcanzará y chocará contra el objeto de 1.0 kg.

Solución. Se listan los datos de la figura considerando la dirección $+x$ hacia la derecha.

Dado: *a*) $m_1 = 4.0$ kg $\quad v_{1_o} = 10$ m/s
$m_2 = 1.0$ kg $\quad v_{2_o} = 5.0$ m/s
b) $m_1 = 2.0$ kg $\quad v_{1_o} = 6.0$ m/s
$m_2 = 4.0$ kg $\quad v_{2_o} = -6.0$ m/s

Encuentre: v_1 y v_2 (velocidades después del choque)



◀ **FIGURA 4.14** Choques: *a*) Alcance y *b*) encuentro Véase el ejemplo 4.11.

Entonces, al sustituir en las ecuaciones del choque,

a) Ecuación 4.14:

$$v_1 = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)v_{1_o} + \left(\frac{2m_2}{m_1 + m_2}\right)v_{2_o}$$

$$= \left(\frac{4.0\text{ kg} - 1.0\text{ kg}}{4.0\text{ kg} + 1.0\text{ kg}}\right)10\text{ m/s} + \left(\frac{2[1.0\text{ kg}]}{4.0\text{ kg} + 1.0\text{ kg}}\right)5.0\text{ m/s}$$

$$= \tfrac{3}{5}(10\text{ m/s}) + \tfrac{2}{5}(5.0\text{ m/s}) = 8.0\text{ m/s}$$

De manera similar, la ecuación 4.15 da:

$$v_2 = 13\text{ m/s}$$

Así, el objeto más masivo alcanza y choca contra el menos masivo, transfiriéndole cantidad de movimiento (incrementando su velocidad).

b) Al aplicar las ecuaciones del choque para esta situación, tenemos (ecuación 4.14):

$$v_1 = \left(\frac{2.0\text{ kg} - 4.0\text{ kg}}{2.0\text{ kg} + 4.0\text{ kg}}\right)6.0\text{ m/s} + \left(\frac{2[4.0\text{ kg}]}{2.0\text{ kg} + 4.0\text{ kg}}\right)(-6.0\text{ kg})$$

$$= -\left(\tfrac{1}{3}\right)6.0\text{ m/s} + \left(\tfrac{4}{3}\right)(-6.0\text{ m/s}) = -10\text{ m/s}$$

De forma similar, la ecuación 6.15 da

$$v_2 = 2.0\text{ m/s}$$

Aquí, el objeto menos masivo va en dirección contraria (negativa) después del choque, con una mayor cantidad de movimiento obtenida a partir del objeto más masivo.

Ejercicio de refuerzo. Demuestre que en los incisos *a* y *b* de este ejercicio, la cantidad de movimiento que gana un objeto es la misma que la que pierde el otro.

Ejemplo integrado 4.12 ■ Igual y opuesto

Dos pelotas de igual masa, con velocidades iguales pero opuestas, se aproximan entre sí para un choque de frente y elástico. *a*) Después del choque, las pelotas: 1) permanecen juntas, 2) estarán en reposo, 3) se moverán en la misma dirección o 4) retrocederán en direcciones opuestas. *b*) Demuestre su respuesta de manera explícita.

a) Razonamiento conceptual. Trace un boceto de la situación. Después, considerando las opciones, la número 1 se elimina porque si las pelotas permanecieran juntas, se trataría de un choque inelástico. Si ambas llegaran al reposo después del choque, se conservaría la cantidad de movimiento (¿por qué?), pero no la energía cinética; de manera que la opción 2 no es aplicable para una colisión elástica. Si ambas pelotas se movieran en la misma dirección después del choque, la cantidad de movimiento no se conservaría (cero antes, diferente de cero después). La respuesta correcta es la número 4. Ésta es la única opción en la cual se conservan la cantidad de movimiento y la energía cinética. Para mantener la cantidad de movimiento cero anterior al choque, los objetos tendrían que retroceder en direcciones opuestas con la misma rapidez que llevaban antes de chocar.

(continúa en la siguiente página)

b) Razonamiento cuantitativo y solución. Para demostrar de manera explícita que la opción 4 es correcta, se utilizarán las ecuaciones 4.13 y 4.14. Como no se dan valores numéricos, trabajaremos con símbolos.

Dado: $m_1 = m_2 = m$ (tomando m_1 como la pelota que viaja inicialmente en la dirección $+x$)
v_{1_o} y $-v_{2_o}$ (con igual rapidez)

Encuentre: v_1 y v_2

Luego, al sustituir en las ecuaciones 4.14 y 4.15, sin copiar éstas [véase el inciso *a* en el ejemplo 4.11],

$$v_1 = \left(\frac{0}{2m}\right)v_{1_o} + \left(\frac{2m}{2m}\right)(-v_{2_o}) = -v_{2_o}$$

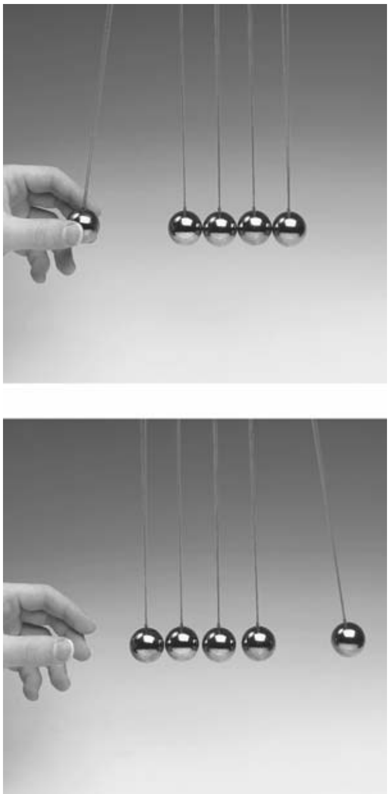
y

$$v_2 = \left(\frac{2m}{2m}\right)v_{1_o} + \left(\frac{0}{2m}\right)(-v_{2_o}) = v_{1_o}$$

A partir de los resultados, se observa que las pelotas retroceden en direcciones opuestas después del choque.

Ejercicio de refuerzo. Demuestre que la cantidad de movimiento y la energía cinética se conservan en este ejemplo.

Ejemplo conceptual 4.13 ■ ¿Llegan dos, sale una?



▲ **FIGURA 4.15** Llega una, sale una Véase el Ejemplo conceptual 4.13.

Un novedoso dispositivo de choque ◂figura 4.15 consiste en cinco esferas metálicas idénticas. Cuando una esfera se balancea, luego de múltiples choques, otra esfera sale despedida por el otro extremo de la hilera de esferas. Si se balancean dos esferas, saldrán dos en el otro extremo; si llegan tres, salen tres, etc.; siempre sale el mismo número que llega.

Suponga que dos esferas, cada una con masa m, llegan columpiándose con una velocidad v y chocan con la siguiente esfera. ¿Por qué no sale una sola esfera por el otro extremo con velocidad $2v$?

Razonamiento y respuesta. Los choques en la fila horizontal de esferas son aproximadamente elásticos. El caso en que llegan dos esferas y sale una sola con el doble de la velocidad no violaría la conservación de la cantidad de movimiento: $(2m)v = m(2v)$. Sin embargo, hay otra condición que debe cumplirse si suponemos choques elásticos: la conservación de la energía cinética. Veamos si tal condición se cumple en este caso:

$$\begin{aligned} &\textit{antes} \quad \textit{después} \\ K_i &= K_f \\ \tfrac{1}{2}(2m)v^2 &\stackrel{?}{=} \tfrac{1}{2}m(2v)^2 \\ mv^2 &\neq 2mv^2 \end{aligned}$$

Por lo tanto, la energía cinética *no* se conservaría si sucediera esto, y la ecuación nos está diciendo que esta situación infringe los principios establecidos de la física y no se da. La trasgresión es importante: sale más energía de la que entra.

Ejercicio de refuerzo. Supongamos que la primera esfera de masa m se sustituye por una esfera con masa $2m$. Si tiramos de esta esfera hacia atrás y luego la soltamos, cuántas esferas saldrán empujadas por el otro lado? [*Sugerencia:* piense en la situación análoga en la figura 4.14a y recuerde que las esferas de la fila están chocando. Podría ser conveniente considerarlas como separadas.]

4.5 Centro de masa

OBJETIVOS: *a*) Explicar el concepto de centro de masa y calcular su posición en sistemas sencillos y *b*) describir la relación entre el centro de masa y el centro de gravedad.

La conservación de la cantidad de movimiento total nos brinda un método para analizar un "sistema de partículas". Tal sistema sería prácticamente cualquier cosa; por ejemplo, un volumen de gas, agua en un recipiente o una pelota de béisbol. Otro concepto importante, el de centro de masa, nos permite analizar el movimiento global de un sistema de partículas. Ello implica representar todo el sistema como una sola partícula o masa puntual. Aquí haremos una introducción al concepto y lo aplicaremos con mayor detalle en los siguientes capítulos.

Ya vimos que si no hay una fuerza externa neta que actúe sobre una partícula, la cantidad de movimiento lineal de la partícula es constante. Asimismo, si no hay una fuerza externa neta que actúe sobre un *sistema* de partículas, la cantidad de movimiento lineal del sistema es constante. Esta similitud implica que un sistema de partículas podría representarse con una partícula individual *equivalente*. Los objetos rígidos en movimiento, como pelotas, automóviles, etc., son en esencia sistemas de partículas y pueden representarse eficazmente con partículas individuales equivalentes en un análisis de movimiento. Tal representación aprovecha el concepto de **centro de masa (CM)**:

> El centro de masa es el punto en que puede considerarse concentrada toda la masa de un objeto o sistema, únicamente en lo que se refiere a movimiento lineal o de traslación.

Incluso si un objeto rígido está girando, un resultado importante (cuya deducción rebasa el alcance de este libro) es que el centro de masa aún se mueve como si fuera una partícula (▼figura 4.16). Es común describir el centro de masa como el *punto de equilibrio* de un objeto sólido. Por ejemplo, si *equilibramos* un metro sobre un dedo, el centro de masa del metro estará situado directamente arriba del dedo, y parecerá como si toda la masa (o el peso) estuviera concentrado ahí.

Si usamos el centro de masa, aplicamos una expresión similar a la segunda ley de Newton para una sola partícula para analizar un *sistema*:

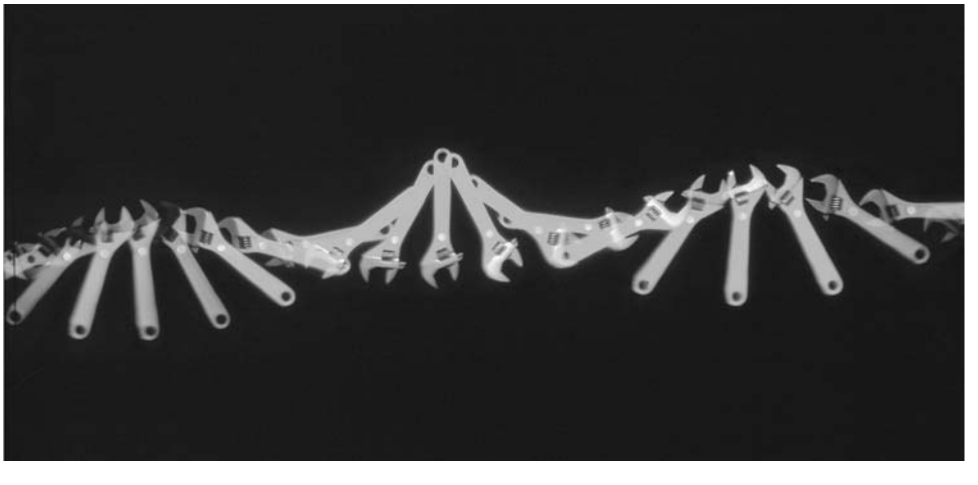
$$\vec{\mathbf{F}}_{\text{neta}} = M\vec{\mathbf{A}}_{\text{CM}} \tag{4.16}$$

Aquí, $\vec{\mathbf{F}}_{\text{neta}}$ es la fuerza *externa* neta que actúa sobre el sistema, M es la masa total del sistema, o la suma de las masas de las partículas del sistema ($M = m_1 + m_2 + m_3 + \cdots + m_n$, donde el sistema tiene n partículas), y $\vec{\mathbf{A}}_{\text{CM}}$ es la aceleración del centro de masa del sistema. En palabras, la ecuación 4.17 indica que el *centro de masa* de un sistema de partículas se mueve como si toda la masa del sistema estuviera concentrada ahí y la resultante de las fuerzas externas actuara sobre ese punto. La ecuación 4.16 *no* predice el movimiento de partes individuales del sistema.

De lo anterior se sigue que, *si la fuerza externa neta que actúa sobre un sistema es cero*, se conserva la cantidad de movimiento lineal total del centro de masa (es decir, se mantiene constante) porque

$$\vec{\mathbf{F}}_{\text{neta}} = M\vec{\mathbf{A}}_{\text{CM}} = M\left(\frac{\Delta\vec{\mathbf{V}}_{\text{CM}}}{\Delta t}\right) = \frac{\Delta(M\vec{\mathbf{V}}_{\text{CM}})}{\Delta t} = \frac{\Delta\vec{\mathbf{P}}}{\Delta t} = 0 \tag{4.17}$$

Entonces, $\Delta\vec{\mathbf{P}}/\Delta t = 0$, lo cual implica que no hay cambio en $\vec{\mathbf{P}}$ durante un tiempo Δt, es decir, que la cantidad de movimiento total del sistema, $\vec{\mathbf{P}} = M\vec{\mathbf{V}}_{\text{CM}}$, es constante (pero no necesariamente cero). Dado que M es constante (¿por qué?), $\vec{\mathbf{V}}_{\text{CM}}$ es constante en este caso. Por lo tanto, el centro de masa se mueve con velocidad constante, o bien, está en reposo.



◄ **FIGURA 4.16 Centro de masa** El centro de masa de esta llave inglesa que se desliza se mueve en línea recta como si fuera una partícula. Observe el punto blanco que indica el centro de masa de la llave.

Aunque es más fácil visualizar el centro de masa de un objeto sólido, el concepto es válido para cualquier sistema de partículas u objetos, incluso una cantidad de gas. Para un sistema de n partículas dispuestas en una dimensión sobre el eje x (▼figura 4.17), la ubicación del centro de masa está dada por

$$\vec{\mathbf{X}}_{\text{CM}} = \frac{m_1\vec{\mathbf{x}}_1 + m_2\vec{\mathbf{x}}_2 + m_3\vec{\mathbf{x}}_3 + \cdots + m_n\vec{\mathbf{x}}_n}{m_1 + m_2 + m_3 + \cdots + m_n} \tag{4.18}$$

Es decir, X_{CM} es la coordenada x del centro de masa de un sistema de partículas. En notación abreviada (empleando signos para indicar direcciones vectoriales en una dimensión), esta relación se expresa como

$$X_{\text{CM}} = \frac{\Sigma m_i x_i}{M} \tag{4.19}$$

donde Σ es la sumatoria de los productos $m_i x_i$ para n partículas ($i = 1, 2, 3, \ldots, n$). Si $\Sigma m_i x_i = 0$, entonces $X_{\text{CM}} = 0$, y el centro de masa del sistema unidimensional está situado en el origen.

Otras coordenadas del centro de masa del sistemas de partículas se definen de forma similar. Para una distribución bidimensional de masas, las coordenadas del centro de masa son (X_{CM}, Y_{CM}).

Ejemplo 4.14 ■ Determinación del centro de masa: un proceso de sumatoria

Tres masas, 2.0, 3.0 y 6.0 kg, están en las posiciones (3.0,0), (6.0, 0) y (−4.0,0), respectivamente, en metros respecto al origen (figura 4.17). ¿Dónde está el centro de masa de este sistema?

Razonamiento. Puesto que $y_i = 0$, evidentemente $Y_{\text{CM}} = 0$ y el CM está en algún lugar del eje x. Se dan las masas y las posiciones, así que usamos la ecuación 4.19 para calcular directamente X_{CM}. No obstante, hay que tener presente que las posiciones se ubican con desplazamientos vectoriales respecto al origen y se indican en una dimensión con el signo apropiado (+ o −).

Solución. Se listan los datos,

Dado: $m_1 = 2.0$ kg
$m_2 = 3.0$ kg
$m_3 = 6.0$ kg
$x_1 = 3.0$ m
$x_2 = 6.0$ m
$x_3 = -4.0$ m

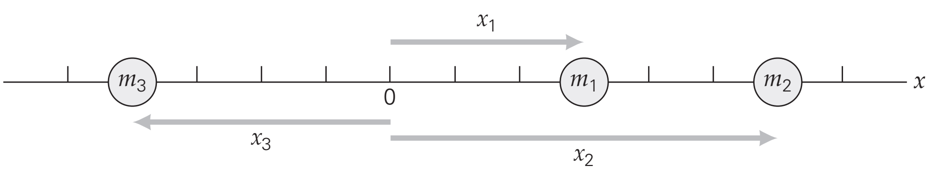
Encuentre: X_{CM} (coordenada del CM)

Entonces, basta efectuar la sumatoria indicada por la ecuación 4.19:

$$X_{\text{CM}} = \frac{\Sigma m_i x_i}{M} = \frac{(2.0\text{ kg})(3.0\text{ m}) + (3.0\text{ kg})(6.0\text{ m}) + (6.0\text{ kg})(-4.0\text{ m})}{2.0\text{ kg} + 3.0\text{ kg} + 6.0\text{ kg}} = 0$$

El centro de masa está en el origen.

Ejercicio de refuerzo. ¿En qué posición debería estar una cuarta masa de 8.0 adicional, de manera que el CM esté en $x = +1.0$ m?



▶ **FIGURA 4.17 Sistema de partículas en una dimensión** ¿Dónde está el centro de masa del sistema? Véase el ejemplo 4.14.

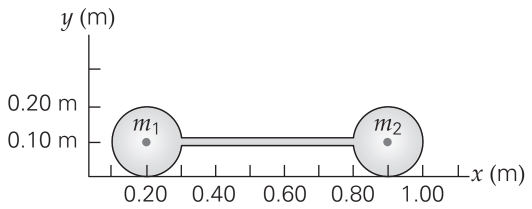


FIGURA 4.18 Ubicación del centro de masa Véase el ejemplo 4.15.

Ejemplo 4.15 ■ Una mancuerna: repaso del centro de masa

Una mancuerna (▲figura 4.18) tiene una barra conectada de masa insignificante. Determine la ubicación del centro de masa *a*) si m_1 y m_2 tienen una masa de 5.0 kg cada una, y *b*) si m_1 es de 5.0 kg y m_2 es de 10.0 kg.

Razonamiento. Este ejemplo muestra cómo la ubicación del centro de masa depende de la distribución de la masa. En el inciso *b*, se esperaría que el centro de masa esté más cerca del extremo más masivo de la mancuerna.

Solución. Hacemos una lista de los datos, con las coordenadas de la ecuación 4.19:

Dado: $x_1 = 0.20$ m
$x_2 = 0.90$ m
$y_1 = y_2 = 0.10$ m
a) $m_1 = m_2 = 5.0$ kg
b) $m_1 = 5.0$ kg
$m_2 = 10.0$ kg

Encuentre: *a*) (X_{CM}, Y_{CM}) (coordenadas del CM), con $m_1 = m_2$
b) (X_{CM}, Y_{CM}), con $m_1 \neq m_2$

Considere que cada masa es como una partícula situada en el centro de la esfera (su centro de masa).

***a*)** X_{CM} está dado por una suma de dos términos.

$$X_{CM} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$$
$$= \frac{(5.0\text{ kg})(0.20\text{ m}) + (5.0\text{ kg})(0.90\text{ m})}{5.0\text{ kg} + 5.0\text{ kg}} = 0.55\text{ m}$$

Asimismo, vemos que $Y_{CM} = 0.10$ m. (Esto tal vez fue muy evidente, ya que los dos centros de masa están a dicha altura.) El centro de masa de la mancuerna está situado entonces en $(X_{CM}, Y_{CM}) = (0.55\text{ m}, 0.10\text{ m})$, es decir, en el punto medio entre las dos masas.

***b*)** Con $m_2 = 10.0$ kg,

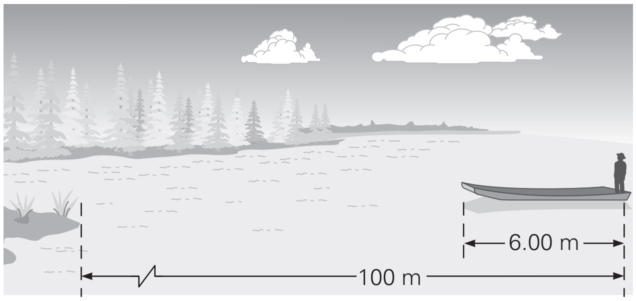
$$X_{CM} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$$
$$= \frac{(5.0\text{ kg})(0.20\text{ m}) + (10.0\text{ kg})(0.90\text{ m})}{5.0\text{ kg} + 10.0\text{ kg}} = 0.67\text{ m}$$

que queda a las dos terceras partes de la distancia entre las masas. (Observe que la distancia entre el CM y el centro de m_1 es $\Delta x = 0.67\text{ m} - 0.20\text{ m} = 0.47$ m. Dada la distancia $L = 0.70$ m entre los centros de las masas, $\Delta x/L = 0.47\text{ m}/0.70\text{ m} = 0.67$ o $\frac{2}{3}$.) Cabe esperar que en este caso el punto de equilibrio de la mancuerna esté más cerca de m_2. La coordenada y del centro de masa es, una vez más, $Y_{CM} = 0.10$ m, como puede comprobar el lector.

Ejercicio de refuerzo. En el inciso *b* de este ejemplo, coloque el origen de los ejes de coordenadas en el punto donde m_1 toca el eje x. ¿Qué coordenadas tiene el CM en este caso? Compare su ubicación con la que se obtuvo en este ejemplo

En el ejemplo 4.15, cuando cambió el valor de una de las masas, cambió la coordenada x del centro de masa. Quizás el lector esperaba que la coordenada y también cambiara. Sin embargo, los centros de las masas de los extremos siguieron estando a la misma altura, así que Y_{CM} no cambió. Si se quiere aumentar Y_{CM}, una de las masas de los extremos, o ambas, tendrían que estar en una posición más alta.

Veamos ahora cómo podemos aplicar el concepto de centro de masa a una situación realista.



▶ **FIGURA 4.19** Caminar hacia la orilla Véase el ejemplo 4.16.

Ejemplo integrado 4.16 ■ Movimiento interno: ¿dónde están el centro de masa y el hombre?

Un hombre de 75.0 kg está parado en el extremo lejano de una lancha de 50.0 kg, a 100 m de la orilla, como se muestra en la ▲figura 4.19. Si camina al otro extremo de la lancha, cuya longitud es de 6.00 m, *a*) ¿el CM 1) se mueve a la derecha, 2) se mueve a la izquierda o 3) permanece estacionario? Ignore la fricción y suponga que el CM de la lancha está en su punto medio. *b*) Después de caminar al otro extremo de la lancha, ¿a qué distancia estará de la orilla?

a) Razonamiento conceptual. Sin fuerza externa neta, la aceleración del centro de masa del sistema hombre-lancha es cero (ecuación 4.18), de manera que es la cantidad de movimiento total según la ecuación 4.17 ($\vec{\mathbf{P}} = M\vec{\mathbf{V}}_{CM} = 0$). Por lo tanto, la velocidad del centro de masa del sistema es cero, o el centro de masa es estacionario y permanece así para conservar la cantidad de movimiento del sistema; es decir, X_{CM} (inicial) = X_{CM} (final), de manera que la respuesta es 3.

b) Razonamiento cuantitativo y solución. La respuesta no es $100\text{ m} - 6.00\text{ m} = 94.0\text{ m}$, porque la lancha se mueve conforme el hombre camina. ¿Por qué? Las posiciones de las masas del hombre y de la lancha determinan la ubicación del CM del sistema, tanto antes como después de que el hombre camine. Puesto que el CM no se mueve, sabemos que $X_{CM} = X_{CM}$. Usando este hecho y calculando el valor de X_{CM}, este valor se utiliza para encontrar X_{CM}, el cual contendrá la incógnita que estamos buscando.

Tomando la orilla como origen ($x = 0$), tenemos

Dado: $m_m = 75.0\text{ kg}$
$x_{m_i} = 100\text{ m}$
$m_b = 50.0\text{ kg}$
$x_{b_i} = 94.0\text{ m} + 3.00\text{ m} = 97.0\text{ m}$ (posición del CM de la lancha)

Encuentre: x_{m_f} (distancia entre el hombre y la orilla)

Tenga en cuenta que si la posición final del hombre está a una distancia x_{mf} de la orilla, la posición final del centro de masa de la lancha será $x_{bf} = x_{mf} + 3.00\text{ m}$, pues el hombre estará al frente de la lancha, a 3.00 m de su CM, aunque del otro lado.

Entonces, en un principio,

$$X_{CM_i} = \frac{m_m x_{m_i} + m_b x_{b_i}}{m_m + m_b}$$

$$= \frac{(75.0\text{ kg})(100\text{ m}) + (50.0\text{ kg})(97.0\text{ m})}{75.0\text{ kg} + 50.0\text{ kg}} = 98.8\text{ m}$$

Y, al final, el cm debe estar en la misma posición, pues $V_{CM} = 0$. De la ecuación 4.19 tenemos

$$X_{CM_f} = \frac{m_m x_{m_f} + m_b x_{b_f}}{m_m + m_b}$$

$$= \frac{(75.0\text{ kg})x_{m_f} + (50.0\text{ kg})(x_{m_f} + 3.00\text{ m})}{75.0\text{ kg} + 50.0\text{ kg}} = 98.8\text{ m}$$

Aquí, $X_{CM_f} = 98.8\text{ m} = X_{CM_i}$, ya que el CM no se mueve. Ahora despejamos x_{m_f}, para obtener

$$(125\text{ kg})(98.8\text{ m}) = (125\text{ kg})x_{m_f} + (50.0\text{ kg})(3.00\text{ m})$$

y

$$x_{m_f} = 97.6\text{ m}$$

de la orilla.

Ejercicio de refuerzo. Suponga que el hombre vuelve a su posición original en el extremo opuesto de la lancha. ¿Estaría entonces otra vez a 100 m de la orilla?

Centro de gravedad

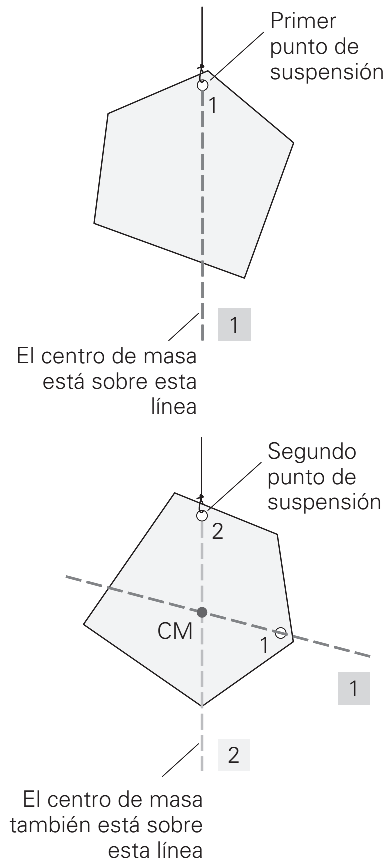
Como sabemos, hay una relación entre la masa y el peso. Un concepto íntimamente relacionado con el de centro de masa es el de **centro de gravedad (CG)**, el punto en el que puede considerarse que está concentrado todo el peso de un objeto, cuando éste se representa como partícula. Si la aceleración debida a la gravedad es constante tanto en magnitud como en dirección en toda la extensión del objeto, la ecuación 4.20 se rescribe como (con todas las $g_i = g$):

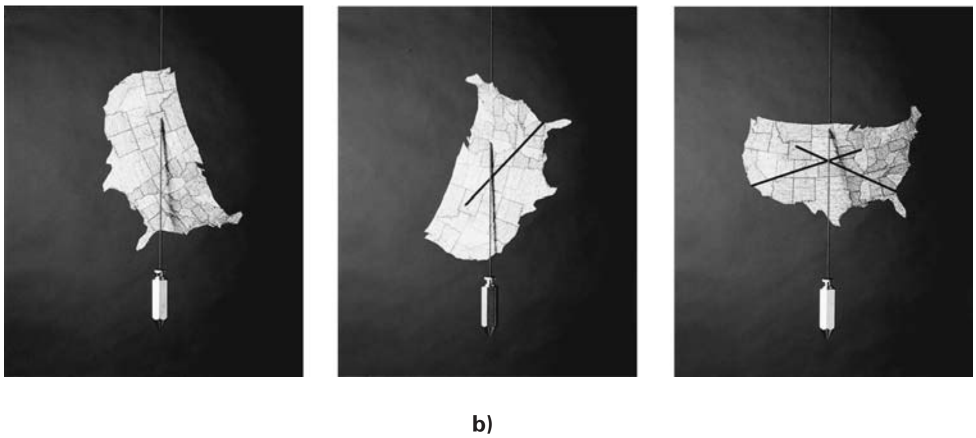
$$MgX_{CM} = \sum m_i g x_i \qquad (4.20)$$

Entonces, el peso Mg del objeto actúa como si su masa estuviera concentrada en X_{CM}, y coinciden el centro de masa y el centro de gravedad. Como quizás usted haya notado, la ubicación del centro de gravedad estaba implícita en algunas figuras anteriores del capítulo 2, donde dibujamos las flechas vectoriales para el peso ($w = mg$) desde el centro del objeto o un punto cercano a tal centro. En la práctica, se considera que el centro de gravedad coincide con el centro de masa. Es decir, la aceleración debida a la gravedad es constante para todas las partes del objeto. (Observe la g constante en la ecuación 4.20.) Habría una diferencia en la ubicación de los dos puntos si un objeto fuera tan grande que la aceleración debida a la gravedad fuera diferente en distintas partes del objeto.

En algunos casos, podemos encontrar el centro de masa o el centro de gravedad de un objeto por simetría. Por ejemplo, si el objeto es esférico y homogéneo (es decir, la masa está distribuida de forma homogénea en todas las partes), el centro de masa está en el centro geométrico (o centro de simetría). En el ejemplo 4.15a, donde las masas en los extremos de la mancuerna eran iguales, tal vez era evidente que el centro de masa estaba en el punto medio entre ambas.

La ubicación del centro de masa o de gravedad de un objeto con forma irregular no es tan notoria y suele ser difícil de calcular (incluso con métodos matemáticos avanzados que están más allá del alcance de este libro). En algunos casos, el centro de masa se puede localizar experimentalmente. Por ejemplo, el centro de masa de un objeto plano con forma irregular se determina experimentalmente suspendiéndolo libremente de diferentes puntos (▼figura 4.20). Casi de inmediato vemos de que el centro de



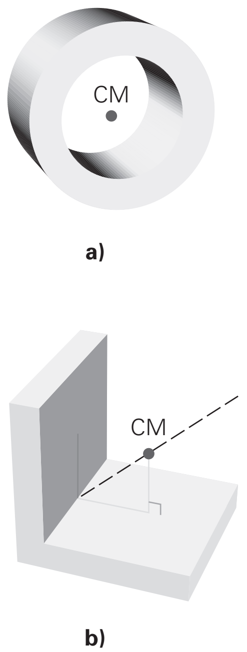


▲ **FIGURA 4.20 Localizador del centro de masa por suspensión** ***a)*** El centro de masa de un objeto plano de forma irregular se puede encontrar suspendiendo el objeto de dos o más puntos. El CM (al igual que el CG) está sobre una línea vertical bajo cualquier punto de suspensión, así que la intersección de dos líneas semejantes marca su ubicación en un punto intermedio del grosor del objeto. La lámina podría equilibrarse horizontalmente en ese punto. ¿Por qué? ***b)*** Ilustramos el proceso con un mapa de Estados Unidos recortado de una cartulina. Vemos que una línea de plomada desde cualquier otro punto (tercera foto) sí pasa por el CM determinado en las primeras dos fotografías.

masa (o el centro de gravedad) siempre queda verticalmente abajo del punto de suspensión. Como el centro de masa se define como el punto donde puede concentrarse toda la masa de un cuerpo, ello es semejante a una partícula de masa suspendida de un hilo. Si suspendemos el objeto de dos o más puntos y marcamos las líneas verticales en las que debe estar el centro de masa, encontraremos el centro de masa en la intersección de las líneas.

El centro de masa (o centro de gravedad) de un objeto puede estar fuera del cuerpo del objeto (◂figura 4.21). Por ejemplo, el centro de masa de un anillo homogéneo está en el centro del anillo. La masa de cualquier sección del anillo se compensa con la masa de una sección equivalente diametralmente opuesta; por simetría, el centro de masa está en el centro del anillo. En el caso de un objeto con forma de L cuyos brazos sean iguales en masa y longitud, el centro de masa está sobre una línea que forma un ángulo de 45° con ambos brazos. Es fácil determinar su ubicación suspendiendo la L desde un punto en uno de los brazos y observando dónde una línea vertical desde ese punto interseca la línea diagonal.

En el salto de altura la ubicación del centro de gravedad es muy importante. El salto eleva el CG, lo cual requiere energía, y cuanto más alto sea el salto se necesitará más energía. Por lo tanto, un participante de salto de altura quiere librar la barra manteniendo bajo su CG. Un saltador intentará mantener su CG tan cerca de la barra como sea posible cuando pasa sobre ella. Con la técnica “Fosbury flop”, que se hizo famosa por Dick Fosbury en los Juegos Olímpicos de 1968, el atleta arquea la espalda sobre la barra (◂figura 4.22). Con las piernas, la cabeza y los brazos debajo de la barra, el CG es más bajo que con el estilo “loyout”, en que el cuerpo está casi paralelo al suelo cuando pasa por la barra. Con el “flop”, un saltador puede lograr que su CG (que está afuera de su cuerpo) quede debajo de la barra.



▲ **FIGURA 4.21** El centro de masa podría estar fuera del cuerpo
El centro de masa (y el de gravedad) puede estar dentro o fuera del cuerpo, dependiendo de la distribución de la masa del objeto. ***a)*** En el caso de un anillo uniforme, el centro de masa está en el centro del anillo. ***b)*** En el caso de un objeto con forma de L, si la distribución de masa es uniforme y los brazos tienen la misma longitud, el centro de masa está en la diagonal entre los brazos.

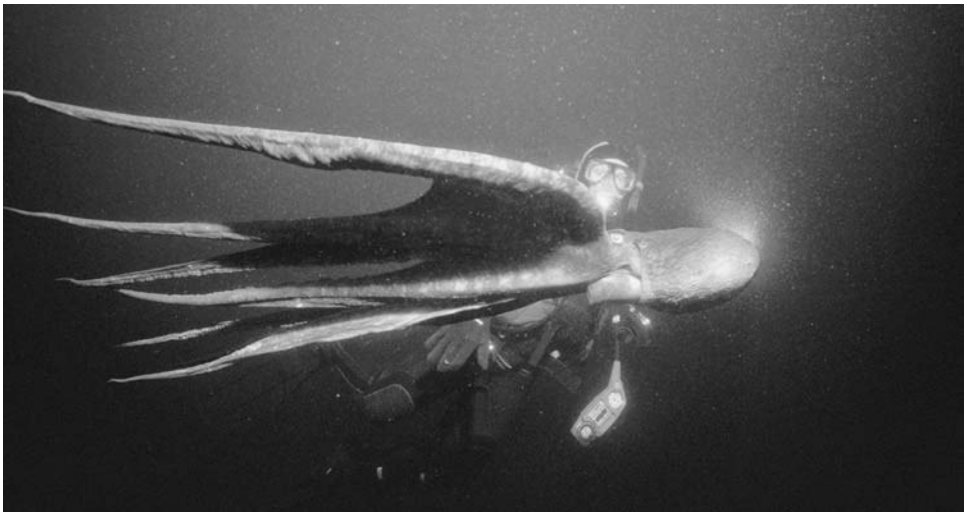
▼ **FIGURA 4.22** Centro de gravedad
Al arquear su cuerpo, este atleta pasa sobre la barra, aunque su centro de gravedad pase debajo de ella. Véase el texto para la descripción.

4.6 Propulsión a chorro y cohetes

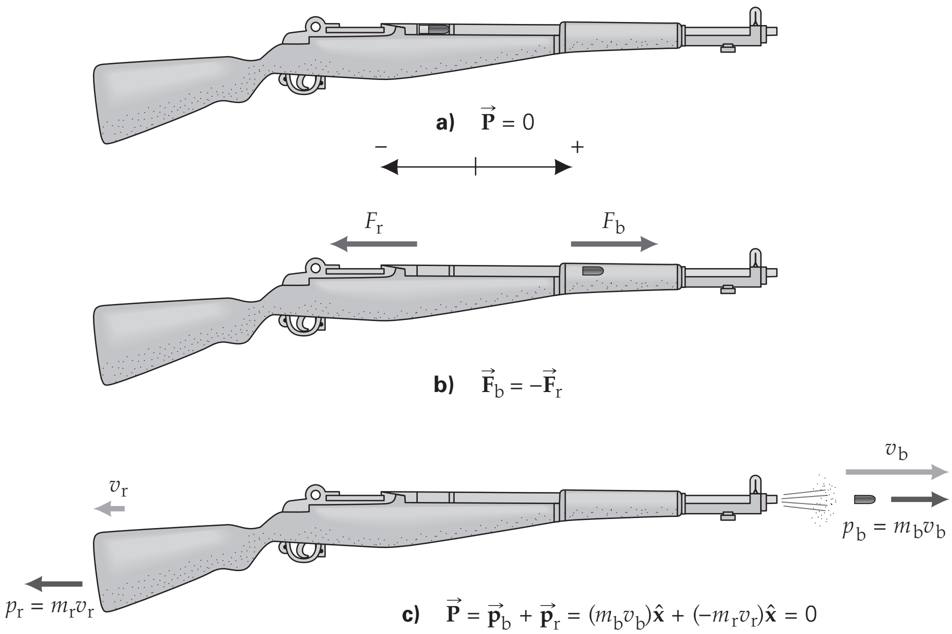
OBJETIVO: Aplicar la conservación de la cantidad de movimiento para explicar la propulsión a chorro y el funcionamiento de los cohetes.

La palabra *chorro* por lo general se refiere a una corriente de líquido o gas que se emite con alta velocidad, por ejemplo, el chorro de agua de una fuente o un chorro de aire que sale del neumático de un automóvil. La **propulsión a chorro** es la aplicación de tales chorros a la producción de movimiento. Este concepto suele hacernos pensar en aviones y cohetes, pero los calamares y pulpos se impulsan lanzando chorros de agua.

Seguramente el lector habrá probado una aplicación sencilla: inflar un globo y luego soltarlo. Al carecer de un sistema guiador y de un sistema rígido de escape, el globo sigue una trayectoria zigzagueante, impulsado por el aire que escapa. En términos de la tercera ley de Newton, el aire es expulsado por la contracción del globo estirado, es decir, el globo ejerce una fuerza sobre el aire. Por lo tanto, el aire deberá ejercer una fuerza de reacción igual y opuesta sobre el globo. Ésta es la fuerza que impulsa al globo por su irregular trayectoria.



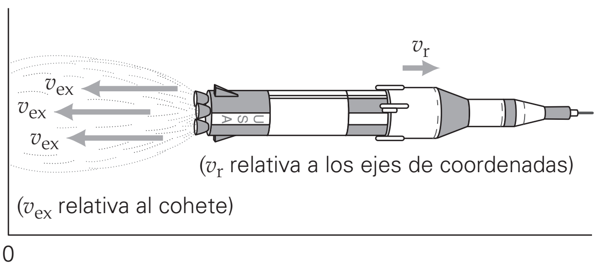
▶ **FIGURA 4.23** Propulsión a chorro
Los calamares y los pulpos se impulsan lanzando chorros de agua. Aquí vemos impulsándose a un calamar gigante.



◀ **FIGURA 4.24 Conservación de la cantidad de movimiento** ***a)*** Antes del disparo, la cantidad de movimiento total del rifle y la bala (como sistema aislado) es cero. ***b)*** Durante el disparo, surgen fuerzas internas iguales y opuestas, y la cantidad de movimiento instantánea total del sistema rifle-bala sigue siendo cero (si no consideramos las fuerzas externas, como las que surgen cuando alguien sostiene el rifle). ***c)*** Cuando la bala sale por el cañón, la cantidad de movimiento total del sistema sigue siendo cero. (Hemos escrito la ecuación vectorial primero en notación de negritas y luego en notación de signo-magnitud, para indicar las direcciones.)

La propulsión a chorro se explica por la tercera ley de Newton y, en ausencia de fuerzas externas, también por la conservación de la cantidad de movimiento. Es más fácil entender este concepto si se considera el culatazo de un rifle, tomando el rifle y la bala como un sistema aislado (▲figura 4.24). En un principio, la cantidad de movimiento total de este sistema es cero. Cuando se dispara el rifle (por control remoto, para evitar fuerzas externas), la expansión de los gases —al hacer explosión la carga— acelera la bala por el cañón. Estos gases también empujan al rifle hacia atrás y producen una fuerza de retroceso (el culatazo que experimenta la persona que dispara un arma). Puesto que la cantidad de movimiento inicial del sistema es cero y la fuerza de los gases en expansión es una fuerza interna, las cantidades de movimiento de la bala y el rifle deben ser exactamente iguales y opuestas en todo momento. Una vez que la bala sale del cañón, deja de haber fuerza propulsora, así que la bala y el rifle se mueven con velocidades constantes (a menos que sobre ellos actúe una fuerza externa neta como la gravedad o la resistencia del aire).

Asimismo, el empuje de un cohete surge de la expulsión de los gases producidos por la quema del combustible, en la parte de atrás del cohete. La expansión del gas ejerce una fuerza sobre el cohete que lo empuja hacia adelante (▼figura 4.25). El cohete



a)

b)

c)

▲ **FIGURA 4.25 Propulsión a chorro y reducción de masa** ***a)*** Un cohete que quema combustible pierde masa continuamente, por lo que cada vez es más fácil acelerarlo. La fuerza resultante sobre el cohete (el empuje) depende del producto de la razón de cambio de su masa con respecto al tiempo y la velocidad de los gases de escape: $(\Delta m/\Delta t)\vec{\mathbf{v}}_{ex}$. Puesto que la masa está disminuyendo, $\Delta m/\Delta t$ es negativa y el empuje $\vec{\mathbf{v}}_{ex}$ es opuesto. ***b)*** El transbordador espacial utiliza un cohete de múltiples etapas. Ambos cohetes impulsores y el enorme tanque de combustible externo se desechan durante el vuelo. ***c)*** La primera y segunda etapas de un cohete *Saturn V* se separan después de 148 s de tiempo de combustión.

ejerce una fuerza de reacción sobre los gases, que salen por el conducto de escape. Si el cohete está en reposo cuando se encienden los motores y no hay fuerzas externas (como en el espacio exterior, donde la fricción es cero y las fuerzas gravitacionales son insignificantes), la cantidad de movimiento instantánea del gas de escape será igual y opuesta a la del cohete. Las numerosas moléculas de gas de escape tienen masa pequeña y alta velocidad, por lo que el cohete tiene una masa mucho mayor y una velocidad menor.

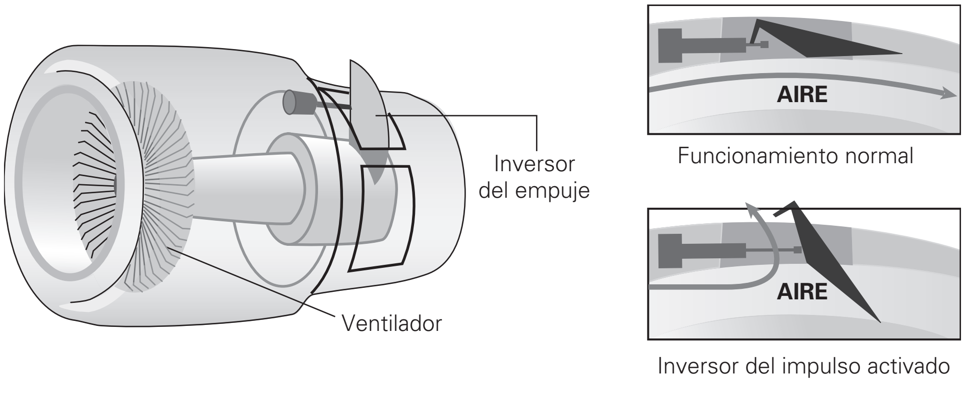
A diferencia de un rifle que dispara una sola bala, cuya masa es insignificante, un cohete pierde masa continuamente al quemar combustible. (El cohete se parece más a una ametralladora.) Por lo tanto, el cohete es un sistema cuya masa no es constante. Al disminuir la masa del cohete, es más fácil acelerarlo. Los cohetes de varias etapas aprovechan esta situación. El casco de una etapa que se ha quedado sin combustible se desecha para reducir aún más la masa que sigue en vuelo (figura 4.25c). La carga útil con frecuencia es una parte muy pequeña de la masa inicial de los cohetes empleados en vuelos espaciales.

Supongamos que el objetivo de un vuelo espacial es colocar una carga útil en la superficie de la Luna. En algún punto del viaje, la atracción gravitacional de la Luna será mayor que la de la Tierra, y la nave acelerará hacia la Luna. Es conveniente descender suavemente a la superficie, por lo que la nave se deberá frenar lo suficiente como para entrar en órbita alrededor de la Luna o descender en ésta. Tal frenado se logra utilizando los motores del cohete para aplicar un empuje en reversa, o empuje de frenado. La nave efectuará una maniobra de 180° para dar la vuelta, algo que es muy fácil en el espacio. Luego se encienden los motores del cohete, expulsando sus gases hacia la Luna para frenar la nave. Aquí la fuerza de los cohetes es opuesta a su velocidad.

El lector habrá experimentado un efecto de empuje en reversa si ha volado en un avión comercial a reacción. En este caso, sin embargo, no se da vuelta al avión. Después de tocar tierra, los motores se revolucionan, y se puede sentir una acción de frenado. Por lo general, al revolucionarse los motores el avión experimenta una aceleración hacia adelante. Se logra un empuje en reversa activando inversores del empuje en los motores para desviar los gases de escape hacia adelante (▼figura 4.26). Los gases experimentan una fuerza de impulso y un cambio de cantidad de movimiento en la dirección hacia adelante (véase la figura 4.3b); los motores y el avión sufren un cambio de cantidad de movimiento igual y opuesto, bajo la acción del impulso de frenado.

Pregunta: no hay necesidad de ejercicios para el material cubierto en esta sección, pero el lector puede probar sus conocimientos con esta pregunta. Los astronautas usan pequeños cohetes que sostienen con la mano para desplazarse durante sus caminatas espaciales. Describa el uso de estos dispositivos para maniobrar. ¿Es peligrosa una caminata espacial sin correa de sujeción a la nave?

▼ **FIGURA 4.26 Empuje en reversa** Durante el aterrizaje de aviones a reacción, se activan inversores del empuje en los motores que ayudan a frenar el avión. El gas experimenta una fuerza de impulso y un cambio de cantidad de movimiento en la dirección hacia adelante; el avión experimenta un cambio de cantidad de movimiento igual y opuesto, así como una fuerza de impulso de frenado.



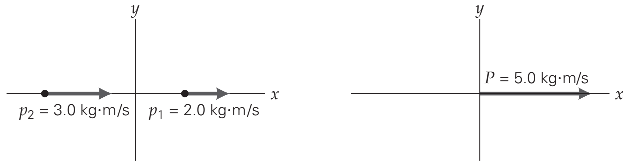
Repaso del capítulo

- La **cantidad de movimiento lineal** ($\vec{\mathbf{p}}$) de una partícula es un vector y se define como el producto de la masa y la velocidad.

$$\vec{\mathbf{p}} = m\vec{\mathbf{v}} \tag{4.1}$$

- La **cantidad de movimiento lineal total** ($\vec{\mathbf{P}}$) de un sistema es la suma vectorial de las cantidades de movimiento de las partículas individuales:

$$\vec{\mathbf{P}} = \vec{\mathbf{p}}_1 + \vec{\mathbf{p}}_2 + \vec{\mathbf{p}}_3 + \cdots = \Sigma\vec{\mathbf{p}}_i \tag{4.2}$$



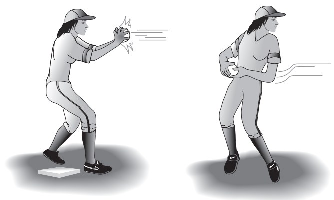
Cantidades de movimiento individuales — Cantidades de movimiento total del sistema

- **Segunda ley de Newton en términos de cantidad de movimiento (para una partícula):**

$$\vec{\mathbf{F}}_{\text{neta}} = \frac{\Delta\vec{\mathbf{p}}}{\Delta t} \tag{4.3}$$

- El **teorema impulso-cantidad de movimiento** relaciona el impulso que actúa sobre un objeto, con el cambio en su cantidad de movimiento:

$$\text{Impulso} = \vec{\mathbf{F}}_{\text{prom}}\Delta t = \Delta\vec{\mathbf{p}}_{\text{o}} = m\vec{\mathbf{v}} - m\vec{\mathbf{v}}_{\text{o}} \tag{4.5}$$



- **Conservación de la cantidad de movimiento lineal:** En ausencia de una fuerza externa neta, se conserva la cantidad de movimiento lineal total de un sistema.

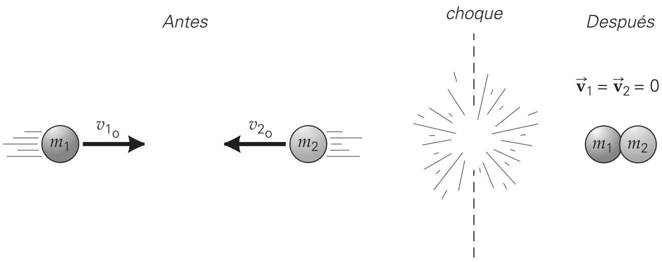
$$\vec{\mathbf{P}} = \vec{\mathbf{P}}_{\text{o}} \tag{4.7}$$

- **En un choque elástico, se conserva la energía cinética total del sistema**.
- **La cantidad de movimiento se conserva tanto en los choques elásticos como en los inelásticos**. En un choque totalmente inelástico, los objetos quedan pegados después del impacto.
- **Condiciones para un choque elástico:**

$$\vec{\mathbf{P}}_{\text{f}} = \vec{\mathbf{P}}_{\text{i}}$$
$$K_{\text{f}} = K_{\text{i}} \tag{4.8}$$

- **Condiciones para un choque inelástico:**

$$\vec{\mathbf{P}}_{\text{f}} = \vec{\mathbf{P}}_{\text{i}}$$
$$K_{\text{f}} < K_{\text{i}} \tag{4.9}$$



- **Velocidad final en un choque completamente inelástico de frente entre dos cuerpos** ($v_{2_o} = 0$)

$$v = \left(\frac{m_1}{m_1 + m_2}\right)v_{1_o} \tag{4.10}$$

- **Cociente de energías cinéticas en choques completamente inelásticos de frente de frente entre dos cuerpos** ($v_{2_o} = 0$)

$$\frac{K_{\text{f}}}{K_{\text{i}}} = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \tag{4.11}$$

- **Velocidades finales en choques elásticos de frente entre dos cuerpos**

$$v_1 = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)v_{1_o} + \left(\frac{2m_2}{m_1 + m_2}\right)v_{2_o} \tag{4.14}$$

$$v_2 = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2}\right)v_{1_o} - \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)v_{2_o} \tag{4.15}$$

- El **centro de masa** es el punto donde puede concentrarse toda la masa de un objeto o sistema. El centro de masa no necesariamente está dentro de un objeto. (El **centro de gravedad** es el punto en el que puede concentrarse todo el peso.)

- **Coordenadas del centro de masa** (empleando signos para indicar direcciones):

$$X_{\text{CM}} = \frac{\Sigma\, m_i x_i}{M} \tag{4.19}$$

Ejercicios

Los ejercicios designados **OM** *son preguntas de opción múltiple; los* **PC** *son preguntas conceptuales; y los* **EI** *son ejercicios integrados. A lo largo del texto, muchas secciones de ejercicios incluirán ejercicios "apareados". Estos pares de ejercicios, que se identifican con* <u>*números subrayados*</u>*, pretenden ayudar al lector a resolver problemas y aprender. La respuesta a los ejercicios de número impar se da al final del libro.*

4.1 Cantidad de movimiento lineal

1. **OM** Las unidades de la cantidad de movimiento lineal son *a*) N/m, *b*) kg · m/s, *c*) N/s o *d*) todas las anteriores.

2. **OM** La cantidad de movimiento lineal *a*) siempre se conserva, *b*) es una cantidad escalar, *c*) es una cantidad vectorial o *d*) no está relacionada con la fuerza.

3. **OM** Una fuerza neta que actúa sobre un objeto provoca *a*) una aceleración, *b*) un cambio en la cantidad de movimiento, *c*) un cambio en la velocidad, *d*) todas las opciones anteriores.

4. **PC** ¿Un corredor rápido de fútbol americano siempre tiene más cantidad de movimiento lineal que un hombre de línea, más masivo pero más lento? Explique.

5. PC Si dos objetos tienen la misma cantidad de movimiento, ¿necesariamente tendrán la misma energía cinética? Explique.

6. PC Si dos objetos tienen la misma energía cinética, ¿necesariamente tendrán la misma cantidad de movimiento? Explique.

7. ● Si una mujer de 60 kg viaja en un automóvil que se mueve a 90 km/h, ¿qué cantidad de movimiento lineal tiene relativa a *a*) el suelo y *b*) el automóvil?

8. ● La cantidad de movimiento lineal de un corredor en los 100 metros planos es de 7.5×10^2 kg · m/s. Si la rapidez del corredor es de 10 m/s, ¿qué masa tiene?

9. ● Calcule la magnitud de la cantidad de movimiento lineal de *a*) una bola de bolos de 7.1 kg que viaja a 12 m/s y *b*) una automóvil de 1200 kg que viaja a 90 km/h.

10. ● En fútbol americano, un hombre de línea casi siempre tiene más masa que un corredor. *a*) ¿Un hombre de línea siempre tendrá mayor cantidad de movimiento lineal que un corredor? ¿Por qué? *b*) ¿Quién tiene mayor cantidad de movimiento lineal, un corredor de 75 kg que corre a 8.5 m/s o un hombre de línea de 120 kg que corre a 5.0 m/s?

11. ● ¿Con qué rapidez viajará un automóvil de 1200 kg si tiene la misma cantidad de movimiento lineal que una camioneta de 1500 kg que viaja a 90 km/h?

12. ●● Una pelota de béisbol de 0.150 kg que viaja con una rapidez horizontal de 4.50 m/s es golpeada por un bate y luego se mueve con una rapidez de 34.7 m/s en la dirección opuesta. ¿Qué cambio sufrió su cantidad de movimiento?

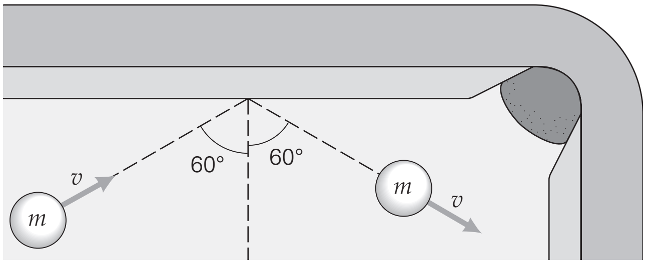
13. ●● Una bala de caucho de 15.0 g golpea una pared con una rapidez de 150 m/s. Si la bala rebota directamente con una rapidez de 120 m/s, ¿cómo cambió su cantidad de movimiento?

14. **EI** ●● Dos protones se acercan entre sí con diferente rapidez. *a*) ¿La magnitud de la cantidad de movimiento total del sistema de los dos protones será 1) mayor que la magnitud de la cantidad de movimiento de cualquiera de los protones, 2) igual a la diferencia de las magnitudes de las cantidades de movimiento de los dos protones o 3) igual a la suma de las magnitudes de las cantidades de movimiento de los dos protones? ¿Por qué? *b*) Si las rapideces de los dos protones son 340 y 450 m/s, respectivamente, ¿qué cantidad de movimiento total tiene el sistema de los dos protones? [*Sugerencia:* busque la masa de un protón en una de las tablas de las guardas de este libro.]

15. ●● Tomando como densidad del aire 1.29 kg/m^3, ¿qué magnitud tiene la cantidad de movimiento lineal de un metro cúbico de aire que se mueve con una rapidez de *a*) 36 km/h y *b*) 74 mi/h (la rapidez que alcanza el viento cuando una tormenta tropical se convierte en un huracán)?

16. ●● Dos corredores cuyas masas son 70 y 60 kg, respectivamente, tienen una cantidad de movimiento lineal total de 350 kg · m/s. El corredor más masivo se mueve a 2.0 m/s. Calcule las magnitudes que podría tener la velocidad del corredor más ligero.

17. ●● Una bola de billar de 0.20 kg que viaja con una rapidez de 15 m/s golpea el borde de una mesa de billar con un ángulo de 60° (▸figura 4.27). Si la bola rebota con los mismos rapidez y ángulo, ¿qué cambio sufre su cantidad de movimiento?



▲ **FIGURA 4.27 Choque angulado** Véanse los ejercicios 17, 18 y 44.

18. ●● Suponga que la bola de billar de la figura 4.27 se aproxima a la orilla de la mesa con una rapidez de 15 m/s y a un ángulo de 60°, como se muestra, pero rebota con una rapidez de 10 m/s y a un ángulo de 50°. ¿Cuál es el cambio en la cantidad de movimiento en este caso? [*Sugerencia:* utilice componentes.]

19. ●● Una persona empuja una caja de 10 kg desde el reposo y la acelera hasta una rapidez de 4.0 m/s con una fuerza constante. Si la persona empuja la caja durante 2.5 s, ¿cuánta fuerza ejerce sobre la caja?

20. ●● Un remolque cargado, con una masa total de 5000 kg y rapidez de 3.0 km/h, choca contra una plataforma de carga y se detiene en 0.64 s. Calcule la magnitud de la fuerza promedio ejercida por la plataforma sobre el remolque.

21. ●● Una bola de lodo de 2.0 kg se deja caer desde una altura de 15 m, donde estaba en reposo. Si el impacto entre la bola y el suelo dura 0.50 s, ¿qué fuerza neta promedio ejerció la bola contra el suelo?

22. **EI** ●● En una práctica de fútbol americano, dos receptores corren de acuerdo con distintos patrones de recepción de pases. Uno de ellos, con una masa de 80.0 kg, corre a 45° hacia el noreste con una rapidez de 5.00 m/s. El segundo receptor (con masa de 90.0 kg) corre en línea recta por el campo de juego (derecho hacia el este) a 6.00 m/s. *a*) ¿Cuál es la dirección de su cantidad de movimiento total? 1) Exactamente hacia el noreste; 2) hacia el norte del noreste; 3) exactamente hacia el este o 4) hacia el este del noreste. *b*) Justifique su respuesta al inciso *a* calculando cuál fue en realidad su cantidad de movimiento total.

23. ●● Un catcher de grandes ligas atrapa una pelota rápida que viaja a 95.0 mi/h; su mano, junto con el guante, retroceden 10.0 cm al llevar la pelota al reposo. Si le tomara 0.00470 segundos llevar la pelota (con una masa de 250 g) al reposo en el guante, *a*) ¿cuáles serían la magnitud y la dirección del cambio en la cantidad de movimiento de la pelota? *b*) Determine la fuerza promedio que ejerce la pelota sobre la mano y el guante del catcher.

24. ●●● Durante un partido de baloncesto, una porrista de 120 lb es lanzada verticalmente hacia arriba con una rapidez de 4.50 m/s por un porrista. *a*) ¿Cómo cambia la cantidad de movimiento de la joven entre el momento en que su compañero la suelta y el momento en que la recibe en sus brazos, si es atrapada a la misma altura desde la que fue lanzada? *b*) ¿Habría alguna diferencia si la atraparan 0.30 m por debajo del punto de lanzamiento? ¿Cómo cambiaría su cantidad de movimiento en ese caso?

25. ●●● Una pelota, cuya masa es de 200 g, se lanza desde el reposo a una altura de 2.00 m sobre el piso y rebota en línea recta hacia arriba hasta una altura de 0.900 m. *a*) Determine el cambio en la cantidad de movimiento de la pelota que se debe a su contacto con el piso. *b*) Si el tiempo de contacto con el piso fue de 0.0950 segundos, ¿cuál fue la fuerza promedio que el piso ejerció sobre la pelota y en qué dirección?

4.2 Impulso

26. **OM** Las unidades de impulso son *a*) kg · m/s, *b*) N · s, *c*) iguales que las de la cantidad de movimiento, *d*) todas las anteriores.

27. **OM** Impulso es igual a *a*) $F\Delta x$, *b*) el cambio de energía cinética, *c*) el cambio de cantidad de movimiento o *d*) $\Delta p/\Delta t$.

28. **PC** El *follow-through* se usa en muchos deportes, como al realizar un servicio en tenis. Explique cómo el *follow-through* puede aumentar la rapidez de la pelota de tenis en el servicio.

29. **PC** Un estudiante de karate trata de no hacer *follow-through* para romper una tabla, como se muestra en la ▼figura 4.28. ¿Cómo puede la detención abrupta de la mano (sin *follow-through*) generar tanta fuerza?

▲ **FIGURA 4.28 Golpe de karate** Véanse los ejercicios 29 y 35.

30. **PC** Explique la diferencia para cada uno de los siguientes pares de acciones en términos de impulso: *a*) un tiro largo (*long drive*) y un tiro corto (*chip shot*) de un golfista; *b*) un golpe corto (*jab*) y un golpe de *knockout* de un boxeador; *c*) una acción de toque de bola (que hace rodar suavemente la pelota dentro del cuadro) y un batazo de jonrón de un beisbolista.

31. **PC** Explique el principio en que se basa *a*) el uso de espuma de poliestireno como material de empaque para evitar que se rompan los objetos, *b*) el uso de hombreras en fútbol americano para evitar lesiones de los jugadores y *c*) el guante más grueso que usa un catcher de béisbol, en comparación con el que usan los demás jugadores defensivos.

32. ● Cuando un bateador lanza hacia arriba una pelota de sóftbol de 0.20 kg y la batea horizontalmente, la pelota recibe un impulso de 3.0 N · s. ¿Con qué rapidez horizontal se aleja la pelota del bate?

33. ● Un automóvil con una cantidad de movimiento lineal de 3.0×10^4 kg · m/s se detiene en 5.0 s. ¿Qué magnitud tiene la fuerza promedio de frenado?

34. ● Un jugador de billar imparte un impulso de 3.2 N · s a una bola estacionaria de 0.25 kg con su taco. ¿Qué rapidez tiene la bola justo después del impacto?

35. ●● Para el golpe de karate del ejercicio 29, supongamos que la mano tiene una masa de 0.35 kg, que la rapidez de la mano justo antes de golpear la tabla es de 10 m/s y que después del golpe la mano queda en reposo. ¿Qué fuerza promedio ejerce la mano sobre la tabla si *a*) la mano hace *follow-through*, de manera que el tiempo de contacto sea de 3.0 ms y *b*) la mano se detiene abruptamente, de manera que el tiempo de contacto sea de sólo 0.30 ms?

36. **EI** ●● Al efectuar un "toque de pelota", un beisbolista usa el bate para cambiar tanto la rapidez como la dirección de la pelota. *a*) ¿La magnitud del cambio en la cantidad de movimiento de la pelota antes y después del toque será 1) mayor que la magnitud de la cantidad de movimiento de la pelota antes o después del toque, 2) igual a la diferencia entre las magnitudes de las cantidades de movimiento de la pelota antes y después del toque o 3) igual a la suma de las magnitudes de las cantidades de movimiento de la pelota antes y después del toque? ¿Por qué? *b*) La pelota tiene una masa de 0.16 kg; su rapidez antes y después del toque es de 15 y 10 m/s, respectivamente, y el toque dura 0.025 s. Calcule el cambio de cantidad de movimiento de la pelota. *c*) ¿Qué fuerza promedio ejerce el bate sobre la pelota?

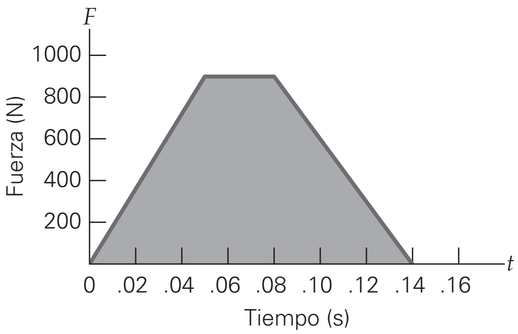
37. **EI** ●● Un automóvil con una masa de 1500 kg viaja por una carretera horizontal a 30.0 m/s. Recibe un impulso con una magnitud de 2000 N · m y su rapidez se reduce tanto como es posible por un impulso así. *a*) ¿Qué provocó este impulso? 1) El conductor que apretó el acelerador, 2) el conductor que aplicó el freno o 3) el conductor que dio vuelta al volante. *b*) ¿Cuál fue la rapidez del automóvil después de que se aplicó el impulso?

38. ●● Una astronauta (cuya masa es de 100 kg, con su equipo) regresa a su estación espacial con una rapidez de 0.750 m/s pero en el ángulo incorrecto. Para corregir su dirección, enciende los cohetes del equipo que lleva a la espalda en ángulos rectos a su movimiento durante un breve periodo. Estos cohetes direccionales ejercen una fuerza constante de 100.0 N por apenas 0.200 s. [Ignore la pequeña pérdida de masa que se debe al combustible que se quema y suponga que el impulso se da en ángulos rectos a su cantidad de movimiento inicial.] *a*) ¿Cuál es la magnitud del impulso que se ejerce sobre la astronauta? *b*) ¿Cuál es su nueva dirección (relativa a la dirección inicial)? *c*) ¿Cuál es su nueva rapidez?

39. ●● Un balón de volibol viaja hacia una persona. *a*) ¿Qué acción requerirá aplicar mayor fuerza al balón: atraparlo o golpearlo? ¿Por qué? *b*) Un balón de volibol de 0.45 kg viaja con una velocidad horizontal de 4.0 m/s sobre la red. Un jugador salta y lo golpea impartiéndole una velocidad horizontal de 7.0 m/s en la dirección opuesta. Si el tiempo de contacto es de 0.040 s, ¿qué fuerza promedio se aplicó al balón?

40. ●● Una pelota de 1.0 kg se lanza horizontalmente con una velocidad de 15 m/s contra una pared. Si la pelota rebota horizontalmente con una velocidad de 13 m/s y el tiempo de contacto es de 0.020 s, ¿qué fuerza ejerce la pared sobre la pelota?

41. ●● Un muchacho atrapa —con las manos desnudas y los brazos rígidos y extendidos— una pelota de béisbol de 0.16 kg, que viaja directamente hacia él con una rapidez de 25 m/s. El muchacho se queja porque el golpe le dolió. Pronto aprende a mover sus manos junto con la pelota al atraparla. Si el tiempo de contacto del choque aumenta de 3.5 a 8.5 ms al hacerlo, ¿qué cambio relativo hay en las magnitudes promedio de la fuerza de impulso?



▲ **FIGURA 4.29 Gráfica de fuerza contra tiempo** Véase el ejercicio 42.

42. ●● Una fuerza de impulso unidimensional actúa sobre un objeto de 3.0 kg de acuerdo con el diagrama en la ▲figura 6.29. Encuentre *a*) la magnitud del impulso que se da al objeto, *b*) la magnitud de la fuerza promedio y *c*) la rapidez final si el objeto tuviera una rapidez inicial de 6.0 m/s.

43. ●● Un trozo de masilla de 0.45 kg se deja caer desde una altura de 2.5 m por encima de una superficie plana. Cuando golpea la superficie, la masilla llega al reposo en 0.30 s. ¿Cuál es la fuerza promedio que la superficie ejerce sobre la masilla?

44. ●● Si la bola de billar de la figura 4.27 está en contacto con el borde durante 0.010 s, ¿qué magnitud tiene la fuerza promedio que el borde ejerce sobre la bola? (Véase el ejercicio 17.)

45. ●● Un automóvil de 15 000 N viaja con una rapidez de 45 km/h hacia el norte por una calle, y un auto deportivo de 7500 N viaja con una rapidez de 60 km/h hacia el este por una calle que cruza con la primera. *a*) Si ninguno de los conductores frena y los vehículos chocan en la intersección y sus parachoques (o defensas) se atoran, ¿cuál será la velocidad de los vehículos inmediatamente después del choque? *b*) ¿Qué porcentaje de la energía cinética inicial se perderá en el choque?

46. ●●● En una prueba simulada de choque de frente, un automóvil golpea una pared a 25 mi/h (40 km/h) y se detiene abruptamente. Un maniquí de 120 lb (con una masa de 55 kg), no sujeto con cinturón de seguridad, es detenido por una bolsa de aire, que ejerce sobre él una fuerza de 2400 lb. ¿Cuánto tiempo estuvo en contacto el maniquí con la bolsa para detenerse?

47. ●●● Un jugador de béisbol batea la pelota en línea recta hacia arriba. La pelota (cuya masa es de 200 g) viajaba horizontalmente a 35.0 m/s, justo antes de hacer contacto con el bate y va a 20.0 m/s justo después hacer contacto con éste. Determine la dirección y la magnitud del impulso que el bate aplica a la pelota.

4.3 Conservación de la cantidad de movimiento lineal

48. **OM** La conservación de la cantidad de movimiento lineal se describe por medio de *a*) el teorema impulso-cantidad de movimiento, *b*) el teorema trabajo-energía, *c*) la primera ley de Newton, *d*) la conservación de la energía.

49. **OM** La cantidad de movimiento lineal de un objeto se conserva si *a*) la fuerza que actúa sobre el objeto es conservativa; *b*) una sola fuerza interna no equilibrada actúa sobre el objeto; *c*) la energía mecánica se conserva, o *d*) nada de lo anterior.

50. **OM** Las fuerzas internas no afectan a la conservación de la cantidad de movimiento porque *a*) se cancelan entre sí, *b*) sus efectos se cancelan con fuerzas externas, *c*) nunca pueden ocasionar un cambio de velocidad o *d*) la segunda ley de Newton no se aplica a ellas.

51. **PC** La ▼figura 4.30 muestra una lancha de aire como las que se usan en zonas pantanosas. Explique su principio de propulsión. Utilizando el concepto de conservación de la cantidad de movimiento lineal, explique qué sucedería con la lancha si se instalara una vela detrás del ventilador.

▲ **FIGURA 4.30 Propulsión por ventilador** Véase el ejercicio 51.

52. **PC** Imagínese parado en el centro de un lago congelado. El hielo es tan liso que no hay fricción. ¿Cómo llegaría a la orilla? (No podría caminar. ¿Por qué?)

53. **PC** Un objeto estacionario recibe un golpe directo de otro objeto que se mueve hacia él. ¿Ambos objetos pueden quedar en reposo después del choque? Explique.

54. **PC** Cuando se golpea una pelota de golf en el tee, su rapidez suele ser mucho mayor que la del palo de golf. Explique cómo puede darse esta situación.

55. ● Un astronauta de 60 kg que flota en reposo en el espacio afuera de una cápsula espacial lanza su martillo de 0.50 kg de manera que se mueva con una rapidez de 10 m/s relativa a la cápsula. ¿Qué sucederá con el astronauta?

56. ● En una competencia de patinaje de figura por parejas, un hombre de 65 kg y su compañera de 45 kg están parados mirándose de frente sobre sus patines. Si se empujan para separarse y la mujer tiene una velocidad de 1.5 m/s hacia el este, ¿qué velocidad tendrá su compañero? (Desprecie la fricción.)

57. ●● Para escapar de un lago congelado sin fricción, una persona de 65.0 kg se quita un zapato de 0.150 kg y lo lanza horizontalmente en dirección opuesta a la orilla, con una rapidez de 2.00 m/s. Si la persona está a 5.00 m de la orilla, ¿cuánto tarda en alcanzarla?

58. **EI** ●● Un objeto en reposo hace explosión y se divide en tres fragmentos. El primero sale disparado hacia el oeste, y el segundo, hacia el sur. *a*) El tercer fragmento tendrá una dirección general de 1) suroeste, 2) norte del este o 3) directamente al norte o bien directamente al este. ¿Por qué? *b*) Si el objeto tiene una masa de 3.0 kg, el primer fragmento tiene una masa de 0.50 kg y una rapidez de 2.8 m/s, y el segundo fragmento tiene una masa de 1.3 kg y una rapidez de 1.5 m/s, ¿qué rapidez y dirección tendrá el tercer fragmento?

59. ●● Suponga que el objeto de 3.0 kg del ejercicio 58 viajaba inicialmente a 2.5 m/s en la dirección x positiva. ¿Qué rapidez y dirección tendría el tercer fragmento en este caso?

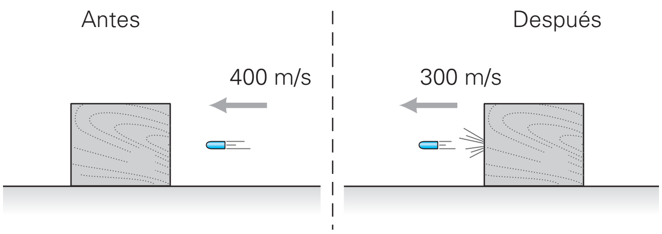
60. ●● Dos pelotas con igual masa (0.50 kg) se aproximan al origen de un plano, respectivamente, por los ejes x y y positivos con la misma rapidez (3.3 m/s). *a*) ¿Cuál es la cantidad de movimiento total del sistema? *b*) ¿Las pelotas necesariamente chocarán en el origen? ¿Cuál es la cantidad de movimiento total del sistema después de que las dos pelotas hayan pasado por el origen?

61. ●● Dos automóviles idénticos chocan y sus defensas quedan enganchadas. En cada uno de los casos siguientes, ¿qué rapidez tienen los automóviles inmediatamente después de engancharse? *a*) Un automóvil que avanza a 90 km/h se acerca a un automóvil estacionario; *b*) dos automóviles se acercan entre sí con rapideces de 90 y 120 km/h, respectivamente; *c*) dos automóviles viajan en la misma dirección con rapidez de 90 y 120 km/h, respectivamente.

62. ●● Un automóvil de 1200 kg que viaja hacia la derecha con rapidez de 25 m/s choca contra una camioneta de 1500 kg, quedando enganchadas sus defensas. Calcule la velocidad de la combinación después del choque si inicialmente la camioneta *a*) está en reposo, *b*) avanza hacia la derecha a 20 m/s y *c*) avanza hacia la izquierda con rapidez de 20 m/s.

63. ●● Una bala de 10 g que se mueve horizontalmente a 400 m/s penetra en un bloque de madera de 3.0 kg que descansa en una superficie horizontal. Si la bala sale por el otro lado del bloque a 300 m/s, ¿qué rapidez tiene el bloque inmediatamente después de que sale la bala (▼figura 4.31)?

64. ●● La explosión de una bomba de 10.0 kg libera sólo dos fragmentos. La bomba estaba inicialmente en reposo y uno de los fragmentos, de 4.00 kg, viaja hacia el oeste a 100 m/s, inmediatamente después de la explosión. *a*) ¿Cuáles son la rapidez y la dirección del otro fragmento inmediatamente después de la explosión? *b*) ¿Cuánta energía cinética se liberó en esa explosión?



▲ **FIGURA 4.31 ¿Transferencia de cantidad de movimiento?** Véase el ejercicio 63.

65. ●● Una camioneta (vacía) de 1600 kg rueda con rapidez de 2.5 m/s bajo una tolva de carga, la cual deposita una masa de 3500 kg sobre la camioneta. ¿Qué rapidez tiene la camioneta inmediatamente después de recibir la carga?

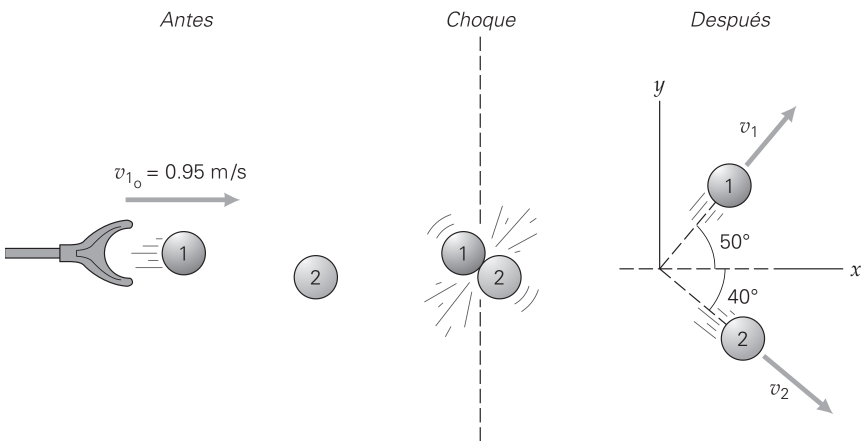
66. **EI** ●● Un nuevo método de control de disturbios utiliza balas de "goma" en vez de balas verdaderas. Suponga que, en una prueba, una de estas "balas" con una masa de 500 g viaja a 250 m/s hacia la derecha y golpea de frente un blanco estacionario. La masa del blanco es de 25.0 kg y está en reposo sobre una superficie lisa. La bala rebota hacia atrás (es decir, hacia la izquierda) del blanco a 100 m/s. *a*) ¿En qué dirección se moverá el blanco después de la colisión? 1) A la derecha, 2) a la izquierda, 3) podría permanecer estacionario o 4) no es posible saberlo a partir de los datos. *b*) Determine la rapidez del retroceso del blanco después de la colisión.

67. ●● Para filmar una escena cinematográfica, un doble de 75 kg cae desde un árbol sobre un trineo de 50 kg, que se desplaza sobre un lago congelado con una velocidad de 10 m/s hacia la orilla. *a*) ¿Cuál es la rapidez del trineo después de que el doble está a bordo? *b*) Si el trineo golpea contra la orilla del lago y se detiene, pero el doble continúa moviéndose, ¿con qué rapidez deja el trineo? (Ignore la fricción.)

68. ●● Un astronauta de 90 kg se queda detenido en el espacio en un punto localizado a 6.0 m de su nave espacial y necesita regresar en 4.0 min para controlarla. Para regresar, lanza una pieza de equipo de 0.50 kg que se aleja directamente de la nave con una rapidez de 4.0 m/s. *a*) ¿El astronauta regresa a tiempo? *b*) ¿Qué tan rápido debe tirar la pieza de equipo para regresar a tiempo?

69. ●●● Un proyectil se dispara con una velocidad inicial de 90.0 km/h que forma un ángulo de 60.0° con la horizontal. Cuando el proyectil está en la cúspide de su trayectoria, una explosión interna lo divide en dos fragmentos con masas iguales. Uno cae verticalmente como si se le hubiera soltado desde el reposo. ¿A qué distancia del cañón caerá el otro fragmento?

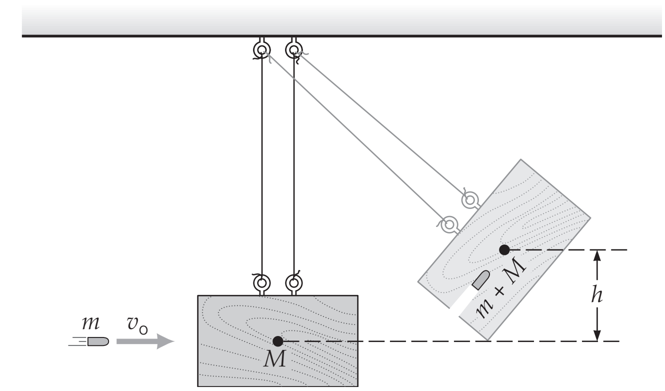
70. ●●● Un disco de hockey en movimiento choca de refilón con otro estacionario de la misma masa, como se muestra en la ▼figura 4.32. Si la fricción es insignificante, ¿qué rapidez tendrán los discos después del choque?



◀ **FIGURA 4.32 Otro choque de refilón** Véase el ejercicio 70.

71. ●●● Un pequeño asteroide (cuya masa es de 10 g) golpea de refilón a un satélite en el espacio vacío. El satélite estaba inicialmente en reposo y el asteroide viajaba a 2000 m/s. La masa del satélite es de 100 kg. El asteroide se desvía 10° de su dirección original y su rapidez disminuye a 1000 m/s, pero ninguno de los objetos pierde masa. Determine *a*) la dirección y *b*) la rapidez del satélite después de la colisión.

72. ●●● Un *péndulo balístico* es un dispositivo para medir la velocidad de un proyectil, por ejemplo, la velocidad inicial de una bala de rifle. El proyectil se dispara horizontalmente contra la pesa de un péndulo en la cual se incrusta, como se muestra en la ▼figura 4.33. El péndulo oscila hasta cierta altura h, la cual se mide. Se conocen las masas del péndulo y la bala. Utilizando los principios de conservación de la cantidad de movimiento y de la energía, demuestre que la velocidad inicial del proyectil está dada por $v_o = [(m + M)/m]\sqrt{2gh}$.



▲ **FIGURA 4.33 Un péndulo balístico** Véanse los ejercicios 72 y 98.

4.4 Choques elásticos e inelásticos

73. **OM** ¿Qué de lo siguiente no se conserva en un choque inelástico? *a*) cantidad de movimiento, *b*) masa, *c*) energía cinética o *d*) energía total.

74. **OM** Una pelota de caucho de masa m, que viaja horizontalmente con una rapidez v, golpea una pared y rebota hacia atrás con la misma rapidez. El cambio en la cantidad de movimiento es *a*) mv, *b*) $-mv$, *c*) $-mv/2$, *d*) $+2mv$.

75. **OM** En un choque elástico de frente, la masa m_1 golpea una masa estacionaria m_2. Hay una transferencia total de energía si *a*) $m_1 = m_2$, *b*) $m_1 > m_2$, *c*) $m_1 > m_2$ o *d*) las masas quedan pegadas.

76. **OM** La condición para una colisión inelástica entre dos objetos es *a*) $K_f < K_i$, *b*) $p_i \neq p_f$, *c*) $m_1 > m_2$, *d*) $v_1 < v_2$.

77. **PC** Puesto que $K = p^2/2m$, ¿cómo puede perderse energía cinética en un choque inelástico mientras que se conserva la cantidad de movimiento total? Explique.

78. **PC** Comente qué tienen en común y en qué difieren un choque elástico y un choque inelástico.

79. **PC** ¿En un choque entre dos objetos puede perderse la totalidad de la energía cinética? Explique.

80. ●● Para el aparato de la figura 4.15, una esfera que llega con rapidez de $2v_o$ no hace que dos esferas salgan con rapidez de v_o cada una. *a*) ¿Qué ley de la física es la que evita que eso suceda, la de conservación de la cantidad de movimiento o la de conservación de la energía mecánica? *b*) Demuestre matemáticamente esa ley.

81. ●● Un protón con masa m que se mueve con rapidez de 3.0×10^6 m/s sufre un choque elástico de frente con una partícula alfa en reposo de masa $4m$. ¿Qué velocidad tendrá cada partícula después del choque?

82. ●● Una esfera de 4.0 kg con una velocidad de 4.0 m/s en la dirección $+x$ choca elásticamente de frente contra una esfera estacionaria de 2.0 kg. ¿Cuáles serán sus velocidades después del choque?

83. ●● Una esfera con una masa de 0.10 kg viaja con una velocidad de 0.50 m/s en la dirección $+x$ y choca de frente contra una esfera de 5.0 kg, que está en reposo. Determine las velocidades de ambas después del choque. Suponga que la colisión es elástica.

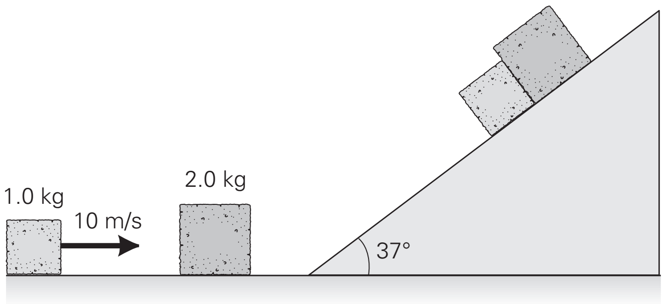
84. ●● En una feria del condado, dos niños chocan entre sí de frente mientras van en sus respectivos carritos. Jill y su carro viajan a la izquierda a 3.50 m/s y tienen una masa total de 325 kg. Jack y su carro viajan hacia la derecha a 2.0 m/s y tienen una masa total de 290 kg. Suponiendo que el choque es elástico, determine sus velocidades después de la colisión.

85. ●● En una persecución a alta velocidad, una patrulla golpea el automóvil del criminal directamente por detrás para llamar su atención. La patrulla va a 40.0 m/s hacia la derecha y tiene una masa total de 1800 kg. El vehículo del criminal inicialmente se mueve en la misma dirección a 38.0 m/s. Su automóvil tiene una masa total de 1500 kg. Suponiendo que el choque es elástico, determine sus dos velocidades inmediatamente después de que ésta se registra.

86. **EI** ●● La ▼figura 4.34 muestra a una ave que atrapa un pez. Suponga que inicialmente el pez salta hacia arriba y el ave planea horizontalmente y no toca el agua con las patas ni agita sus alas. *a*) ¿Este tipo de choque es 1) elástico, 2) inelástico o 3) totalmente inelástico? ¿Por qué? *b*) Si la masa del ave es de 5.0 kg, la del pez es de 0.80 kg y el ave planea con una rapidez de 6.5 m/s antes de atrapar al pez, ¿qué rapidez tiene el ave después de sujetarlo?

▶ **FIGURA 4.34 ¿Elástico o inelástico?** Véase el ejercicio 86.

87. ●● Un objeto de 1.0 kg, que se desplaza 10 m/s, choca contra un objeto estacionario de 2.0 kg como se muestra en la ▾figura 4.35. Si la colisión es perfectamente inelástica, ¿qué distancia a lo largo del plano inclinado recorrerá el sistema combinado? Ignore la fricción.

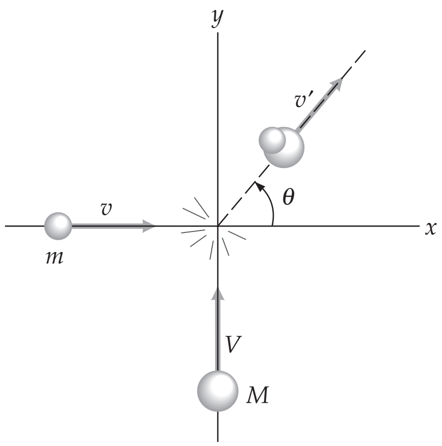


▲ **FIGURA 4.35 ¿Qué tanto suben?** Véanse los ejercicios 87 y 92.

88. ●● En un juego de billar, una bola blanca que viaja a 0.75 m/s golpea a la bola 8 estacionaria. La bola 8 sale despedida con una velocidad de 0.25 m/s con un ángulo de 37° con la dirección original de la bola blanca. Suponiendo que el choque es inelástico, ¿con qué ángulo se desviará la bola blanca, y qué rapidez tendrá?

89. ●● Dos esferas con masas de 2.0 y 6.0 kg viajan una hacia la otra con rapidez de 12 y 4.0 m/s, respectivamente. Si sufren un choque inelástico de frente y la esfera de 2.0 kg rebota con una rapidez de 8.0 m/s, ¿cuánta energía cinética se pierde en el choque?

90. ●● Dos esferas se acercan entre sí como se muestra en la ▾figura 4.36, donde $m = 2.0$ kg, $v = 3.0$ m/s, $M = 4.0$ kg y $V = 5.0$ m/s. Si las esferas chocan en el origen y quedan pegadas, determine *a*) los componentes de la velocidad v de las esferas después del choque y *b*) el ángulo θ.



▲ **FIGURA 4.36 Un choque totalmente inelástico** Véase el ejercicio 90.

91. **EI** ●● Un auto que viaja al este y una minivagoneta que viaja al sur tienen un choque totalmente inelástico en un cruce perpendicular. *a*) Justo después del choque, ¿los vehículos se moverán en una dirección general 1) al sur del este, 2) al norte del oeste o 3) directamente al sur o bien directamente al este? ¿Por qué? *b*) Si la rapidez inicial del automóvil de 1500 kg era 90.0 km/h, y la de la minivagoneta de 3000 kg era 60.0 km/h, ¿qué velocidad tendrán los vehículos inmediatamente después de chocar?

92. ●● Un objeto de 1.0 kg, que se desplaza 2.0 m/s, choca elásticamente contra un objeto estacionario de 1.0 kg, de manera similar a la situación presentada en la figura 4.35. ¿Qué distancia recorrerá el objeto inicialmente estacionario a lo largo de un plano inclinado a 37°? Ignore la fricción.

93. ●● Un compañero de clase afirma que la cantidad de movimiento total de un sistema de tres partículas ($m_1 = 0.25$ kg, $m_2 = 0.20$ kg y $m_3 = 0.33$ kg) es inicialmente cero; y calcula que, después de un choque inelástico triple, las partículas tendrán velocidades de 4.0 m/s a 0°, 6.0 m/s a 120° y 2.5 m/s a 230°, respectivamente, con ángulos medidos desde el eje $+x$. ¿Está de acuerdo con sus cálculos? Si no, suponiendo que las dos primeras respuestas estén correctas, ¿qué cantidad de movimiento debería tener la tercera partícula para que la cantidad de movimiento total sea cero?

94. ●● Un vagón de carga con una masa de 25 000 kg baja rodando por una distancia vertical de 1.5 m por una vía inclinada. En la base de la pendiente, sobre una vía horizontal, el vagón choca y se acopla con un vagón idéntico que estaba en reposo. ¿Qué porcentaje de la energía cinética inicial se perdió en el choque?

95. ●●● En los reactores nucleares, las partículas subatómicas llamadas neutrones son frenadas al permitirles chocar con los átomos de un material moderador, como los átomos de carbono, que tienen 12 veces la masa de los neutrones. *a*) En un choque de frente y elástico con un átomo de carbono, ¿qué porcentaje de la energía de un neutrón se pierde? *b*) Si el neutrón tiene una rapidez inicial de 1.5×10^7 m/s, ¿cuál será su rapidez después del choque?

96. ●●● En un accidente de "carambola" (de reacción en cadena) en una autopista cubierta de neblina, en el que no hubo lesionados, el automóvil 1 (cuya masa es de 2000 kg) viajaba a 15.0 m/s hacia la derecha y tuvo una colisión elástica con el automóvil 2, inicialmente en reposo. La masa del automóvil 2 es de 1500 kg. A la vez, el automóvil 2 chocó con el automóvil 3 y sus parachoques se quedaron atorados (es decir, fue una colisión completamente inelástica). El automóvil 3 tiene una masa de 2500 kg y también estaba en reposo. Determine la rapidez de todos los automóviles implicados inmediatamente después del desafortunado accidente.

97. ●●● El péndulo 1 tiene una cuerda de 1.50 m con una pequeña bolita amarrada como peso. El péndulo se jala hacia un lado a 30° y se libera. En el punto inferior de su arco, choca contra el peso del péndulo 2, que tiene una bolita con el doble de masa que el primero, pero la misma longitud de cuerda. Determine los ángulos a los que ambos péndulos rebotan (cuando llegan al reposo) después de que chocan y se recuperan.

98. ●●● Demuestre que la fracción de energía cinética que se pierde en una colisión de un péndulo balístico (como en la figura 4.33) es igual a $M/(m + M)$.

4.5 Centro de masa

99. **OM** El centro de masa de un objeto *a*) siempre está en el centro del objeto, *b*) está en la ubicación de la partícula más masiva del objeto, *c*) siempre está dentro del objeto o *d*) nada de lo anterior.

100. **OM** El centro de masa y el centro de gravedad coinciden *a*) si la aceleración de la gravedad es constante, *b*) si se conserva la cantidad de movimiento, *c*) si no se conserva la cantidad de movimiento, *d*) sólo en los objetos con forma irregular.

101. **PC** La ▾figura 4.37 muestra un flamingo parado en una sola pata, con la otra levantada. ¿Qué puede decir el lector acerca de la ubicación del centro de masa del flamingo?

▶ **FIGURA 4.37 Delicado equilibrio** Véase el ejercicio 101.

102. **PC** Dos objetos idénticos están separados una distancia *d*. Si uno de ellos permanece en reposo y el otro se aleja con una velocidad constante, ¿cuál es el efecto sobre el CM del sistema?

103. ●● *a*) El centro de masa de un sistema que consta de dos partículas de 0.10 kg se encuentra en el origen. Si una de las partículas está en (0, 0.45 m), ¿dónde está la otra? *b*) Si las masas se mueven de forma que su centro de masa esté en (0.25 m, 0.15 m), ¿es posible saber dónde están las partículas?

104. ● Los centros de dos esferas, de 4.0 y 7.5 kg, están separados una distancia de 1.5 m. ¿Dónde está el centro de masa del sistema de las dos esferas?

105. ● *a*) Localice el centro de masa del sistema Tierra-Luna. [*Sugerencia:* use datos de las tablas en la contraportada del libro, y considere la distancia entre la Tierra y la Luna medida desde sus centros.] *b*) ¿Dónde está ese centro de masa relativo a la superficie de la Tierra?

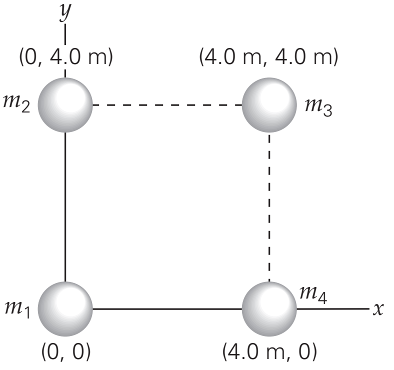
106. ●● Localice el centro de masa de un sistema formado por tres objetos esféricos con masas de 3.0, 2.0 y 4.0 kg cuyos centros están situados en (−6.0 m, 0), (1.0 m, 0) y (3.0 m, 0), respectivamente.

107. ●● Resuelva de nuevo el ejercicio 69 utilizando el concepto de centro de masa para calcular la distancia a la que cayó el otro fragmento, relativa al cañón.

108. **EI** ●● Una varilla de 3.0 kg y 5.0 m de longitud tiene en sus extremos masas puntuales de 4.0 y 6.0 kg. *a*) ¿El centro de masa de este sistema está 1) más cerca de la masa de 4.0 kg, 2) más cerca de la masa de 6.0 kg o 3) en el centro de la varilla? ¿Por qué? *b*) ¿Dónde está el centro de masa de este sistema?

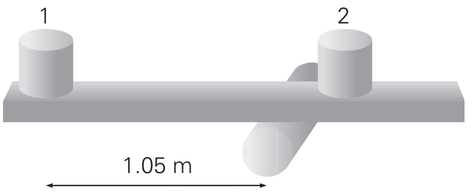
109. ●● Un trozo de lámina uniforme mide 25 por 25 cm. Si se recorta un círculo de 5.0 cm de radio del centro de esta lámina, ¿dónde estará el centro de masa de la lámina?

110. ●● Localice el centro de masa del sistema que se muestra en la ▾figura 4.38 *a*) si todas las masas son iguales; *b*) si $m_2 = m_4 = 2m_1 = 2m_3$; *c*) si $m_1 = 1.0$ kg, $m_2 = 2.0$ kg, $m_3 = 3.0$ kg y $m_4 = 4.0$ kg.



▲ **FIGURA 4.38 ¿Dónde está el centro de masa?** Véase el ejercicio 110.

111. ●● Dos tazas se colocan sobre una tabla uniforme que se equilibra sobre un cilindro (▾figura 4.39). La tabla tiene una masa de 2.00 kg y 2.00 m de longitud. La masa de la taza 1 es de 200 g y está colocada a 1.05 m a la izquierda del punto de equilibrio. La masa de la taza 2 es de 400 g. ¿Dónde debería colocarse la taza 2 para hacer equilibrio (con respecto al extremo de la derecha de la tabla)?



▲ **FIGURA 4.39 No deje que ruede** Véase el ejercicio 111.

112. ●● Una astronauta de 100 kg (su masa incluye el equipo) que realiza una caminata espacial está a 5.0 m de una cápsula espacial de 3000 kg, con su cordón de seguridad totalmente estirado. Para volver a la cápsula, ella tira del cordón. ¿Dónde se juntarán la astronauta y la cápsula?

113. ●● Dos patinadores con masas de 65 y 45 kg, respectivamente, están separados 8.0 m y sujetan cada uno un extremo de una cuerda. *a*) Si tiran de la cuerda hasta juntarse, ¿qué distancia recorrerá cada patinador? (Desprecie la fricción.) *b*) Si sólo la patinadora de 45 kg tira de la cuerda hasta juntarse con su amigo (que se limita a sostener la cuerda), ¿qué distancia recorrerá cada patinador?

114. ●●● Tres partículas, cada una con masa de 0.25 kg, están en (−4.0 m, 0), (2.0 m, 0) y (0, 3.0 m), sometidas a la acción de las fuerzas $\vec{\mathbf{F}}_1 = (-3.0\ \text{N})\hat{\mathbf{y}}$, $\vec{\mathbf{F}}_2 = (5.0\ \text{N})\hat{\mathbf{y}}$ y $\vec{\mathbf{F}}_3 = (4.0\ \text{N})\hat{\mathbf{x}}$, respectivamente. Calcule la aceleración (magnitud y dirección) del centro de masa del sistema. [*Sugerencia:* considere los componentes de la aceleración.]

Ejercicios adicionales

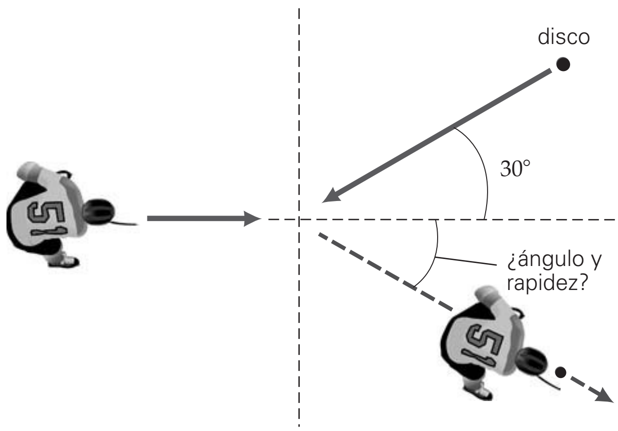
115. Un bastón desequilibrado consiste en una varilla muy ligera de aluminio de 60.0 cm de longitud. La masa en un extremo es tres veces la masa del extremo "ligero". Inicialmente, el bastón se lanza con una rapidez de 15.0 m/s, a un ángulo de 45 grados con respecto al nivel del suelo. Cuando el bastón alcanza el punto más alto de su vuelo, está orientado verticalmente, con el "extremo ligero" por encima del "extremo pesado". Determine la distancia de cada extremo del bastón con respecto al suelo cuando alcanza su altura máxima.

116. Una bala de 20.0 g, que viaja a 300 m/s, traspasa por completo un bloque de madera, inicialmente en reposo sobre una mesa lisa. El bloque tiene una masa de 1000 g. La bala sale en la misma dirección, pero a 50.0 m/s. *a*) ¿Cuál es la rapidez del bloque al final? *b*) ¿Qué fracción (o porcentaje) de la energía cinética total inicial se pierde en este proceso?

117. Un pequeño asteroide (una roca con una masa de 100 g) da un golpe inclinado a una sonda espacial con una masa de 1000 kg. Suponga que todos los planetas están alejados, de manera que las fuerzas gravitacionales pueden ignorarse. A causa de la colisión, el asteroide se desvía 40° con respecto a su dirección original y su rapidez se reduce a 12 000 m/s, luego de que su rapidez inicial era de 20 000 m/s. La sonda se desplazaba originalmente a 200 m/s en la dirección $+x$. *a*) Determine el ángulo en el que la sonda se desvía con respecto a su dirección inicial. *b*) ¿Cuál es la rapidez de la sonda después de la colisión?

118. **EI** En el decaimiento radiactivo del núcleo de un átomo llamado americio-241 (símbolo ^{241}Am, masa de 4.03×10^{-25} kg), se emite una partícula alfa (designada como α) con una masa de 6.68×10^{-27} kg hacia la derecha con una energía cinética de 8.64×10^{-13} J. (Esto es característico de las energías nucleares, pequeñas en la escala común.) El núcleo remanente es de neptunio-237 (^{237}Np) y tiene una masa de 3.96×10^{-25} kg. Suponga que el núcleo inicial estaba en reposo. *a*) ¿El núcleo de neptunio tendrá 1) mayor, 2) menor o 3) la misma cantidad de energía cinética en comparación con la partícula alfa? *b*) Determine la energía cinética del núcleo de ^{237}Np al final.

119. Una jugadora de hockey inicialmente se desplaza a 5.00 m/s hacia el este. Su masa es de 50.0 kg. Ella intercepta y atrapa con el palo (stick) un disco que inicialmente se desplaza a 35.0 m/s a un ángulo de 30 grados (figura 4.40). Suponga que la masa del disco es de 0.50 kg y que ambos forman un solo objeto por unos segundos. *a*) Determine el ángulo de dirección y la rapidez del disco y de la jugadora después de la colisión. *b*) ¿La colisión fue elástica o inelástica? Pruebe su respuesta con números.



▲ **FIGURA 4.40 Intercepción del disco de hockey** Véase el ejercicio 119.

CAPÍTULO 5

MOVIMIENTO CIRCULAR Y GRAVITACIONAL

HECHOS DE FÍSICA

- Una ultracentrifugadora puede hacer girar muestras con una fuerza de 15 000*g*. Tal fuerza es necesaria para recolectar precipitados de proteínas, bacterias y otras células.
- Newton acuñó el término *gravedad* a partir de *gravitas*, la palabra latina para "peso" o "pesadez".
- Si usted quiere "perder" peso, vaya al ecuador de la Tierra. Como nuestro planeta está ensanchado levemente en esa zona, la aceleración de la gravedad es levemente menor ahí y usted pesará menos (aunque su masa seguirá siendo la misma).
- La gravedad suministra la fuerza centrípeta que mantiene en órbita a los planetas. La fuerza eléctrica aporta la fuerza centrípeta que mantiene en órbita a los electrones atómicos alrededor del núcleo de protones. La fuerza eléctrica entre un electrón y un protón es aproximadamente 10^{40} veces mayor que la fuerza gravitacional entre ellos (capítulo 1 de *Física 12*).
- Las leyes de Kepler que describen el movimiento en las órbitas planetarias eran empíricas, es decir, se obtuvieron a partir de observaciones, sin ningún fundamento teórico. Al trabajar principalmente con los datos observados del planeta Marte, Kepler tardó varios años y realizó un gran número de cálculos para formular sus leyes. Actualmente se conserva casi un millar de hojas con sus cálculos. Kepler se refirió a esto como "mi guerra contra Marte". Las leyes de Kepler se obtienen directamente a partir de análisis utilizando el cálculo y la ley de la gravitación de Newton. Las leyes se pueden obtener teóricamente en una hoja o dos de cálculos.

La gente suele decir que juegos mecánicos como el giratorio de la imagen "desafían la gravedad". Claro que nosotros sabemos que, en realidad, la gravedad no puede desafiarse; más bien exige respeto. Nada hay que nos proteja de ella, ni hay un lugar en el Universo donde podamos liberarnos totalmente de su influencia.

Hay movimiento circular por todos lados, desde los átomos hasta las galaxias, desde los flagelos de las bacterias hasta las ruedas de la fortuna. Solemos usar dos términos para describir tales movimientos. En general, decimos que un objeto *gira* cuando el eje de rotación está dentro del cuerpo, y que *da vuelta* cuando el eje está afuera del cuerpo. Así, la Tierra gira sobre su eje y da vuelta en torno al Sol.

El movimiento circular es movimiento en dos dimensiones, de manera que lo describiremos con componentes rectangulares como hicimos en el capítulo 3. Sin embargo, suele ser más conveniente describir un movimiento circular en términos de cantidades angulares que introduciremos en este capítulo. Si nos familiarizamos con la descripción del movimiento circular nos será mucho más fácil estudiar la rotación de cuerpos rígidos, como veremos en el capítulo 6.

La gravedad juega un papel importante para determinar los movimientos de los planetas, ya que brinda la fuerza necesaria para mantener sus órbitas. En este capítulo veremos la ley de la gravitación de Newton, que describe esta fuerza fundamental, y analizaremos el movimiento de los planetas en términos de ésta y otras leyes básicas afines. Las mismas consideraciones nos ayudarán a entender los movimientos de los satélites terrestres, que incluyen uno natural (la Luna) y muchos artificiales.

5.1 Medición angular

OBJETIVOS: *a*) Definir las unidades de medida angulares y *b*) demostrar la relación que hay entre la medida angular y la longitud del arco circular.

El movimiento es la tasa de cambio de posición con el tiempo. Entonces, como podría suponerse, la *rapidez angular* y la *velocidad angular* también implican una tasa de cambio de posición con el tiempo, que se expresa con un *cambio angular*. Consideremos una partícula que viaja por una trayectoria circular, como se observa en la ▸figura 5.1. En un instante dado, la posición de la partícula (P) podría indicarse con las coordenadas cartesianas x y y. Sin embargo, también podría indicarse con las coordenadas polares r y θ. La distancia r se extiende desde el origen, y el ángulo θ comúnmente se mide en sentido contrario a las manecillas del reloj, a partir del eje x positivo. Las ecuaciones de transformación que relacionan un conjunto de coordenadas con el otro son

$$x = r\cos\theta \tag{5.1a}$$

$$y = r\,\text{sen}\,\theta \tag{5.1b}$$

como puede verse por las coordenadas x y y del punto P en la figura 5.1.

Observe que r es la misma para cualquier punto de un círculo dado. Si una partícula describe un círculo, el valor de r es constante y sólo θ cambia con el tiempo. Por lo tanto, el movimiento circular se puede describir con una sola coordenada polar (θ) que cambia con el tiempo, en vez de dos coordenadas cartesianas (x y y) que cambian con el tiempo.

Algo similar al desplazamiento lineal es el **desplazamiento angular**, cuya magnitud está dada por

$$\Delta\theta = \theta - \theta_o \tag{5.2}$$

o simplemente $\Delta\theta = \theta$ si elegimos $\theta_o = 0°$. (La dirección del desplazamiento angular se explicará en la siguiente sección sobre velocidad angular.) Una unidad que se usa comúnmente para expresar desplazamiento angular es el grado (°); hay 360° en un círculo completo, o revolución.*

Es importante relacionar la descripción angular del movimiento circular con la descripción orbital o tangencial, es decir, relacionar el desplazamiento angular con la longitud del arco s. La *longitud de arco* es la distancia recorrida a lo largo de la trayectoria circular, y decimos que el ángulo θ *subtiende* (define) la longitud del arco. Una unidad muy conveniente para relacionar el ángulo con la longitud del arco es el **radián (rad)**. El ángulo en radianes está dado por la razón de la longitud del arco (s) y el radio (r), es decir, θ (en radianes) $= s/r$. Cuando $s = r$, el ángulo es igual a un radián, $\theta = s/r = r/r = 1$ rad (▸figura 5.2).

Así, escribimos (con el ángulo en radianes),

$$s = r\theta \tag{5.3}$$

que es una relación importante entre la longitud del arco circular s, y el radio del círculo r. (Observe que como $\theta = s/r$, el ángulo en radianes es el cociente de dos longitudes. Esto significa que una medida en radianes es un número puro: es adimensional y no tiene unidades.)

Para obtener una relación general entre radianes y grados, consideremos la distancia total en torno a un círculo completo (360°). En este caso, $s = 2\pi r$ (la circunferencia), y hay un total de $\theta = s/r = 2\pi r/r = 2\pi$ rad en 360° o

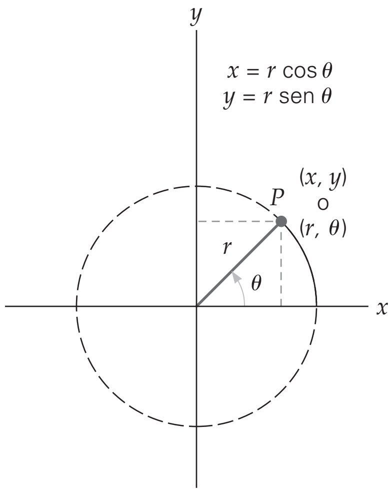
$$2\pi \text{ rad} = 360°$$

Esta relación nos sirve para convertir fácilmente ángulos comunes (tabla 5.1). Así, al dividir ambos lados de esta relación entre 2π, tenemos

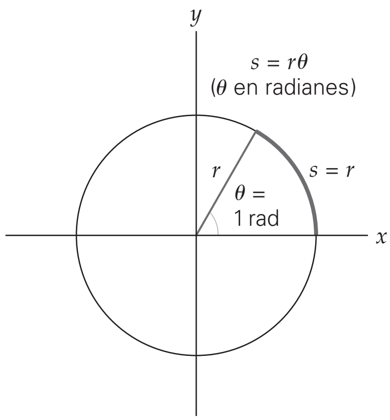
$$1 \text{ rad} = 360°/2\pi = 57.3°$$

En la tabla 5.1 los ángulos en radianes se expresan de manera explícita en términos de π, por conveniencia.

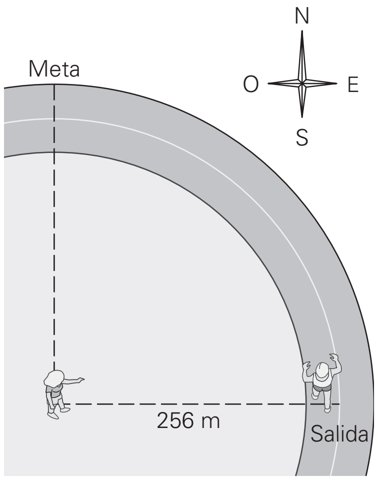
*Un grado puede dividirse en unidades más pequeñas, los minutos (1 grado = 60 minutos) y los segundos (1 minuto = 60 segundos). Tales divisiones nada tienen que ver con unidades de tiempo.



▲ **FIGURA 5.1 Coordenadas polares** Podemos describir un punto con coordenadas polares en vez de coordenadas cartesianas; es decir, con (r, θ) en vez de (x, y). En un círculo, θ es la distancia angular y r es la distancia radial. Los dos tipos de coordenadas se relacionan a través de las ecuaciones de transformación $x = r\cos\theta$ y $y = r\,\text{sen}\,\theta$.



▲ **FIGURA 5.2 Medida en radianes** El desplazamiento angular se puede medir en grados o en radianes (rad). Un ángulo θ subtiende una longitud de arco s. Cuando $s = r$, el ángulo que subtiende a s se define como 1 rad. En términos más generales, $\theta = s/r$, donde θ está en radianes. Un radián es igual a 57.3°.



▲ **FIGURA 5.3** Longitud de arco: cálculo empleando radianes Véase el ejemplo 5.1.

TABLA 5.1

Medidas equivalentes en grados y radianes

Grados	*Radianes*
360°	2π
180°	π
90°	$\pi/2$
60°	$\pi/3$
57.3°	1
45°	$\pi/4$
30°	$\pi/6$

Ejemplo 5.1 ■ Cálculo de la longitud de arco: uso de medidas en radianes

Una espectadora parada en el centro de una pista circular de atletismo observa a un corredor que inicia una carrera de práctica 256 m al este de su propia posición (◀figura 5.3). El atleta corre por el mismo carril hasta la meta, la cual está situada directamente al norte de la posición de la observadora. ¿Qué distancia correrá?

Razonamiento. Vemos que el ángulo que subtiende la sección de pista circular es $\theta = 90°$. Obtenemos la longitud del arco (s) porque conocemos el radio r del círculo.

Solución. Hacemos una lista de los datos y de lo que se pide,

Dado: $r = 256$ m ***Encuentre:*** s (longitud del arco)
$\theta = 90° = \pi/2$ rad

Simplemente usamos la ecuación 5.3 para obtener la longitud del arco:

$$s = r\theta = (256 \text{ m})\left(\frac{\pi}{2}\right) = 402 \text{ m}$$

Observe que omitimos la unidad rad, y la ecuación es dimensionalmente correcta. ¿Por qué?

Ejercicio de refuerzo. ¿Qué longitud tendría una vuelta completa alrededor de la pista en este ejemplo? (*Las respuestas de todos los Ejercicios de refuerzo se dan al final del libro.*)

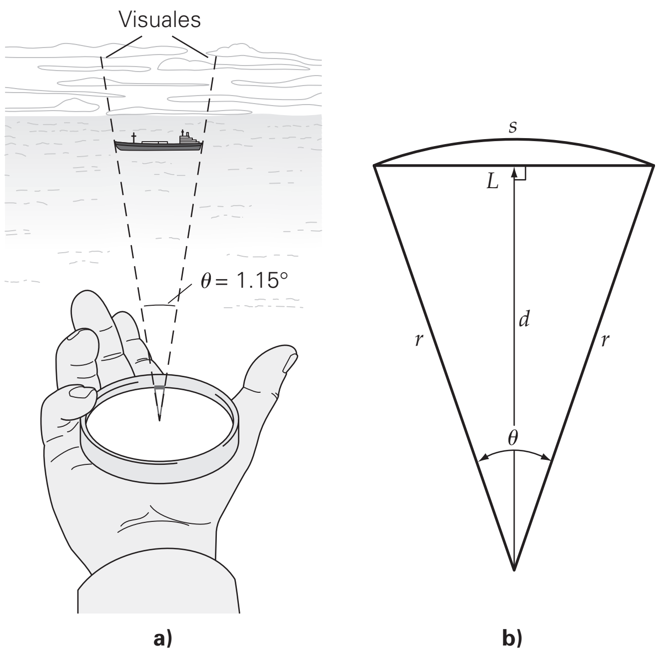
Ejemplo 5.2 ■ ¿Qué tan lejos? Una aproximación útil

Un marinero observa un buque cisterna distante y se da cuenta de que éste subtiende un ángulo de 1.15° como se ilustra en la ▼figura 5.4a. Por las cartas de navegación él sabe que el buque cisterna mide 150 m a lo largo. ¿Aproximadamente a qué distancia está el buque cisterna?

Razonamiento. En la sección Aprender dibujando (p. 153) vemos que, en el caso de ángulos pequeños, la longitud del arco se aproxima a la longitud y del triángulo (el lado opuesto de θ) o $s \approx y$. Por lo tanto, si conocemos la longitud y el ángulo, obtenemos la distancia radial, que es aproximadamente igual a la distancia entre el buque cisterna y el marinero.

Solución. Para aproximar la distancia, tomamos la longitud del buque como casi igual al arco subtendido por el ángulo medido. Esta aproximación es aceptable si el ángulo es pequeño. Los datos son, entonces:

Dado: $\theta = 1.15° (1 \text{ rad}/57.3°) = 0.0201$ rad ***Encuentre:*** r (distancia radial)
$s = 150$ m



▶ **FIGURA 5.4** Distancia angular Si el ángulo es pequeño, la longitud del arco se aproxima con una línea recta, la cuerda. Si conocemos la longitud del buque cisterna, podemos averiguar qué tan lejos está midiendo su tamaño angular. Véase el ejemplo 5.2. (El dibujo no está a escala, por claridad.)

Como conocemos la longitud del arco y el ángulo, usamos la ecuación 5.3 para calcular r (note que omitimos “rad”):

$$r = \frac{s}{\theta} = \frac{150 \text{ m}}{0.0201} = 7.46 \times 10^3 \text{ m} = 7.46 \text{ km}$$

Como ya señalamos, la distancia r es una aproximación que obtuvimos al suponer que, en el caso de ángulos pequeños, la longitud del arco s y la longitud de la cuerda L son casi iguales (figura 5.4b). ¿Qué tan buena es esta aproximación? Para verlo, calculemos la distancia real perpendicular d al barco. Por la geometría de la situación, tenemos tan $(\theta/2) = (L/2)/d$, así que

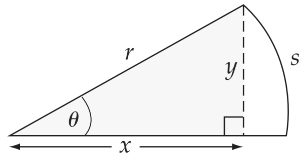
$$d = \frac{L}{2\tan(\theta/2)} = \frac{150 \text{ m}}{2\tan(1.15°/2)} = 7.47 \times 10^3 \text{ m} = 7.47 \text{ km}$$

El primer cálculo es una muy buena aproximación: los valores obtenidos por los dos métodos son casi iguales.

Ejercicio de refuerzo. Como ya señalamos, la aproximación empleada en este ejemplo es para ángulos *pequeños*. Quizás el lector se pregunte qué significa “pequeño”. Para averiguarlo, ¿qué error porcentual tendría la distancia aproximada al buque cisterna con ángulos de 10° y 20°?

APRENDER DIBUJANDO

La aproximación de ángulo pequeño



θ *no* es pequeña:

$\theta \text{ (en rad)} = \dfrac{s}{r}$

$\text{sen } \theta = \dfrac{y}{r} \quad \tan \theta = \dfrac{y}{x}$

θ pequeña:

$y \approx s$
$x \approx r$

$\theta \text{ (en rad)} = \dfrac{s}{r} \approx \dfrac{y}{r} \approx \dfrac{y}{x}$

$\theta \text{ (en rad)} \approx \text{sen } \theta \approx \tan \theta$

Sugerencia para resolver problemas

Al calcular funciones trigonométricas, como tan θ o sen θ, el ángulo podría expresarse en grados o radianes; por ejemplo, sen 30° = sen [(π/6) rad] = sen (0.524 rad) = 0.500. Si las funciones trigonométricas se obtienen con una calculadora, por lo general hay una forma de cambiar el formato para introducir ángulos, entre “deg” (en grados) y “rad” (en radianes). El modo por omisión suele ser en grados, así que si se desea obtener el valor de, digamos, sen (1.22 rad), primero hay que cambiar al modo “rad” y luego introducir sen 1.22, y sen (1.22 rad) = 0.939. (O podría convertir radianes a grados primero y utilizar el formato “deg”.)

La calculadora podría tener un tercer formato, “grad”, que es una unidad angular poco utilizada, que equivale a 1/100 de ángulo recto (90°); es decir, hay 100 grads en un ángulo recto.

5.2 Rapidez y velocidad angulares

OBJETIVOS: *a*) Describir y calcular la rapidez y la velocidad angulares y *b*) explicar su relación con la rapidez tangencial.

La descripción del movimiento circular en forma angular es similar a la descripción del movimiento rectilíneo. De hecho, veremos que las ecuaciones son casi idénticas matemáticamente, y se utilizan diferentes símbolos para indicar que las cantidades tienen diferente significado. Usamos la letra griega minúscula omega con una barra encima ($\bar{\omega}$) para representar la **rapidez angular promedio**, que es la magnitud del desplazamiento angular dividida entre el tiempo total que tomó recorrer esa distancia:

$$\bar{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{\theta - \theta_o}{t - t_o} \qquad \textit{rapidez angular promedio} \qquad (5.4)$$

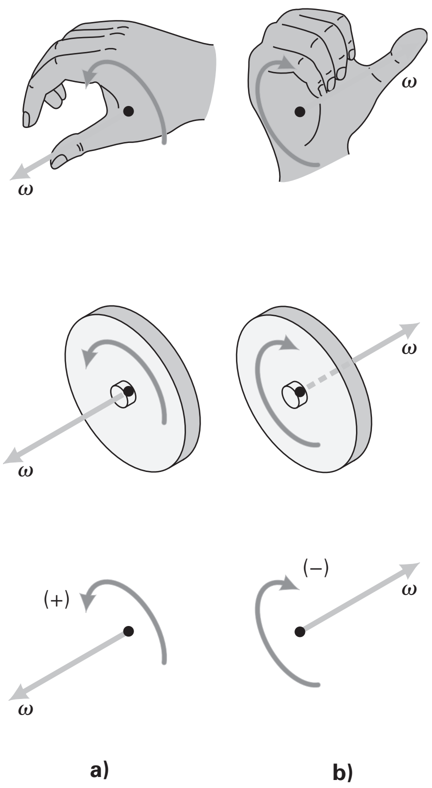
Decimos que las unidades de la rapidez angular son radianes por segundo. Técnicamente, esto es $1/s$ o s^{-1}, ya que el radián no es unidad; pero es útil escribir rad para indicar que la cantidad es rapidez angular. La **rapidez angular instantánea** ($\boldsymbol{\omega}$) se obtiene considerando un intervalo de tiempo muy pequeño, es decir, cuando Δt se aproxima a cero.

Como en el caso lineal, la rapidez angular es *constante*, entonces, $\bar{\omega} = \omega$. Si tomamos θ_o y t_o como cero en la ecuación 5.4,

$$\omega = \frac{\theta}{t} \quad \text{o} \quad \theta = \omega t \qquad \textit{rapidez angular instantánea} \qquad (5.5)$$

Unidad SI de rapidez angular: radianes por segundo (rad/s o s^{-1})

Otra unidad que con frecuencia se utiliza para describir rapidez angular es revoluciones por minuto (rpm); por ejemplo, un disco compacto (CD) gira a una rapidez de 200-500 rpm (según de la ubicación de la pista). Esta unidad no estándar de revoluciones



▲ **FIGURA 5.5** Velocidad angular La dirección del vector de velocidad angular para un objeto en movimiento rotacional está dada por la regla de la mano derecha: si los dedos de la mano derecha se enroscan en la dirección de la rotación, el pulgar extendido apunta en la dirección del vector de velocidad angular. Los sentidos o direcciones circulares suelen indicarse con signos ***a)*** más y ***b)*** menos.

por minuto fácilmente se puede convertir en radianes por segundo, pues 1 revolución = 2π rad. Por ejemplo, (150 rev/min)(2π rad/rev)(1 min/60 s) = 50π rad/s (= 16 rad/s).*

Las **velocidades angulares promedio e instantánea** son similares a sus contrapartes lineales. La velocidad angular está asociada con el desplazamiento angular. Ambas son vectoriales y, por lo tanto, tienen dirección; no obstante, esta direccionalidad se especifica, por convención, de forma especial. En el movimiento rectilíneo o unidimensional, una partícula sólo puede ir en una dirección o en la otra (+ o −), así que los vectores de desplazamiento y velocidad sólo pueden tener estas dos direcciones. En el caso angular, la partícula se mueve en un sentido o en el otro, pero el movimiento es por una *trayectoria circular*. Por lo tanto, los vectores de desplazamiento angular y de velocidad angular de una partícula en movimiento circular sólo pueden tener dos direcciones, que corresponden a seguir la trayectoria circular con desplazamiento angular creciente o decreciente respecto a θ_o; es decir, en sentido horario o antihorario. Concentrémonos en el vector de velocidad angular $\vec{\boldsymbol{\omega}}$. (La dirección del desplazamiento angular será la misma que para la velocidad angular. ¿Por qué?)

La *dirección* del vector de velocidad angular está dada por la *regla de la mano derecha*, que se ilustra en la ◂figura 5.5a. Si enroscamos los dedos de la mano derecha en la dirección del movimiento circular, el pulgar extendido apunta en la dirección de $\vec{\boldsymbol{\omega}}$. Cabe señalar que el movimiento circular sólo puede tener uno de dos *sentidos* circulares, horario o antihorario, y podemos usar los signos más y menos para distinguir las direcciones del movimiento circular. Se acostumbra tomar una rotación antihoraria como positiva (+) porque la distancia angular positiva (y el desplazamiento) se mide convencionalmente en sentido antihorario a partir del eje x positivo.

¿Por qué no simplemente designar la dirección del vector de velocidad angular como horaria o antihoraria? No se hace esto porque "horario" y "antihorario" son sentidos o indicaciones direccionales, no direcciones reales. Esos sentidos rotacionales son como izquierda y derecha. Si nos paramos frente a una persona y a las dos se nos pregunta si un objeto está a la derecha o a la izquierda, nuestras respuestas diferirán. Asimismo, si el lector sostiene este libro hacia una persona que está frente a él y lo gira, ¿el libro estará girando en sentido horario o antihorario?

Podemos usar tales términos para indicar "direcciones" rotacionales cuando se especifican con referencia a algo, como el eje x positivo en la explicación anterior. Remitiéndonos a la figura 5.5, imagine el lector que se coloca primero de un lado del disco giratorio y luego del otro. Luego aplique la regla de la mano derecha en ambos lados. Verá que la dirección del vector de velocidad angular es la misma desde las dos perspectivas (porque está referida a la mano derecha). Si especificamos algo relativo a este vector —digamos, mirando hacia su punta— no habría ambigüedad al usar + y − para indicar sentidos o direcciones rotacionales.

Relación entre rapideces tangencial y angular

Una partícula que se mueve en un círculo tiene una velocidad instantánea tangencial a su trayectoria circular. Si la rapidez y la velocidad angulares son constantes, la rapidez orbital o **rapidez tangencial** de la partícula, v (la magnitud de la velocidad tangencial) también será constante. De manera que la relación entre la rapidez angular y la tangencial se determina a partir de la ecuación 5.3 ($s = r\theta$) y la ecuación 5.5 ($\theta = \omega t$):

$$s = r\theta = r(\omega t)$$

La longitud del arco, la distancia, también está dada por

$$s = vt$$

Si combinamos las dos ecuaciones para s obtenemos la relación entre rapidez tangencial (v) y rapidez angular (ω),

$$v = r\omega \qquad \textit{relación entre rapidez tangencial y rapidez angular para movimiento circular} \tag{5.6}$$

*A menudo es conveniente dejar π en forma simbólica.

donde ω está en radianes por segundo. La ecuación 5.6 se cumple en general para las rapideces instantánea tangencial y angular de cuerpos sólidos o rígidos que giran en torno a un eje fijo, aunque ω varíe con el tiempo.

Observe que todas las partículas de un objeto sólido que gira con velocidad angular constante tienen la misma rapidez angular, pero la rapidez tangencial es diferente dependiendo de la distancia al eje de rotación (▸figura 5.6a).

Ejemplo 5.3 ■ El carrusel: ¿unos más rápidos que otros?

En el parque de diversiones un carrusel a su velocidad de operación constante efectúa una rotación completa en 45 s. Dos niños están montados en caballos, uno a 3.0 m del centro del carrusel, y el otro, a 6.0 m. Calcule *a*) la rapidez angular y *b*) la rapidez tangencial de cada niño.

Razonamiento. La rapidez angular de cada niño es la misma, porque ambos efectúan una rotación completa en el mismo tiempo. En cambio, su rapidez tangencial será distinta porque los radios son distintos. Es decir, el niño con radio mayor describe un círculo más grande durante el tiempo de rotación y, por lo tanto, debe viajar con mayor rapidez.

Solución.

Dado:	$\theta = 2\pi$ rad (una rotación)	*Encuentre:* *a*) ω_1 y ω_2 (rapideces angulares)
	$t = 45$ s	*b*) v_1 y v_2 (rapideces tangenciales)
	$r_1 = 3.0$ m	
	$r_2 = 6.0$ m	

***a*)** Como ya señalamos, $\omega_1 = \omega_2$; es decir, ambos niños giran con la misma rapidez angular. Todos los puntos del carrusel recorren 2π rad en el tiempo que tarda una rotación. De manera que la rapidez angular se calcula con la ecuación 5.5 (ω constante):

$$\omega = \frac{\theta}{t} = \frac{2\pi \text{ rad}}{45 \text{ s}} = 0.14 \text{ rad/s}$$

Por lo tanto, $\omega = \omega_1 = \omega_2 = 0.14$ rad/s.

***b*)** La rapidez tangencial es diferente en diferentes puntos radiales del carrusel. Todas las "partículas" que constituyen el carrusel efectúan una rotación en el mismo tiempo. Por lo tanto, cuanto más lejos esté una partícula del centro, mayor será su trayectoria circular y mayor será su rapidez tangencial, como indica la ecuación 5.6. (Véase también la figura 5.6a.) Entonces,

$$v_1 = r_1\omega = (3.0 \text{ m})(0.14 \text{ rad/s}) = 0.42 \text{ m/s}$$

y

$$v_2 = r_2\omega = (6.0 \text{ m})(0.14 \text{ rad/s}) = 0.84 \text{ m/s}$$

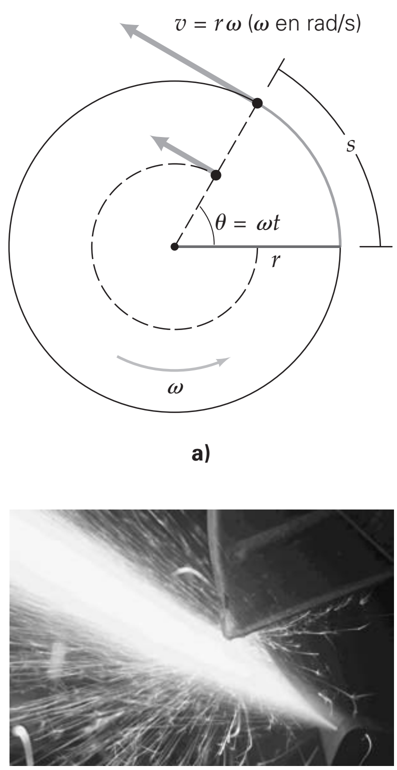
(Observe que en la respuesta se omitió la unidad radián.)

Así, un jinete en la parte exterior del carrusel tiene mayor rapidez tangencial que uno más cercano al centro. Aquí el jinete 2 tiene un radio dos veces mayor que el jinete 1 y, por lo tanto, va dos veces más rápido.

Ejercicio de refuerzo. *a*) En un viejo disco de 45 rpm, la pista inicial está a 8.0 cm del centro, y la final, a 5.0 cm del centro. Calcule la rapidez angular y la rapidez tangencial a estas distancias cuando el disco está girando a 45 rpm. *b*) ¿Por qué, en las pistas de carrera ovaladas, los competidores de adentro y afuera tienen diferentes puntos de inicio (lo cual se conoce como salida "escalonada"), de manera que algunos competidores inician "adelante" de otros?

Periodo y frecuencia

Otras cantidades que suelen usarse para describir movimientos circulares son el periodo y la frecuencia. El tiempo que tarda un objeto en movimiento circular en efectuar una revolución completa (un *ciclo*) se denomina **periodo** (***T***). Por ejemplo, el periodo de revolución de la Tierra alrededor del Sol es un año, y el periodo de la rotación axial de la Tierra es 24 horas. La unidad estándar de periodo es el segundo (s). Descriptivamente, el periodo a veces se da en segundos por revolución (s/rev) o segundos por ciclo (s/ciclo).



▲ **FIGURA 5.6** Rapideces tangencial y angular
***a*)** Las rapideces tangencial y angular están relacionadas por $v = r\omega$, donde ω está en radianes por segundo. Observe que todas las partículas de un objeto que gira en torno a un eje fijo se mueven en un círculo. Todas ellas tienen la misma rapidez angular ω, pero dos partículas que están a diferente distancia del eje de rotación tienen distinta rapidez tangencial. ***b*)** Las chispas de una rueda de esmeril ilustran gráficamente la velocidad tangencial instantánea. (¿Por qué las trayectorias son ligeramente curvas?)

Nota: siempre que se calcula una cantidad tangencial o lineal a partir de una cantidad angular, la unidad angular de radián se omite en la respuesta final. Cuando se pide una cantidad angular, la unidad de radián normalmente se incluye en la respuesta final, por claridad.

Algo estrechamente relacionado con el periodo es la **frecuencia** (f), que es el número de revoluciones o ciclos que se efectúan en un tiempo dado, generalmente un segundo. Por ejemplo, si una partícula que viaja uniformemente en una órbita circular efectúa 5.0 revoluciones en 2.0 s, la frecuencia (de revolución) es $f = 5.0$ rev/2.0 s = 2.5 rev/s o 2.5 ciclos/s (cps o ciclos por segundo).

El hertz (Hz) es una unidad de frecuencia que se llama así en honor al físico alemán Heinrich Hertz (1857-1894), quien fue uno de los pioneros en investigar las ondas electromagnéticas, las cuales también se caracterizan por su frecuencia.

Revolución y *ciclo* son meramente términos descriptivos que se usan por conveniencia; *no* son unidades. Sin estos términos descriptivos, vemos que la unidad de frecuencia es el recíproco de segundos (1/s o s^{-1}), que se llama **hertz** (**Hz**) en el SI.

Las dos cantidades están inversamente relacionadas por

$$f = \frac{1}{T} \quad \textit{frecuencia y periodo} \tag{5.7}$$

Unidad SI de frecuencia: hertz (Hz, 1/s o s^{-1})

Nota: frecuencia (f) y periodo (T) tienen una relación inversa.

donde el periodo está en segundos y la frecuencia está en hertz, o recíproco de segundos.

En el caso del movimiento circular uniforme, la rapidez orbital tangecial se relaciona con el periodo como $v = 2\pi r/T$; es decir, la distancia recorrida en una revolución dividida entre el tiempo de una revolución (un periodo). La frecuencia también puede relacionarse con la rapidez angular.

Puesto que se recorre una distancia angular de 2π rad en un periodo (por definición de periodo), tenemos

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \quad \textit{rapidez angular en terminos de periodo y frecuencia} \tag{5.8}$$

Vemos que ω y f tienen las mismas unidades: ω = rad/s = 1/s y $2\pi f$ = rad/s = 1/s. Esta notación puede causar confusión y, por ello, muchas veces se añade el término "rad", aunque no sea una unidad.

Ejemplo 5.4 ■ Frecuencia y periodo: una relación inversa

Un disco compacto (CD) gira en un reproductor con rapidez constante de 200 rpm. Calcule *a*) la frecuencia y *b*) el periodo de revolución del CD.

Razonamiento. Podemos usar las relaciones entre la frecuencia (f), el periodo (T) y la frecuencia angular ω, expresadas en las ecuaciones 5.7 y 5.8.

Solución. La rapidez angular no está en unidades estándar, así que hay que convertirla. Podemos convertir revoluciones por minuto (rpm) en radianes por segundo (rad/s).

Dado: $\omega = \left(\frac{200 \text{ rev}}{\text{min}}\right)\left(\frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}}\right)\left(\frac{2\pi \text{ rad}}{\text{rev}}\right) = 20.9 \text{ rad/s}$ ***Encuentre:*** *a*) f (frecuencia)
b) T (periodo)

[Observe que un factor de conversión útil sería 1(rev/min) = (π/30) rad/s.]

a) Reacomodamos la ecuación 5.8 y despejamos f:

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{20.9 \text{ rad/s}}{2\pi \text{ rad/ciclo}} = 3.33 \text{ Hz}$$

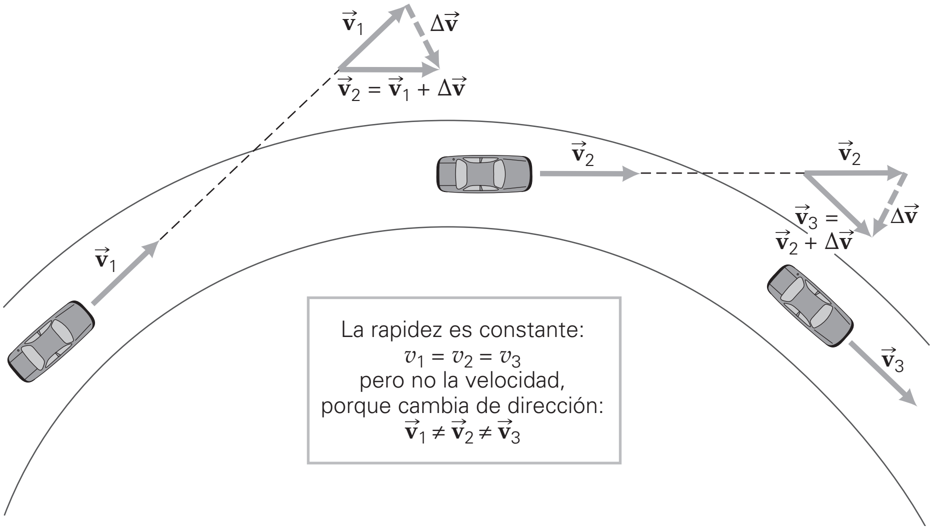
Las unidades de 2π son rad/ciclo o revolución, así que el resultado está en ciclos/segundo o recíproco de segundos, que son hertz.

b) Podríamos usar la ecuación 5.8 para calcular T, pero la ecuación 5.7 es un poco más sencilla:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{3.33 \text{ Hz}} = 0.300 \text{ s}$$

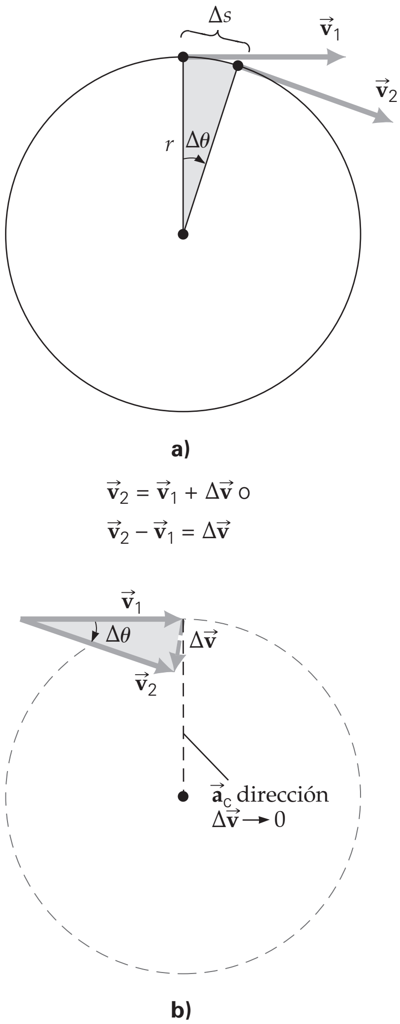
Entonces, el CD tarda 0.300 s en efectuar una revolución. (Observe que, como Hz = 1/s, la ecuación es dimensionalmente correcta.)

Ejercicio de refuerzo. Si el periodo de cierto CD es de 0.500 s, ¿qué rapidez angular tiene el disco en revoluciones por minuto?



▲ **FIGURA 5.7 Movimiento circular uniforme** La rapidez de un objeto en movimiento circular uniforme es constante, pero la velocidad del objeto cambia en la dirección del movimiento. Por lo tanto, hay una aceleración.

Nota: repase la explicación del movimiento curvilíneo en la sección 1.1.



▲ **FIGURA 5.8 Análisis de la aceleración centrípeta** ***a)*** El vector de velocidad de un objeto en movimiento circular uniforme cambia constantemente de dirección. ***b)*** Si tomamos Δt, el intervalo de tiempo para $\Delta\theta$, cada vez más pequeño, acercándose a cero, $\Delta\mathbf{v}$ (el cambio en la velocidad y, por lo tanto, una aceleración) se dirige hacia el centro del círculo. El resultado es una aceleración centrípeta (que busca el centro), cuya magnitud es $a_c = v^2/r$.

5.3 Movimiento circular uniforme y aceleración centrípeta

OBJETIVOS: *a*) Explicar por qué hay una aceleración centrípeta en el movimiento circular uniforme o constante y *b*) calcular la aceleración centrípeta.

Un tipo sencillo pero importante de movimiento circular es el **movimiento circular uniforme**, que se da cuando un objeto se mueve con rapidez constante por una trayectoria circular. Un ejemplo de este movimiento es un automóvil que da vueltas por una pista circular (▲figura 5.7). El movimiento de la Luna alrededor de la Tierra se aproxima con un movimiento circular uniforme. Tal movimiento es curvilíneo, así que sabemos, por lo estudiado en el capítulo 1, que debe haber una aceleración. Sin embargo, ¿qué magnitud y dirección tiene?

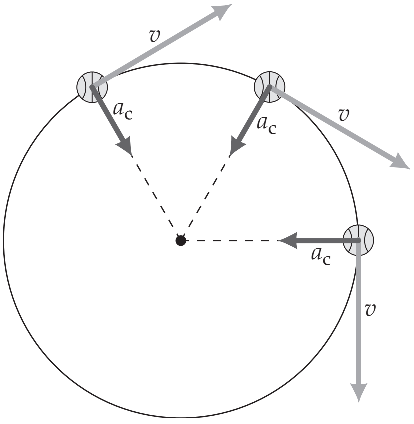
Aceleración centrípeta

La aceleración del movimiento circular uniforme no tiene la misma dirección que la velocidad instantánea (que es tangente a la trayectoria circular en todo momento). Si lo fuera, el objeto aumentaría su rapidez, y el movimiento circular no sería uniforme. Recordemos que la aceleración es la tasa o razón de cambio de la velocidad con respecto al tiempo y que la velocidad tiene tanto *magnitud* como *dirección*. En el movimiento circular uniforme, la dirección de la velocidad cambia continuamente, lo que nos da una idea de la dirección de la aceleración. (Véase la figura 5.7.)

Los vectores de velocidad al principio y al final de un intervalo de tiempo dan el cambio de velocidad $\Delta\vec{\mathbf{v}}$, por resta vectorial. Todos los vectores de velocidad instantánea tienen la misma magnitud o longitud (rapidez constante); pero difieren en cuanto a dirección. Observe que como $\Delta\vec{\mathbf{v}}$ no es cero, debe haber una aceleración ($\vec{\mathbf{a}} = \Delta\vec{\mathbf{v}}/\Delta t$).

Como se aprecia en la ▸figura 5.8, a medida de que Δt (o $\Delta\theta$) se vuelve más pequeño, $\Delta\vec{\mathbf{v}}$ apunta más hacia el centro de la trayectoria circular. Cuando Δt se acerca a cero, el cambio instantáneo en la velocidad, y la aceleración, apunta exactamente hacia el centro del círculo. Por ello, la aceleración en el movimiento circular uniforme se llama **aceleración centrípeta**, que significa aceleración "que busca el centro" (del latín *centri*, "centro" y *petere*, "precipitarse" o "buscar").

La aceleración centrípeta debe dirigirse radialmente hacia adentro, es decir, sin componente en la dirección de la velocidad perpendicular (tangencial), pues si no fuera así cambiaría la magnitud de esa velocidad (▾figura 5.9). Cabe señalar que, para un objeto en movimiento circular uniforme, la dirección de la aceleración centrípeta está cambiando continuamente. En términos de componentes x y y, a_x y a_y no son constantes. ¿Puede el lector describir la diferencia entre estas condiciones y las de la aceleración de un proyectil?



▲ **FIGURA 5.9 Aceleración centrípeta** La aceleración centrípeta de un objeto en movimiento circular uniforme está dirigida radialmente hacia adentro. No hay componente de aceleración en la dirección tangencial; si lo hubiera, cambiaría la magnitud de la velocidad (*rapidez* tangencial).

Nota: la magnitud de la aceleración centrípeta depende de la rapidez tangencial (v) y del radio (r).

La magnitud de la aceleración centrípeta puede deducirse de los pequeños triángulos sombreados de la figura 5.8. (Para intervalos de tiempo muy cortos, la longitud del arco Δs es casi una línea recta: la cuerda.) Estos dos triángulos son similares, porque cada uno tiene un par de lados iguales que rodean el mismo ángulo $\Delta\theta$. (Los vectores de velocidad tienen la misma magnitud.) Por lo tanto, Δv es a v como Δs es a r, que puede escribirse como:

$$\frac{\Delta v}{v} \approx \frac{\Delta s}{r}$$

La longitud del arco Δs es la distancia recorrida en un tiempo Δt; por lo tanto, $\Delta s = v\Delta t$, así que

$$\frac{\Delta v}{v} \approx \frac{\Delta s}{r} = \frac{v\Delta t}{r}$$

y

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} \approx \frac{v^2}{r}$$

Entonces, cuando Δt se acerca a cero, esta aproximación se vuelve exacta. La aceleración centrípeta instantánea, $a_c = \Delta v/\Delta t$, tiene entonces una magnitud de

$$a_c = \frac{v^2}{r} \quad \textit{magnitud de la aceleración centrípeta en términos de la rapidez tangencial} \tag{5.9}$$

Si usamos la ecuación 5.6 ($v = r\omega$), también podremos escribir la ecuación de la aceleración centrípeta en términos de la rapidez angular:

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{(r\omega)^2}{r} = r\omega^2 \quad \textit{magnitud de la aceleración centrípeta en términos de la rapidez angular} \tag{5.10}$$

Los satélites en órbita tienen aceleración centrípeta, y en la sección A fondo 5.2 describe una aplicación médica terrenal de la aceleración centrípeta.

▲ **FIGURA 5.10 Centrífuga** Se usan centrífugas para separar partículas de diferente tamaño y densidad suspendidas en líquidos. Por ejemplo, en un tubo de centrífuga es posible separar los glóbulos rojos de los blancos y del plasma que constituye la porción líquida de la sangre.

Ejemplo 5.5 ■ La centrífuga: aceleración centrípeta

Una centrífuga de laboratorio como la que se muestra en la ◂figura 5.10 opera con una rapidez rotacional de 12 000 rpm. *a*) ¿Qué magnitud tiene la aceleración centrípeta de un glóbulo rojo que está a una distancia radial de 8.00 cm del eje de rotación de la centrífuga? *b*) Compare esa aceleración con g.

Razonamiento. Nos dan la rapidez angular y el radio, así que podemos calcular directamente la aceleración centrípeta con la ecuación 5.10. El resultado se compara con g utilizando $g = 9.80 \text{ m/s}^2$.

Solución. Los datos son:

Dado: $\omega = (1.20 \times 10^4 \text{ rpm})\left[\frac{(\pi/30)\text{rad/s}}{\text{rpm}}\right] = 1.26 \times 10^3 \text{ rad/s}$

$r = 8.00 \text{ cm} = 0.0800 \text{ m}$

Encuentre: *a*) a_c
b) comparación de a_c y g

***a*)** Calculamos la aceleración centrípeta con la ecuación 5.10:

$$a_c = r\omega^2 = (0.0800 \text{ m})(1.26 \times 10^3 \text{ rad/s})^2 = 1.27 \times 10^5 \text{ m/s}^2$$

***b*)** Utilizamos la relación $1\,g = 9.80 \text{ m/s}^2$ para expresar a_c en términos de g y tenemos

$$a_c = (1.27 \times 10^5 \text{ m/s}^2)\left(\frac{1\,g}{9.80 \text{ m/s}^2}\right) = 1.30 \times 10^4\,g\ (= 13\,000\,g!)$$

Ejercicio de refuerzo. *a*) ¿Qué rapidez angular en revoluciones por minuto daría una aceleración centrípeta de 1 g a la distancia radial de este ejemplo y, tomando en cuenta la gravedad, cuál sería la aceleración resultante? *b*) Compare el efecto de la gravedad sobre los tubos que giran con la rapidez rotacional del ejemplo y con la del inciso *a* de este Ejercicio de refuerzo.

A FONDO 5.1 LA CENTRÍFUGA: SEPARACIÓN DE COMPONENTES DE LA SANGRE

La centrífuga es una máquina giratoria que sirve para separar partículas de diferente tamaño y densidad suspendidas en un líquido (o un gas). Por ejemplo, la crema se separa de la leche por centrifugado, y los componentes de la sangre se separan con centrífugas en los laboratorios clínicos (véase la figura 5.10).

Hay un proceso mucho más lento para separar los componentes de la sangre, los cuales al final quedan asentados en capas en el fondo de un tubo vertical —un proceso llamado *sedimentación*—, bajo la sola influencia de la gravedad normal. La resistencia viscosa que el plasma ejerce sobre las partículas es similar (aunque mucho mayor) a la resistencia del aire que determina la velocidad terminal de los objetos que caen (sección 2.6). Los glóbulos rojos se asientan en la capa inferior del tubo, pues alcanzan una mayor velocidad terminal que los glóbulos blancos y las plaquetas, así que llegan al fondo antes. Los glóbulos blancos asentados en la siguiente capa y las plaquetas en la superior. Sin embargo, la sedimentación gravitacional por lo general es un proceso muy lento.

La tasa de sedimentación de eritrocitos (TSE) tiene utilidad en el diagnóstico; sin embargo, el personal clínico no desea esperar mucho tiempo para determinar el volumen fraccionario de glóbulos rojos (eritrocitos) en la sangre o para separarlo del plasma. Los tubos de centrífuga se ponen a girar horizontalmente. La resistencia del fluido medio sobre las partículas suministra la aceleración centrípeta que las mantiene moviéndose lentamente en círculos que se amplían conforme se mueven hacia el fondo del tubo. El fondo mismo debe ejercer una fuerza considerable sobre el contenido en general, y ser lo bastante resistente como para no romperse.

Las centrífugas de laboratorio normalmente operan a rapideces suficientes como para producir aceleraciones centrípetas miles de veces mayores que g. (Véase el ejemplo 5.5.) Puesto que el principio de la centrífuga se basa en la aceleración centrípeta, tal vez "centrípuga" sería un nombre más descriptivo.

Fuerza centrípeta

Para que haya una aceleración, debe haber una fuerza neta. Por lo tanto, para que haya una aceleración centrípeta (hacia adentro), debe haber una fuerza centrípeta (fuerza neta hacia adentro). Si expresamos la magnitud de esta fuerza en términos de la segunda ley de Newton ($\vec{\mathbf{F}}_{\text{neta}} = m\vec{\mathbf{a}}$) e insertamos la expresión de la aceleración centrípeta de la ecuación 5.9, escribimos

$$F_c = ma_c = \frac{mv^2}{r} \quad \textit{magnitud de la fuerza centrípeta} \tag{5.11}$$

La fuerza centrípeta, al igual que la aceleración centrípeta, tiene dirección radial hacia el centro de la trayectoria circular.

Ejemplo conceptual 5.6 ■ Ruptura

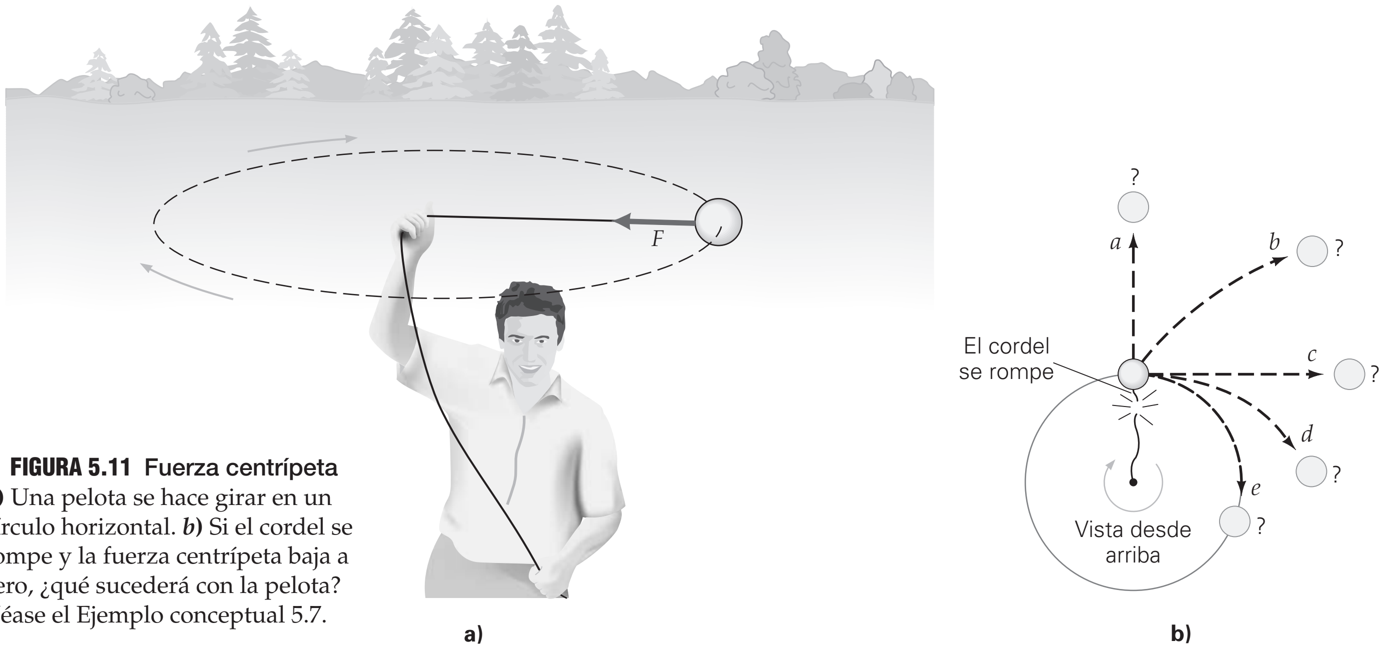
Una pelota sujeta de un cordel se pone a dar vueltas con movimiento uniforme en un círculo horizontal sobre la cabeza de una persona (▼figura 5.11a). Si el cordel se rompe, ¿cuál de las trayectorias que se muestran en la figura 5.11b (vistas desde arriba) seguirá la pelota?

Razonamiento y respuesta. Cuando el cordel se rompe, la fuerza centrípeta baja a cero. No hay fuerza en la dirección hacia afuera, de manera que la pelota no podría seguir la trayectoria *a*. La primera ley de Newton señala que, si ninguna fuerza actúa sobre un objeto en movimiento, el objeto se seguirá moviendo en línea recta. Este factor elimina las trayectorias *b*, *d* y *e*.

Debe ser evidente, por el análisis anterior, que en cualquier instante (incluido el instante en el que el cordel se rompe), la pelota aislada tiene una velocidad tangencial horizontal. La fuerza de la gravedad actúa sobre ella hacia abajo, pero esa fuerza sólo afecta su movimiento vertical, que no puede verse en la figura 5.11b. Por lo tanto, la pelota sale despedida tangencialmente y en esencia es un proyectil horizontal (con $v_{x_o} = v$, $v_{y_o} = 0$ y $a_y = -g$). Vista desde arriba, la pelota seguiría la trayectoria rotulada con *c*.

Ejercicio de refuerzo. Si damos vuelta a una pelota en un círculo horizontal arriba de nosotros, ¿el cordel puede estar exactamente horizontal? (Véase la figura 5.11a.) Explique su respuesta. [*Sugerencia:* analice las fuerzas que actúan sobre la pelota.]

Hay que tener presente que, en general, una fuerza neta que se aplica con un ángulo respecto a la dirección del movimiento de un objeto produce cambios en la magnitud y la dirección de la velocidad. Sin embargo, cuando una fuerza neta de magnitud constante se aplica continuamente con un ángulo de 90° respecto a la dirección del movimiento (como la fuerza centrípeta), sólo cambia la dirección de la velocidad. Esto ocurre



▶ **FIGURA 5.11** Fuerza centrípeta *a)* Una pelota se hace girar en un círculo horizontal. *b)* Si el cordel se rompe y la fuerza centrípeta baja a cero, ¿qué sucederá con la pelota? Véase el Ejemplo conceptual 5.7.

porque no hay componente de fuerza paralelo a la velocidad. Además, dado que la fuerza centrípeta siempre es perpendicular a la dirección del movimiento, esta fuerza no efectúa trabajo. (¿Por qué?) Por lo tanto, por el teorema trabajo-energía (sección 3.3), una fuerza centrípeta no modifica la energía cinética ni la rapidez del objeto.

La fuerza centrípeta en la forma $F_c = mv^2/r$ no es una nueva fuerza individual, sino más bien la causa de la aceleración centrípeta producida por una fuerza real o por la suma vectorial de varias fuerzas.

La fuerza que produce la aceleración centrípeta para los satélites es la gravedad. En el ejemplo conceptual 5.6, era la tensión en el cordel. Otra fuerza que a menudo produce aceleración centrípeta es la fricción. Suponga que un automóvil viaja por una curva circular horizontal. Para dar vuelta, el vehículo debe tener una aceleración centrípeta, la cual es producto de la fuerza de fricción entre los neumáticos y la carretera.

Sin embargo, esta fricción (estática; ¿por qué?) tiene un valor limitante máximo. Si la rapidez del automóvil es lo bastante alta o la curva es muy cerrada, la fricción no bastará para proporcionar la aceleración centrípeta necesaria y el automóvil derrapará hacia afuera desde el centro de la curva. Si el vehículo pasa por una área mojada o cubierta de hielo, podría reducirse la fricción entre los neumáticos y la carretera, y el automóvil derraparía aun si viaja con menor rapidez. (El peralte de las curvas también ayuda a los vehículos a dar vuelta sin derraparse.)

Ejemplo 5.7 ■ Donde el caucho toca el camino: fricción y fuerza centrípeta

Un automóvil se acerca a una curva circular horizontal con radio de 45.0 m. Si el pavimento de concreto está seco, ¿con qué rapidez constante máxima podrá el coche tomar la curva?

Razonamiento. El coche está en movimiento circular uniforme en la curva, por lo que debe haber una fuerza centrípeta. Esta fuerza proviene de la fricción, así que la fuerza de fricción estática máxima genera la fuerza centrípeta cuando el automóvil tiene su rapidez tangencial máxima.

Solución. Escribimos lo que se da y lo que se pide:

Dado: $r = 45.0$ m ***Encuentre:*** v (rapidez máxima)

Para tomar una curva con una rapidez dada, el automóvil debe tener una aceleración centrípeta, así que una fuerza centrípeta debe actuar sobre él. Esta fuerza hacia adentro se debe a la fricción estática entre los neumáticos y la carretera. (Los neumáticos no están deslizándose ni derrapando sobre al camino.)

En el capítulo 2 vimos que la fuerza de fricción máxima está dada por $f_{s_{máx}} = \mu_s N$ (ecuación 2.7), donde N es la magnitud de la fuerza normal sobre el vehículo y es igual a su peso, mg, sobre el camino horizontal (¿por qué?). Esta magnitud de la fuerza de fricción estática máxima es igual a la magnitud de la fuerza centrípeta ($F_c = mv^2/r$). Para determinar la rapidez máxima. Para calcular $f_{s_{máx}}$, necesitaremos el coeficiente de fricción entre el caucho y el concreto; en la tabla 2.1 vemos que es $\mu_s = 1.20$. Entonces,

$$f_{s_{máx}} = F_c$$

$$\mu_s N = \mu_s mg = \frac{mv^2}{r}$$

Por lo tanto,

$$v = \sqrt{\mu_s rg} = \sqrt{(1.20)(45.0\text{ m})(9.80\text{ m/s}^2)} = 23.0\text{ m/s}$$

(unos 83 km/h, o 52 mi/h).

Ejercicio de refuerzo. ¿La fuerza centrípeta será la misma para todos los tipos de vehículos en este ejemplo?

La velocidad adecuada al tomar una curva en una autopista es una consideración importante. El coeficiente de fricción entre los neumáticos y el pavimento podría variar, dependiendo del tiempo, las condiciones del camino, el diseño de los neumáticos, el grado de desgaste del dibujo, etc. Cuando se diseña una carretera curva, puede hacerse más segura incluyendo peraltes o inclinaciones. Este diseño reduce la probabilidad de derrapar, porque así la fuerza normal ejercida por el camino sobre el vehículo tiene un componente hacia el centro de la curva, el cual reduce la necesidad de fricción. De hecho, para una curva circular con un ángulo de peralte y un radio dados, existe una rapidez para la cual no se requiere ninguna fricción. Esta condición se usa en el diseño de peraltes. (Véase el ejercicio 45.)

Veamos un ejemplo más de fuerza centrípeta, ahora con dos objetos en movimiento circular uniforme. El ejemplo 5.8 nos ayudará a entender los movimientos de los satélites en órbita circular, que analizaremos en una sección posterior.

Ejemplo 5.8 ■ Cuerpos conectados: fuerza centrípeta y segunda ley de Newton

Suponga que dos masas, $m_1 = 2.5$ kg y $m_2 = 3.5$ kg, están conectadas por cordeles ligeros y están en movimiento circular uniforme sobre una superficie horizontal sin fricción, como se ilustra en la ▸figura 5.12, donde $r_1 = 1.0$ m y $r_2 = 1.3$ m. Las fuerzas que actúan sobre las masas son $T_1 = 4.5$ N y $T_2 = 2.9$ N, las tensiones en los cordeles, respectivamente. Calcule *a*) la magnitud de la aceleración centrípeta y *b*) la de la rapidez tangencial de *a*) la masa m_2 y *b*) la masa m_1.

Razonamiento. Las fuerzas centrípetas que actúan sobre las masas provienen de las tensiones (T_1 y T_2) en los cordeles. Si aislamos las masas, podremos calcular a_c para cada una, ya que la fuerza neta sobre una masa es igual a la fuerza centrípeta sobre esa masa ($F_c = ma_c$). Luego se calculan las rapideces tangenciales, pues se conocen los radios ($a_c = v^2/r$).

Solución.

Dado: $r_1 = 1.0$ m y $r_2 = 1.3$ m
$m_1 = 2.5$ kg y $m_2 = 3.5$ kg
$T_1 = 4.5$ N
$T_2 = 2.9$ N

Encuentre: aceleración centrípeta (a_c) y rapidez tangencial (v) de
a) m_2
b) m_1

***a*)** Al aislar m_2 en la figura, vemos que la fuerza centrípeta proviene de la tensión en el cordel. (T_2 es la única fuerza que actúa sobre m_2 hacia el centro de su trayectoria circular.) Por lo tanto,

$$T_2 = m_2 a_{c_2}$$

y

$$a_{c_2} = \frac{T_2}{m_2} = \frac{2.9\text{ N}}{3.5\text{ kg}} = 0.83\text{ m/s}^2$$

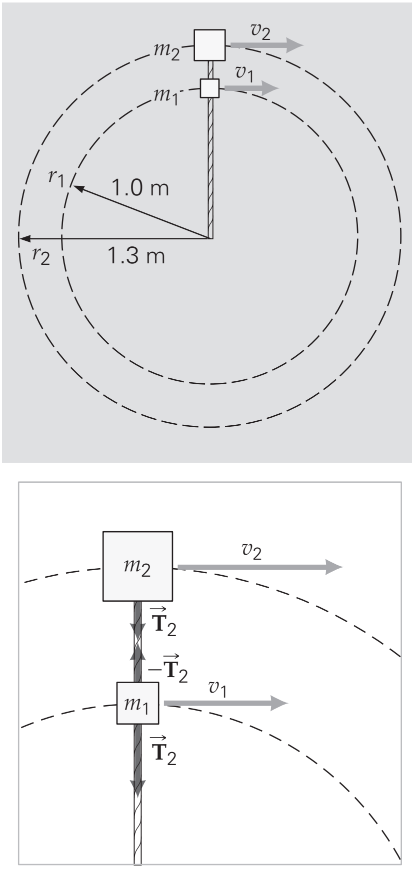
donde la aceleración es hacia el centro del círculo.

Calculamos la rapidez tangencial de m_2 utilizando $a_c = v^2/r$:

$$v_2 = \sqrt{a_{c_2} r_2} = \sqrt{(0.83\text{ m/s}^2)(1.3\text{ m})} = 1.0\text{ m/s}$$

***b*)** La situación de m_1 es un poco distinta. En este caso, dos fuerzas radiales actúan sobre la masa m_1: las tensiones T_1 (hacia adentro) y $-T_2$ (hacia afuera) en los cordeles. También, por la segunda ley de Newton, para tener una aceleración centrípeta, debe haber una fuerza neta, dada por la diferencia entre las dos tensiones, por lo que cabe esperar que $T_1 > T_2$, y que

$$F_{neta_1} = +T_1 + (-T_2) = m_1 a_{c_1} = \frac{m_1 v_1^2}{r_1}$$



▲ **FIGURA 5.12** Fuerza centrípeta y segunda ley de Newton
Véase el ejemplo 5.8.

(continúa en la siguiente página)

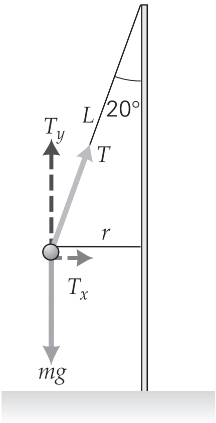
donde tomamos como positiva la dirección radial (hacia el centro de la trayectoria circular). Entonces,

$$a_{c_1} = \frac{T_1 - T_2}{m_1} = \frac{4.5\text{ N} + (-2.9\text{ N})}{2.5\text{ kg}} = 0.64\text{ m/s}^2$$

y

$$v_1 = \sqrt{a_{c_1} r_1} = \sqrt{(0.64\text{ m/s}^2)(1.0\text{ m})} = 0.80\text{ m/s}$$

Ejercicio de refuerzo. En este ejemplo observe que la aceleración centrípeta de m_2 es mayor que la de m_1, pero $r_2 > r_1$ y $a_c \propto 1/r$. ¿Hay alguna equivocación aquí? Explique.



▲ **FIGURA 5.13** Esfera en un cordón
Véase el ejemplo integrado 5.9.

Ejemplo integrado 5.9 ■ Fuerza que busca el centro: una vez más

Se utiliza un cordel de 1.0 m para colgar una esfera de 0.50 kg del punto más alto de un poste. Después de golpearla varias veces, la esfera da vueltas al poste en movimiento circular uniforme, con una rapidez tangencial de 1.1 m/s, a un ángulo de 20° con respecto al poste. *a*) La fuerza que produce la aceleración centrípeta es 1) el peso de la esfera, 2) un componente de la fuerza de tensión en el cordel, o 3) la tensión total en el cordel. *b*) Calcule la magnitud de la fuerza centrípeta.

a) Razonamiento conceptual. La fuerza centrípeta es una fuerza que "busca el centro", así que está dirigida perpendicularmente hacia el poste, en torno al cual la esfera está en movimiento circular. Para resolver problemas casi siempre resulta útil dibujar un diagrama, como el de la ◂figura 5.13. Podemos ver inmediatamente que las opciones 1 y 3 no son correctas, porque esas fuerzas no apuntan directamente hacia el centro del círculo ubicado en el poste. (mg y T_y son iguales y opuestas, y no hay aceleración en la dirección y.) En efecto, la respuesta es 2: un componente de la fuerza de tensión, T_x, proporciona la fuerza centrípeta.

b) Razonamiento cuantitativo y solución. T_x proporciona la fuerza centrípeta, y los datos son para la forma dinámica de la fuerza centrípeta, es decir, $T_x = F_c = mv^2/r$ (ecuación 5.11).

Dado: $L = 1.0\text{ m}$
$v = 1.1\text{ m/s}$
$m = 0.50\text{ kg}$
$\theta = 20°$

Encuentre: F_c (la magnitud de la fuerza centrípeta)

Como ya señalamos, la magnitud de la fuerza centrípeta se calcula con la ecuación 5.11:

$$F_c = T_x = \frac{mv^2}{r}$$

Sin embargo, necesitamos la distancia radial r. En la figura, vemos que esa cantidad es $r = L$ sen 20°, así que

$$F_c = \frac{mv^2}{L \text{ sen } 20°} = \frac{(0.50\text{ kg})(1.1\text{ m/s})^2}{(1.0\text{ m})(0.342)} = 1.8\text{ N}$$

Ejercicio de refuerzo. ¿Qué magnitud tiene la tensión T en el cordel?

5.4 Aceleración angular

OBJETIVOS: *a*) Definir aceleración angular y *b*) analizar la cinemática rotacional.

Seguramente usted ya dedujo que, aparte de la lineal, otro tipo de aceleración es la *angular*. Esta cantidad representa la tasa de cambio de la velocidad angular con respecto al tiempo. En el caso del movimiento circular, si hubiera una aceleración angular, el movimiento no sería uniforme porque la rapidez y/o la dirección estarían cambiando. Por similitud con el caso lineal, la magnitud de la **aceleración angular promedio ($\bar{\alpha}$)** está dada por

$$\bar{\alpha} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

donde la barra sobre alfa indica que es un valor promedio, como siempre. Si tomamos $t_o = 0$ y si la aceleración angular es constante, de manera que $\bar{\alpha} = \alpha$, tenemos

$$\alpha = \frac{\omega - \omega_o}{t} \quad \textit{(aceleración angular constante)}$$

Unidad SI de aceleración angular:
radianes por segundo al cuadrado (rad/s^2)

o bien,

$$\omega = \omega_o + \alpha t \quad \textit{(sólo aceleración constante angular)} \tag{5.12}$$

En la ecuación 5.12 no se emplean símbolos de vector en negritas porque se usan signos de más y menos para indicar direcciones angulares, como ya explicamos. Al igual que en el caso del movimiento rectilíneo, si la aceleración angular aumenta la velocidad angular, ambas cantidades tendrán el mismo signo, lo cual significa que su dirección vectorial es la misma (es decir, α tiene la misma dirección que ω, dada por la regla de la mano derecha). Si la aceleración angular disminuye la velocidad angular, las dos cantidades tendrán signos opuestos, lo que implica que sus vectores sean opuestos (es decir, α tendrá la dirección opuesta a la de ω, dada por la regla de la mano derecha; será una "desaceleración angular").

Ejemplo 5.10 ■ Un CD que gira: aceleración angular

Un CD acelera uniformemente desde el reposo hasta su rapidez operativa de 500 rpm en 3.50 s. Calcule la aceleración angular del CD *a*) durante este lapso y *b*) al término de este lapso. *c*) Si el CD se detiene uniformemente en 4.50 s, ¿qué aceleración angular tendrá entonces?

Razonamiento. *a*) Nos dan las velocidades angulares inicial y final; por lo tanto, calculamos la aceleración angular constante (uniforme) con la ecuación 5.12, ya que conocemos el tiempo durante el cual el CD acelera. *b*) Hay que tener presente que la rapidez operativa es constante. *c*) Nos dan todo para usar la ecuación 5.12; pero habría que esperar un resultado negativo. (¿Por qué?)

Solución.

Dado: $\omega_o = 0$

$$\omega = (500\ \text{rpm})\left[\frac{(\pi/30)\ \text{rad/s}}{\text{rpm}}\right] = 52.4\ \text{rad/s}$$

$t = 3.50$ s (para arrancar)
$t = 4.50$ s (para detenerse)

Encuentre: *a*) α (al arrancar)
b) α (en operación)
c) α (al parar)

***a*)** Utilizando la ecuación 5.12,

$$\alpha = \frac{\omega - \omega_o}{t} = \frac{52.4\ \text{rad/s} - 0}{3.50\ \text{s}} = 15.0\ \text{rad/s}^2$$

en la dirección de la velocidad angular.

***b*)** Una vez que el CD alcanza su rapidez operativa, la velocidad angular se mantiene constante, así que $\alpha = 0$.

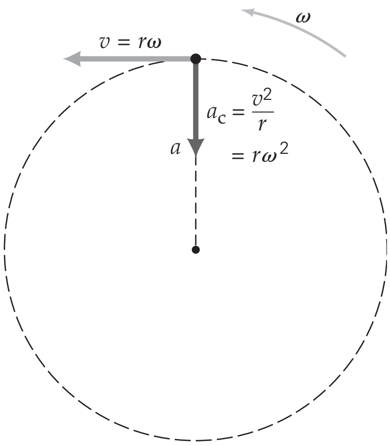
***c*)** Usamos de nuevo la ecuación 5.12, pero ahora con $\omega_o = 500$ rpm y $\omega = 0$:

$$\alpha = \frac{\omega - \omega_o}{t} = \frac{0 - 52.4\ \text{rad/s}}{4.50\ \text{s}} = -11.6\ \text{rad/s}^2$$

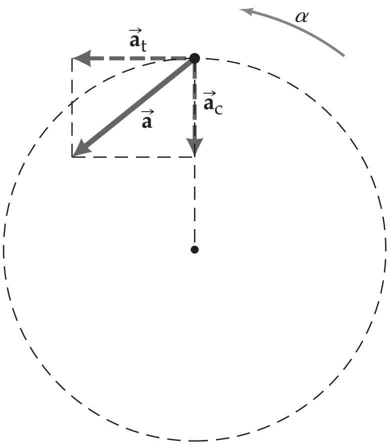
donde el signo menos indica que la aceleración angular tiene la dirección opuesta a la de la velocidad angular (que se toma como +).

Ejercicio de refuerzo. *a*) ¿Qué dirección tendrán los vectores $\vec{\boldsymbol{\omega}}$ y $\vec{\boldsymbol{\alpha}}$ en el inciso *a* de este ejemplo, si el CD gira en sentido horario visto desde arriba? *b*) ¿Las direcciones de estos vectores cambian en el inciso *c*?

Al igual que entre el arco y el ángulo ($s = r\theta$) y entre las rapideces tangencial y angular ($v = r\omega$), hay una relación entre las magnitudes de la aceleración tangencial y de la aceleración angular. La **aceleración tangencial (a_t)** está asociada con cambios en la rapidez tangencial y, por lo tanto, cambia de dirección continuamente. Las magnitudes de



a) Movimiento circular uniforme
($a_t = r\alpha = 0$)



b) Movimiento circular no uniforme
($\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_c$)

▲ **FIGURA 5.14 Aceleración y movimiento circular** ***a)*** En el movimiento circular uniforme hay aceleración centrípeta, pero no aceleración angular ($\alpha = 0$) ni aceleración tangencial ($a_t = r\alpha = 0$). ***b)*** En el movimiento circular no uniforme, hay aceleraciones angular y tangencial, y la aceleración total es la suma vectorial de las aceleraciones tangencial y centrípeta.

las aceleraciones tangencial y angular están relacionadas por un factor de r. En el caso del movimiento circular con radio constante r,

$$a_t = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\Delta(r\omega)}{\Delta t} = \frac{r\Delta\omega}{\Delta t} = r\alpha$$

así que

$$a_t = r\alpha \quad \textit{magnitud de la aceleración tangencial} \tag{5.13}$$

Escribimos la aceleración tangencial (a_t) con subíndice t para distinguirla de la aceleración centrípeta (a_c) o radial. La aceleración centrípeta es necesaria para el movimiento circular, no así la aceleración tangencial. En un movimiento circular uniforme, no hay aceleración angular ($\alpha = 0$) ni aceleración tangencial, como se observa en la ecuación 5.13; tan sólo hay aceleración centrípeta (◂figura 5.14a).

Sin embargo, cuando hay aceleración angular α (y, por lo tanto, una aceleración tangencial de magnitud $a_t = r\alpha$), hay un cambio en las velocidades *tanto* angular *como* tangencial. Como resultado, la aceleración centrípeta $a_c = v^2/r = r\omega^2$ debe aumentar o disminuir para que el objeto mantenga la misma órbita circular (es decir, para que r no cambie). Si hay aceleración tanto tangencial como centrípeta, la aceleración instantánea total es su suma vectorial (figura 5.14b). Los vectores de aceleración tangencial y de aceleración centrípeta son perpendiculares entre sí en cualquier instante, y la aceleración total es $\vec{\mathbf{a}} = a_t\hat{\mathbf{t}} + a_c\hat{\mathbf{r}}$, donde $\hat{\mathbf{t}}$ y $\hat{\mathbf{r}}$ son vectores unitarios con dirección tangencial y radial hacia adentro, respectivamente. Con trigonometría usted debería ahora calcular la magnitud de $\vec{\mathbf{a}}$ y el ángulo que forma con $\vec{\mathbf{a}}_t$ (figura 5.14b).

Podemos deducir las otras ecuaciones angulares. El conjunto de ecuaciones angulares con sus contrapartes rectilíneas para aceleración constante se dan en la tabla 5.2.

Ejemplo 5.11 ■ Cocción uniforme: cinemática rotacional

Un horno de microondas tiene un plato giratorio de 30 cm de diámetro para que la cocción sea uniforme. El plato acelera uniformemente desde el reposo a razón de 0.87 rad/s^2 durante 0.50 s, antes de llegar a su rapidez operativa constante. *a*) ¿Cuántas revoluciones da el plato antes de alcanzar su rapidez operativa? *b*) Calcule la rapidez angular operativa del plato y la rapidez tangencial operativa en su borde.

Razonamiento. Este ejemplo implica el uso de las ecuaciones de cinemática angular (tabla 5.2). En *a*), la distancia angular θ dará el número de revoluciones. En *b*), primero calcule ω y luego $v = r\omega$.

Solución. Hacemos una lista de lo que se nos da y lo que se nos pide:

Dado: $d = 30$ cm, $r = 15$ cm $= 0.15$ m (radio)
$\omega_o = 0$ (en reposo)
$\alpha = 0.87$ rad/s^2
$t = 0.50$ s

Encuentre: *a*) θ (en revoluciones)
b) ω y v (rapideces angular y tangencial, respectivamente)

a) Para obtener la distancia angular θ en radianes, use la ecuación 4 de la tabla 5.2 con $\theta_o = 0$:

$$\theta = \omega_o t + \tfrac{1}{2}\alpha t^2 = 0 + \tfrac{1}{2}(0.87\ \text{rad/s}^2)(0.50\ \text{s})^2 = 0.11\ \text{rad}$$

Puesto que 2π rad = 1 rev,

$$\theta = (0.11\ \text{rad})\left(\frac{1\ \text{rev}}{2\pi\ \text{rad}}\right) = 0.018\ \text{rev}$$

así que el plato alcanza su rapidez operativa en tan sólo una pequeña fracción de revolución.

b) En la tabla 5.2 vemos que la ecuación 3 da la rapidez angular, y

$$\omega = \omega_o + \alpha t = 0 + (0.87\ \text{rad/s}^2)(0.50\ \text{s}) = 0.44\ \text{rad/s}$$

Luego, la ecuación 5.6 da la rapidez tangencial en el radio del borde:

$$v = r\omega = (0.15\ \text{m})(0.44\ \text{rad/s}) = 0.066\ \text{m/s}$$

Ejercicio de refuerzo. Cuando se apaga el horno, el plato efectúa media revolución antes de parar. Calcule la aceleración angular del plato durante este lapso.

TABLA 5.2 Ecuaciones para movimiento rectilíneo y angular con aceleración constante*

Rectilíneo	*Angular*	
$x = \bar{v}t$	$\theta = \bar{\omega}t$	(1)
$\bar{v} = \dfrac{v + v_o}{2}$	$\bar{\omega} = \dfrac{\omega + \omega_o}{2}$	(2)
$v = v_o + at$	$\omega = \omega_o + \alpha t$	(3)
$x = x_o + v_o t + \frac{1}{2}at^2$	$\theta = \theta_o + \omega_o t + \frac{1}{2}\alpha t^2$	(4)
$v^2 = v_o^2 + 2a(x - x_o)$	$\omega^2 = \omega_o^2 + 2\alpha(\theta - \theta_o)$	(5)

*La primera ecuación de cada columna es general, es decir, no está limitada a situaciones donde la aceleración es constante.

5.5 Ley de la gravitación de Newton

OBJETIVOS: *a*) Describir la ley de la gravitación de Newton y su relación con la aceleración debida a la gravedad y *b*) investigar cómo se aplica esta ley en la obtención de la energía potencial gravitacional.

Otro de los múltiples logros de Isaac Newton fue la formulación de lo que se conoce como la **ley de la gravitación universal**. Se trata de una ley poderosa y fundamental. Sin ella, no entenderíamos, por ejemplo, la causa que origina las mareas, ni sabríamos cómo colocar satélites en órbitas específicas alrededor de la Tierra. Esta ley nos permite analizar los movimientos de planetas, cometas, estrellas e incluso galaxias. La palabra *universal* en su nombre indica que, hasta donde sabemos, es válida en todo el universo. (Este término destaca la importancia de la ley, pero, por brevedad, es común hablar simplemente de la *ley de la gravitación de Newton* o la *ley de la gravitación*.)

En su forma matemática, la ley de la gravitación de Newton relaciona de forma sencilla la interacción gravitacional entre dos partículas, o masas puntuales, m_1 y m_2, así como la distancia r que las separa (▸figura 5.15a). Básicamente, toda partícula del universo tiene una interacción gravitacional atractiva con todas las demás partículas, a causa de sus masas. Las fuerzas de interacción mutua son iguales y opuestas, y forman un par de fuerzas según la tercera ley de Newton (capítulo 2), $\vec{\mathbf{F}}_{12} = -\vec{\mathbf{F}}_{21}$ en la figura 5.15a.

La atracción o fuerza gravitacional (F) disminuye proporcionalmente al aumento del cuadrado de la distancia (r^2) entre dos masas puntuales; es decir, la magnitud de la fuerza gravitacional y la distancia entre las dos partículas están relacionadas así:

$$F \propto \frac{1}{r^2}$$

(Esta clase de relación se llama *ley del cuadrado inverso: F* es inversamente proporcional a r^2.)

La ley de Newton también postula correctamente que la fuerza o atracción gravitacional de un cuerpo depende de la masa de éste: cuanto mayor sea la masa, mayor será la atracción. Sin embargo, como la fuerza de gravedad es de atracción mutua entre las masas, debería ser directamente proporcional a ambas masas, es decir, a su producto ($F \propto m_1 m_2$).

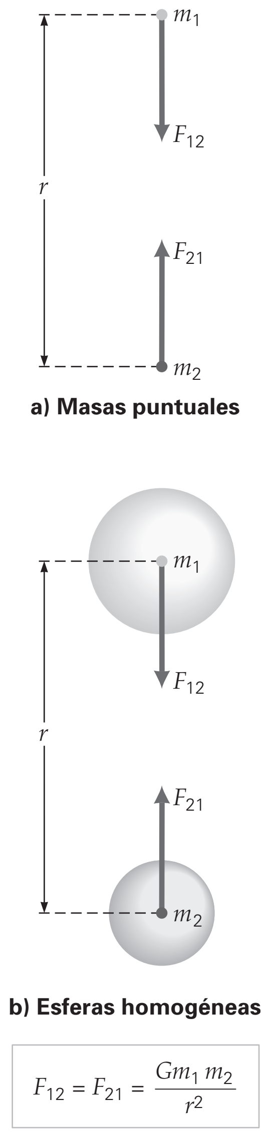
Por lo tanto, la **ley de la gravitación de Newton** tiene la forma $F \propto m_1 m_2/r^2$. Expresada como ecuación con una constante de proporcionalidad, la magnitud de la fuerza de atracción gravitacional mutua (F_g) entre dos masas está dada por

Ley de la gravitación universal de Newton

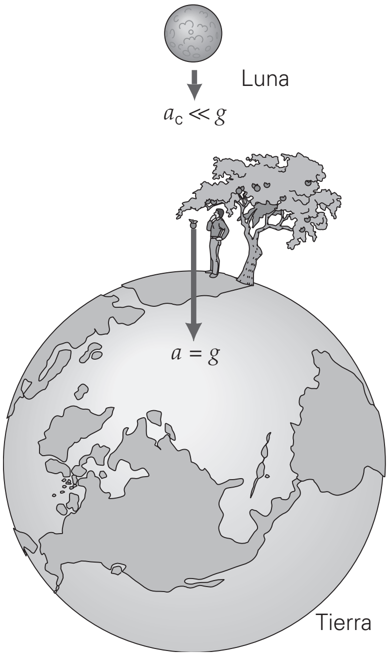
$$F_g = \frac{Gm_1 m_2}{r^2} \quad (5.14)$$

donde G es una constante llamada **constante de gravitación universal** y tiene un valor de

$$G = 6.67 \times 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2/kg^2}$$



▲ **FIGURA 5.15** Ley de la gravitación universal *a*) Dos partículas, o masas puntuales, cualesquiera se atraen gravitacionalmente con una fuerza cuya magnitud está determinada por la ley de la gravitación universal de Newton. *b*) En el caso de esferas homogéneas, las masas pueden considerarse concentradas en su centro.



▲ **FIGURA 5.16 ¿Inspiración gravitacional?** Newton desarrolló su ley de la gravitación mientras estudiaba el movimiento orbital de la Luna. Según la leyenda, ver a una manzana caer de un árbol estimuló su pensamiento. Supuestamente se preguntó si la fuerza que hacía que la manzana acelerara hacia el suelo podría extenderse hasta la Luna, y hacerla "caer" o acelerar hacia la Tierra; es decir, proporcionarle su aceleración centrípeta orbital.

Esta constante también se conoce como "G grande" para distinguirla de la "g pequeña", que es la aceleración debida a la gravedad. La ecuación 5.14 indica que F_g se aproxima a cero sólo cuando r es infinitamente grande. Por lo tanto, la fuerza gravitacional tiene un *alcance infinito*.

¿Cómo llegó Newton a estas conclusiones acerca de la fuerza de la gravedad? Cuenta la leyenda que su inspiración fue una manzana que caía al suelo desde un árbol. Newton se preguntaba de dónde provenía la fuerza centrípeta que mantenía a la Luna en su órbita, y tal vez pensó lo siguiente: "Si la gravedad atrae una manzana hacia la Tierra, quizá también atraiga a la Luna, y la Luna está cayendo o acelerando hacia la Tierra, bajo la influencia de la gravedad" (◂figura 5.16).

Haya sido o no la legendaria manzana la responsable, Newton supuso que la Luna y la Tierra se atraían mutuamente y podían tratarse como masas puntuales, con su masa total concentrada en sus centros (figura 5.15b). Algunos contemporáneos habían especulado acerca de la relación del cuadrado inverso. El logro de Newton fue demostrar que la relación podía deducirse de una de las leyes del movimiento planetario de Johannes Kepler (sección 5.6).

Newton expresó la ecuación 5.14 en forma de proporción ($F \propto m_1m_2/r^2$), pues desconocía el valor de G. No fue sino hasta 1798 (71 años después del fallecimiento de Newton) que el físico inglés Henry Cavendish determinó experimentalmente el valor de la constante de la gravitación universal. Cavendish usó una balanza muy sensible para medir la fuerza gravitacional entre masas esféricas separadas (como las de la figura 5.15b). Si se conocen F, r y las m, se calcula G a partir de la ecuación 5.14.

Como ya mencionamos, Newton consideró a la Tierra y la Luna, que son casi esféricas, como masas puntuales situadas en sus respectivos centros. Le tomó algunos años, utilizando métodos matemáticos que él mismo desarrolló, demostrar que esta condición sólo es válida en el caso de objetos esféricos *homogéneos*.* El concepto general se ilustra en la ▸figura 5.17.

Ejemplo 5.12 ■ Atracción gravitacional entre la Tierra y la Luna: una fuerza centrípeta

Calcular la magnitud de la fuerza gravitacional mutua entre la Tierra y la Luna. (Suponga que ambas son esferas homogéneas.)

Razonamiento. Este ejemplo es una aplicación de la ecuación 5.14, y tenemos que buscar en tablas las masas y la distancia. (Véanse los apéndices.)

Solución. No se dan datos, así que deben consultarse en obras de referencia.

Dado: (de tablas en los forros del libro) ***Encuentre:*** F_g (fuerza gravitacional)

$M_E = 6.0 \times 10^{24}$ kg (masa de la Tierra)
$m_M = 7.4 \times 10^{22}$ kg (masa de la Luna)
$r_{EM} = 3.8 \times 10^{8}$ m (distancia entre ambas)

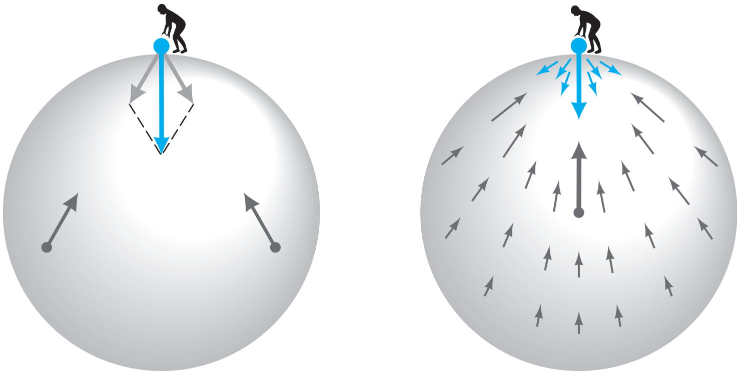
La distancia promedio entre la Tierra y la Luna (r_{EM}) se toma como la distancia del centro de una al centro de la otra. Utilizando la ecuación 5.14, obtenemos

$$F_g = \frac{Gm_1m_2}{r^2} = \frac{GM_Em_M}{r_{EM}^2}$$
$$= \frac{(6.67 \times 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2/kg^2})(6.0 \times 10^{24}\ \mathrm{kg})(7.4 \times 10^{22}\ \mathrm{kg})}{(3.8 \times 10^{8}\ \mathrm{m})^2}$$
$$= 2.1 \times 10^{20}\ \mathrm{N}$$

Esta cantidad es la magnitud de la fuerza centrípeta que mantiene a la Luna girando en órbita alrededor de la Tierra. Es una fuerza muy grande, pero la Luna es un objeto muy masivo, con mucha inercia que vencer. Debido a la aceleración radial o hacia adentro, a veces se dice que la Luna está "cayendo" hacia la Tierra. Este movimiento, combinado con el movimiento tangencial, produce la órbita casi circular de la Luna en torno a la Tierra.

Ejercicio de refuerzo. ¿Con qué aceleración la Luna está "cayendo" hacia la Tierra?

*En el caso de una esfera homogénea, la masa puntual equivalente está situada en el centro de masa. Sin embargo, éste es un caso especial. En general, no coinciden el centro de la fuerza gravitacional y el centro de masa de una configuración de partículas o de un objeto.



a) b)

FIGURA 5.17 Masas esféricas uniformes ***a)*** La gravedad actúa entre dos partículas cualesquiera. La fuerza gravitacional resultante, que dos partículas situadas en puntos simétricos dentro de una esfera homogénea ejercen sobre un objeto externo a la esfera, está dirigida hacia el centro de la esfera. ***b)*** Debido a la simetría de la esfera y a la distribución uniforme de la masa, el efecto neto es como si toda la masa de la esfera estuviera concentrada en una partícula en su centro. En este caso especial, el centro de fuerza gravitacional y el centro de masa coinciden, pero en general no sucede lo mismo con otros objetos. (Sólo se muestran unas cuantas de las flechas de fuerza azules por falta de espacio.)

La aceleración debida a la gravedad a una distancia dada de un planeta también puede investigarse empleando la segunda ley del movimiento de Newton y su ley de la gravitación. La magnitud de la aceleración debida a la gravedad, que escribiremos de forma general como a_g, a una distancia r del centro de una masa esférica M, se obtiene igualando la fuerza de la atracción gravitacional debida a esa masa esférica a ma_g, que es la fuerza neta sobre un objeto de masa m a una distancia r:

Nota: el símbolo g se reserva para la aceleración debida a la gravedad en la superficie terrestre; a_g es la aceleración más general debida a la gravedad a alguna distancia radial mayor.

$$ma_g = \frac{GmM}{r^2}$$

Entonces, la aceleración debida a la gravedad a cualquier distancia r del centro del planeta es

$$a_g = \frac{GM}{r^2} \tag{5.15}$$

Vemos que a_g es proporcional a $1/r^2$, así que cuanto más lejos del planeta esté un objeto, menor será su aceleración debida a la gravedad y menor será la fuerza de atracción (ma_g) sobre el objeto. La fuerza está dirigida hacia el centro del planeta.

La ecuación 5.15 es válida para la Luna o cualquier planeta. Por ejemplo, si consideramos a la Tierra como una masa puntual M_E situada en su centro, y R_E como su radio, obtendremos la aceleración debida a la gravedad en la superficie terrestre ($a_{g_E} = g$) si hacemos la distancia r igual a R_E.

$$a_{g_E} = g = \frac{GM_E}{R_E^2} \tag{5.16}$$

Esta ecuación tiene varias implicaciones interesantes. La primera es que tomar g como constante en todos los puntos de la superficie terrestre implica suponer que la Tierra tiene una distribución homogénea de masa, y que la distancia del centro de la Tierra a cualquier punto de su superficie es la misma. Estos dos supuestos no son estrictamente ciertos. Por lo tanto, tomar g como constante es sólo una aproximación que funciona muy bien en casi todas las situaciones.

Asimismo, es evidente por qué la aceleración debida a la gravedad es la misma para todos los objetos en caída libre, es decir, es independiente de la masa del objeto. La masa del objeto no aparece en la ecuación 5.16 y, por ello, todos los objetos en caída libre tienen la misma aceleración.

Por último, si usted es observador, notará que la ecuación 5.16 sirve para calcular la masa de la Tierra. Todas las otras cantidades de la ecuación se pueden medir, y se conocen sus valores, así que resulta fácil calcular M_E. Esto es lo que hizo Cavendish después de determinar experimentalmente el valor de G.

La aceleración debida a la gravedad sí varía con la altura. A una distancia h sobre la superficie terrestre, tenemos $r = R_E + h$. La aceleración está dada entonces por

$$a_g = \frac{GM_E}{(R_E + h)^2} \tag{5.17}$$

Sugerencia para resolver problemas

Al comparar aceleraciones debidas a la gravedad o a fuerzas gravitacionales, es conveniente trabajar con cocientes. Por ejemplo, si comparamos a_g con g (ecuaciones 5.15 y 5.16) para la Tierra, tendremos

$$\frac{a_g}{g} = \frac{GM_E/r^2}{GM_E/R_E^2} = \frac{R_E^2}{r^2} = \left(\frac{R_E}{r}\right)^2 \quad \text{o} \quad \frac{a_g}{g} = \left(\frac{R_E}{r}\right)^2$$

Las constantes se cancelan. Si tomamos $r = R_E + h$, es fácil calcular a_g/g, es decir, la aceleración debida a la gravedad a alguna altura h sobre la Tierra, comparada con g en la superficie terrestre (9.80 m/s^2).

Puesto que R_E es muy grande en comparación con las alturas que podemos alcanzar fácilmente sobre la superficie terrestre, la aceleración debida a la gravedad no disminuye con gran rapidez a medida que ascendemos. A una altura de 16 km (10 mi, casi dos veces más alto que el vuelo de un jet comercial moderno), $a_g/g = 0.99$, así que a_g conserva el 99% del valor que tiene g en la superficie de la Tierra. A una altura de 320 km (200 mi), a_g es el 91% de g. Ésta es la altura aproximada de un transbordador espacial en órbita. (Los astronautas en órbita sí tienen peso. Las llamadas condiciones de ingravidez se estudian en la sección 5.6.)

Ejemplo 5.13 ■ Órbita de un satélite geosincrónico

Algunos satélites de comunicaciones y meteorológicos son lanzados en órbitas circulares por encima del ecuador de la Tierra, de manera que sean *sincrónicos* (del griego *syn*, que significa "igual", y *chronos*, que significa "tiempo") con la rotación de nuestro planeta. Esto es, "permanecen fijos" "o se quedan suspendidos en el aire" sobre un mismo punto del ecuador. ¿A qué altura se encuentran estos satélites geosincrónicos?

Razonamiento. Para permanecer sobre un punto del ecuador, el periodo de la revolución del satélite debe ser igual al periodo de rotación de la Tierra, es decir, 24 h. Además, la fuerza centrípeta que mantiene al satélite en órbita es suministrada por la fuerza gravitacional de la Tierra, $F_g = F_c$. La distancia entre el centro de la Tierra y el satélite es $r = R_T + h$. (R_E es el radio de la Tierra y h es la altura o altitud del satélite por encima de la superficie terrestre.)

Solución. Se listan los datos conocidos,

Dado: $T(\text{periodo}) = 24 \text{ h} = 8.64 \times 10^4 \text{ s}$ ***Encuentre:*** h (altitud)

$r = R_E + h$

De acuerdo con los datos del sistema solar en los forros de este libro:

$R_E = 6.4 \times 10^3 \text{ km} = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

$M_E = 6.0 \times 10^{24} \text{ kg}$

Al igualar las magnitudes de la fuerza gravitacional y la fuerza centrípeta de movimiento ($F_g = F_c$), donde m es la masa del satélite, y al poner los valores en términos de rapidez angular,

$$F_g = F_c$$

$$\frac{GmM_E}{r^2} = \frac{mv^2}{r} = \frac{m(r\omega)^2}{r} = mr\omega^2$$

y

$$r^3 = \frac{GM_E}{\omega^2} = GM_E\left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 = \left(\frac{GM_E}{4\pi^2}\right)T^2$$

utilizando la relación $\omega = 2\pi/T$. Después se sustituyen los valores:

$$r^3 = \frac{(6.7 \times 10^{-11} \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{kg}^2)(6.4 \times 10^{24} \text{ kg})(8.64 \times 10^4 \text{ s})^2}{4\pi^2} = 81 \times 10^{21} \text{ m}^3$$

y

$$r = 4.3 \times 10^7 \text{ m}$$

Así,

$$h = r - R_E = 4.3 \times 10^7 \text{ m} - 0.64 \times 10^7 = 3.7 \times 10^7 \text{ m}$$
$$= 3.7 \times 10^4 \text{ km } (= 23\,000 \text{ mi})$$

Ejercicio de refuerzo. Demuestre que el periodo de un satélite en órbita cercana ($h \ll R_E$) a la superficie terrestre (ignorando la resistencia del aire) podrá aproximarse mediante $T^2 \approx 4R_E$; y calcule T.

Otro aspecto de la disminución de g con la altura tiene que ver con la energía potencial. En el capítulo 3 vimos que $U = mgh$ para un objeto situado a una altura h sobre algún punto de referencia cero, ya que g es prácticamente constante cerca de la superficie terrestre. Esta energía potencial es igual al trabajo efectuado para levantar el objeto una distancia h sobre la superficie terrestre en un campo gravitacional *uniforme*. Sin embargo, ¿qué ocurre si el cambio de altura es tan grande que g no puede considerarse constante mientras se efectúa trabajo para mover un objeto, como un satélite? En este caso, la ecuación $U = mgh$ no es válida. En general, puede demostrarse (utilizando métodos matemáticos que rebasan el alcance de este libro) que la **energía potencial gravitacional** de dos masas puntuales separadas por una distancia r está dada por

$$U = -\frac{Gm_1m_2}{r} \tag{5.18}$$

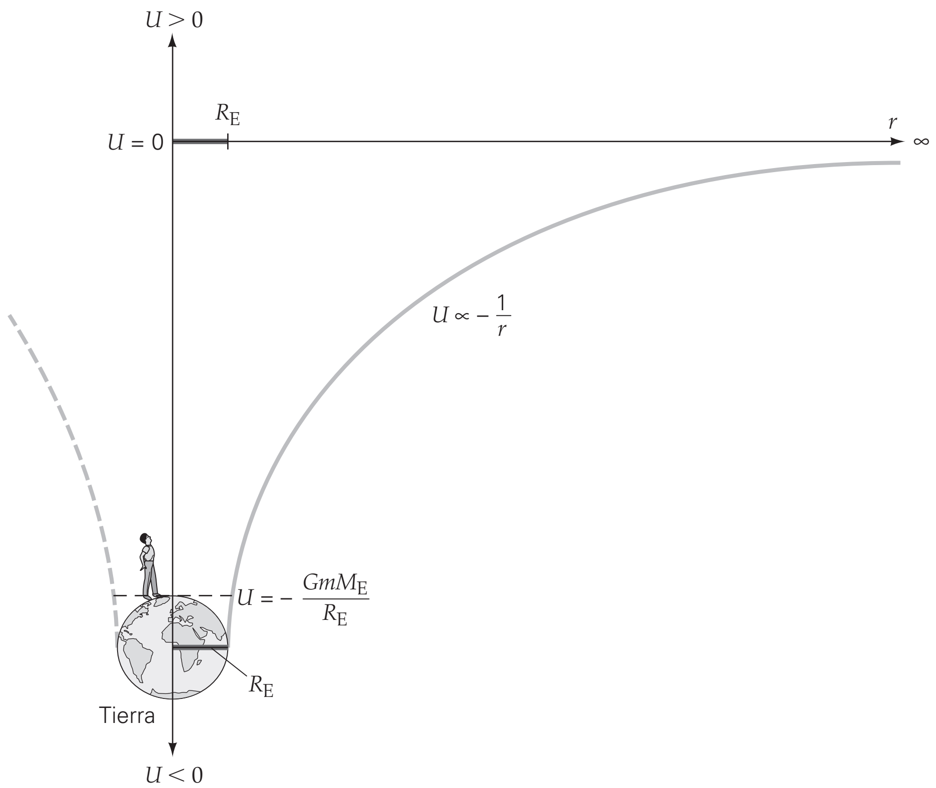
El signo menos de la ecuación 5.18 se debe a la elección del punto de referencia cero (el punto donde $U = 0$), que es $r = \infty$.

En términos de la Tierra y una masa m a una altura h sobre la superficie terrestre,

$$U = -\frac{Gm_1m_2}{r} = -\frac{GmM_E}{R_E + h} \tag{5.19}$$

donde r es la distancia entre el centro de la Tierra y la masa. Lo que esta ecuación implica es que aquí en la Tierra estamos en un pozo de energía potencial gravitacional negativa (▼figura 5.18) que se extiende hasta el infinito, porque la fuerza de la gravedad tiene un alcance infinito. Al aumentar h, aumenta U. Es decir, U se vuelve *menos negativa* o se acerca más a cero, y corresponde a una posición más alta en el pozo de energía potencial.

▼ **FIGURA 5.18 Pozo de energía potencial gravitacional** En la Tierra, estamos en un pozo de energía potencial gravitacional negativa. Al igual que en un pozo o un agujero en el suelo reales, es preciso efectuar trabajo contra la gravedad para subir en ella. La energía potencial de un objeto aumenta a medida que el objeto sube por el pozo. Esto implica que el valor de U se vuelva menos negativo. La parte más alta del pozo gravitacional de la Tierra está en el infinito, donde la energía potencial gravitacional es, por definición, cero.



Así, cuando la gravedad efectúa trabajo negativo (un objeto sube en el pozo) o positivo (un objeto cae más abajo en el pozo), hay un *cambio* de energía potencial. Al igual que en los pozos de energía potencial finitos, siempre es este *cambio* de energía lo que importa al analizar situaciones.

Ejemplo 5.14 ■ Órbitas distintas: cambio de energía potencial gravitacional

Dos satélites de 50 kg se mueven en órbitas circulares en torno a la Tierra, a alturas de 1000 (aprox. 620 mi) y 37 000 km (aprox. 23 000 mi), respectivamente. El más bajo estudia las partículas que están a punto de ingresar en la atmósfera; y el más alto, que es geosincrónico, toma fotografías meteorológicas desde su posición estacionaria respecto a la superficie terrestre sobre el ecuador (véase el ejemplo 5.13). Calcule la diferencia en la energía potencial gravitacional entre los dos satélites en sus respectivas órbitas.

Nota: muchos satélites de comunicaciones se colocan en órbita circular sobre el ecuador a una altura aproximada de 37 000 km. Ahí, los satélites están sincronizados con la rotación de la Tierra; es decir, se mantienen "fijos" sobre un punto del ecuador. Un observador en la Tierra siempre los ve en la misma posición en el cielo.

Razonamiento. La energía potencial de los satélites está dada por la ecuación 5.19, donde, cuanto mayor sea la altura (h), menos negativa será U. Por lo tanto, el satélite con mayor h estará más alto en el pozo de energía potencial gravitacional y tendrá más energía potencial gravitacional.

Solución. Hacemos una lista de los datos (con dos cifras significativas):

Dado:
$m = 50$ kg
$h_1 = 1000 \text{ km} = 1.0 \times 10^6$ m
$h_2 = 37\,000 \text{ km} = 37 \times 10^6$ m
$M_E = 6.0 \times 10^{24}$ kg (de una tabla en los forros del libro)
$R_E = 6.4 \times 10^6$ m

Encuentre: ΔU (diferencia de energía potencial)

Podemos calcular la diferencia de energía potencial gravitacional directamente con la ecuación 5.19. Recordemos que la energía potencial es energía de posición, así que calculamos la energía potencial para cada posición o altura, y las restamos:

$$\begin{aligned}\Delta U = U_2 - U_1 &= -\frac{GmM_E}{R_E + h_2} - \left(-\frac{GmM_E}{R_E + h_1}\right) = GmM_E\left(\frac{1}{R_E + h_1} - \frac{1}{R_E + h_2}\right)\\ &= (6.67 \times 10^{-11} \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{kg}^2)(50 \text{ kg})(6.0 \times 10^{24} \text{ kg})\\ &\quad \times \left[\frac{1}{6.4 \times 10^6 \text{ m} + 1.0 \times 10^6 \text{ m}} - \frac{1}{6.4 \times 10^6 \text{ m} + 37 \times 10^6 \text{ m}}\right]\\ &= +2.2 \times 10^9 \text{ J}\end{aligned}$$

Puesto que ΔU es positivo, m_2 está más alta que m_1 en el pozo de energía potencial gravitacional. Aunque tanto U_1 como U_2 son negativas, U_2 es "más positiva" o "menos negativa", es decir, está más cercana a cero. Por ello, hay que aportar más energía para colocar un satélite más lejos de la Tierra.

Ejercicio de refuerzo. Suponga que se aumenta al doble la altura del satélite más alto en este ejemplo, a 72 000 km. ¿La diferencia de energía potencial gravitacional entre los dos satélites sería entonces dos veces mayor? Justifique su respuesta.

Si sustituimos la energía potencial gravitacional (ecuación 5.18) en la ecuación de energía mecánica total, tendremos esta ecuación en una forma distinta a la que tenía en el capítulo 3. Por ejemplo, la energía mecánica total de una masa m_1 que se mueve cerca de una masa estacionaria m_2 es

Nota: la energía potencial $U = -Gm_1m_2/r$ no se escribe como mgh.

$$E = K + U = \tfrac{1}{2}m_1v^2 - \frac{Gm_1m_2}{r} \qquad (5.20)$$

Esta ecuación y el principio de conservación de la energía se pueden aplicar al movimiento de la Tierra en torno al Sol, despreciando las demás fuerzas gravitacionales. La órbita de la Tierra no es circular, sino ligeramente elíptica. En el *perihelio* (el punto en que la Tierra está más cerca del Sol), la energía potencial gravitacional mutua es menor (un número negativo mayor) que en el *afelio* (el punto de mayor alejamiento). Por lo tanto, como se observa de la ecuación 5.20 en la forma $\frac{1}{2}m_1v^2 = E + Gm_1m_2/r$, donde E es constante, la energía cinética y la rapidez orbital de la Tierra son máximas en el perihelio (el valor más pequeño de r) y mínimas en el afelio (el mayor valor de r). En general, la rapidez orbital de la Tierra es mayor cuando está más cerca del Sol que cuando está más lejos.

También hay energía potencial gravitacional mutua entre un grupo, o *configuración*, de tres o más masas. Es decir, existe energía potencial gravitacional por el hecho de que las masas formen una configuración, pues se efectuó trabajo para juntar las masas. Suponga que hay una sola masa fija m_1, y otra masa m_2 se acerca a m_1 desde una distancia infinita (donde $U = 0$). El trabajo efectuado contra la fuerza de atracción de la gravedad es negativo (¿por qué?) e igual al cambio en la energía potencial mutua de las masas, que ahora están separadas por una distancia r_{12}; es decir, $U_{12} = -Gm_1m_2/r_{12}$.

Si una tercera masa m_3 se acerca a las otras dos masas fijas, actuarán dos fuerzas de gravedad sobre m_3, de manera que $U_{13} = -Gm_1m_3/r_{13}$ y $U_{23} = -Gm_2m_3/r_{23}$. Por lo tanto, la energía potencial gravitacional total de la configuración es

$$\begin{aligned} U &= U_{12} + U_{13} + U_{23} \\ &= -\frac{Gm_1m_2}{r_{12}} - \frac{Gm_1m_3}{r_{13}} - \frac{Gm_2m_3}{r_{23}} \end{aligned} \tag{5.21}$$

Podríamos traer una cuarta masa para seguir demostrando este punto, pero el desarrollo anterior deberá bastar para sugerir que la energía potencial gravitacional total de una configuración de partículas es igual a la suma de las energías potenciales individuales entre todos los pares de partículas.

Ejemplo 5.15 ■ Energía potencial gravitacional total: energía de configuración

Tres masas están en la configuración que se muestra en la ▸figura 5.19. Calcule su energía potencial gravitacional total.

Razonamiento. Se usa la ecuación 5.21, pero hay que distinguir bien las masas y sus distancias.

Solución. Por la figura, tenemos

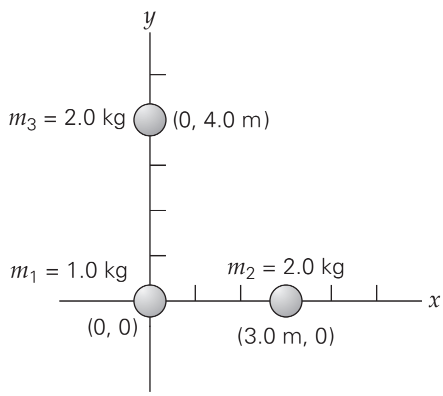
Dado: $m_1 = 1.0$ kg
$m_2 = 2.0$ kg
$m_3 = 2.0$ kg
$r_{12} = 3.0$ m; $r_{13} = 4.0$ m; $r_{23} = 5.0$ m (triángulo rectangulo 3–4–5)

Encuentre: U (energía potencial gravitacional total)

Podemos usar directamente la ecuación 5.21 porque sólo hay tres masas en este ejemplo. (La ecuación 5.21 se puede extender a cualquier número de masas.) Así,

$$\begin{aligned} U &= U_{12} + U_{13} + U_{23} \\ &= -\frac{Gm_1m_2}{r_{12}} - \frac{Gm_1m_3}{r_{13}} - \frac{Gm_2m_3}{r_{23}} \\ &= (6.67 \times 10^{-11}\,\mathrm{N\cdot m^2/kg^2}) \\ &\quad \times \left[-\frac{(1.0\,\mathrm{kg})(2.0\,\mathrm{kg})}{3.0\,\mathrm{m}} - \frac{(1.0\,\mathrm{kg})(2.0\,\mathrm{kg})}{4.0\,\mathrm{m}} - \frac{(2.0\,\mathrm{kg})(2.0\,\mathrm{kg})}{5.0\,\mathrm{m}}\right] \\ &= -1.3 \times 10^{-10}\,\mathrm{J} \end{aligned}$$

Ejercicio de refuerzo. Explique qué significa en términos físicos la energía potencial *negativa* de este ejemplo.



▲ **FIGURA 5.19 Energía potencial gravitacional total** Véase el ejemplo 5.15.

Todos conocemos los efectos de la gravedad. Cuando levantamos un objeto, tal vez nos parezca pesado, pero estamos trabajando contra la gravedad. Ésta causa derrumbes de rocas y aludes de lodo; pero a veces le sacamos provecho. Por ejemplo, los fluidos de las botellas para infusiones intravenosas fluyen gracias a la gravedad. En la sección A fondo 5.2 sobre exploración espacial de la página 172 presentamos una aplicación extraterrestre de la gravedad.

A FONDO 5.2 EXPLORACIÓN ESPACIAL: AYUDA DE LA GRAVEDAD

Después de un viaje de 3500 millones de km (2200 millones de mi) que duró siete años, la nave espacial *Cassini-Huygens* llegó a Saturno, en julio de 2004, después de haber efectuado dos aproximaciones a Venus, una a Júpiter y una a la Tierra (figura 1).* ¿Por qué la nave se lanzó hacia Venus, un planeta interior, para luego ir a Saturno, un planeta exterior?

Aunque la tecnología actual de cohetes hace posible lanzar sondas espaciales desde la Tierra, hay limitaciones relacionadas con el combustible y la carga útil: cuanto más combustible lleve la nave, menor carga útil podrá llevar. Si sólo se usan cohetes, una nave planetaria estaría limitada a únicamente visitar Venus, Marte y Júpiter en un plazo realista. Para llegar a los otros planetas con una nave de tamaño razonable, se requerirían décadas.

Entonces, ¿cómo llegó *Cassini* a Saturno en 2004, casi siete años después de su lanzamiento en 1997? Aprovechando ingeniosamente la *ayuda de la gravedad* es posible llevar a cabo misiones a todos los planetas del Sistema Solar. Se requiere energía de cohetes para que la nave llegue al primer planeta; no obstante, de ahí en adelante la energía es casi "gratuita". Básicamente, durante una aproximación planetaria, hay un intercambio de energía entre la nave espacial y el planeta, la cual permite a la nave aumentar su velocidad respecto al Sol. (Este fenómeno se conoce como *efecto catapulta*.)

Demos un vistazo a la física de este empleo ingenioso de la gravedad. Imagine a la nave *Cassini* en su aproximación a Júpiter. En el capítulo 4 vimos que un choque es una interacción entre objetos donde se intercambian cantidad de movimiento y energía. Técnicamente, en una aproximación, la nave "choca" contra el planeta.

Cuando la nave se acerca por "atrás" del planeta y sale por "enfrente" (relativo a la dirección de movimiento del planeta), la interacción gravitacional produce un cambio de cantidad de movimiento, es decir, una mayor magnitud y una dirección diferente. Entonces, hay un $\Delta\vec{\mathbf{p}}$ en la dirección general "hacia adelante" de la nave espacial. Puesto que $\Delta\vec{\mathbf{p}} \propto \vec{\mathbf{F}}$, una fuerza está actuando sobre la nave y le da una "patada" de energía en esa dirección. Por lo tanto, se efectúa trabajo neto positivo y hay un aumento de energía cinética ($W_{neto} = \Delta K > 0$, por el teorema trabajo-energía). La nave sale con más energía, mayor rapidez y una nueva dirección. (Si la aproximación se efectuara en la dirección opuesta, la nave se detendría.)

En este choque elástico se conservan la cantidad de movimiento y la energía, y el planeta sufre un cambio igual y opuesto en su cantidad de movimiento, que tiene un efecto retardante. Sin embargo, al ser la masa del planeta mucho mayor que la de la nave, el efecto sobre el planeta es insignificante.

Para captar mejor la idea de la ayuda gravitacional, consideremos la "maniobra de catapulta" similar a las competencias en patines que se ilustra en la figura 2. Los patinadores interactúan, y el patinador S sale de la "aproximación" con mayor rapidez. Aquí, el cambio de cantidad de movimiento que tiene el "lanzador" (patinador J) seguramente será perceptible, lo cual que no sucede con Júpiter ni con otro planeta.

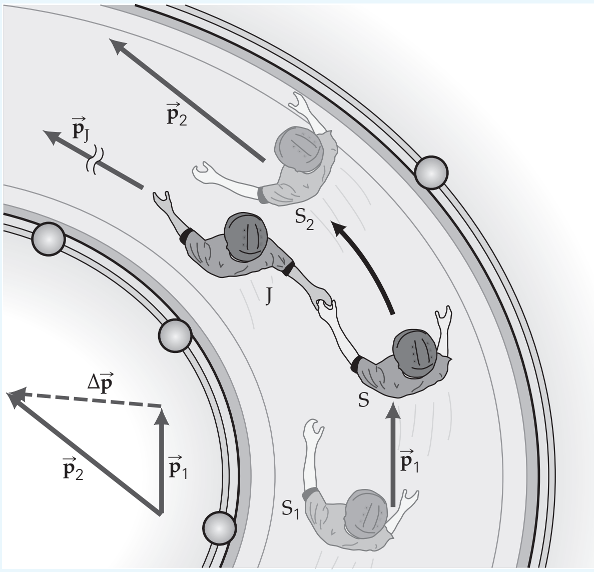


FIGURA 2 Aproximación en patines Similar a la aproximación planetaria consideramos la "maniobra de catapulta" durante una competencia en patines. El patinador J lanza al patinador S, que sale de la "aproximación" con mayor rapidez de la que tenía antes (la secuencia S_1, S y S_2). En este caso, el cambio de cantidad de movimiento del patinador J, el lanzador, seguramente se notará, lo cual no ocurre con los planetas. (¿Por qué?)

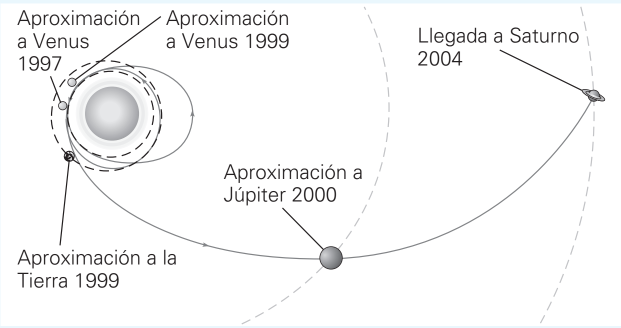


FIGURA 1 Trayectoria de la nave espacial *Cassini-Huygens* Véase texto para descripción.

*Cassini fue el astrónomo franco-italiano que estudió Saturno y descubrió cuatro de sus lunas y el hecho de que sus anillos están divididos en dos partes por un hueco angosto, llamado ahora *división de Cassini*. La nave espacial *Cassini-Huygens* enviará una sonda Huygens a Titán, una de las lunas de Saturno descubierta por el científico holandés Christiaan Huygens

5.6 Leyes de Kepler y satélites terrestres

OBJETIVOS: *a*) Plantear y explicar las leyes de Kepler del movimiento planetario y *b*) describir las órbitas y los movimientos de los satélites.

La fuerza de la gravedad determina los movimientos de los planetas y satélites y mantiene unido al Sistema Solar (y a la galaxia). El astrónomo y matemático alemán Johannes Kepler (1571-1630) había propuesto, poco antes de la época de Newton, una descripción general del movimiento planetario. Kepler formuló tres leyes *empíricas* a partir de datos de observaciones recopilados en un periodo de 20 años por el astrónomo danés Tycho Brahe (1546-1601).

Kepler visitó Praga como asistente de Brahe, quien era el matemático oficial en la corte del sacro emperador romano. Brahe murió el año siguiente y Kepler fue su sucesor, heredando sus datos acerca de la posición de los planetas. Después de analizar esos datos, Kepler anunció las dos primeras de sus tres leyes en 1609 (el año en que Galileo construyó su primer telescopio). Esas leyes se aplicaron en un principio únicamente a Marte. La tercera ley de Kepler llegó 10 años después.

Resulta interesante que las leyes del movimiento planetario que Kepler tardó 15 años en deducir a partir de datos observados, ahora se pueden deducir teóricamente con una o dos páginas de cálculos. Estas tres leyes son válidas no sólo para los planetas, sino también para cualquier sistema compuesto por un cuerpo que gira en torno a otro más masivo, donde es válida la ley de cuadrado inverso de la gravitación (como la Luna, los satélites artificiales de la Tierra y los cometas atrapados por el Sol).

La **primera ley de Kepler (ley de órbitas)** señala lo siguiente:

Primera ley de Kepler

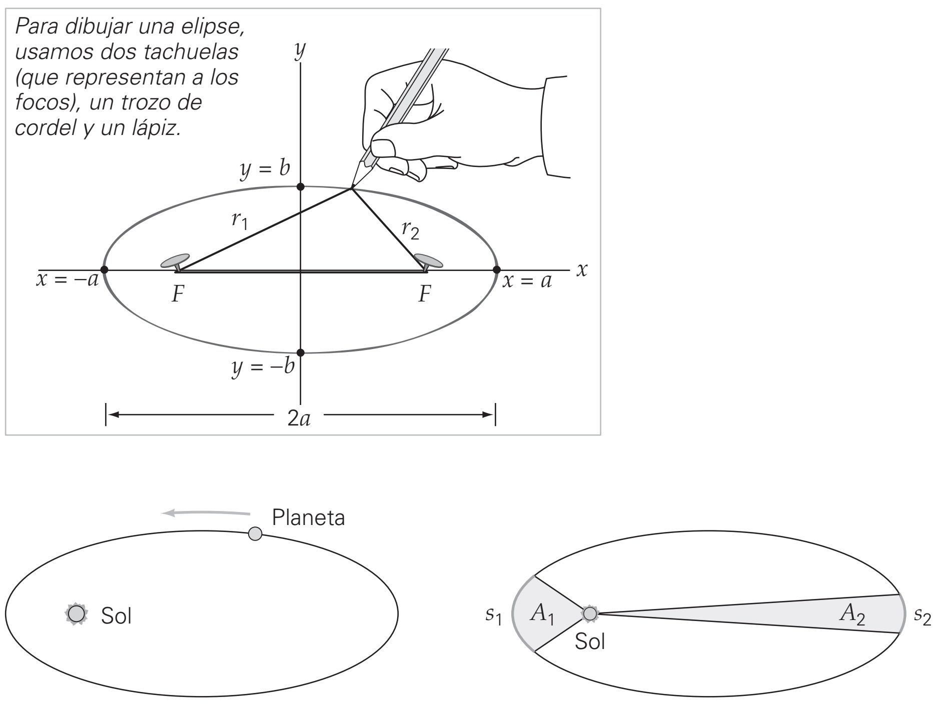
> Los planetas se mueven en órbitas elípticas, con el Sol en uno de los puntos focales.

Las elipses, como puede verse en la ▼figura 5.20a, tienen, en general, forma ovalada o de círculo aplanado. De hecho, el círculo es un caso especial de elipse donde los puntos focales o focos están en el mismo punto (el centro del círculo). Aunque las órbitas de los planetas son elípticas, la mayoría no se desvían mucho del círculo (Mercurio y Plutón son notables excepciones; véase el apéndice III, "Excentricidad"). Por ejemplo, la diferencia entre el perihelio y el afelio de la Tierra (sus distancias más corta y más largas respecto al Sol, respectivamente) es de unos 5 millones de km. Esta distancia parecería grande; pero no es mucho más del 3% de 150 millones de km, que es la distancia promedio entre la Tierra y el Sol.

La **segunda ley de Kepler (ley de áreas)** señala lo siguiente:

> Una línea del Sol a un planeta barre áreas iguales en lapsos de tiempo iguales.

Esta ley se ilustra en la figura 5.20b. Puesto que el tiempo necesario para recorrer las diferentes distancias orbitales (s_1 y s_2) es el mismo, de forma que las áreas barridas (A_1 y A_2) sean iguales, esta ley nos indica que la rapidez orbital de un planeta varía en diferentes partes de su órbita. Dado que la órbita del planeta es elíptica, su rapidez orbital es mayor cuando está más cerca del Sol que cuando está más lejos. Ya usamos



a) **b)**

◀ **FIGURA 5.20 Primera y segunda leyes de Kepler del movimiento planetario** ***a)*** En general, una elipse tiene forma ovalada. La suma de las distancias desde los puntos focales F a cualquier punto de la elipse es constante: $r_1 + r_2 = 2a$. Aquí, $2a$ es la longitud de la línea que une los dos puntos más distantes del centro: el *eje mayor*. (La línea que une los dos puntos más cercanos al centro es b, el *eje menor*.) Los planetas giran en torno al Sol en órbitas elípticas, y el Sol está en uno de los puntos focales; mientras que el otro está vacío. ***b)*** Una línea que une al Sol y a un planeta barre áreas iguales en tiempos iguales. Puesto que $A_1 = A_2$, el planeta viaja más rápidamente por s_1 que por s_2.

la conservación de la energía en la sección 5.5 (ecuación 5.20) para deducir esta relación en el caso de la Tierra.

Tercera ley de Kepler

Tercera ley de Kepler (ley de periodos):

El cuadrado del periodo orbital de un planeta es directamente proporcional al cubo de la distancia promedio entre el planeta y el Sol; es decir, $T^2 \propto r^3$.

Es fácil deducir la tercera ley de Kepler para el caso especial de un planeta con órbita circular, utilizando la ley de gravitación de Newton. Como la fuerza centrípeta proviene de la fuerza de gravedad, igualamos las expresiones para tales fuerzas:

$$\underbrace{\frac{m_p v^2}{r}}_{\text{fuerza centrípeta}} = \underbrace{\frac{G m_p M_S}{r^2}}_{\text{fuerza gravitacional}}$$

o bien,

$$v = \sqrt{\frac{GM_S}{r}}$$

En estas ecuaciones, m_p y M_S son las masas del planeta y del Sol, respectivamente, y v es la rapidez orbital del planeta. Pero como $v = 2\pi r/T$ (circunferencia/periodo = distancia/tiempo), tenemos

$$\frac{2\pi r}{T} = \sqrt{\frac{GM_S}{r}}$$

Si elevamos al cuadrado ambos miembros y despejamos T^2,

$$T^2 = \left(\frac{4\pi^2}{GM_S}\right) r^3$$

es decir,

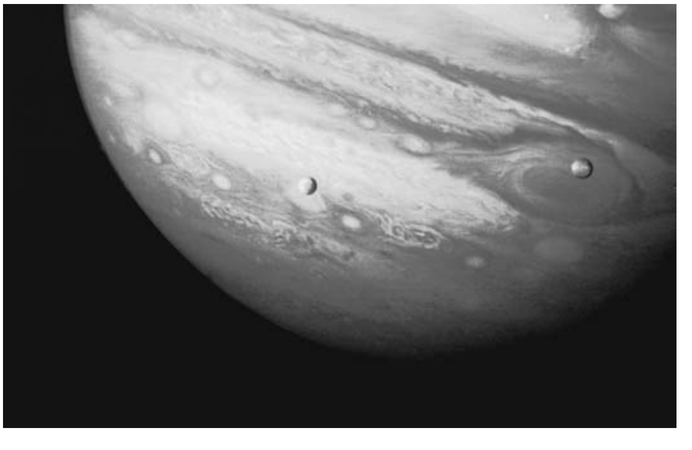
$$\boxed{T^2 = Kr^3} \tag{5.22}$$

Es fácil evaluar la constante K para las órbitas planetarias del Sistema Solar, a partir de datos orbitales (para T y r) de la Tierra: $K = 2.97 \times 10^{-19}\ \text{s}^2/\text{m}^3$. (Como ejercicio, el lector podría convertir K a las unidades más útiles de año^2/km^3.) *Nota:* este valor de K es válido para todos los planetas de nuestro Sistema Solar, pero no para sus satélites, como veremos en el ejemplo 5.6.

Si usted revisa los forros de este libro y el Apéndice III, encontrará las masas del Sol y de los planetas del Sistema Solar. Pero, ¿cómo se calcularon sus masas? El siguiente ejemplo muestra la manera en que la tercera ley de Kepler se utiliza para hacer tal cálculo.

Ejemplo 5.16 ■ ¡Por Júpiter!

El planeta Júpiter (al que los romanos llamaban Jove) es el más grande en el Sistema Solar, tanto en volumen como en masa. Júpiter tiene 62 lunas conocidas, la más grande de las cuales fue descubierta por Galileo en 1610. Dos de estas lunas, Io y Europa, se observan en la ▼figura 5.21. Puesto que Io se encuentra a una distancia promedio de 4.22×10^5 km de Júpiter y tiene un periodo orbital de 1.77 días, calcule la masa de Júpiter.



▶ **FIGURA 5.21 Júpiter y sus lunas** Aquí se observan dos de las lunas de Júpiter, Io y Europa, que descubrió Galileo. Europa aparece a la izquierda, e Io a la derecha sobre la gran mancha roja. Io y Europa son comparables en tamaño con nuestra Luna. Se cree que la gran mancha roja, aproximadamente del doble de tamaño de nuestro planeta, es una tormenta enorme, similar a un huracán en la Tierra.

Razonamiento. Dados los valores de la distancia de Io al planeta (r) y el periodo (T), esto parecería una aplicación de la tercera ley de Kepler, y lo es. Sin embargo, tenga en cuenta que M_S en la ecuación 5.22 es la masa del Sol, en torno al cual giran los planetas. La tercera ley es aplicable a cualquier satélite, siempre que M corresponda a la masa del cuerpo en torno al cual gira el satélite. En este caso, será M_J, la masa de Júpiter.

Solución.

Dado: $r = 4.22 \times 10^5 \text{ km} = 4.22 \times 10^8 \text{ m}$ ***Encuentre:*** M_J (masa de Júpiter)

$T = 1.77 \text{ días } (8.64 \times 10^4 \text{ s/día}) = 1.53 \times 10^5 \text{ s}$

Conociendo r y T, se calcula K mediante la ecuación 5.22 (como K_J, para indicar que se trata de Júpiter)

$$K_J = \frac{T^2}{r^3} = \frac{(1.53 \times 10^5 \text{ s})^2}{(4.22 \times 10^8 \text{ m})^3} = 3.11 \times 10^{-16} \text{ s}^2/\text{m}^3$$

Entonces, al escribir K_J explícitamente, $K_J = \dfrac{4\pi^2}{GM_J}$, y

$$M_J = \frac{4\pi^2}{GK_J} = \frac{4\pi^2}{(6.67 \times 10^{-11} \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{kg}^2)(3.11 \times 10^{-16} \text{ s}^2/\text{m}^3)} = 1.90 \times 10^{27} \text{ kg}$$

Ejercicio de refuerzo. Calcule la masa del Sol a partir de los datos de la órbita de la Tierra.

Satélite terrestre

La era espacial tiene poco más de medio siglo. Desde la década de 1950, muchos satélites no tripulados se han puesto en órbita en torno a la Tierra, y ahora los astronautas pasan semanas o meses en laboratorios espaciales en órbita.

Poner una nave espacial en órbita alrededor de la Tierra (o cualquier planeta) es una tarea sumamente compleja. No obstante, los principios de la física nos permiten entender el fundamento del método. Supongamos, primero, que pudiéramos impartir a un proyectil la rapidez inicial necesaria para llevarlo a la parte más alta del pozo de energía potencial de la Tierra. En ese punto exacto, que está a una distancia infinita ($r = \infty$), la energía potencial es cero. Por la conservación de la energía y la ecuación 5.18,

$$\overbrace{K_o + U_o}^{\textit{inicial}} = \overbrace{K + U}^{\textit{final}}$$

o bien,

$$\overbrace{\tfrac{1}{2}mv_{\text{esc}}^2 - \frac{GmM_E}{R_E}}^{\textit{inicial}} = \overbrace{0 + 0}^{\textit{final}}$$

donde v_{esc} es la **rapidez de escape**, es decir, la rapidez inicial necesaria para escapar de la superficie terrestre. La energía final es cero, porque el proyectil se detiene en la parte más alta del pozo (a distancias muy grandes, y apenas se está moviendo, $K \approx 0$), donde $U = 0$. Al despejar v_{esc} obtenemos

$$v_{\text{esc}} = \sqrt{\frac{2GM_E}{R_E}} \tag{5.23}$$

Puesto que $g = GM_E/R_E^2$ (ecuación 5.17), nos conviene escribir

$$v_{\text{esc}} = \sqrt{2gR_E} \tag{5.24}$$

Aunque aquí dedujimos esta ecuación para la Tierra, puede usarse en general para obtener las rapideces de escape de otros planetas y de la Luna (usando sus aceleraciones debidas a la gravedad). La rapidez de escape de la Tierra es de 11 km/s, aproximadamente 7 mi/s.

Se requiere una rapidez tangencial menor que la rapidez de escape para que un satélite entre en órbita. Considere la fuerza centrípeta de un satélite en órbita circular en torno a la Tierra. Puesto que la fuerza centrípeta que actúa sobre él proviene de la atracción gravitacional entre el satélite y la Tierra, de nueva cuenta escribimos

$$F_c = \frac{mv^2}{r} = \frac{GmM_E}{r^2}$$

Entonces

$$v = \sqrt{\frac{GM_E}{r}} \tag{5.25}$$

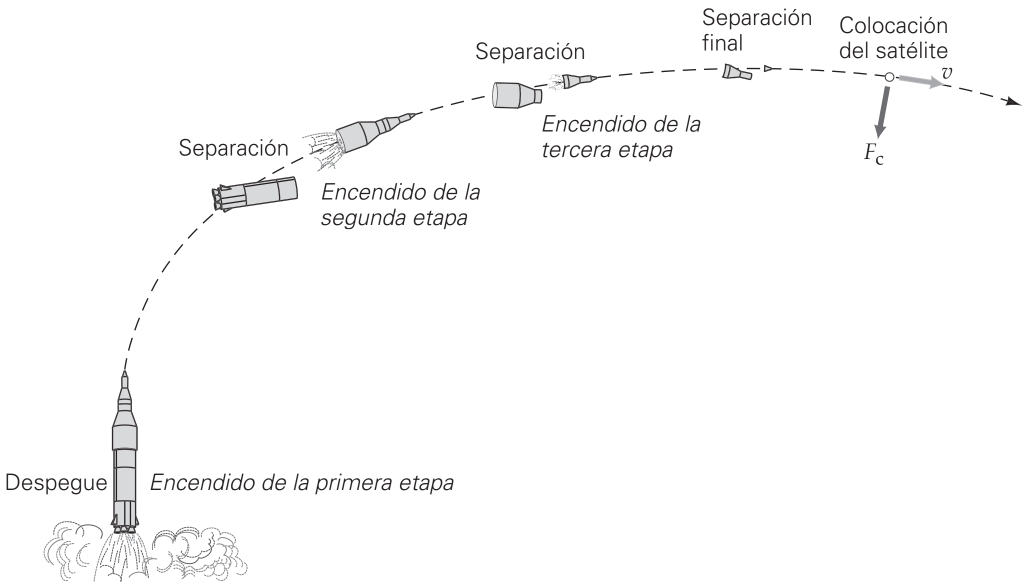
donde $r = R_E + h$. Por ejemplo, suponga que un satélite está en órbita circular a una altura de 500 km (aprox. 300 mi); su rapidez tangencial es

$$v = \sqrt{\frac{GM_E}{r}} = \sqrt{\frac{GM_E}{R_E + h}} = \sqrt{\frac{(6.67 \times 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2/kg^2})(6.0 \times 10^{24}\ \mathrm{kg})}{(6.4 \times 10^6\ \mathrm{m} + 5.0 \times 10^5\ \mathrm{m})}}$$
$$= 7.6 \times 10^3\ \mathrm{m/s} = 7.6\ \mathrm{km/s}\ (\text{aprox. } 4.7\ \mathrm{mi/s})$$

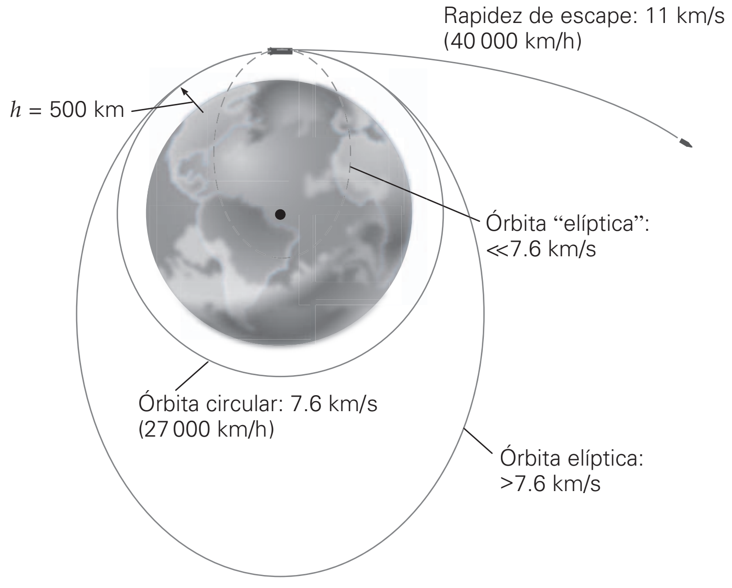
Esta rapidez es aproximadamente 27 000 km/h o 17 000 mi/h. Como puede verse en la ecuación 5.25, la rapidez orbital circular requerida *disminuye* con la altura.

En la práctica, se imparte al satélite una rapidez tangencial con un componente del empuje de una etapa de cohete (▼figura 5.22a). La relación de cuadrado inverso de la ley de la gravitación de Newton implica que las órbitas que pueden tener los satélites en torno a una masa grande de un planeta o una estrella son elipses, de las cuales la órbita circular es un caso especial. Esta condición se ilustra en la figura 5.22b

▶ FIGURA 5.22 Órbitas de satélites ***a)*** Un satélite se pone en órbita impartiéndole una rapidez tangencial suficiente para mantener una órbita a una altura específica. Cuanto más alta sea la órbita, menor será la rapidez tangencial. ***b)*** A una altura de 500 km, se requiere una rapidez tangencial de 7.6 km/s para mantener una órbita circular. Con una rapidez tangencial entre 7.6 y 11 km/s (la rapidez de escape), el satélite se saldría de la órbita circular. Puesto que no tendría la rapidez de escape, "caería" alrededor de la Tierra en una órbita elíptica, con el centro de la Tierra en un punto focal. Una rapidez tangencial menor que 7.6 km/s también produciría una trayectoria elíptica en torno al centro de la Tierra; pero como la Tierra no es una masa puntual, se requeriría cierta rapidez mínima para evitar que el satélite choque contra la superficie terrestre.



a)



b)

para la Tierra, utilizando los valores previamente calculados. Si no se imparte a un satélite suficiente rapidez tangencial, caerá otra vez a la Tierra (y posiblemente se quemará por fricción al entrar por la atmósfera). Si la rapidez tangencial alcanza la velocidad de escape, el satélite dejará su órbita y se marchará al espacio.

Por último, la energía total de un satélite en órbita circular es

$$E = K + U = \tfrac{1}{2}mv^2 - \frac{GmM_E}{r} \tag{5.26}$$

Si sustituimos la expresión para v de la ecuación 5.25 en el término de energía cinética de la ecuación 5.26, tenemos

$$E = \frac{GmM_E}{2r} - \frac{GmM_E}{r}$$

Por lo tanto,

$$E = -\frac{GmM_E}{2r} \quad \textit{energía total de un satélite en órbita terrestre} \tag{5.27}$$

Vemos que la energía total del satélite es negativa: se requerirá mayor trabajo para colocar un satélite en una órbita más alta, donde tenga más energía potencial y total. La energía total E aumenta al disminuir su *valor numérico* —es decir, al hacerse menos negativo—, conforme el satélite alcanza una órbita más alta, aproximándose al potencial cero en la cúspide del pozo. Es decir, cuanto más lejos esté un satélite de la Tierra, mayor será su energía total. La relación entre rapidez y energía para un radio orbital se resume en la tabla 5.3.

Para entender mejor por qué la energía total aumenta cuando su valor se vuelve menos negativo, pensemos en un cambio de energía de, digamos, 5.0 a 10 J. Este cambio podría considerarse un aumento de energía. Asimismo, un cambio de -10 a -5.0 J sería un aumento de energía, aun cuando haya disminuido el valor *absoluto*:

$$\Delta U = U - U_o = -5.0\text{ J} - (-10\text{ J}) = +5.0\text{ J}$$

El desarrollo de la ecuación 5.27 también sugiere que la energía cinética de un satélite en órbita es igual al valor absoluto de la energía total del satélite:

$$K = \frac{GmM_E}{2r} = |E| \tag{5.28}$$

Se realizaron los ajustes en la altura del satélite (r) al aplicar empuje hacia adelante o en reversa. Por ejemplo, se usó empuje en reversa, producido por los motores de naves de carga atracadas, para colocar la estación espacial rusa *Mir* en órbitas cada vez más bajas hasta su destrucción final en marzo de 2001. Un empuje final colocó la estación en una órbita decreciente hasta ingresar en la atmósfera. Casi todas las 120 toneladas de *Mir* se quemaron en la atmósfera, aunque algunos fragmentos cayeron en el Océano Pacífico.

La llegada de la era espacial y el uso de satélites en órbita han originado los términos *ingravidez* y *cero gravedad*, porque los astronautas parecen "flotar" cerca de las naves en órbita (▼figura 5.23a). No obstante, los términos son incorrectos. Como ya mencionamos, la gravedad es una fuerza de alcance infinito, y la gravedad de la Tierra actúa

TABLA 5.3 **Relaciones entre radio, rapidez y energía para el movimiento orbital circular**

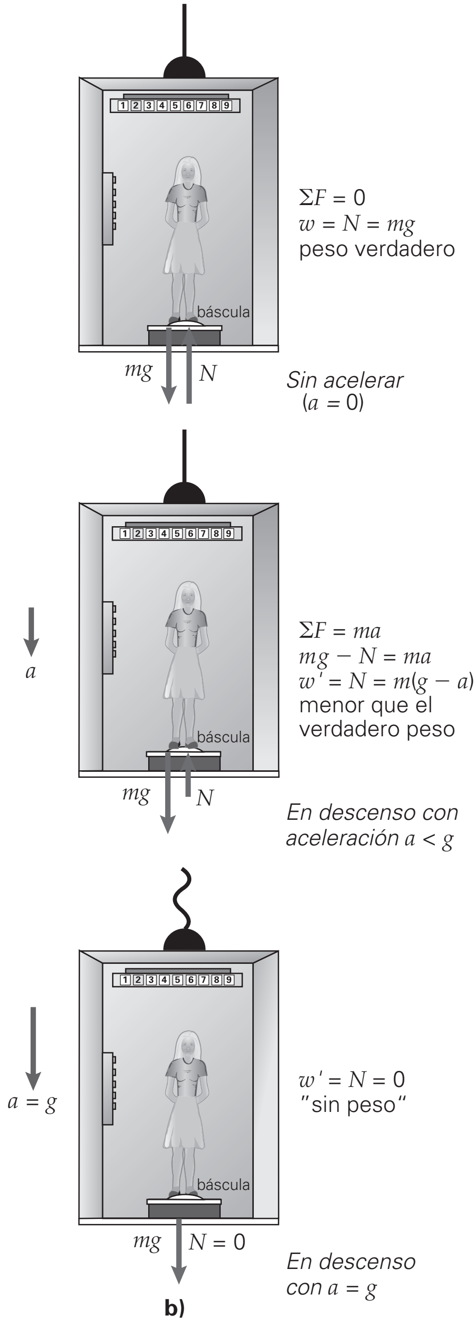
	r (órbita mayor)	*r (órbita menor)*
ω	disminuye	aumenta
v	disminuye	aumenta
K	disminuye	aumenta
U	aumenta (valor negativo menor)	disminuye (valor negativo mayor)
$E\ (= K + U)$	aumenta (valor negativo menor)	disminuye (valor negativo mayor)

sobre las naves espaciales y los astronautas, proporcionándoles la fuerza centrípeta necesaria para mantenerlos en órbita. La gravedad ahí no es cero, así que debe haber peso.*

Un mejor término para describir el efecto de flotar que experimentan los astronautas en órbita sería *ingravidez aparente*. Los astronautas "flotan" porque tanto ellos como la nave espacial están acelerando centrípetamente (o cayendo) hacia la Tierra con la misma aceleración. Para entender este efecto, considere la situación de un individuo parado sobre una báscula en un elevador (figura 5.23b). La lectura de "peso" de la báscula es en realidad la fuerza normal N que la báscula ejerce sobre la persona. En un elevador sin aceleración ($a = 0$), tenemos $N = mg = \omega$, y N es igual al verdadero peso del individuo. Sin embargo, suponga que el elevador está bajando con una aceleración a, donde $a < g$. Como muestra el diagrama vectorial de la figura,

$$mg - N = ma$$

a)



b)

▲ **FIGURA 5.23 Ingravidez aparente** ***a)*** Un astronauta "flota" en una nave, donde aparentemente no tiene peso. ***b)*** En un elevador estacionario (arriba), una báscula indica el verdadero peso de un pasajero. La lectura de peso es la fuerza de reacción N de la báscula sobre la persona. Si el elevador baja con una aceleración $a < g$ (en medio), la fuerza de reacción y el peso aparente son menores que el verdadero peso. Si el elevador estuviera en caída libre ($a = g$; abajo), la fuerza de reacción y el peso indicado serían cero, porque la báscula estaría cayendo tan rápidamente como la persona.

*Otro término que se utiliza para describir la "flotación" del astronauta es microgravedad, lo cual significa que es causada por una reducción aparentemente grande de la gravedad. Esto también es un término equivocado. Con la ecuación 3.17 de *Física 12* a una altura común de satélite de 300 km, se puede demostrar que la reducción de la aceleración debida a la gravedad es de aproximadamente 10%.

y el peso *aparente* w' es

$$w' = N = m(g - a) < mg$$

donde la dirección hacia abajo se toma como positiva. Con una aceleración a hacia abajo, vemos que N es menor que mg, así que la báscula indica que el individuo pesa menos que su verdadero peso. Observe que la aceleración aparente debida a la gravedad es $g' = g - a$.

Suponga ahora que el elevador está en caída libre, con $a = g$. Como puede verse, N (y, por lo tanto, el peso aparente w') sería cero. Esencialmente la báscula está acelerando, o cayendo, con la misma tasa que la persona. Aunque la báscula indique una condición de "ingravidez" ($N = 0$), la gravedad sigue actuando, y se hará sentir cuando el elevador se detenga abruptamente en el fondo del cubo. (Véase la sección A fondo sobre los efectos de la "ingravidez" en el cuerpo humano en el espacio.)

Se ha llamado al espacio la *frontera final*. Algún día, en vez de estadías breves en naves en órbita habrá colonias espaciales con gravedad "artificial". Una propuesta

A FONDO 5.3 "INGRAVIDEZ": EFECTOS SOBRE EL CUERPO HUMANO

Los astronautas pasan semanas y meses en naves y estaciones espaciales en órbita. Aunque la gravedad sí actúa sobre ellos, los astronautas experimentan largos periodos de "gravedad cero" (cero g),* debido al movimiento centrípeto. En la Tierra, la gravedad brinda la fuerza que hace que nuestros músculos y huesos desarrollen la resistencia necesaria para funcionar en nuestro entorno. Es decir, nuestros músculos y huesos deben ser lo bastante fuertes como para que seamos capaces de caminar, levantar objetos, etc. Además, hacemos ejercicio y comemos adecuadamente, con la finalidad de mantener nuestra capacidad para funcionar contra la atracción de la gravedad.

No obstante, en un entorno de cero g los músculos pronto se atrofian, ya que el cuerpo no los considera necesarios. Es decir, los músculos pierden masa si no notan necesidad de responder a la gravedad. En cero g, la masa muscular podría reducirse hasta 5% cada semana. También hay pérdida ósea a razón de 1% al mes. Estudios con modelos indican que la pérdida ósea total podría llegar al 40-60%. Tal pérdida ocasionaría un aumento en el nivel de calcio en la sangre, lo cual llevaría a la formación de piedras en los riñones.

El sistema circulatorio también se ve afectado. En la Tierra, la gravedad hace que la sangre se estanque en los pies. Estando parados, la presión sanguínea en nuestros pies (cerca de 200 mm Hg) es mucho mayor que en la cabeza (60-80 mm Hg), debido a la fuerza de gravedad. (En la sección 7.2 se explica la medición de la presión arterial.) En la gravedad cero que experimentan los astronautas, no hay tal fuerza y la presión sanguínea se equilibra en todo el cuerpo alrededor de los 100 mm Hg. Esta condición hace que fluya fluido de las piernas a la cabeza, de manera que el rostro se hincha y las piernas se adelgazan. Las venas del cuello y la cabeza se notan más de lo normal, en tanto que los ojos se enrojecen y se abultan. Las piernas del astronauta se hacen más delgadas porque la sangre que fluye hacia ellas ya no es ayudada por la fuerza de gravedad, lo cual dificulta al corazón bombearles sangre (figura 1).

Lo verdaderamente grave de esta condición es que la presión sanguínea anormalmente alta en la cabeza hace creer al cerebro que hay demasiada sangre en el cuerpo, por lo que se establece una disminución en la producción de sangre. Los astronautas pueden perder hasta el 22% de su sangre como resultado de la presión arterial uniforme en cero g. Además, al reducirse la presión sanguínea, el corazón no trabaja tanto y los músculos cardiacos llegan a atrofiarse.

Todos estos fenómenos explican por qué los astronautas se someten a rigurosos programas de acondicionamiento físico antes de realizar el viaje y se ejercitan usando "sujetadores" elásticos una vez en el espacio. Al regresar a la Tierra, sus cuerpos tienen que ajustarse otra vez a un entorno normal de "9.8 m/s^2 g". Cada pérdida corporal tiene un tiempo de recuperación distinto. El volumen sanguíneo por lo regular se restaura en unos cuantos días si los astronautas beben muchos líquidos. Casi todos los músculos se regeneran en más o menos un mes, dependiendo de la duración de la estadía con cero g. La recuperación ósea tarda mucho más. Los astronautas que pasan entre tres y seis meses en el espacio podrían requerir de dos a tres años para recuperar el hueso perdido, si es que llegan a recuperarlo. El ejercicio y la nutrición son muy importantes en todos los procesos de recuperación.

Hay mucho que aprender acerca de los efectos de la gravedad cero, o incluso de la gravedad reducida. Naves no tripuladas han visitado Marte con el objetivo de algún día enviar astronautas al Planeta Rojo. Esa tarea implicaría quizá un viaje de unos seis meses en cero g, seguida de una estancia en Marte donde la gravedad en la superficie es sólo el 38% de la terrestre. Nadie conoce aún todos los efectos que un viaje así tendría sobre el cuerpo de un astronauta.

*Usaremos descriptivamente aquí este término, en el entendido de que es cero g sólo aparentemente.

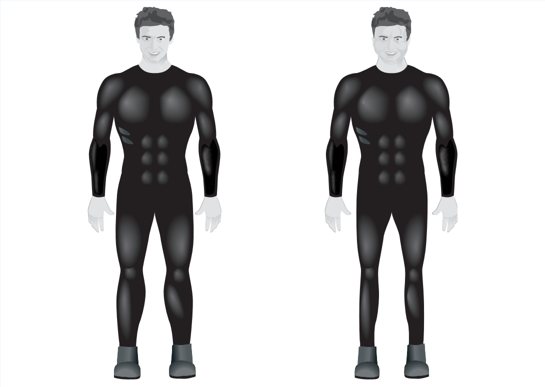
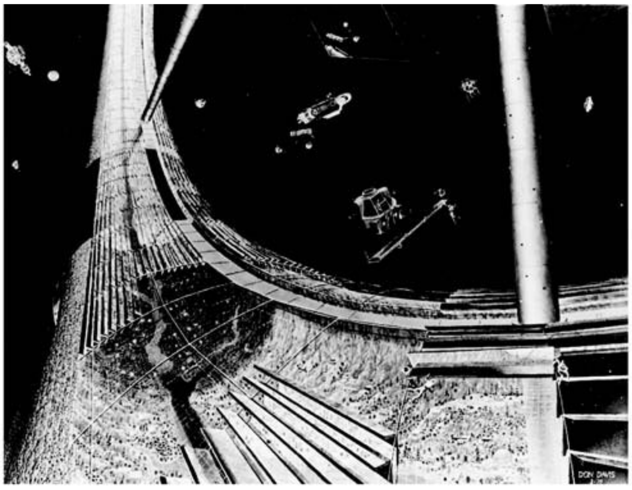


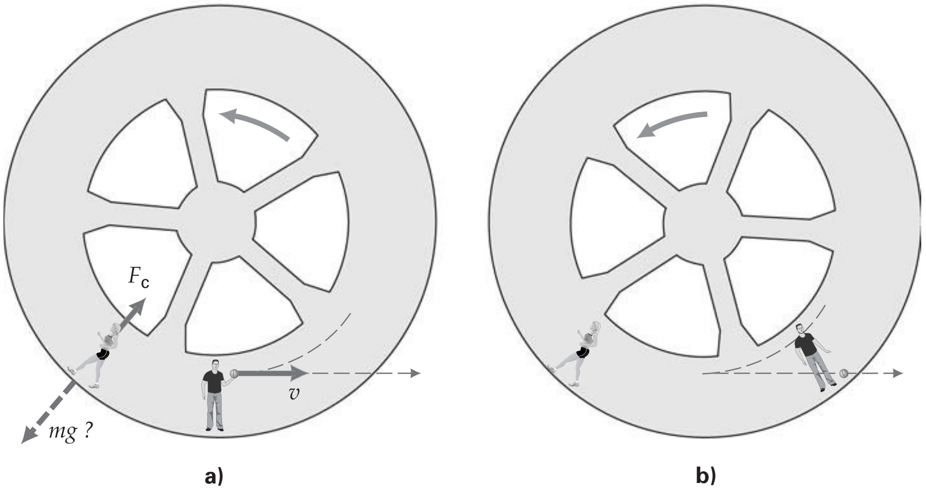
FIGURA 1 Síndrome de la cara hinchada En un entorno con cero g, sin un gradiente de gravedad la presión sanguínea disminuye en todo el cuerpo y los fluidos fluyen de las piernas a la cabeza, originando lo que se conoce como síndrome de la cara hinchada. Las piernas de un astronauta se vuelven más delgadas (síndrome de patas de ave) porque el flujo sanguíneo hacia ellas no recibe la ayuda de la fuerza de gravedad y es difícil que el corazón les bombee sangre.

es construir una gigantesca colonia espacial giratoria con forma de rueda; algo parecido a un neumático con los habitantes de él. Como sabemos, se requiere una fuerza centrípeta para mantener a un objeto en movimiento circular rotacional. En la Tierra, que también gira, esa fuerza proviene de la gravedad, y la llamamos peso. Ejercemos una fuerza sobre el suelo, y la fuerza normal hacia arriba sobre nuestros pies (por la tercera ley de Newton) nos da la sensación de "tener los pies en tierra firme".

En una colonia espacial giratoria, la situación sería, en cierto sentido, opuesta. La colonia giratoria aplicaría una fuerza centrípeta a los habitantes, quienes la percibirían con la sensación de una fuerza normal que actúa en las plantas de sus pies: una gravedad artificial. La rapidez de rotación correcta produciría una simulación de gravedad "normal" ($a_c \approx g = 9.80\ \mathrm{m/s^2}$) dentro de la rueda de la colonia. En el mundo de los colonos, "abajo" sería hacia afuera, hacia la periferia de la estación espacial, y "arriba" siempre sería hacia adentro, hacia el eje de rotación (▼figura 5.24).

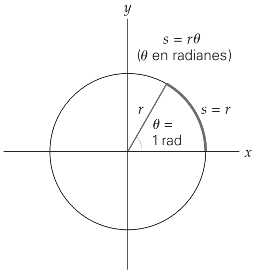
▼ **FIGURA 5.24 Colonia espacial y gravedad artificial** (arriba) Se ha sugerido que una colonia espacial podría albergarse en una enorme rueda giratoria, como se representa en esta concepción de un artista. El movimiento de rotación brindará la "gravedad artificial" para los habitantes de la colonia. (abajo) ***a)*** En el marco de referencia de alguien que se encuentre en una colonia espacial giratoria, la fuerza centrípeta —proveniente de la fuerza normal *N* del piso— se percibiría como sensación de peso o de gravedad artificial. Estamos acostumbrados a sentir *N* hacia arriba sobre nuestros pies para equilibrar la gravedad. La rotación a la rapidez adecuada simularía la gravedad normal. Para un observador en el exterior, una pelota que se dejara caer seguiría una trayectoria rectilínea tangencial, como se muestra en la figura *a*. ***b)*** Un habitante a bordo de la colonia espacial vería que la pelota cae hacia abajo como en una situación de gravedad normal.





Repaso del capítulo

- El **radián (rad)** es una medida de ángulo; 1 rad es el ángulo de un círculo subtendido por un arco de longitud (s) igual al radio (r):



Longitud de arco *(ángulo en radianes):*

$$s = r\theta \qquad (5.3)$$

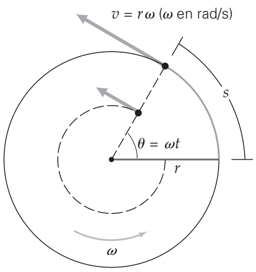
Ecuaciones de cinemática angular *para $\theta_o = 0$ y $t_o = 0$; (véase la tabla 5.2 para equivalentes lineales):*

$$\theta = \bar{\omega} t \quad \text{(general, no limitada a aceleración constante)} \qquad (5.5)$$

$$\left.\begin{aligned}
\bar{\omega} &= \frac{\omega + \omega_o}{2} && (2,\ \text{Tabla } 5.2)\\
\omega &= \omega_o + \alpha t && (5.12)\\
\theta &= \theta_o + \omega_o t + \tfrac{1}{2}\alpha t^2 && (4,\ \text{Tabla } 5.2)\\
\omega &= \omega_o^2 + 2\alpha(\theta - \theta_o) && (5,\ \text{Tabla } 5.2)
\end{aligned}\right\} \textit{sólo aceleración constante}$$

- La **rapidez tangencial (v)** y la **rapidez angular (ω)** de un movimiento circular son directamente proporcionales; el radio r es la constante de proporcionalidad:

$$v = r\omega \qquad (5.6)$$



- La frecuencia (f) y el periodo (T) tienen una relación inversa:

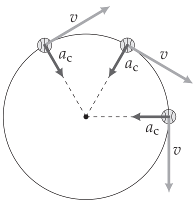
$$f = \frac{1}{T} \qquad (5.7)$$

- **Velocidad angular** (*con movimiento circular uniforme*) en términos de periodo (T) y frecuencia (f):

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \qquad (5.8)$$

- En movimiento circular uniforme se requiere una **aceleración centrípeta (a_c)** que siempre está dirigida hacia el centro de la trayectoria circular y cuya magnitud está dada por:

$$a_c = \frac{v^2}{r} = r\omega^2 \qquad (5.10)$$

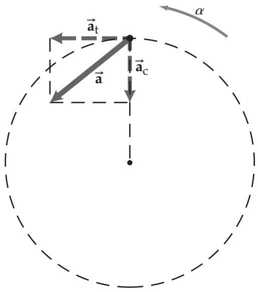


- Para que haya movimiento circular se requiere una **fuerza centrípeta, F_c**, la fuerza neta dirigida hacia el centro del círculo, cuya magnitud es

$$F_c = ma_c = \frac{mv^2}{r} \qquad (5.11)$$

- La **aceleración angular (α)** es la tasa de cambio de la velocidad angular con el tiempo y se relaciona con la **aceleración tangencial (a_t)** por

$$a_t = r\alpha \qquad (5.13)$$

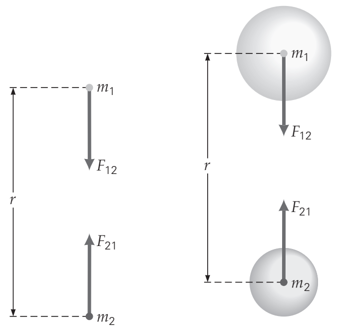


Movimiento circular no uniforme
($\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_c$)

- Según la **ley de la gravitación de Newton**, cualquier partícula atrae a todas las demás partículas del universo con una fuerza proporcional a las masas de las dos partículas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre ellas:

$$F_g = \frac{Gm_1m_2}{r^2}$$

$$(G = 6.67 \times 10^{-11}\ \text{N}\cdot\text{m}^2/\text{kg}^2) \qquad (5.14)$$



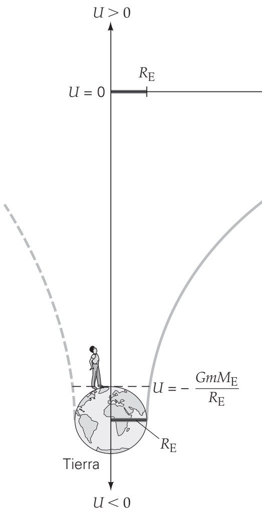
a) Masas puntuales **b) Esferas homogéneas**

- **Aceleración debida a la gravedad a una altura h:**

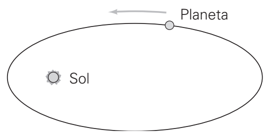
$$a_g = \frac{GM_E}{(R_E + h)^2} \qquad (5.17)$$

- **Energía potencial gravitacional de dos partículas**:

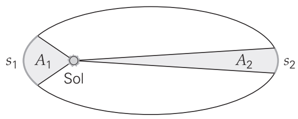
$$U = -\frac{Gm_1m_2}{r} \qquad (5.18)$$



- **Primera ley de Kepler (ley de órbitas):** los planetas se mueven en órbitas elípticas, con el Sol en uno de sus puntos focales.



- **Segunda ley de Kepler (ley de áreas):** una línea del Sol a un planeta barre áreas iguales en lapsos de tiempo iguales.



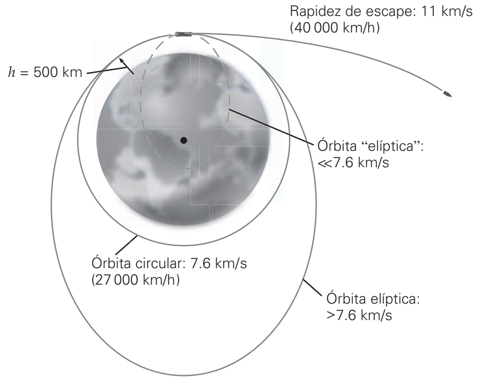
- **Tercera Ley de Kepler (ley de periodos):**

$$T^2 = Kr^3 \qquad (5.22)$$

(K depende de la masa del objeto en torno al cual se da vuelta; para un objeto en órbita alrededor del Sol, $K = 2.97 \times 10^{-19}\ \text{s}^2/\text{m}^3$)

- La **rapidez de escape** (*de la Tierra*) es

$$v_{esc} = \sqrt{\frac{2GM_E}{R_E}} = \sqrt{2gR_E} \qquad (5.23, 5.24)$$



- Los satélites terrestres están en un pozo de energía potencial negativa; cuanto más alto esté el objeto en el pozo, mayor será su energía potencial y menor será su energía cinética.
- **Energía de un satélite en órbita terrestre**:

$$E = -\frac{GmM_E}{2r} \qquad (5.27)$$

$$K = |E| \qquad (5.28)$$

Ejercicios

Los ejercicios designados **OM** *son preguntas de opción múltiple; los* **PC** *son preguntas conceptuales; y los* **EI** *son ejercicios integrados. A lo largo del texto, muchas secciones de ejercicios incluirán ejercicios "apareados". Estos pares de ejercicios, que se identifican con* <u>números subrayados</u>, *pretenden ayudar al lector a resolver problemas y aprender. La respuesta a los ejercicios de número impar se da al final del libro.*

5.1 Medición angular

1. **OM** La unidad radián equivale a un cociente de *a*) grado/tiempo, *b*) longitud, *c*) longitud/longitud o *d*) longitud/tiempo.
2. **OM** Para las coordenadas polares de una partícula que viaja en círculo, las variables son *a*) tanto r como θ, *b*) sólo r, *c*) sólo θ, *d*) ninguna de las anteriores.
3. **PC** ¿Por qué un radián es igual a 57.3°? ¿No sería más conveniente tener un número par de grados?
4. **PC** Una rueda gira sobre un eje rígido que pasa por su centro. ¿Todos los puntos de la rueda recorren la misma distancia? ¿Recorren la misma distancia *angular*?
5. ● Las coordenadas cartesianas de un punto en un círculo son (1.5 m, 2.0 m). ¿Qué coordenadas polares (r, θ) tiene ese punto?
6. ● Las coordenadas polares de un punto son (5.3 m, 32°). ¿Qué coordenadas cartesianas tiene el punto?
7. ● Usted puede determinar el diámetro del Sol midiendo el ángulo que subtiende. Si el ángulo es de 0.535° y la distancia promedio entre la Tierra y el Sol es de 1.5×10^{11} m, ¿qué diámetro tiene el Sol?
8. ● Convierta estos ángulos de grados a radianes, con dos cifras significativas: *a*) 15°, *b*) 45°, *c*) 90° y *d*) 120°.

9. ● Convierta estos ángulos de radianes a grados: *a*) $\pi/6$ rad, *b*) $5\pi/12$ rad, *c*) $3\pi/4$ rad y *d*) π rad.

10. ● Usted mide de un automóvil la longitud distante subtendida por una distancia angular de 1.5°. Si el automóvil en realidad mide 5.0 m de largo, ¿aproximadamente qué tan lejos está?

11. ● Un corredor en una pista circular, cuyo radio mide 0.250 km, corre una distancia de 1.00 km. ¿Qué distancia angular cubre el corredor en *a*) radianes y *b*) grados?

12. ●● La aguja de las horas, el minutero y el segundero de un reloj tienen 0.25 m, 0.30 m y 0.35 m de longitud, respectivamente. ¿Qué distancias recorren las puntas de las agujas en un intervalo de 30 min?

13. ●● En Europa, un paseo circular de 0.900 km de diámetro está marcado con distancias angulares en radianes. Un turista estadounidense que camina 3.00 mi al día visita el paseo. ¿Cuántos radianes deberá caminar cada día para seguir su rutina?

14. ●● Se ordenó una pizza de 12 pulgadas para cinco personas. Si se quiere repartir equitativamente, ¿cómo deberá cortarse en tajadas triangulares (▼figura 5.25)?

▶ **FIGURA 5.25 Pizza difícil de dividir** Véase el ejercicio 14.

15. **EI** ●● Para asistir a los Juegos Olímpicos de verano del 2000, un aficionado voló desde Mosselbaai, Sudáfrica (34°S, 22°E) hacia Sydney, Australia (34°S, 151°E). *a*) ¿Cuál es la menor distancia angular que el aficionado tiene que viajar?: 1) 34°, 2) 12°, 3) 117° o 4) 129°. ¿Por qué? *b*) Determine la menor distancia aproximada de vuelo, en kilómetros.

16. **EI** ●● La rueda de una bicicleta tiene una piedrita atorada en la banda de rodamiento. La bicicleta se pone de cabeza, y el ciclista accidentalmente golpea la rueda de manera que la piedra se mueve a través de una longitud de arco de 25.0 cm antes de llegar al reposo. En ese tiempo, la rueda gira 35°. *a*) El radio de la rueda es, por lo tanto, 1) mayor de 25.0 cm, 2) menor de 25.0 cm o 3) igual a 25.0 cm. *b*) Determine el radio de la rueda.

17. ●● Al final de su rutina, una patinadora da 7.50 revoluciones con los brazos completamente extendidos en ángulos rectos con respecto a su cuerpo. Si sus brazos miden 60.0 cm de largo, ¿qué distancia lineal de longitud de arco hacen las yemas de sus dedos cuando se mueven durante el final de su rutina?

18. ●●● *a*) ¿Podría cortarse un pastel circular de manera que todas las tajadas tengan una longitud de arco en su borde exterior igual al radio del pastel? *b*) Si no, ¿cuántas tajadas así podrían cortarse, y qué dimensión angular tendría la tajada sobrante?

19. ●●● Un cable eléctrico de 0.75 cm de diámetro se enrolla en un carrete con radio de 30 cm y altura de 24 cm. *a*) ¿Cuántos radianes debe girarse el carrete para enrollar una capa uniforme de cable? *b*) ¿Qué longitud tiene el cable enrollado?

20. ●●● Un yo-yo con un diámetro de eje de 1.00 cm tiene un cordel de 90.0 cm de longitud enrollado varias veces, de forma que ese cordel cubre completamente la superficie de su eje, pero sin que haya dobles capas del cordel. La porción más externa del yo-yo está a 5.00 cm del centro del eje. *a*) Si el yo-yo se lanza con el cordel completamente enrollado, ¿a través de qué ángulo gira para el momento en que alcanza el punto inferior de su descenso? *b*) Qué distancia de longitud de arco ha recorrido una parte del yo-yo en su orilla externa para el momento en que toca fondo?

5.2 Rapidez y velocidad angulares

21. **OM** Vista desde arriba, una tornamesa gira en dirección antihoraria. El vector de velocidad angular es entonces *a*) tangencial al borde de la tornamesa, *b*) sale del plano de la tornamesa, *c*) antihorario o *d*) ninguna de las anteriores.

22. **OM** La unidad de frecuencia hertz equivale a *a*) la del periodo, *b*) la del ciclo, *c*) radián/s o *d*) s^{-1}.

23. **OM** Todas las partículas en un objeto que gira uniformemente tienen la misma *a*) aceleración angular, *b*) rapidez angular, *c*) velocidad tangencial, *d*) tanto *a* como *b*.

24. **PC** ¿Todos los puntos de una rueda que gira en torno a un eje fijo que pasa por su centro tienen la misma velocidad angular? ¿Y la misma velocidad tangencial? Explique.

25. **PC** Cuando se usa "horario" o "antihorario" para describir un movimiento rotacional, ¿por qué se añade una frase como "visto desde arriba"?

26. **PC** Imagine que usted está parado en la orilla de un carrusel que gira. ¿Cómo se vería afectado su movimiento tangencial si camina hacia el centro? (¡Cuidado con los caballitos que suben y bajan!)

27. ● La rapidez angular de un DVD-ROM de computadora varía entre 200 y 450 rpm. Exprese este intervalo de rapidez angular en radianes por segundo.

28. ● Un automóvil de carreras da dos y media vueltas a una pista circular en 3.0 min. ¿Qué rapidez angular promedio tiene?

29. ● Si una partícula gira con rapidez angular de 3.5 rad/s, ¿cuánto tarda en efectuar una revolución?

30. ● ¿Qué periodo de revolución tiene *a*) una centrífuga de 9 500 rpm y *b*) una unidad de disco duro de computadora de 9 500 rpm?

31. ●● ¿Qué tiene mayor rapidez angular: la partícula A que recorre 160° en 2.00 s, o la partícula B que recorre 4π rad en 8.00 s?

32. ●● La rapidez tangencial de una partícula en una rueda giratoria es de 3.0 m/s. Si la partícula está a 0.20 m del eje de rotación, ¿cuánto tardará en efectuar una revolución?

33. ●● Un carrusel efectúa 24 revoluciones en 3.0 min. *a*) Calcule su rapidez angular promedio en rad/s. *b*) ¿Qué rapidez tangencial tienen dos personas sentadas a 4.0 y 5.0 m del centro (eje de rotación)?

34. ●● En el ejercicio 16, suponga que la rueda tarda 1.20 s en detenerse después del golpe. Suponga que al estar de frente al plano de la rueda, ésta gira en sentido antihorario. Durante este tiempo, determine *a*) la rapidez angular promedio y la rapidez tangencial de la piedra, *b*) la rapidez angular promedio y la rapidez tangencial de un residuo de grasa en el eje de la rueda (cuyo radio es de 1.50 cm) y *c*) la dirección de sus velocidades angulares respectivas.

35. **EI** ●● La Tierra gira sobre su eje una vez al día, y en torno al Sol una vez al año. *a*) ¿Qué es mayor, la rapidez angular de rotación o la rapidez angular de traslación? *b*) Calcule ambos valores en rad/s.

36. ●● Un niño brinca sobre un pequeño carrusel (cuyo radio es de 2.00 m) en un parque y gira durante 2.30 s por una distancia de longitud de arco de 2.55 m, antes de llegar al reposo. Si el niño cae (y permanece) a una distancia de 1.75 m del eje central de rotación del carrusel, ¿cuáles serán sus rapideces angular y tangencial promedio?

37. ●●● Un conductor ajusta el control de crucero de su automóvil y amarra el volante, de manera que el vehículo viaje con rapidez uniforme de 15 m/s en un círculo con diámetro de 120 m. *a*) ¿Qué distancia angular recorre el coche en 4.00 min? *b*) ¿Qué distancia lineal recorre en ese tiempo?

38. ●●● En un derrape sobre el pavimento cubierto de hielo en un camino vacío en el que no hubo colisión ni lesionados, un automóvil da 1.75 revoluciones mientras se patina hasta detenerse. Inicialmente se desplazaba a 15.0 m/s y, a causa del hielo fue capaz de desacelerar a una tasa de apenas 1.50 m/s^2. Visto desde arriba, el automóvil giró en sentido horario. Determine su velocidad angular promedio conforme giró y derrapó hasta detenerse.

5.3 Movimiento circular uniforme y aceleración centrípeta

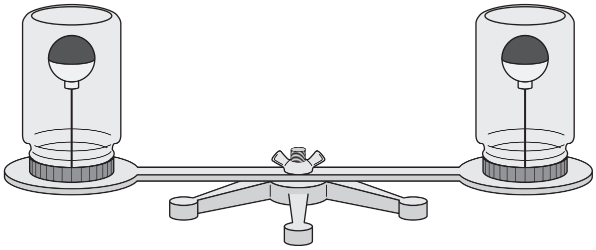
39. **OM** El movimiento circular uniforme requiere *a*) aceleración centrípeta, *b*) rapidez angular, *c*) velocidad tangencial, *d*) todas las anteriores.

40. **OM** En un movimiento circular uniforme hay *a*) velocidad constante, *b*) velocidad angular constante, *c*) cero aceleración o *d*) aceleración tangencial distinta de cero.

41. **OM** Si se incrementa la fuerza centrípeta que actúa sobre una partícula en movimiento circular uniforme, *a*) la rapidez tangencial seguirá constante, *b*) la rapidez tangencial disminuirá, *c*) el radio de la trayectoria circular aumentará o *d*) la rapidez tangencial aumentará y/o el radio disminuirá.

42. **PC** El ciclo de centrífuga de una lavadora sirve para extraer agua de la ropa recién lavada. Explique el principio de física que interviene.

43. **PC** El aparato de la ▼figura 5.26 sirve para demostrar las fuerzas en un sistema en rotación. Los flotadores están en frascos con agua. Cuando se gira el brazo, ¿en qué dirección se moverán los flotadores? ¿Tiene alguna influencia el sentido en que se gira el brazo?

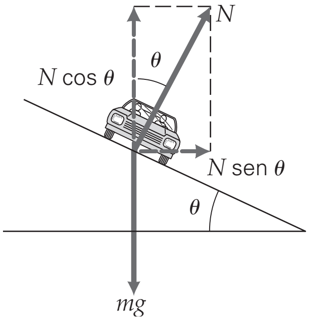


▲ **FIGURA 5.26 Al ponerse en movimiento, es un sistema en rotación** Véase el ejercicio 43.

44. **PC** Al tomar rápidamente una curva en un automóvil, sentimos como si nos lanzaran hacia afuera (▼figura 5.27). A veces se dice que tal efecto se debe a una fuerza centrífuga hacia fuera (que huye del centro). Sin embargo, en términos de las leyes de Newton, esta pseudofuerza no existe realmente. Analice la situación de la figura para demostrar que la fuerza no existe. [*Sugerencia:* inicie con la primera ley de Newton.]

▲ **FIGURA 5.27 ¿Una fuerza que huye del centro?** Véase el ejercicio 44.

45. **PC** Muchas pistas para carreras tienen curvas peraltadas, que permiten a los automóviles tomarlas con mayor rapidez que si fueran planas. De hecho, los vehículos podrían dar vuelta en estas curvas peraltadas aunque no hubiera fricción. Explique esta afirmación con la ayuda del diagrama de cuerpo libre de la ▼figura 5.28.



▲ **FIGURA 5.28 Peralte de seguridad** Véase el ejercicio 45.

46. ● Un carro Indy corre a 120 km/h por una pista circular horizontal, cuyo radio es de 1.00 km. ¿Qué aceleración centrípeta tiene el vehículo?

47. ● Una rueda de 1.5 m de radio gira con rapidez uniforme. Si un punto del borde tiene una aceleración centrípeta de 1.2 m/s^2, ¿qué velocidad tangencial tiene?

48. ● Se diseña un cilindro giratorio de unos 16 km de longitud y 7.0 km de diámetro para usarse como colonia espacial. ¿Con qué rapidez angular debe girar para que sus residentes experimenten la misma aceleración debida a la gravedad que en la Tierra?

49. ●● La Luna da una vuelta a la Tierra en 27.3 días, en una órbita casi circular con un radio de 3.8×10^5 km. Suponiendo que el movimiento orbital de la Luna es un movimiento circular uniforme, ¿qué aceleración tiene la Luna al "caer" hacia la Tierra?

50. ●● Imagine que sobre su cabeza da vueltas a una pelota sujeta al extremo de un cordel. La pelota se mueve con rapidez constante en un círculo horizontal. *a*) ¿El cordón puede estar exactamente horizontal? *b*) Si la masa de la pelota es de 0.250 kg, el radio del círculo es de 1.50 m y la pelota tarda 1.20 s en dar una vuelta, ¿qué rapidez tangencial tiene la pelota? *c*) ¿Qué fuerza centrípeta está aplicando a la pelota a través del cordel?

51. ●● En el ejercicio 50, si aplica una fuerza de tensión de 12.5 N al cordel, ¿qué ángulo formará éste relativo a la horizontal?

52. ●● Un automóvil con rapidez constante de 83.0 km/h entra en una curva plana circular con radio de curvatura de 0.400 km. Si la fricción entre los neumáticos y el pavimento puede crear una aceleración centrípeta de 1.25 m/s^2, ¿el vehículo dará la vuelta con seguridad? Justifique su respuesta.

53. **EI** ●● Un estudiante quiere columpiar una cubeta con agua en un círculo vertical sin derramarla (▼figura 5.29). *a*) Explique cómo es posible esto. *b*) Si la distancia de su hombro al centro de masa de la cubeta es de 1.0 m, ¿qué rapidez mínima se requiere para que el agua no se salga de la cubeta en la cúspide de la oscilación?

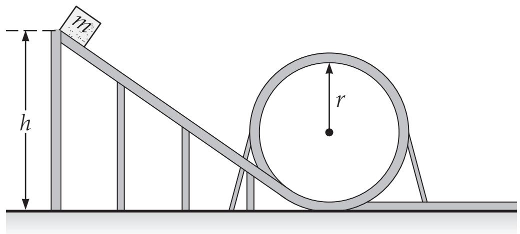
▲ **FIGURA 5.29 ¿Agua sin peso?** Véase el ejercicio 53.

54. ●● Al trazar una "figura de 8", un patinador desea que la parte superior del 8 sea aproximadamente un círculo con radio de 2.20 m. Necesita deslizarse por esta parte de la figura casi con rapidez constante, lo que le toma 4.50 s. Sus patines que se hunden en el hielo son capaces de suministrar una aceleración centrípeta máxima de 3.25 m/s^2. ¿Logrará realizar esto como lo planeó? Si no, ¿qué ajuste podrá hacer si quiere que esta parte de la figura sea del mismo tamaño? (Suponga que las condiciones del hielo y de los patines no cambian.)

55. ●● Una delgada cuerda de 56.0 cm de longitud une dos pequeños bloques cuadrados, cada uno con una masa de 1.50 kg. El sistema está colocado sobre una hoja horizontal resbaladiza de hielo (que no ofrece fricción) y gira del tal manera que los dos bloques dan vuelta uniformemente alrededor de su centro de masa común, que no se mueve por sí solo. Se supone que giran durante 0.750 s. Si la cuerda puede ejercer una fuerza de tan sólo 100 N antes de romperse, determine si la cuerda servirá.

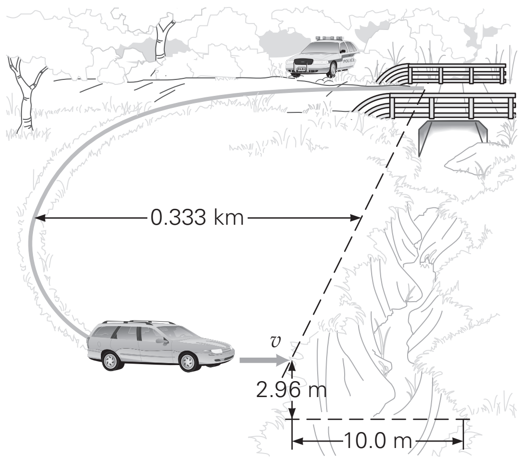
56. **EI** ●● El piloto de un avión a reacción efectúa una maniobra de lazo circular vertical con rapidez constante. *a*) ¿Qué es mayor, la fuerza normal que el piloto ejerce sobre el asiento en la parte más baja del lazo o la que ejerce en la parte más alta? ¿Por qué? *b*) Si el avión vuela a 700 km/h y el radio del círculo es de 2.0 km, calcule las fuerzas normales que el piloto ejerce sobre el asiento en las partes más baja y más alta del lazo. Exprese su respuesta en términos del peso del piloto, *mg*.

57. ●●● Un bloque de masa *m* se desliza por un plano inclinado y entra en una vuelta vertical circular de radio *r* (▼figura 5.30). *a*) Despreciando la fricción, ¿qué rapidez mínima debe tener el bloque en el punto más alto de la vuelta para no caer? [*Sugerencia:* ¿qué fuerza debe actuar sobre el bloque ahí para mantenerlo en una trayectoria circular?] *b*) ¿Desde qué altura vertical en el plano inclinado (en términos del radio de la vuelta) debe soltarse el bloque, para que tenga la rapidez mínima necesaria en el punto más alto de la vuelta?



▲ **FIGURA 5.30 Rizar el rizo** Véase el ejercicio 57.

58. ●●● Para una escena en una película, un conductor acrobático maneja una camioneta de 1.50×10^3 kg y 4.25 m de longitud describiendo medio círculo con radio de 0.333 km (▼figura 5.31). El vehículo debe salir del camino, saltar una cañada de 10.0 m de anchura, y caer en la otra orilla 2.96 m más abajo. ¿Qué aceleración centrípeta mínima debe tener la camioneta al describir el medio círculo para librar la cañada y caer del otro lado?



▲ **FIGURA 5.31 Sobre la cañada** Véase el ejercicio 58.

59. ●●● Considere un péndulo simple con longitud L que tiene una pequeña masa m atada al final de la cuerda. Si el péndulo parte de una posición horizontal y se libera desde el reposo, demuestre *a*) que la rapidez en el punto inferior del vaivén es $v_{\text{máx}} = \sqrt{2gL}$ y *b*) que la tensión en la cuerda en ese punto es tres veces el peso de la masa, o $T_{\text{máx}} = 3mg$. [*Sugerencia:* utilice la conservación de la energía para determinar la rapidez en el punto inferior, así como las ideas sobre fuerza centrípeta y un diagrama de cuerpo libre para determinar la tensión en el punto inferior.]

5.4 Aceleración angular

60. **OM** La aceleración angular en movimiento circular *a*) es igual en magnitud a la aceleración tangencial dividida entre el radio, *b*) aumenta la velocidad angular si tanto ésta como la aceleración angular tienen la misma dirección, *c*) tiene unidades de s^{-2} o *d*) todas las anteriores.

61. **OM** En el movimiento circular, la aceleración tangencial *a*) no depende de la aceleración angular, *b*) es constante, *c*) tiene unidades de s^{-2}, *d*) ninguna de las opciones anteriores es verdadera.

62. **OM** Para el movimiento circular uniforme, *a*) $\alpha = 0$, *b*) $\omega = 0$, *c*) $r = 0$, *d*) ninguna de las anteriores.

63. **PC** Un automóvil aumenta su rapidez cuando está en una pista circular. ¿Tiene aceleración centrípeta? ¿Tiene aceleración angular? Explique.

64. **PC** ¿Es posible para un automóvil que se desplaza en una pista circular tener aceleración angular y no tener aceleración centrípeta? Explique su respuesta.

65. **PC** ¿Es posible para un automóvil que se desplaza en una pista circular tener un incremento en su aceleración tangencial y no tener aceleración centrípeta?

66. ● Durante una aceleración, la rapidez angular de un motor aumenta de 600 a 2500 rpm en 3.0 s. ¿Qué aceleración angular promedio tiene?

67. ● Un carrusel que acelera uniformemente desde el reposo alcanza su rapidez operativa de 2.5 rpm en cinco revoluciones. ¿Qué magnitud tiene su aceleración angular?

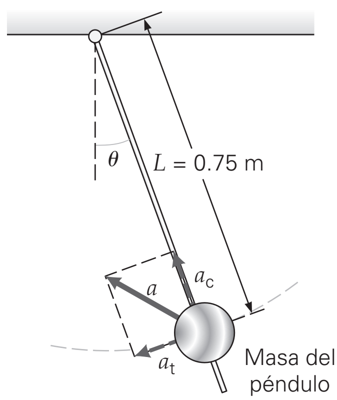
68. ●● Para mantener su densidad ósea y otros signos vitales del cuerpo, los tripulantes de una nave espacial con forma cilíndrica quieren generar un "ambiente de 1 g" en su trayecto hacia un destino alejado. Suponga que el cilindro tiene un diámetro de 250 m (los tripulantes se encuentran en la superficie interna) y que inicialmente no está girando alrededor de su largo eje. Para una perturbación mínima, la aceleración angular (constante) es una muy moderada de 0.00010 rad/s^2. Determine cuánto tiempo tardan en alcanzar su meta de un "ambiente de 1 g".

69. **EI** ●● Un automóvil en una pista circular acelera desde el reposo. *a*) El coche experimenta 1) sólo aceleración angular, 2) sólo aceleración centrípeta o 3) aceleración tanto angular como centrípeta. ¿Por qué? *b*) Si el radio de la pista es de 0.30 km y la magnitud de la aceleración angular constante es de 4.5×10^{-3} rad/s^2, ¿cuánto tardará el coche en dar una vuelta en la pista? *c*) Calcule la aceleración total (vectorial) del coche cuando ha dado media vuelta.

70. ●● Las aspas de un ventilador que opera a baja rapidez giran a 250 rpm. Cuando el ventilador se cambia a alta velocidad, la tasa de rotación aumenta uniformemente a 350 rpm en 5.75 s. *a*) Calcule la magnitud de la aceleración angular de las aspas. *b*) ¿Cuántas revoluciones efectúan las aspas mientras el ventilador está acelerando?

71. ●● En el ciclo de exprimido de una lavadora moderna, una toalla húmeda con una masa de 1.50 kg se "pega a" la superficie interior del cilindro perforado (para permitir que el agua salga). Para tener una eliminación adecuada del agua, la ropa húmeda/mojada necesita experimentar una aceleración centrípeta de por lo menos 10g. Suponiendo este valor y que el cilindro tiene un radio de 35.0 cm, determine la aceleración angular constante de la toalla que se requiere, si la lavadora tarda 2.50 s en alcanzar su rapidez angular final.

72. ●●● Un péndulo que oscila en un arco circular bajo la influencia de la gravedad, como se observa en la ▼figura 5.32, tiene componentes centrípeto y tangencial de la aceleración. *a*) Si la masa del péndulo tiene una rapidez de 2.7 m/s cuando la cuerda forma un ángulo de $\theta = 15°$ con respecto a la vertical, ¿cuáles son las magnitudes de los componentes en ese momento? *b*) ¿Dónde alcanza su máximo la aceleración centrípeta? ¿Cuál es el valor de la aceleración tangencial en ese punto?



▲ **FIGURA 5.32 Un péndulo en movimiento** Véase el ejercicio 72.

73. ●●● Un péndulo simple con longitud de 2.00 m se libera desde una posición horizontal. Cuando forma un ángulo de 30° con respecto a la vertical, determine *a*) su aceleración angular, *b*) su aceleración centrípeta y *c*) la tensión en la cuerda. Suponga que la masa del péndulo es de 1.50 kg.

5.5 Ley de la gravitación de Newton

74. **OM** La fuerza gravitacional es *a*) una función lineal de la distancia, *b*) una función inversa de la distancia, *c*) una función inversa del cuadrado de la distancia o *d*) repulsiva en ocasiones.

75. **OM** La aceleración debida a la gravedad de un objeto en la superficie terrestre *a*) es una constante universal, como G; *b*) no depende de la masa de la Tierra; *c*) es directamente proporcional al radio de la Tierra, o *d*) no depende de la masa del objeto.

76. **OM** En comparación con su valor en la superficie de la Tierra, el valor de la aceleración debida a la gravedad a una altitud de un radio terrestre es *a*) igual, *b*) dos veces mayor, *c*) igual a la mitad, *d*) una cuarta parte.

77. **PC** Los astronautas en una nave en órbita o en una "caminata espacial" (▼figura 5.33) parecen "flotar". Este fenómeno suele describirse como *ingravidez* o *gravedad cero* (cero *g*). ¿Son correctos estos términos? Explique por qué un astronauta parece flotar en o cerca de una nave en órbita.

▲ **FIGURA 5.33 Saliendo a caminar** ¿Por qué este astronauta parece "flotar"? Véase el ejercicio 77.

78. **PC** Si se dejara caer el vaso de la ▼figura 5.34, no saldría agua por los orificios. Explique.

▲ **FIGURA 5.34 Suéltalo** Véase el ejercicio 78.

79. **PC** ¿Podemos determinar la masa de la Tierra con sólo medir la aceleración gravitacional cerca de su superficie? Si es afirmativo, explique los detalles.

80. ● Use la masa y el radio conocidos de la Luna (véase las tablas en los forros de este libro) para calcular el valor de la aceleración debida a la gravedad, g_M, en la superficie de la Luna.

81. ● Calcule la fuerza gravitacional entre la Tierra y la Luna.

82. ●● Para una nave que va directamente de la Tierra a la Luna, ¿más allá de qué punto comenzará a dominar la gravedad lunar? Es decir, ¿dónde tendrá la fuerza gravitacional lunar la misma magnitud que la terrestre? ¿Los astronautas en una nave en este punto carecen verdaderamente de peso?

83. ●● Cuatro masas idénticas de 2.5 kg cada una están en las esquinas de un cuadrado de 1.0 m por lado. ¿Qué fuerza neta actúa sobre cualquiera de las masas?

84. ●● Calcule la aceleración debida a la gravedad en la cima del monte Everest, a 8.80 km sobre el nivel del mar. (Dé su resultado con tres cifras significativas.)

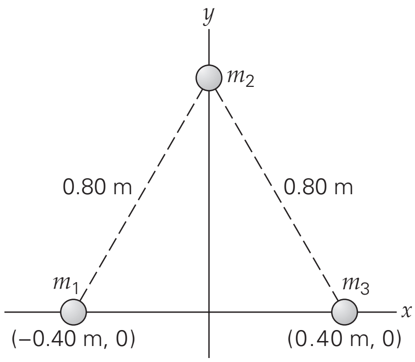
85. ●● Un hombre tiene una masa de 75 kg en la superficie terrestre. ¿A qué altura tendría que subir para "perder" el 10% de su peso corporal?

86. **EI** ●● Dos objetos se atraen mutuamente con cierta fuerza gravitacional. *a*) Si la distancia entre ellos se reduce a la mitad, la nueva fuerza gravitacional 1) aumentará al doble, 2) aumentará 4 veces, 3) disminuirá a la mitad o 4) disminuirá a la cuarta parte. ¿Por qué? *b*) Si la fuerza original entre los dos objetos es 0.90 N y la distancia se triplica, ¿qué nueva fuerza gravitacional habrá entre los objetos?

87. ●● Durante las exploraciones lunares Apollo a finales de la década de 1960 y principios de la siguiente, la principal sección de la nave espacial permanecía en órbita alrededor de la Luna con un astronauta dentro, mientras que los otros dos descendían a la superficie en un módulo de alunizaje. Si la sección principal orbitaba aproximadamente a 50 mi por encima de la superficie lunar, determine la aceleración centrípeta de esa sección.

88. ●● En relación con el ejercicio 87, determine *a*) la energía potencial gravitacional, *b*) la energía total y *c*) la energía necesaria para "escapar" de la Luna para la sección principal de la misión de exploración lunar en órbita. Suponga que la masa de esta sección es de 5 000 kg.

89. ●●● *a*) Calcule la energía potencial gravitacional mutua de la configuración mostrada en la ▼figura 5.35 si todas las masas son de 1.0 kg. *b*) Calcule la fuerza gravitacional por unidad de masa en el centro de la configuración.



▲ **FIGURA 5.35 Potencial gravitacional, fuerza gravitacional y centro de masa** Véase el ejercicio 89.

90. **EI ●●●** La misión de una sonda espacial está planeada para explorar la composición del espacio interestelar. Suponiendo que los tres objetos más importantes en el sistema solar para este proyecto son el Sol, la Tierra y Júpiter, *a*) ¿cuál sería la distancia de la Tierra relativa a Júpiter que tendría por resultado la menor rapidez de escape necesaria, si la sonda se lanzara desde la Tierra? 1) La Tierra debería estar lo más cerca posible de Júpiter; 2) la Tierra debería estar lo más lejos posible de Júpiter, o 3) la distancia de la Tierra relativa a Júpiter no importa. *b*) Estime la menor rapidez de escape para esta sonda, suponiendo órbitas planetarias circulares y que sólo la Tierra, el Sol y Júpiter son importantes. (Consulte los datos en el apéndice III.) Comente cuál de los tres objetos, si acaso alguno, determina principalmente la rapidez de escape.

5.6 Leyes de Kepler y satélites terrestres

91. **OM** Se descubre un nuevo planeta y se determina su periodo. Entonces, se podrá calcular su distancia del Sol usando *a*) la primera, *b*) la segunda o *c*) la tercera ley de Kepler.

92. **OM** Para un planeta en su órbita elíptica, *a*) la rapidez es constante, *b*) la distancia al Sol es constante, *c*) se mueve más rápidamente cuando está más cerca del Sol o *d*) se mueve más lentamente cuando está más cerca del Sol.

93. **OM** Si un satélite cerca de la superficie terrestre no tiene una rapidez tangencial mínima de 11 km/s, podría *a*) entrar en una órbita elíptica, *b*) entrar en una órbita circular, *c*) chocar contra la tierra, *d*) todas las anteriores.

94. **PC** *a*) En una revolución, ¿cuánto trabajo efectúa la fuerza centrípeta sobre un satélite en órbita circular en torno a la Tierra? *b*) Una persona en un elevador en caída libre piensa que puede evitar lesionarse si salta hacia arriba justo antes de que el elevador choque contra el piso. ¿Funcionaría dicha estrategia?

95. **PC** *a*) Para colocar un satélite en órbita sobre el ecuador, ¿debería lanzarse el cohete hacia el este o hacia el oeste? ¿Por qué? *b*) En Estados Unidos, tales satélites se lanzan desde Florida. ¿Por qué no desde California, que generalmente tiene mejores condiciones climáticas?

96. **PC** Como piloto de una nave espacial en órbita, usted ve un instrumento adelante en la misma órbita. *a*) ¿Puede acelerar su nave encendiendo un solo cohete para recoger el instrumento? Explique. *b*) ¿Qué tendría que hacer para recoger el instrumento?

97. ● Un paquete de instrumentos se proyecta verticalmente hacia arriba para recolectar datos en la parte más alta de la atmósfera terrestre (a una altura de unos 900 km). *a*) ¿Qué rapidez inicial se requiere en la superficie terrestre para que el paquete llegue a esta altura? *b*) ¿Qué porcentaje de la rapidez de escape representa esa rapidez inicial?

98. ●● En el año 2056, la Colonia Marciana I quiere poner en órbita un satélite de comunicación sincrónica alrededor de Marte para facilitar las comunicaciones con las nuevas bases planeadas en el Planeta Rojo. ¿A qué distancia por encima del ecuador de Marte debería colocarse este satélite? (Para hacer una buena aproximación, considere que el día en Marte es de la misma duración que el de la Tierra.)

99. ●● La franja de asteroides entre Marte y Júpiter podrían ser los restos de un planeta que se desintegró o que no pudo formarse por causa de la fuerte gravitación de Júpiter. El periodo aproximado de la franja de asteroides es de 5.0 años. ¿Como a qué distancia del Sol habría estado este "quinto" planeta?

100. ●● Utilizando un desarrollo similar al de la ley de periodos de Kepler para planetas en órbita alrededor del Sol, calcule la altura que debe tener un satélite geosincrónico sobre la Tierra. [*Sugerencia:* el periodo de tales satélites es el mismo que el de la Tierra.]

101. ●● Venus tiene un periodo de rotación de 243 días. ¿Qué altura tendría un satélite sincrónico para ese planeta (similar a uno geosincrónico para la Tierra)?

102. ●●● Una pequeña sonda espacial se pone en órbita circular alrededor de una luna de Saturno recientemente descubierta. El radio de la luna es de 550 km. Si la sonda está en órbita a una altura de 1500 km por encima de la superficie de la luna y tarda 2.00 días terrestres en completar una órbita, determine la masa de la luna.

Ejercicios adicionales

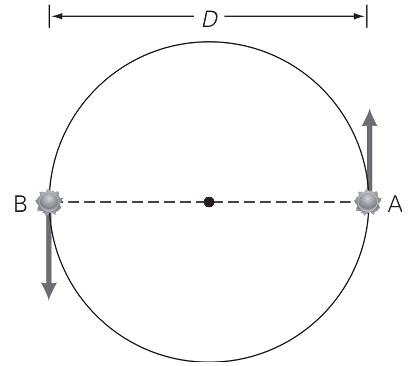
103. Justo un instante antes de alcanzar el punto inferior de una sección semicircular de la montaña rusa, el freno automático de emergencia se activa inadvertidamente. Suponga que el carro tiene una masa total de 750 kg, que el radio de esa sección de la vía es de 55.0 m, y que el carro entró en la parte inferior después de descender 25.0 m verticalmente (a partir del reposo) en una inclinación recta sin fricción. Si la fuerza de frenado es constante y con valor de 1700 N, determine *a*) la aceleración centrípeta del carro (incluyendo la dirección), *b*) la fuerza normal de la vía sobre el carro, *c*) la aceleración tangencial del carro (incluyendo la dirección) y *d*) la aceleración total del carro.

104. Una pasajera de 60.0 kg está a bordo de un automóvil que se desplaza a 25.0 m/s de manera constante. El automóvil da vuelta hacia la izquierda en una curva plana con un radio de 75.0 m a esa rapidez constante. La pasajera no lleva abrochado el cinturón de seguridad, pero hay fricción entre ella y el asiento. El coeficiente de fricción estática es 0.600. *a*) ¿Se deslizará hacia la derecha sobre su asiento durante esta vuelta? *b*) Si acaso se desliza, cuando hace contacto con la puerta del automóvil, ¿cuál es la fuerza normal ejercida sobre sus costados?

105. Un disco horizontal de radio 5.00 cm acelera angularmente a partir del reposo con una aceleración angular de 0.250 rad/s^2. Una pequeña piedra localizada a mitad del camino a partir del centro tiene un coeficiente de fricción estática con el disco de 0.15. *a*) ¿Cuánto tardará la piedra en deslizarse sobre la superficie del disco? *b*) ¿Cuántas revoluciones habrá dado el disco para ese momento?

106. Un péndulo simple consiste en una cuerda ligera de 1.50 m de longitud con una pequeña masa de 0.500 kg atada a ella. El péndulo parte de los 45° por debajo de la horizontal y se le da una rapidez inicial hacia abajo de 1.50 m/s. En el punto inferior del arco, determine *a*) la aceleración centrípeta de la masa del péndulo y *b*) la tensión sobre la cuerda.

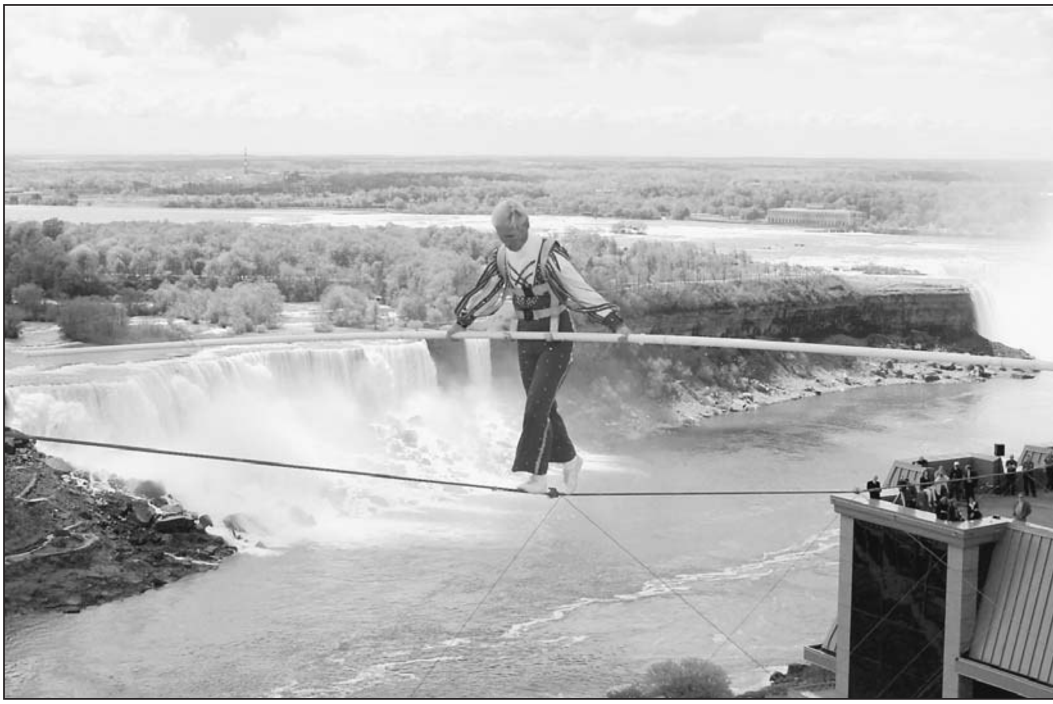
107. Para saber cómo es que los astrónomos determinan las masas de las estrellas, considere lo siguiente. A diferencia de nuestro sistema solar, muchos sistemas tienen dos o más estrellas. Si hay dos, se trata de un sistema estelar *binario*. El caso más simple posible es aquel en el que hay dos estrellas idénticas en una órbita circular alrededor de su centro de masa común a la mitad del camino entre ellas (el punto negro en la ▼figura 5.36). Utilizando medidas telescópicas, en ocasiones es posible medir la distancia, D, entre los centros de las estrellas y el tiempo (periodo orbital), T, para una órbita. Suponga que el movimiento es circular uniforme y considere los siguientes datos. Las estrellas tienen masas iguales, la distancia entre ellas es de 1000 millones de km (1.0×10^9 km), y el tiempo que tarda cada una en completar una órbita es de 10.0 años terrestres. Determine la masa de cada estrella.



▲ **FIGURA 5.36 Estrellas binarias** Véase el ejercicio 107.

CAPÍTULO 6

MOVIMIENTO ROTACIONAL Y EQUILIBRIO



HECHOS DE FÍSICA

- Si no fuera por los momentos de fuerza que suministran nuestros músculos, no tendríamos movilidad en nuestro cuerpo.
- Los frenos antibloqueo se utilizan en los automóviles porque la distancia de rodamiento para detenerse es menor que la distancia para detenerse de los frenos de bloqueo.
- El eje de rotación de la Tierra, que está inclinado $23\frac{1}{2}°$, realiza un movimiento de precesión (rotación) con un periodo de 26 000 años. Como resultado, Polaris, la estrella hacia la que actualmente apunta el eje, no siempre ha sido —ni será siempre— la Estrella del Norte.
- El fuerte terremoto registrado en diciembre de 2004, cuya intensidad fue de 9.0 en la escala de Richter y que provocó un desastroso tsunami, movió la Tierra unos centímetros. Esto causó que el movimiento de rotación de la Tierra acelerara levemente y se calcula que los días se acortaron un par de microsegundos, que no son medibles.
- Algunos patinadores de figura en sus saltos alcanzan una rapidez de rotación de 7 rev/s o 420 rpm (revoluciones por minuto). Algunos motores de automóvil tienen entre 600 y 800 rpm sin acelerar.

Siempre es recomendable mantener el equilibrio, pero es más importante en algunas situaciones que en otras. Cuando vemos una imagen como ésta, quizá nuestra primera reacción sea asombrarnos de que estos acróbatas atraviesen amplias distancias y no se caigan. Se supone que las pértigas ayudan, pero ¿cómo? Encontraremos la respuesta en este capítulo.

Podríamos decir que los acróbatas están en equilibrio. Ya vimos el equilibrio traslacional $(\sum \vec{\mathbf{F}}_i = 0)$ en el capítulo 2, pero en este caso hay otra consideración: la rotación. Si los acróbatas comenzaran a desplomarse (que ojalá no suceda), habría inicialmente una rotación hacia un lado en torno al alambre (en la actualidad se suelen usar alambres). Para evitar esta calamidad, se requiere otra condición: equilibrio rotacional, que estudiaremos en este capítulo.

Estos equilibristas intentan evitar un movimiento rotacional. Sin embargo, el movimiento rotacional es muy importante en física, porque hay objetos que giran en todas partes: las ruedas de automóviles, engranes y poleas de maquinaria, planetas del Sistema Solar e incluso muchos huesos del cuerpo humano. (¿Conoce el lector huesos que giren en una fosa de una articulación?)

Por fortuna, las ecuaciones que describen el movimiento rotacional son bastante similares a las que describen el movimiento traslacional (rectilíneo). Ya señalamos esta similitud en el capítulo 5 en lo tocante a las ecuaciones de cinemática rectilínea y angular. Con la adición de ecuaciones que describen la dinámica rotacional, analizaremos los movimientos generales de objetos reales que rotan y se trasladan.

6.1 Cuerpos rígidos, traslaciones y rotaciones

OBJETIVOS: *a*) Distinguir entre los movimientos trasnacionales puros y rotacionales puros de los cuerpos rígidos y *b*) plantear las condiciones para rodar sin resbalar.

En capítulos anteriores, resultaba conveniente considerar los movimientos de objetos suponiendo que éstos podían representarse como una partícula ubicada en su centro de masa. No era necesario considerar la rotación o giro, porque una partícula o masa puntual no tiene dimensiones físicas. El movimiento rotacional entra en juego cuando analizamos el movimiento de objetos sólidos extendidos o *cuerpos rígidos*, que es la parte medular de este capítulo.

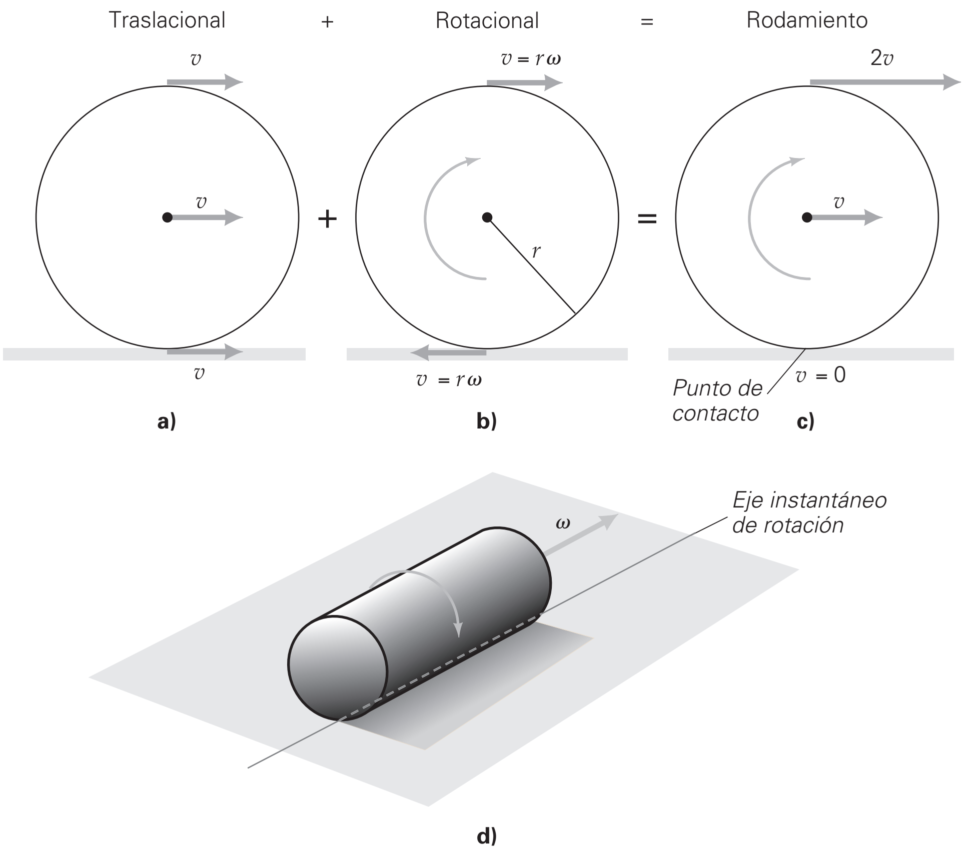
> Un **cuerpo rígido** es un objeto o sistema de partículas en el que las distancias entre partículas son fijas (y constantes).

Nota: es común usar indistintamente las palabras *rotación* y *revolución*. En este libro, generalmente usaremos *rotación* cuando el eje de rotación pase por el cuerpo (por ejemplo, la rotación de la Tierra sobre su eje en un periodo de 24 h) y *revolución* cuando el eje esté afuera del cuerpo (como la revolución de la Tierra en torno al Sol en un periodo de 365 días).

Un volumen de agua líquida no es un cuerpo rígido, pero el hielo que se formaría si el agua se congelara sí lo es. Por lo tanto, el tema de la rotación de cuerpos rígidos está limitado a los sólidos. Actualmente, el concepto de cuerpo rígido es una idealización. En realidad, las partículas (átomos y moléculas) de un sólido vibran constantemente. Además, los sólidos pueden sufrir deformaciones elásticas (e inelásticas) (capítulo 4). No obstante, la mayoría de los sólidos pueden considerarse cuerpos rígidos para el análisis del movimiento rotacional.

Un cuerpo rígido puede someterse a uno o a ambos tipos de movimiento: traslacional y rotacional. El movimiento traslacional es básicamente el movimiento rectilíneo que estudiamos en capítulos anteriores. Si un objeto únicamente tiene **movimiento traslacional** (puro), todas sus partículas tienen la misma velocidad instantánea, lo cual implica que el objeto no está girando (▼figura 6.1a).

Un objeto podría tener únicamente **movimiento rotacional** (puro), es decir, movimiento en torno a un eje fijo (figura 6.1b). En este caso, todas las partículas del objeto tienen la misma velocidad *angular* instantánea y viajan en círculos en torno al eje de rotación (figura 6.1b).

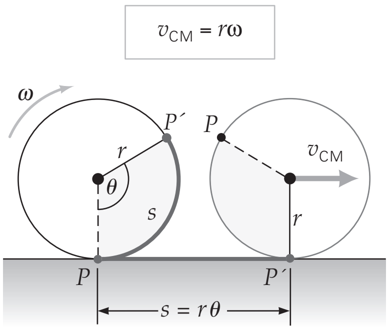


◀ **FIGURA 6.1 Rodamiento: una combinación de movimiento traslacional y rotacional** ***a*)** En el movimiento traslacional puro, todas las partículas del objeto tienen la misma velocidad instantánea. ***b*)** En el movimiento rotacional puro, todas las partículas del objeto tienen la misma velocidad angular instantánea. ***c*)** El rodamiento es una combinación de movimiento traslacional y rotacional. La sumatoria de los vectores de velocidad de ambos movimientos muestra que el punto de contacto (en el caso de una esfera) o la línea de contacto (en el caso de un cilindro) está instantáneamente en reposo. ***d*)** La línea de contacto para un cilindro (o para una esfera, la línea que pasa por el punto de contacto) se denomina eje instantáneo de rotación. Observe que el centro de masa de un objeto que rueda en una superficie horizontal tiene movimiento rectilíneo, y permanece arriba del punto o línea de contacto.

El movimiento general de los cuerpos rígidos es una combinación de movimiento traslacional y rotacional. Cuando lanzamos una pelota, el movimiento traslacional se describe con el movimiento de su centro de masa (como en el movimiento de proyectiles). Sin embargo, la pelota podría girar, y generalmente lo hace. Un ejemplo común de movimiento de cuerpo rígido en el que intervienen tanto traslación como rotación es el rodamiento, ilustrado en la figura 6.1c. El movimiento combinado de cualquier punto o partícula está dado por la suma vectorial de los vectores de velocidad instantánea de la partícula. (En la figura se muestran tres puntos o partículas: uno en la parte más alta, uno en medio y otro en la parte más baja del objeto.)

En cada instante, el objeto rodante gira en torno a un **eje instantáneo de rotación**, que pasa por el punto de contacto entre el objeto y la superficie por la que rueda (en el caso de una esfera) o que está a lo largo de la línea de contacto entre el objeto y la superficie (en el caso de un cilindro, figura 6.1d). La ubicación de este eje cambia con el tiempo, pero en la figura 6.1c observamos que el punto o línea de contacto del cuerpo con la superficie está instantáneamente en reposo (y, por lo tanto, tiene velocidad cero), como se percibe al efectuar la suma vectorial de los movimientos combinados en ese punto. También, el punto en la parte más alta tiene una rapidez tangencial dos veces mayor ($2v$) que la del punto medio (en el centro de masa, v), porque el primero está dos veces más lejos del eje instantáneo de rotación que el segundo. (Con un radio r, para el punto medio, $r\omega = v$, y para el punto de arriba, $2r\omega = 2v$.)

Cuando un objeto rueda sin resbalar, sus movimientos traslacional y rotacional tienen una relación simple, como vimos en el capítulo 5. Por ejemplo, cuando una esfera (o cilindro) uniforme rueda en línea recta sobre una superficie plana, gira un ángulo θ, y un punto (o línea) del objeto que inicialmente estaba en contacto con la superficie se mueve una distancia de arco s (▼figura 6.2). En el capítulo 5 vimos que $s = r\theta$ (ecuación 6.3). El centro de masa de la esfera está directamente arriba del punto de contacto y se mueve una distancia lineal s. Entonces,



▲ **FIGURA 6.2** Rodar sin resbalar
Si un objeto rueda sin resbalar, la longitud del arco entre dos puntos de contacto en la circunferencia es igual a la distancia lineal recorrida. (Pensemos en pintura aplicada con un rodillo.) Esta distancia es $s = r\theta$. La rapidez del centro de masa es $v_{CM} = r\omega$.

$$v_{CM} = \frac{s}{t} = \frac{r\theta}{t} = r\omega$$

donde $\omega = \theta/t$. En términos de la rapidez del centro de masa y la rapidez angular ω, la **condición para rodar sin resbalar** es

$$v_{CM} = r\omega \quad \textit{(rodar sin resbalar)} \tag{6.1}$$

La condición para rodar sin resbalar también se expresa así:

$$s = r\theta \tag{6.1a}$$

donde s es la distancia que el objeto rueda (la distancia que recorre el centro de masa).

Si llevamos la ecuación 6.1 un poco más lejos, escribiremos una expresión para la tasa de cambio de la velocidad con respecto al tiempo. Suponiendo que se parte del reposo, $\Delta v_{CM} = v_{CM}/t = (r\omega)/t$. Esto da una ecuación para el *rodamiento acelerado sin resbalar*:

$$a_{CM} = \frac{v_{CM}}{t} = \frac{r\omega}{t} = r\alpha \tag{6.1b}$$

donde $\alpha = \omega/t$ (para una α constante, suponiendo que ω_o es cero).

En esencia, un objeto rodará sin resbalar si el coeficiente de fricción estática entre el objeto y la superficie es suficientemente grande como para evitar el deslizamiento. Podría haber una combinación de movimientos de rodamiento y resbalamiento, por ejemplo, el derrapamiento de las ruedas de un automóvil cuando viaja por el lodo o el hielo. Si hay rodamiento y resbalamiento, entonces no hay una relación clara entre los movimientos de traslación y de rotación, y no se cumple $v_{CM} = r\omega$.

Ejemplo integrado 6.1 ■ Rodar sin resbalar

Un cilindro rueda por una superficie horizontal sin deslizarse. *a*) En determinado momento, la rapidez tangencial de la parte superior del cilindro es 1) v, 2) $r\omega$, 3) $v + r\omega$ o 4) cero. *b*) El cilindro tiene un radio de 12 cm y una rapidez de centro de masa de 0.10 m/s, cuando rueda sin resbalar. Si continúa desplazándose a esta rapidez durante 2.0 s, ¿qué ángulo gira el cilindro en ese lapso?

a) Razonamiento conceptual. Como el cilindro rueda sin resbalarse, se aplica la relación $v_{CM} = r\omega$. Como se observa en la figura 6.1, la rapidez en el punto de contacto es cero, v para el centro (de masa), y $2v$ en la parte superior. Con $v = r\omega$, la respuesta es 3, $v + r\omega = v + v = 2v$.

b) Razonamiento cuantitativo y solución. Conociendo el radio y la rapidez traslacional, la rapidez angular se calcula a partir de la condición de ningún resbalamiento, $v_{CM} = r\omega$. Con esto y el tiempo, se determina el ángulo de rotación.

Hacemos una lista de los datos, como siempre:

Dado: $r = 12\text{ cm} = 0.12\text{ m}$
$v_{CM} = 0.10\text{ m/s}$
$t = 2.0\text{ s}$

Encuentre: θ (ángulo de rotación)

Usando $v_{CM} = r\omega$ para calcular la rapidez angular,

$$\omega = \frac{v_{CM}}{r} = \frac{0.10\text{ m/s}}{0.12\text{ m}} = 0.083\text{ rad/s}$$

Por lo tanto,

$$\theta = \omega t = (0.83\text{ m/s})(2.0\text{ s}) = 1.7\text{ rad}$$

El cilindro gira poco más de un cuarto de rotación. (¿De acuerdo? ¡Compruébelo!)

Ejercicio de refuerzo. ¿Qué distancia recorre en línea recta el CM del cilindro en el inciso *b* de este ejemplo. Calcúlelo con dos métodos distintos: traslacional y rotacional. (*Las respuestas de todos los Ejercicios de refuerzo se dan al final del libro.*)

6.2 Momento de fuerza, equilibrio y estabilidad

OBJETIVOS: *a*) Definir momento de fuerza, *b*) aplicar las condiciones para equilibrio mecánico y *c*) describir la relación entre la ubicación del centro de gravedad y la estabilidad.

Momento de fuerza

Al igual que en el movimiento traslacional, se requiere una fuerza para producir un cambio en el movimiento rotacional. La razón de cambio del movimiento depende no sólo de la magnitud de la fuerza, sino también de la distancia perpendicular entre su línea de acción y el eje de rotación, $r_\perp$ (▸figura 6.3a, b). La línea de acción de una fuerza es una línea imaginaria que pasa por la flecha del vector de fuerza, es decir, la línea a lo largo de la cual actúa la fuerza.

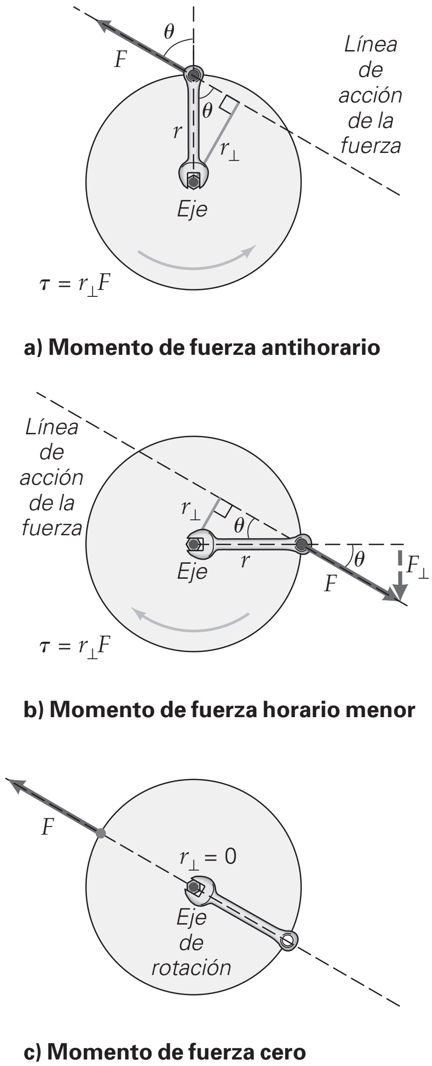
La figura 6.3 muestra que $r_\perp = r \text{ sen } \theta$, donde r es la distancia en línea recta entre el eje de rotación y el punto sobre el que actúa la fuerza, y θ es el ángulo entre la línea de r y el vector de fuerza $\vec{\mathbf{F}}$. Esta distancia perpendicular $r_\perp$ se llama **brazo de palanca** o **brazo de momento**.

El producto de la fuerza y el brazo de palanca se llama **momento de fuerza** $\vec{\boldsymbol{\tau}}$ y su magnitud es

$$\tau = r_\perp F = rF \text{ sen } \theta \qquad (6.2)$$

Unidad SI de momento de fuerza: metro-newton (m · N)

(Suelen usarse los símbolos $r_\perp F$ para denotar momento de fuerza, pero en la figura 6.3 vemos que $r_\perp F = rF_\perp$.) Las unidades de momento de fuerza en el SI son metros × newtons (m · N), que también corresponde con la unidad de trabajo, $W = Fd$ (N · m, o J). Escribiremos las unidades de momento de fuerza en orden inverso, m · N, para evitar confusiones; debemos tener presente que el momento de fuerza es un concepto independiente del de trabajo y su unidad *no* es el joule.



▲ **FIGURA 6.3** Momento de fuerza y brazo de palanca ***a*)** La distancia perpendicular $r_\perp$ entre el eje de rotación y la línea de acción de una fuerza se denomina *brazo de palanca* (o *brazo de momento*) y es igual a r sen θ. El momento de fuerza (o par de torsión) que produce movimiento rotacional es $\tau = r_\perp F$. ***b*)** La misma fuerza en la dirección opuesta con un menor brazo de palanca produce un momento de fuerza menor en la dirección opuesta. Observe que $r_\perp F = rF_\perp$, o $(r \text{ sen } \theta)F = r(F \text{ sen } \theta)$. ***c*)** Cuando una fuerza actúa a través del eje de rotación, $r_\perp = 0$ y $\tau = 0$.

No *siempre* se produce aceleración rotacional cuando una fuerza actúa sobre un cuerpo rígido estacionario. Por la ecuación 6.2, vemos que, cuando la fuerza actúa a través del eje de rotación tal que $\theta = 0$, entonces $\tau = 0$ (figura 6.3c). También, cuando $\theta = 90°$, el momento de fuerza es máximo y la fuerza actúa perpendicularmente a r. Por lo tanto, la aceleración angular depende de *dónde* se aplique una fuerza perpendicular (y, por ende, de la longitud del brazo de palanca). Como ejemplo práctico, imagine que aplicamos una fuerza a una puerta de vidrio pesada que se abre en ambas direcciones. El punto donde apliquemos la fuerza influirá mucho en la facilidad con que la puerta se abre o gira (sobre las bisagras de su eje). ¿Alguna vez usted ha intentado abrir una puerta así empujando por descuido el lado cercano a las bisagras? La fuerza produce un momento de fuerza pequeño y poca o ninguna aceleración rotacional.

Podemos ver el momento de fuerza en movimiento rotacional como similar a la fuerza en movimiento traslacional. Una fuerza neta, no equilibrada, modifica un movimiento traslacional, y un momento de fuerza neto, no equilibrado, modifica un movimiento rotacional. El momento de fuerza es un vector. Su dirección siempre es perpendicular al plano que forman los vectores de fuerza y de brazo de palanca, y está dada por una *regla de la mano derecha* como la que se emplea con la velocidad angular (sección 5.2). Si los dedos de la mano derecha se enroscan alrededor del eje de rotación en la dirección de la aceleración rotacional (angular) que produciría el momento de fuerza, el pulgar extendido apuntará en la dirección del momento de fuerza. Podemos usar una convención de signo, como en el caso del movimiento rectilíneo, para representar direcciones de momento de fuerza, como veremos más adelante.

Ejemplo 6.2 ■ Levantar y sostener: momento de fuerza muscular en acción

En nuestro cuerpo, momentos de fuerza producidos por la contracción de nuestros músculos hacen que algunos huesos giren sobre sus articulaciones. Por ejemplo, cuando levantamos algo con el antebrazo, el músculo bíceps aplica un momento de fuerza al antebrazo (▼figura 6.4). Si el eje de rotación pasa por la articulación del codo y el músculo está sujeto a 4.0 cm del codo, ¿qué magnitud tendrá el momento de fuerza muscular en los incisos *a* y *b* de la figura 6.4, si el músculo ejerce una fuerza de 600 N?

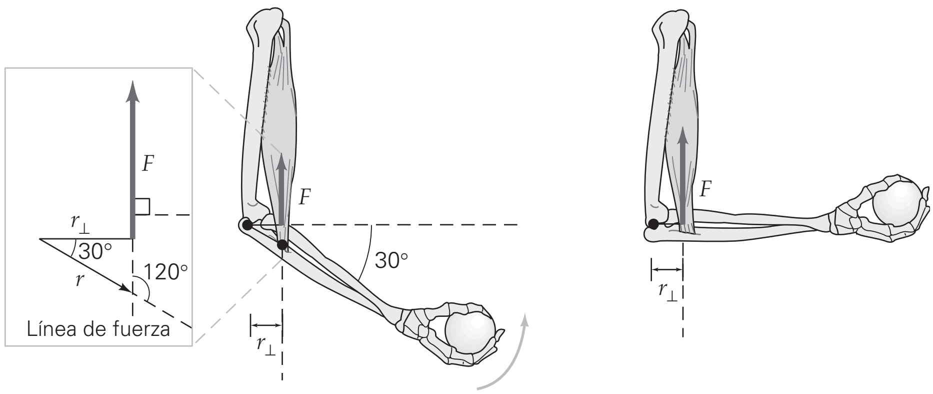
Razonamiento. Al igual que en muchas situaciones rotacionales, es importante conocer la orientación de los vectores $\vec{\mathbf{r}}$ y $\vec{\mathbf{F}}$ porque el ángulo *entre* ellos determina el brazo de palanca. En el inserto de la figura 6.4a note que si juntamos las colas de los vectores $\vec{\mathbf{r}}$ y $\vec{\mathbf{F}}$ el ángulo entre ellos será mayor que 90°, es decir, $30° + 90° = 120°$. En la figura 6.4b, el ángulo es de 90°.

Solución. Primero hacemos una lista de los datos que nos dan aquí y en la figura. Este ejemplo ilustra un punto importante: que θ es el ángulo *entre* el vector radial $\vec{\mathbf{r}}$ y la fuerza $\vec{\mathbf{F}}$.

Dado: $r = 4.0\text{ cm} = 0.040\text{ m}$
$F = 600\text{ N}$
$\theta_a = 30° + 90° = 120°$
$\theta_b = 90°$

Encuentre: *a*) τ (magnitud del momento de fuerza muscular) para figura 6.4a
b) τ (magnitud del momento de fuerza muscular) para figura 6.4b

▼ **FIGURA 6.4 Momento de fuerza humana** Véase el ejemplo 6.2.



a) Se inicia el levantamiento **b) Se sostiene**

a) En este caso, $\vec{\mathbf{r}}$ está dirigido sobre el antebrazo, así que el ángulo entre los vectores $\vec{\mathbf{r}}$ y $\vec{\mathbf{F}}$ es $\theta_a = 120°$. Con la ecuación 6.2 tenemos

$$\tau = rF\,\text{sen}(120°) = (0.040\ \text{m})(600\ \text{N})(0.866) = 21\ \text{m}\cdot\text{N}$$

en el instante en cuestión.

b) Aquí, la distancia r y la línea de acción de la fuerza son perpendiculares ($\theta_b = 90°$) y $r_\perp = r\,\text{sen}\,90° = r$. Entonces,

$$\tau = r_\perp F = rF = (0.040\ \text{m})(600\ \text{N}) = 24\ \text{m}\cdot\text{N}$$

El momento de fuerza es mayor en *b*. Esto era de esperar porque el valor máximo del momento de fuerza ($\tau_{\text{máx}}$) se da cuando $\theta = 90°$.

Ejercicio de refuerzo. En el inciso *a* de este ejemplo, debe haber un momento de fuerza neto, porque la rotación del antebrazo aceleró la pelota hacia arriba. En el inciso *b*, la pelota simplemente se está sosteniendo y no hay aceleración rotacional, así que no hay momento de fuerza en el sistema. Identifique los demás momentos de fuerza en cada caso.

Ejemplo conceptual 6.3 ■ Mi dolor de espalda

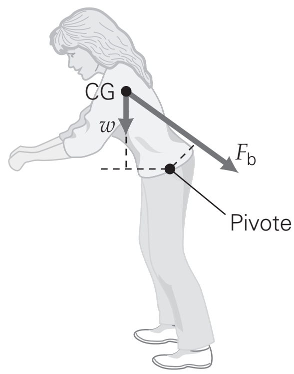
Una persona se dobla como se ilustra en la ▸figura 6.5a. Para la mayoría de nosotros, el centro de gravedad del cuerpo está en la región del pecho o cerca de éste. Cuando nos inclinamos, esto origina un momento de fuerza que tiende a producir rotación en torno a un eje en la base de la espina dorsal, y podría ocasionar una caída. ¿Por qué no nos caemos cuando nos inclinamos de esta forma? (Considere sólo el torso superior.)

Razonamiento y respuesta. De hecho, si éste fuera el único momento de fuerza que actuara, nos caeríamos al inclinarnos. Pero como no nos caemos, otra fuerza debe estar produciendo un momento de fuerza tal que el momento de fuerza neto sea cero. ¿De dónde viene este momento de fuerza? Evidentemente del interior del cuerpo, a través de una complicada combinación de músculos de la espalda.

Si la suma de vectores de todas las fuerzas musculares de la espalda se representa como la fuerza neta F_b (como se indica en la figura 6.5b), se vería que los músculos de la espalda ejercen una fuerza que compensa el momento de fuerza del centro de gravedad.

Ejercicio de refuerzo. Suponga que un individuo se inclina sosteniendo un pesado objeto que acababa de levantar. ¿Cómo afectaría esto su fuerza muscular de la espalda?

a)



b)

▲ **FIGURA 6.5 Momento de fuerza pero sin rotación** ***a)*** Cuando un individuo se inclina, su peso —que actúa a través de su centro de gravedad— origina un momento de fuerza antihorario que tiende a producir rotación en torno a un eje en la base de la espina dorsal. ***b)*** Sin embargo, los músculos de la espalda se combinan para producir una fuerza, F_b, y el momento de fuerza horario resultante compensa la fuerza de gravedad.

Antes de estudiar la dinámica rotacional con momentos de fuerza netos y movimientos rotacionales, examinemos una situación en que se equilibran las fuerzas y los momentos de fuerza que actúan sobre un cuerpo.

Equilibrio

En general, equilibrio significa que las cosas están balanceadas o son estables. Esta definición se aplica en el sentido mecánico a las fuerzas y momentos de fuerza. Las fuerzas no equilibradas producen aceleraciones traslacionales; pero las fuerzas *equilibradas* producen la condición que llamamos *equilibrio traslacional*. Asimismo, momentos de fuerza no equilibrados producen aceleraciones rotacionales; en tanto que momentos de fuerza *equilibrados* producen *equilibrio rotacional*.

Según la primera ley de Newton del movimiento, cuando la suma de las fuerzas que actúan sobre un cuerpo es cero, éste permanece en reposo (estático) o en movimiento con velocidad constante. En ambos casos, decimos que el cuerpo está en **equilibrio traslacional**. Dicho de otra manera, la *condición para que haya equilibrio traslacional* es que la fuerza neta sobre un cuerpo sea cero; es decir, $\vec{\mathbf{F}}_{\text{neta}} = \sum\vec{\mathbf{F}}_i = 0$. Debe ser evidente que esta condición se satisface en las condiciones que se ilustran en la ▾figura 6.6a y b. Las fuerzas cuyas líneas de acción pasan por el mismo punto se llaman **fuerzas concurrentes**. Si la suma vectorial de tales fuerzas es cero, como en la figura 6.6a y b, el cuerpo estará en equilibrio traslacional.

Sin embargo, ¿qué pasa con la situación de la figura 6.6c? Ahí, $\sum\vec{\mathbf{F}}_i = 0$, pero las fuerzas opuestas harán que el objeto gire, así que evidentemente no estará en un estado de equilibrio estático. (Este par de fuerzas iguales y opuestas que no tienen la misma línea de acción se denomina simplemente *par*.) Así, la condición $\sum\vec{\mathbf{F}}_i = 0$ es una condición necesaria, pero *no suficiente* para el equilibrio estático.

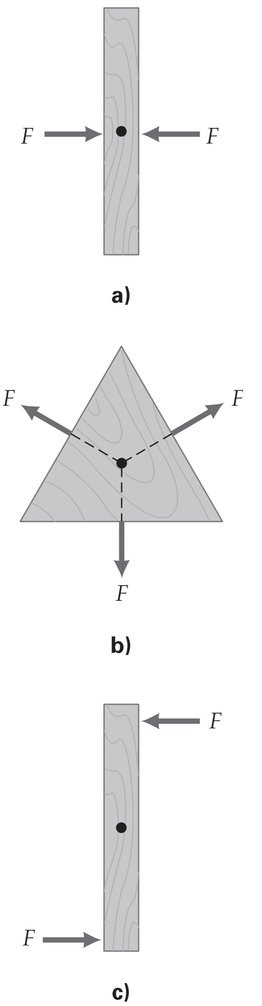
Puesto que $\vec{\mathbf{F}}_{\text{neta}} = \sum\vec{\mathbf{F}}_i = 0$ es la condición para equilibrio traslacional, predeciríamos (correctamente) que $\vec{\boldsymbol{\tau}}_{\text{neta}} = \sum\vec{\boldsymbol{\tau}}_i = 0$ es la *condición para equilibrio rotacional*. Es decir, si la suma de los *momentos de fuerza* que actúan sobre un objeto es cero, entonces el objeto está en **equilibrio rotacional**: permanece en reposo rotacional o gira con velocidad angular constante.

Así, vemos que en realidad hay *dos* condiciones de equilibrio; juntas, definen el **equilibrio mecánico**. Se dice que un cuerpo está en equilibrio mecánico si se satisfacen las condiciones tanto para equilibrio traslacional como para el equilibrio rotacional:

$$\vec{\mathbf{F}}_{\text{neta}} = \sum \vec{\mathbf{F}}_i = 0 \qquad \textit{(para equilibrio traslacional)} \tag{6.3}$$
$$\vec{\boldsymbol{\tau}}_{\text{neto}} = \sum \vec{\boldsymbol{\tau}}_i = 0 \qquad \textit{(para equilibrio rotacional)}$$

Un cuerpo rígido en equilibrio mecánico podría estar en reposo o moviéndose con velocidad rectilínea o angular constante. Un ejemplo de esto último es un objeto que rueda sin resbalar sobre una superficie horizontal, si el centro de masa del objeto tiene velocidad constante. Sin embargo, ésta es una condición ideal. Algo con mayor interés práctico es el **equilibrio estático**, que es la condición que se da cuando un cuerpo rígido permanece en reposo, es decir, un cuerpo para el cual $v = 0$ y $\omega = 0$. Hay muchos casos en los que no queremos que las cosas se muevan, y esta ausencia de movimiento sólo puede darse si se satisfacen las condiciones de equilibrio. Es muy tranquilizante saber, por ejemplo, que el puente que vamos a cruzar está en equilibrio estático, y no sujeto a movimiento traslacional o rotacional.

Consideremos ejemplos de equilibrio estático traslacional y equilibrio estático rotacional por separado, y luego un ejemplo donde haya ambos.



▲ **FIGURA 6.6** Equilibrio y fuerzas
Las fuerzas cuyas líneas de acción pasan por el mismo punto se consideran *concurrentes*. Las resultantes de las fuerzas concurrentes que actúan sobre los objetos en ***a)*** y ***b)*** son cero, y los objetos están en equilibrio, porque el momento de fuerza neto *y* la fuerza neta son cero. En ***c)***, el objeto está en equilibrio *traslacional*, pero sufrirá una aceleración angular; por lo tanto, *no* está en equilibrio rotacional.

Ejemplo 6.4 ■ Equilibrio estático traslacional: sin aceleración ni movimiento traslacionales

Un cuadro cuelga inmóvil en una pared como se muestra en la ▸figura 6.7a. Si el cuadro tiene una masa de 3.0 kg, ¿cuál será la magnitud de las fuerzas de tensión que hay en los alambres?

Razonamiento. Puesto que el cuadro no se mueve, debe estar en equilibrio estático, de manera que la aplicación de las condiciones de equilibrio mecánico debería dar ecuaciones para las tensiones. Vemos que todas las fuerzas (tensiones y peso) son concurrentes; es decir, sus líneas de acción pasan por un mismo punto, el clavo. Por ello, se satisface automáticamente la condición para equilibrio rotacional ($\sum \vec{\boldsymbol{\tau}}_i = 0$) con respecto a un eje de rotación en el clavo, los brazos de palanca ($r_\perp$) de las fuerzas son cero, así que los momentos de fuerza son cero. Por lo tanto, sólo consideraremos el equilibrio traslacional.

Solución.

Dado: $\theta_1 = 45°, \theta_2 = 50°$
$m = 3.00$ kg

Encuentre: T_1 y T_2

Resulta útil, en un diagrama de cuerpo libre, aislar las fuerzas que actúan sobre el cuadro, como hicimos en el capítulo 2 para resolver problemas de fuerzas (figura 6.7b). El diagrama indica que las fuerzas concurrentes actúan sobre el punto común. Hemos desplazado todos los vectores de fuerza a ese punto, que se toma como origen de los ejes de coordenadas. La fuerza de peso mg actúa hacia abajo.

Con el sistema en equilibrio estático, la fuerza neta sobre el cuadro es cero; es decir, $\sum \vec{\mathbf{F}}_i = 0$. Por lo tanto, las sumas de los componentes rectangulares también son cero: $\sum F_x = 0$ y $\sum F_y = 0$. Entonces (utilizando ± para indicar dirección), tenemos

$$\sum F_x: \quad +T_1 \cos\theta_1 - T_2 \cos\theta_2 = 0 \tag{1}$$

$$\sum F_y: \quad +T_1 \operatorname{sen}\theta_1 + T_2 \operatorname{sen}\theta_2 - mg = 0 \tag{2}$$

Así, despejando T_2 en la ecuación 1 (o T_1 si lo desea),

$$T_2 = T_1\left(\frac{\cos\theta_1}{\cos\theta_2}\right) \tag{3}$$

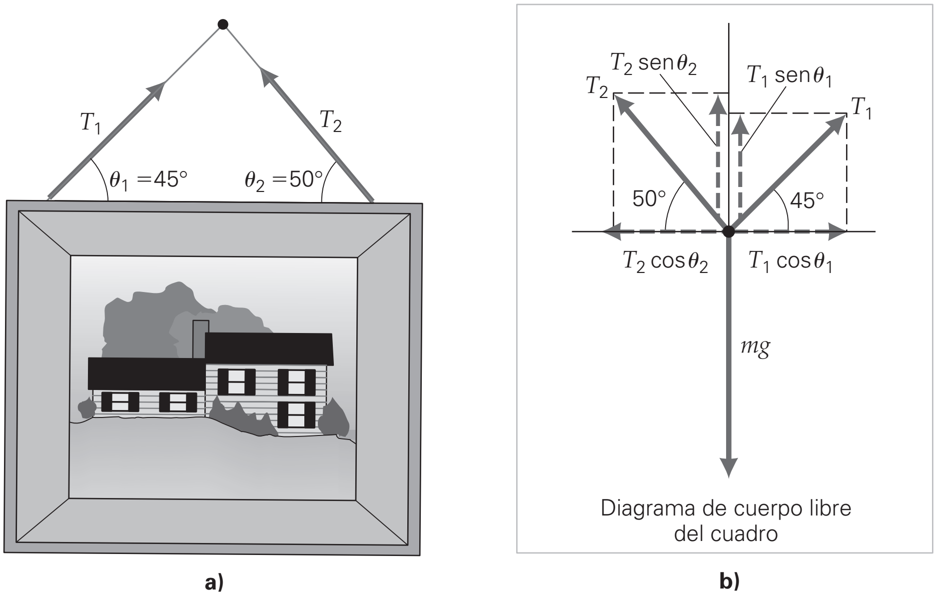


FIGURA 6.7 Equilibrio estático traslacional ***a)*** Puesto que el cuadro cuelga inmóvil de la pared, la suma de las fuerzas que actúan sobre él debe ser cero. Las fuerzas son concurrentes, pues sus líneas de acción pasan un mismo punto, el clavo. ***b)*** En el diagrama de cuerpo libre, suponemos que todas las fuerzas actúan sobre un mismo punto (el clavo). Hemos desplazado T_1 y T_2 a este punto por conveniencia; pero debemos recordar que las fuerzas actúan sobre el *cuadro*, no sobre el clavo. Véase el ejemplo 6.4.

al sustituir en la ecuación 2, con un poco de álgebra, tenemos

$$T_1\left[\operatorname{sen} 45° + \left(\frac{\cos 45°}{\cos 50°}\right)\operatorname{sen} 50°\right] - mg$$

$$= T_1\left[0.707 + \left(\frac{0.707}{0.643}\right)(0.766)\right] - (3.00\text{ kg})(9.80\text{ m/s}^2) = 0$$

y

$$T_1 = \frac{29.4\text{ N}}{1.55} = 19.0\text{ N}$$

Por lo tanto, de la ecuación (2),

$$T_2 = T_1\left(\frac{\cos\theta_1}{\cos\theta_2}\right) = 19.0\text{ N}\left(\frac{0.707}{0.643}\right) = 20.9\text{ N}$$

Ejercicio de refuerzo. Analice la situación que se presentaría en la figura 6.7, si los alambres se acortaran a manera de reducir igualmente ambos ángulos. Lleve su análisis al límite en que los ángulos se acerquen a cero. ¿La respuesta es realista?

Como ya señalamos, el momento de fuerza es un vector y por lo tanto tiene dirección. Tomamos las “direcciones” de rotación como horaria o antihoraria en torno al eje de rotación. Tomaremos como positivo (+) un momento de fuerza que tiende a producir una rotación antihoraria; y como negativo (−), uno que tiende a producir una rotación horaria. (Véase la regla de la mano derecha en la sección 5.2.) Para ilustrar esto, apliquemos nuestra convención a la situación del ejemplo 6.5.

(Puesto que consideraremos sólo casos de rotación en torno a ejes fijos, alrededor de los cuales sólo hay dos direcciones posibles de momento de fuerza, en los ejemplos se utilizará la notación de signo-magnitud para los vectores de momentos de fuerza).

Ejemplo 6.5 ■ Equilibrio estático rotacional: sin movimiento rotacional

Tres masas están suspendidas de una regla de un metro como se muestra en la ▼figura 6.8a. ¿Qué masa debe colgarse a la derecha para que el sistema esté en equilibrio estático? (Ignore la masa de la regla.)

Razonamiento. Como muestra el diagrama de cuerpo libre (figura 6.8b), la condición para equilibrio traslacional se satisfará cuando la fuerza normal hacia arriba $\vec{\mathbf{N}}$ equilibre los pesos hacia abajo, siempre que la regla esté horizontal. Sin embargo, $\vec{\mathbf{N}}$ es incógnita si no conocemos m_3, así que la aplicación de la condición para equilibrio rotacional deberá darnos el valor requerido de m_3. (Note que los brazos de palanca se miden desde el punto pivote en el centro de la regla.)

Solución. Por la figura, tenemos

Dado: $m_1 = 25$ g, $r_1 = 50$ cm, $m_2 = 75$ g, $r_2 = 30$ cm, $r_3 = 35$ cm

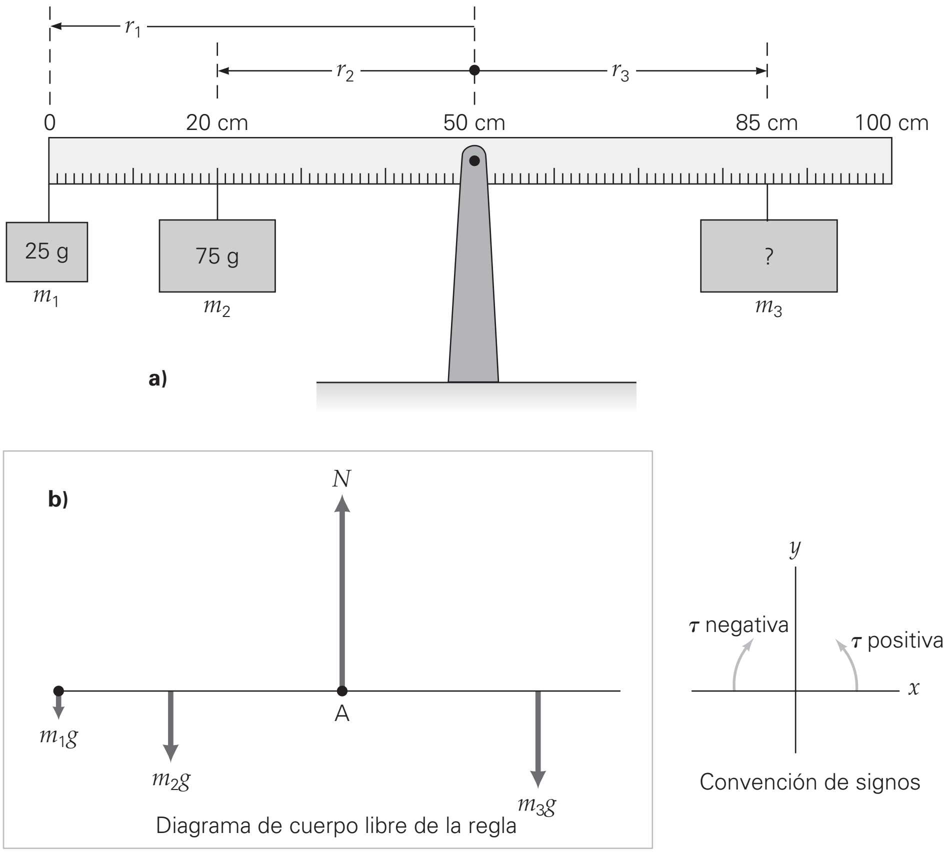
Encuentre: m_3 (masa desconocida)

Dado que la condición para equilibrio traslacional ($\Sigma\vec{\mathbf{F}}_i = 0$) se satisface (no hay $\vec{\mathbf{F}}_{\text{neta}}$ en la dirección y), $N - Mg = 0$, o bien, $N = Mg$, donde M es la masa total. Esto es cierto sea cual fuere la masa total, es decir, no importa cuánta masa m_3 agreguemos. Sin embargo, a menos que coloquemos la masa correcta m_3 a la derecha, la regla experimentará un momento de fuerza neto y comenzará a girar.

Vemos que las masas de la izquierda producen momentos de fuerza que tenderían a hacer girar la regla en sentido antihorario, y la masa de la derecha produce un momento de fuerza que tendería a girarla en el otro sentido. Aplicamos la condición para equilibrio rotacional obteniendo la suma de los momentos de fuerza en torno a un eje. Tomaremos como eje el centro de la regla en la posición de 50 cm (punto A en la figura 6.8b). Luego, observando que N pasa por el eje de rotación ($r_\perp = 0$) y no produce momento de fuerza, tenemos

$$\Sigma\tau_i: \quad \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 = +r_1F_1 + r_2F_2 - r_3F_3$$ *(utilizando nuestra convención de signo para vectores de momento)*

$$= r_1(m_1g) + r_2(m_2g) - r_3(m_3g) = 0$$



▶ **FIGURA 6.8 Equilibrio estático rotacional** Para que la regla esté en equilibrio rotacional, la suma de los momentos de fuerza que actúan en torno a cualquier eje elegido debe ser cero. (La masa de la regla se considera insignificante.) Véase el ejemplo 6.5.

Como las g se cancelan y despejamos m_3,

$$m_3 = \frac{m_1 r_1 + m_2 r_2}{r_3} = \frac{(25\text{ g})(50\text{ cm}) + (75\text{ g})(30\text{ cm})}{35\text{ cm}} = 100\text{ g}$$

Aquí no tiene caso convertir a unidades estándar. (Despreciamos la masa del metro, pero si la regla es uniforme su masa no afectará el equilibrio, siempre que el punto pivote esté en la marca de 50 cm. ¿Por qué?)

Ejercicio de refuerzo. Podríamos haber tomado cualquier punto de la regla como eje de rotación. Esto es, si un sistema está en equilibrio estático rotacional, se cumple la condición $\Sigma\tau_i = 0$ para *cualquier* eje de rotación. Demuestre que esto es cierto para el sistema del ejemplo tomando como eje de rotación el extremo izquierdo de la regla ($x = 0$).

En general, para resolver un problema de estática, es preciso escribir explícitamente las condiciones para equilibrio tanto traslacional como rotacional. El ejemplo 6.6 ilustra esto.

Ejemplo 6.6 ■ Equilibrio estático: ni traslación ni rotación

Una escalera con una masa de 15 kg descansa contra una pared lisa (▸figura 6.9a). Un hombre con una masa de 78 kg está parado en la escalera como se muestra en la figura. ¿Qué fuerza de fricción debe actuar sobre la base de la escalera para que no resbale?

Razonamiento. Aquí actúan diversas fuerzas y momentos de fuerza. La escalera no resbalará en tanto se satisfagan las condiciones para equilibrio estático. Si igualamos a cero tanto la sumatoria de las fuerzas como la de los momentos de fuerza, despejaremos la fuerza de fricción necesaria. También veremos que, si elegimos un eje de rotación conveniente, tal que uno o más τ sean cero en la sumatoria de momentos de fuerza, se simplifica la ecuación l momento de fuerza.

Solución.

Dado: $m_\ell = 15$ kg ***Encuentre:*** f_s (fuerza de fricción estática)
$m_m = 78$ kg
Distancias dadas en la figura

Como la pared es lisa, la fricción entre ella y la escalera es insignificante, y sólo la fuerza de reacción normal de la pared, N_w, actuará sobre la escalera en este punto (figura 6.9b).

Al aplicar las condiciones para equilibrio estático, elegimos cualquier eje de rotación para la condición rotacional. (Las condiciones deben cumplirse para todas las partes de un sistema en equilibrio estático; es decir, no puede haber movimiento en ninguna parte del sistema.) Vemos que si colocamos el eje de rotación en el extremo de la escalera que toca el suelo, eliminaremos los momentos de fuerza debidos a f_s y N_g, porque los brazos de palanca son cero. Entonces, escribimos tres ecuaciones (utilizando mg en vez de w):

$$\Sigma F_x: \quad N_w - f_s = 0$$

$$\Sigma F_y: \quad N_g - m_m g - m_\ell g = 0$$

y

$$\Sigma\tau_i: \quad (m_\ell g)x_1 + (m_m g)x_2 + (-N_w y) = 0$$

Consideramos que el peso de la escalera está concentrado en su centro de gravedad. Si despejamos N_w de la tercera ecuación y sustituimos los valores dados para las masas y distancias, tendremos

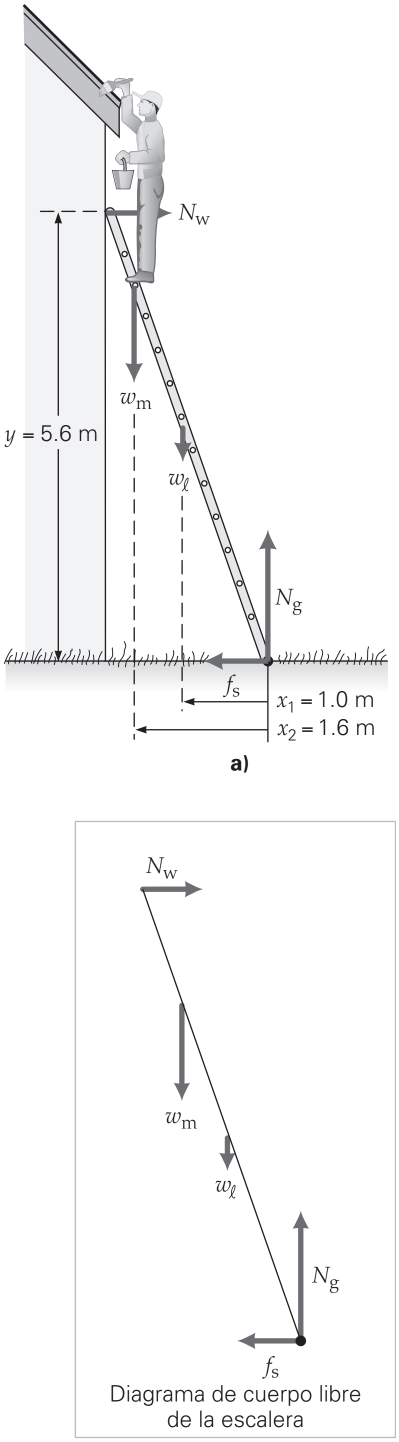
$$N_w = \frac{(m_\ell g)x_1 + (m_m g)x_2}{y}$$

$$= \frac{(15\text{ kg})(9.8\text{ m/s}^2)(1.0\text{ m}) + (78\text{ kg})(9.8\text{ m/s}^2)(1.6\text{ m})}{5.6\text{ m}} = 2.4 \times 10^2\text{ N}$$

Entonces, por la primera ecuación,

$$f_s = N_w = 2.4 \times 10^2\text{ N}$$

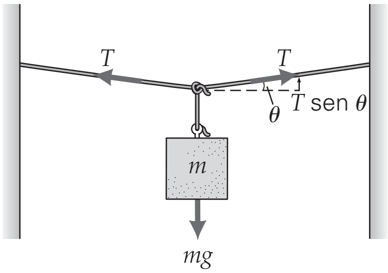
Ejercicio de refuerzo. En este ejemplo, ¿la fuerza de fricción entre la escalera y el suelo (llamémosla f_{s_1}) sería la misma si hubiera fricción entre la pared y la escalera (llamémosla f_{s_2})? Justifique su respuesta.



b)

▲ **FIGURA 6.9** Equilibrio estático El hombre necesita que la escalera esté en equilibrio estático; es decir, tanto la suma de las fuerzas como la de los momentos de fuerza deben ser cero. Véase el ejemplo 6.6.

a)



b)

▲ **FIGURA 6.10** La cruz de hierro
a) La posición gimnástica de la cruz de hierro es una de las más agotadoras y difíciles de lograr. ***b)*** Una situación análoga de un peso suspendido de una cuerda atada por los dos extremos. Véase el ejemplo conceptual 6.7.

Sugerencia para resolver problemas

Como ilustran los ejemplos anteriores, al resolver problemas de equilibrio estático conviene seguir este procedimiento:

1. Dibuje un diagrama espacial del problema.
2. Dibuje un diagrama de cuerpo libre, mostrando y rotulando todas las fuerzas externas y, si es necesario, descomponiéndolas en componentes x y y.
3. Aplique las condiciones de equilibrio. Sumatoria de fuerzas: $\sum \vec{\mathbf{F}}_i = 0$, generalmente en forma de componentes; $\sum F_x = 0$ y $\sum F_y = 0$. Sumatoria de momentos de fuerza: $\sum \vec{\boldsymbol{\tau}}_i = 0$. Conviene seleccionar un eje de rotación que reduzca lo más posible el número de términos. Usar convenciones de signo $\pm$ tanto para $\vec{\mathbf{F}}$ y $\vec{\boldsymbol{\tau}}$.
4. Despeje las cantidades desconocidas.

Ejemplo conceptual 6.7 ■ No hay momento de fuerza neto: la cruz de hierro

La posición estática de gimnasia conocida como "cruz de hierro" es una de las más agotadoras y difíciles de realizar (◂figura 6.10a). ¿Qué la hace tan difícil?

Razonamiento y respuesta. El gimnasta debe ser extremadamente fuerte para lograr y mantener tal posición estática, ya que se requiere de una enorme fuerza muscular para suspender el cuerpo de las argollas. Esto se puede mostrar considerando una situación parecida con un peso suspendido de una cuerda atada por los dos extremos (figura 6.10b). Cuanto más se acerque la cuerda (o los brazos del gimnasta) a la posición horizontal, mayor fuerza se necesitará para mantener el peso suspendido.

A partir de la figura, se observa que los componentes verticales de la fuerza de tensión (T) en la cuerda deben equilibrar la fuerza del peso hacia abajo. (T es análoga a las fuerzas musculares del brazo.) Esto es,

$$2T \text{ sen } \theta = mg$$

Note que para que la cuerda (o los brazos del gimnasta) tome una posición horizontal, el ángulo debe aproximarse a cero ($\theta \rightarrow 0$). Entonces, ¿qué le sucede a la fuerza de tensión T sen θ? Conforme $\theta \rightarrow 0$, entonces $T \rightarrow \infty$, haciendo muy difícil lograr un θ pequeño, y haciendo imposible que la cuerda y los brazos del gimnasta tomen una posición perfectamente horizontal.

Ejercicio de refuerzo. ¿Cuál es la posición que requiere menor tensión para un gimnasta en las argollas?

Estabilidad y centro de gravedad

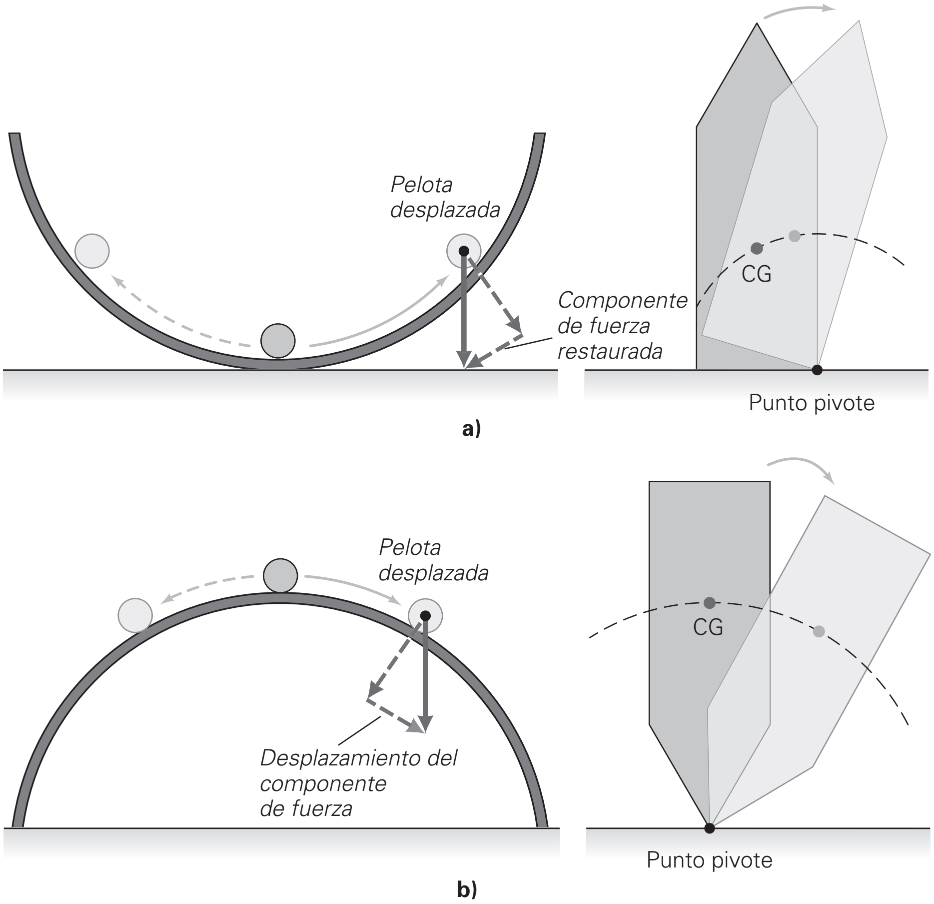
El equilibrio de una partícula o un cuerpo rígido puede ser estable o inestable en un campo gravitacional. En el caso de los cuerpos rígidos, conviene analizar estas categorías de equilibrios en términos del centro de gravedad del cuerpo. En el capítulo 4 vimos que el **centro de gravedad** es el punto en el cual puede considerarse que actúa todo el peso de un objeto, como si el objeto fuera una partícula. Cuando la aceleración debida a la gravedad es constante, coinciden el centro de gravedad y el centro de masa.

Nota: equilibrio estable: un momento de fuerza restaurador.

Si un objeto está en **equilibrio estable**, cualquier desplazamiento pequeño origina una fuerza o momento de fuerza restaurador, que tiende a regresar el objeto a su posición de equilibrio original. Como se ilustra en la ▸figura 6.11a, una pelota dentro de un tazón está en equilibrio estable. Asimismo, el centro de gravedad de un cuerpo extendido, a la derecha, está en equilibrio estable. Cualquier desplazamiento pequeño eleva el centro de gravedad, y una fuerza gravitacional restauradora tiende a regresarlo a la posición de energía potencial mínima. Dicha fuerza produce realmente un momento de fuerza restaurador que proviene de un componente del peso y tiende a girar el objeto en torno a un punto pivote para regresarlo a su posición original.

Nota: equilibrio inestable: un momento de fuerza que derriba la condición del equilibrio estable.

Si un objeto está en **equilibrio inestable**, cualquier desplazamiento pequeño respecto al equilibrio produce un momento de fuerza que tiende a girar el objeto alejándolo de su posición de equilibrio. Esta situación se ilustra en la figura 6.11b. Observe que el centro de gravedad del objeto está en la cúspide de un tazón de energía potencial invertido, es decir, la energía potencial es máxima en este caso. Los desplazamientos o perturbaciones pequeñas afectan bastante los objetos en equilibrio inestable: no se necesita mucho para lograr que un objeto así cambie de posición.



◀ **FIGURA 6.11 Equilibrios estable e inestable** ***a)*** Cuando un objeto está en equilibrio estable, cualquier pequeño desplazamiento respecto a la posición de equilibrio produce una fuerza o momento de fuerza que tiende a regresar al objeto a esa posición. Una pelota en un tazón (izquierda) regresa al fondo si se le desplaza. De forma similar, puede considerarse que el centro de gravedad (CG) de un objeto extendido en equilibrio estable (derecha) está en un "tazón" de energía potencial: un desplazamiento pequeño eleva el CG y aumenta la energía potencial del objeto. ***b)*** Si un objeto está en equilibrio inestable, cualquier desplazamiento pequeño respecto a su posición de equilibrio produce una fuerza o momento de fuerza que tiende a alejar más al objeto de esa posición. La pelota sobre un tazón volteado (izquierda) está en equilibrio inestable. En el caso de un objeto extendido (derecha), podría pensarse que el CG está en un tazón de energía potencial volteado: un pequeño desplazamiento baja el CG y reduce la energía potencial del objeto.

En cambio, aunque el desplazamiento angular de un objeto en equilibrio estable sea considerable, el objeto regresará a su posición de equilibrio. Ésta es una forma de resumir la **condición de equilibrio estable**:

> Un objeto está en equilibrio estable si, después de un desplazamiento pequeño, su centro de gravedad sigue estando arriba de la base de soporte original del objeto y dentro de ella. Es decir, la línea de acción del peso en el centro de gravedad interseca la base original de soporte.

En un caso así, siempre habrá un momento de fuerza gravitacional restaurador (▼figura 6.12a). Sin embargo, cuando el centro de gravedad o de masa queda fuera de la base de soporte, el objeto se desploma debido a un momento de fuerza gravitacional que lo hace girar alejándolo de su posición de equilibrio (figura 6.12b).

▼ **FIGURA 6.12 Ejemplos de equilibrios estable e inestable** ***a)*** Cuando el centro de gravedad está arriba de la base de soporte de un objeto y dentro de ella, el objeto está en equilibrio estable. (Hay un momento de fuerza restaurador.) Note que la línea de acción del peso del centro de gravedad (CG) interseca la base de soporte original después del desplazamiento. ***b)*** Si el centro de gravedad queda fuera de la base de soporte, o la línea de acción del peso no interseca la base de soporte original, el objeto es inestable. (Hay un momento de fuerza desplazador.)

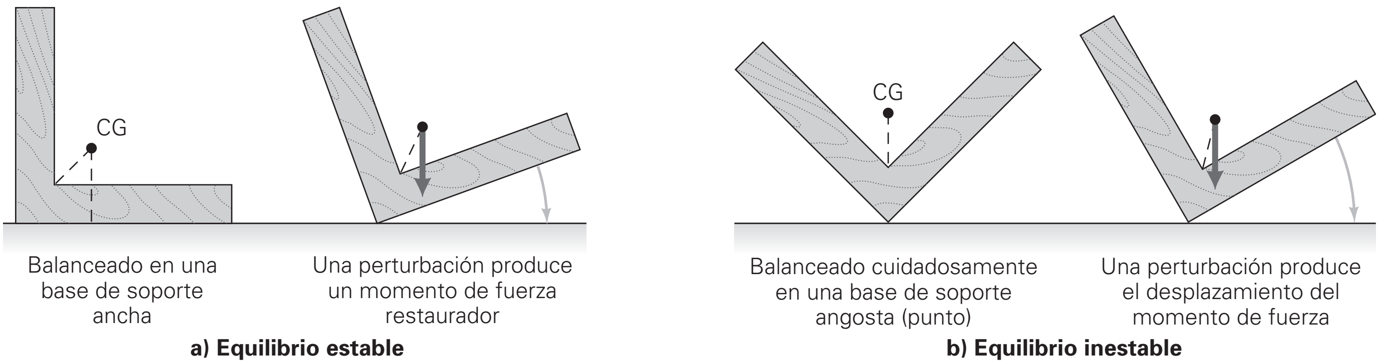


FIGURA 6.13 Estable e inestable ***a)*** Los autos de carreras son muy estables por su base rodante ancha y su centro de gravedad bajo. ***b)*** La base de soporte del acróbata es muy angosta: el área de contacto entre las cabezas. En tanto su centro de gravedad esté sobre esta área, estará en equilibrio; pero un desplazamiento de apenas unos centímetros bastaría para que se desplomara. (En la sección 6.3 quedará más claro por qué extiende los brazos y piernas.)

a)

b)

FIGURA 6.14 El desafío ***a)*** El estudiante se inclina hacia delante con su cabeza contra la pared. Debe levantar la silla e incorporarse, pero no lo logra. Sin embargo, la joven puede realizar esta sencilla hazaña. ***b)*** Pero, un momento. Él aplica la física, mueve la silla hacia atrás y logra incorporarse. ¿Por qué?

a)

b)

Por lo tanto, los cuerpos rígidos con base ancha y centro de gravedad bajo son los más estables y los menos proclives a volcarse. Esta relación es evidente en el diseño de los autos de carreras, los cuales tienen una base rodante ancha y un centro de gravedad cercano al suelo (▲figura 6.13). Las vagonetas, en cambio, pueden volcarse más fácilmente. ¿Por qué?

La ubicación del centro de gravedad del cuerpo humano afecta ciertas capacidades físicas. Por ejemplo, las mujeres generalmente pueden encorvarse y tocar las puntas de sus pies, o poner las palmas de sus manos en el piso, más fácilmente que los hombres, quienes suelen caerse al intentarlo. En promedio, el centro de gravedad de un hombre (hombros más anchos) está más alto que el de una mujer (pelvis más ancha), de manera que es más probable que el centro de gravedad de un hombre esté fuera de su base de soporte cuando se inclina. En el siguiente ejemplo conceptual se da otro ejemplo real de equilibrio y estabilidad.

Ejemplo conceptual 6.8 ■ El desafío del centro de gravedad

Una estudiante plantea un desafío a un compañero. Ella asegura que es capaz de realizar una simple proeza física que él no puede. Para demostrarlo, coloca una silla de respaldo recto (como la mayoría de las sillas de cocina) con el respaldo contra la pared. Él debe colocarse de cara a la pared junto a la silla, de manera que las puntas de sus pies toquen la pared, y luego debe dar dos pasos hacia atrás. (Esto es, debe llevar la punta de uno de sus pies detrás del talón del otro dos veces y terminar con sus pies juntos, retirado de la pared.) A continuación deberá inclinarse hacia delante y colocar la parte superior de su cabeza o coronilla contra la pared, alcanzar la silla, ponerla directamente frente a él y colocar una mano sobre cada lado de la silla (◄figura 6.14a). Por último, sin mover sus pies, debe incorporarse mientras levanta la silla. La estudiante hace una demostración de esto y fácilmente se incorpora.

La mayoría de los hombres no pueden realizar esta acción, aunque la mayoría de las mujeres sí. ¿Por qué?

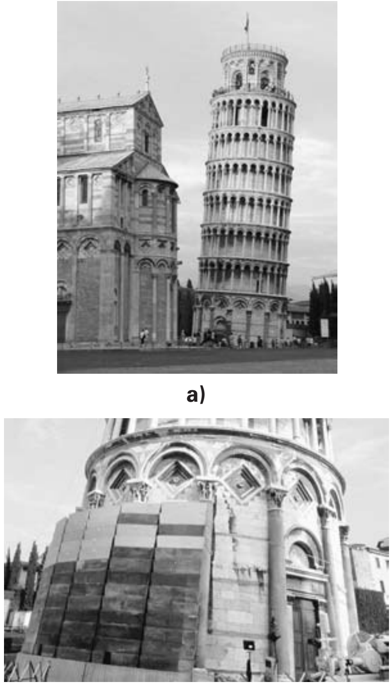
Razonamiento y respuesta. Cuando el estudiante se inclina y trata de levantar la silla, está en equilibrio inestable (aunque por fortuna no se cae). Esto es, el centro de gravedad del sistema que constituyen el estudiante y la silla queda fuera (en frente) de la base de apoyo del sistema: sus pies. Los hombres suelen tener un centro de gravedad más alto (a causa de sus hombros más anchos y su pelvis más estrecha) que las mujeres (que tienen una pelvis más ancha). Cuando la joven se inclina y levanta la silla, el centro de gravedad del sistema que constituyen ella y la silla no se localiza fuera de la base de apoyo del sistema (sus pies). Ella se encuentra en equilibrio estable, de manera que es capaz de incorporarse a partir de la posición inclinada mientras levanta la silla.

Pero, ¡un momento! El joven aplica la física y mueve la silla hacia atrás (figura 6.14b). El centro de gravedad combinado ahora se encuentra sobre su base de apoyo, y logra estar de pie mientras sostiene la silla.

Ejercicio de refuerzo. ¿Por qué algunos hombres son capaces de incorporarse mientras levantan la silla y algunas mujeres no lo logran?

La Torre Inclinada de Pisa (▸figura 6.15a) es otro ejemplo clásico de equilibrio, en el cual supuestamente Galileo realizó sus experimentos "de caída libre". La torre comenzó a inclinarse antes de que terminaran de construirla en 1350, debido a lo blando del subsuelo. En 1990 tenía una inclinación de 5.5° respecto a la vertical (unos 5 m, o 17 pies, en la parte más alta) y un incremento promedio anual de la inclinación de 1.2 mm.

Se han realizado intentos para detener el aumento en la inclinación. Se le inyectó cemento debajo de la base en la década de 1930; pero la inclinación siguió aumentando. En la década de 1990, se tomaron medidas más significativas. Se sujetó con cables por la parte trasera y se le colocó encima un contrapeso (figura 6.15b). Además, se le hicieron perforaciones diagonalmente debajo del suelo sobre la parte elevada, para crear cavidades que permitieran remover el suelo de ahí. La torre corrigió aproximadamente 5° de su inclinación, es decir, tuvo un corrimiento de cerca de 40 cm en la parte superior. La moraleja de la historia: mantenga el centro de gravedad arriba de la base de soporte.



a)

b)

▲ **FIGURA 6.15** ¡Estabilícenla! ***a)*** La Torre Inclinada de Pisa, aunque inclinada, está en equilibrio estable. ¿Por qué? ***b)*** Se usaron toneladas de plomo como contrapeso para ayudar a corregir la inclinación de la torre.

Ejemplo 6.9 ■ Apilar ladrillos: centro de gravedad

Ladrillos uniformes idénticos de 20 cm de longitud se apilan de modo que 4.0 cm de cada ladrillo se extienda más allá del ladrillo que está abajo, como se muestra en la ▸figura 6.16a. ¿Cuántos ladrillos podrán apilarse de esta forma antes de que el montón se derrumbe?

Razonamiento. Al añadirse cada ladrillo, el centro de masa (o de gravedad) del montón se desplaza hacia la derecha. El montón será estable siempre que el centro de masa (CM) combinado esté sobre la base de soporte: el ladrillo inferior. Todos los ladrillos tienen la misma masa, y el centro de masa de cada uno está en su punto medio. Por lo tanto, hay que calcular la posición horizontal del CM del montón a medida que se añaden ladrillos, hasta que el CM quede fuera de la base. En el capítulo 6 se analizó la ubicación del CM (véase la ecuación 4.19).

Solución.

Dado: longitud del ladrillo = 20 cm

Encuentre: número máximo de ladrillos estables desplazamiento de cada ladrillo = 4.0 cm

Si tomamos como el origen el centro del ladrillo base, vemos que la coordenada horizontal del centro de masa (o centro de gravedad) de los dos primeros ladrillos del montón está dada por la ecuación 4.19, donde $m_1 = m_2 = m$ y x_2 es el desplazamiento del segundo ladrillo:

$$X_{CM_2} = \frac{mx_1 + mx_2}{m + m} = \frac{m(x_1 + x_2)}{2m} = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{0 + 4.0 \text{ cm}}{2} = 2.0 \text{ cm}$$

Las masas de los ladrillos se cancelan (porque son iguales). Para tres ladrillos,

$$X_{CM_3} = \frac{m(x_1 + x_2 + x_3)}{3m} = \frac{0 + 4.0 \text{ cm} + 8.0 \text{ cm}}{3} = 4.0 \text{ cm}$$

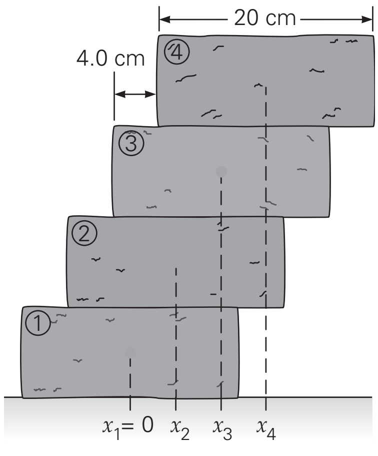
Para cuatro ladrillos,

$$X_{CM_4} = \frac{m(x_1 + x_2 + x_3 + x_4)}{4m} = \frac{0 + 4.0 \text{ cm} + 8.0 \text{ cm} + 12.0 \text{ cm}}{4} = 6.0 \text{ cm}$$

y así sucesivamente.

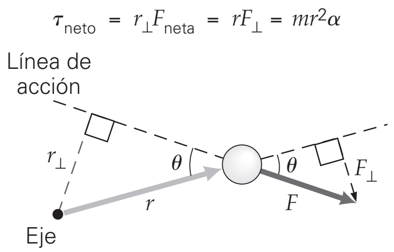
Esta serie de resultados muestra que el centro de masa del montón se mueve horizontalmente 2.0 cm cada vez que se agrega un ladrillo. Para un montón de seis ladrillos, el centro de masa está a 10 cm del origen, o sea, directamente sobre el borde del ladrillo base (2.0 cm × 5 ladrillos *añadidos* = 10 cm, que es la mitad de la longitud del ladrillo base), así que el montón está justo en equilibrio inestable. Es posible que el montón no se derrumbe si el sexto ladrillo se coloca con muchísimo cuidado, pero es dudoso que tal cuestión sea factible en la práctica. Un séptimo ladrillo definitivamente tumbaría el montón. (Como se observa en la figura 6.16b, puede intentarlo usted mismo al apilar libros. ¡No deje que el bibliotecario lo vea!)

Ejercicio de refuerzo. Si los ladrillos de este ejemplo se apilan de modo que, alternadamente, 4.0 cm y 6.0 cm se extiendan más allá del ladrillo anterior, ¿cuántos ladrillos podrán apilarse antes de que el montón se derrumbe?



▲ **FIGURA 6.16** ¡A apilar! ¿Cuántos ladrillos se pueden apilar así antes de que se caiga el montón? Véase el ejemplo 6.7.

Se presenta otro caso de estabilidad en la sección A fondo 6.1: Estabilidad en acción, en la página 205.



▲ **FIGURA 6.17 Momento de fuerza sobre una partícula** La magnitud del momento de fuerza sobre una partícula de masa m es $\tau = mr^2a$.

6.3 Dinámica rotacional

OBJETIVOS: *a*) Describir el momento de inercia de un cuerpo rígido y *b*) aplicar la forma rotacional de la segunda ley de Newton a situaciones físicas.

Momento de inercia

El momento de fuerza es el análogo rotacional de la fuerza en un movimiento rectilíneo, y un momento de fuerza neto produce movimiento rotacional. Para analizar esta relación, considere una fuerza neta constante que actúa sobre una partícula de masa m en torno a un eje dado (◂figura 6.17). La magnitud del momento de fuerza sobre la partícula es

$$\tau_{neto} = r_\perp F_{neta} = rF_\perp = rma_\perp = mr^2\alpha \quad \textit{momento de fuerza sobre una partícula} \qquad (6.4)$$

donde $a_\perp = a_t = r\alpha$ es la aceleración tangencial (a_t, ecuación 5.13). Para analizar la rotación de un cuerpo rígido en torno a un eje fijo, aplicamos esta ecuación a cada partícula y obtener la sumatoria de los resultados en todo el cuerpo (n partículas), para calcular el momento de fuerza total. Puesto que todas las partículas de un cuerpo rígido en rotación tienen la misma aceleración angular, podemos sumar simplemente las magnitudes de todos los momentos de fuerza individuales:

$$\begin{aligned}\tau_{neto} &= \Sigma\tau_i = \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \cdots + \tau_n\\ &= m_1r_1^2\alpha + m_2^2r_2\alpha + m_3r_3^2\alpha + \cdots + m_nr_n^2\alpha\\ &= (m_1r_1^2 + m_2r_2^2 + m_3r_3^2 + \cdots + m_nr_n^2)\alpha\end{aligned}$$

$$\Sigma\tau_{neto} = \left(\sum m_ir_i^2\right)\alpha \qquad (6.5)$$

Sin embargo, en un cuerpo rígido, las masas (m_i) y las distancias al eje de rotación (r_i) no cambian. Por lo tanto, la cantidad entre paréntesis en la ecuación 6.5 es constante, y se denomina **momento de inercia, *I*** (para un eje dado):

$$I = \Sigma m_ir_i^2 \quad \textit{momento de inercia} \qquad (6.6)$$

Unidad SI de momento de inercia: kilogramo-metro al cuadrado (kg · m^2)

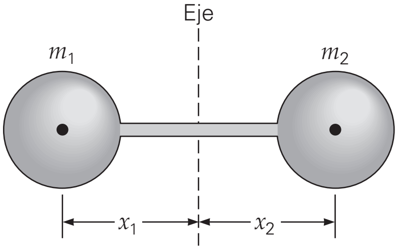
Nos conviene escribir la magnitud del momento de fuerza neto como:

$$\tau_{neto} = I\alpha \quad \textit{momento de fuerza neto sobre un cuerpo rígido} \qquad (6.7)$$

Ésta es la *forma rotacional de la segunda ley de Newton* ($\vec{\boldsymbol{\tau}}_{neto} = I\vec{\boldsymbol{\alpha}}$, en forma vectorial). Recordemos que, al igual que las fuerzas netas, se requieren momentos de fuerza netos (τ_{neto}) para producir aceleraciones angulares.

Como podría inferirse al comparar la forma rotacional de la segunda ley de Newton con la forma traslacional ($\vec{\mathbf{F}}_{neta} = m\vec{\mathbf{a}}$), el momento de inercia I es una medida de la *inercia rotacional*: la tendencia de un cuerpo a resistir los cambios en su movimiento rotacional. Aunque I es constante para un cuerpo rígido y es el análogo rotacional de la masa, debemos tener presente que, a diferencia de la masa de una partícula, el momento de inercia de un cuerpo se refiere a un eje específico y puede tener diferente valor para diferentes ejes.

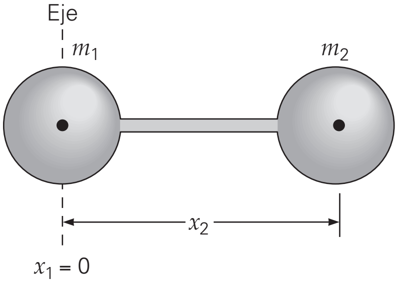
El momento de inercia también depende de la distribución de masa del cuerpo *relativa* a su eje de rotación. Es más fácil (es decir, se requiere un momento de fuerza menor) impartir a un objeto una aceleración angular en torno a ciertos ejes que en torno a otros. El ejemplo que sigue ilustra esto.



a) $m_1 = m_2 = 30$ kg
$x_1 = x_2 = 0.50$ m

b) $m_1 = 40$ kg, $m_2 = 10$ kg
$x_1 = x_2 = 0.50$ m

c) $m_1 = m_2 = 30$ kg
$x_1 = x_2 = 1.5$ m



d) $m_1 = m_2 = 30$ kg
$x_1 = 0$, $x_2 = 3.0$ m

e) $m_1 = 40$ kg, $m_2 = 10$ kg
$x_1 = 0$, $x_2 = 3.0$ m

▲ **FIGURA 6.18 Momento de inercia** El momento de inercia depende de la distribución de la masa relativa a un eje de rotación dado y, en general, tiene un valor distinto para cada eje. Esta diferencia refleja el hecho de que los objetos giran más o menos fácilmente en torno a ciertos ejes. Véase el ejemplo 6.10.

Ejemplo 6.10 ■ Inercia rotacional: distribución de masa y eje de rotación

Calcule el momento de inercia en torno al eje indicada para cada una de las configuraciones unidimensionales de mancuerna de la ◂figura 6.18. (Considere insignificante la masa de la barra conectora y exprese su respuesta con tres cifras significativas para efectuar comparaciones.)

Razonamiento. Ésta es una aplicación directa de la ecuación 6.6 a casos con masas y distancias diferentes. Mostrará que el momento de inercia de un objeto depende del eje de rotación y de la distribución de masa relativa al eje de rotación. La suma de I sólo incluirá dos términos (dos masas).

Solución.

Dado: Valores de m y r de la figura ***Encuentre:*** $I = \Sigma m_ir_i^2$

Con $I = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2$:

a) $I = (30\text{ kg})(0.50\text{ m})^2 + (30\text{ kg})(0.50\text{ m})^2 = 15.0\text{ kg}\cdot\text{m}^2$

b) $I = (40\text{ kg})(0.50\text{ m})^2 + (10\text{ kg})(0.50\text{ m})^2 = 12.5\text{ kg}\cdot\text{m}^2$

c) $I = (30\text{ kg})(1.5\text{ m})^2 + (30\text{ kg})(1.5\text{ m})^2 = 135\text{ kg}\cdot\text{m}^2$

d) $I = (30\text{ kg})(0\text{ m})^2 + (30\text{ kg})(3.0\text{ m})^2 = 270\text{ kg}\cdot\text{m}^2$

e) $I = (40\text{ kg})(0\text{ m})^2 + (10\text{ kg})(3.0\text{ m})^2 = 90.0\text{ kg}\cdot\text{m}^2$

Este ejemplo muestra claramente que el momento de inercia depende de la masa *y* de su distribución relativa a un eje específico de rotación. En general, el momento de inercia es mayor cuanto más lejos esté la masa del eje de rotación. Este principio es importante en el diseño de volantes, que se usan en los automóviles para que el motor siga operando suavemente entre encendidos de cilindros sucesivos. La masa del volante se concentra cerca del borde, lo que le confiere un momento de inercia grande, el cual resiste cambios en el movimiento.

Ejercicio de refuerzo. En los incisos *d* y *e* del ejemplo, ¿los momentos de inercia serían distintos si el eje de rotación pasara por m_2? Explique.

A FONDO 6.1 ESTABILIDAD EN ACCIÓN

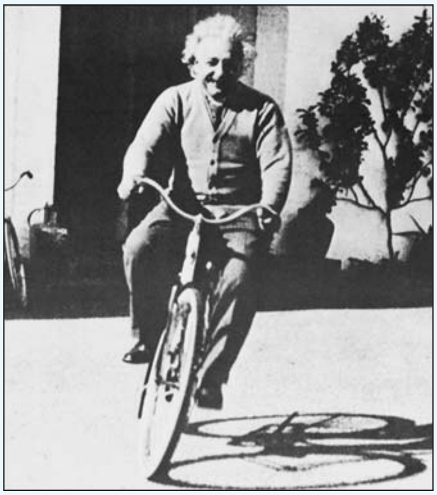


FIGURA 1 Inclinarse contra la curva Al tomar una curva o dar vuelta, el ciclista debe inclinarse hacia el centro de la curva. (Este ciclista podría haber explicado el porqué.)

Cuando paseamos en una bicicleta y damos vuelta en una superficie plana, instintivamente nos inclinamos hacia el centro de la curva (figura 1). ¿Por qué? Parecería que, si nos inclinamos en vez de mantenernos verticales, aumentará la probabilidad de caernos. No obstante, la inclinación en realidad aumenta la estabilidad. Todo es cuestión de momentos de fuerza.

Cuando un vehículo toma una curva circular horizontal, se requiere una fuerza centrípeta para mantener al vehículo en el camino, como vimos en el capítulo 5. Esta fuerza generalmente es la fuerza de fricción estática entre los neumáticos y el pavimento. Como se ilustra en la ▸figura 2a, la fuerza de reacción $\vec{\mathbf{R}}$ del suelo sobre la bicicleta proporciona la fuerza centrípeta requerida ($\vec{\mathbf{R}}_x = \vec{\mathbf{F}}_c = \vec{\mathbf{f}}_s$) para tomar la curva, y la fuerza normal ($\vec{\mathbf{R}}_y = \vec{\mathbf{N}}$).

Suponga que, cuando actúan estas fuerzas, el ciclista intenta tomar la curva manteniéndose vertical, como en la figura 2a. Vemos que la línea de acción de $\vec{\mathbf{R}}$ no pasa por el centro de gravedad del sistema (indicado con un punto). Como el eje de rotación pasa por el centro de gravedad, habrá un momento de fuerza antihorario que tenderá a hacer girar la bicicleta, de tal manera que las ruedas resbalen hacia adentro. En cambio, si el ciclista se inclina hacia adentro con el ángulo adecuado (figura 2b), tanto la línea de acción de $\vec{\mathbf{R}}$ como el peso pasarán por el centro de gravedad, y no habrá inestabilidad rotacional (como bien sabía el caballero de la bicicleta).

No obstante, sigue habiendo un momento de fuerza sobre el ciclista inclinado. Efectivamente, cuando se inclina hacia el centro de la curva, su peso produce un momento de fuerza en torno a un eje que pasa por el punto de contacto con el suelo. Este momento de fuerza, junto con el giro del manubrio, hace que la bicicleta dé vuelta. Si la bicicleta no se estuviera moviendo, habría rotación en torno a este eje, y la bicicleta y el ciclista se caerían.

La necesidad de inclinarse en las curvas es muy evidente en las carreras de ciclismo y de motociclismo en pistas horizontales. Las cosas pueden facilitarse para los competidores si la pista se peralta de manera que ofrezca una inclinación natural (sección 5.3).

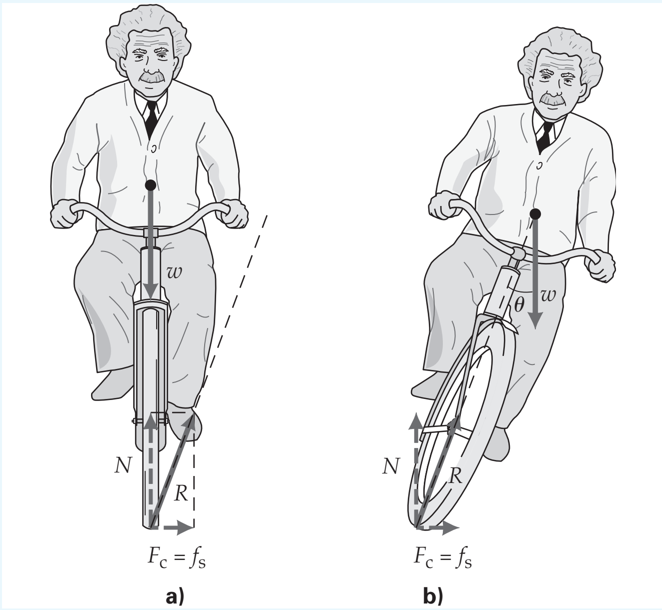
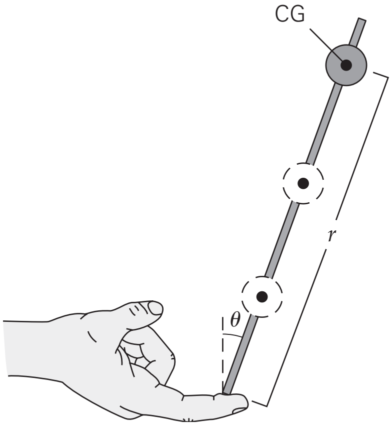


FIGURA 2 Da la vuelta Véase el texto para una descripción.



▲ **FIGURA 6.19 ¿Mayor estabilidad con un centro de gravedad más alto?** Véase el ejemplo integrado 6.11.

Ejemplo integrado 6.11 ■ Equilibrismo: ubicación del centro de gravedad

a) Una varilla con una bola móvil, como la de la ◂figura 6.19, se equilibra más fácilmente si la bola está en una posición más alta. ¿Esto se debe a que, cuando la bola está más alta, 1) el sistema tiene un centro de gravedad más alto y es más estable; 2) el centro de gravedad se aparta de la vertical, y el momento de fuerza y la aceleración angular son menores; 3) el centro de gravedad está más cerca del eje de rotación, o 4) el momento de inercia en torno al eje de rotación es mayor? *b*) Suponga que la distancia entre la bola y el dedo, para la posición extrema de la figura 6.19, es de 60 cm; mientras que la distancia de la posición más cercana es de 20 cm. Cuando la varilla gira, ¿cuántas veces mayor es la aceleración angular de la varilla con la bola en la posición más cercana, que con la bola en la posición más lejana? (Desprecie la masa de la varilla.)

a) Razonamiento conceptual. Con la bola en cualquier posición y la varilla vertical, el sistema está en equilibrio inestable. En la sección 6.2 vimos que los cuerpos rígidos con base ancha y centro de gravedad bajo son más estables, así que la respuesta 1) no es correcta. Un leve movimiento hará que la varilla gire en torno a un eje que pasa por el punto de contacto. Al estar el CG en una posición más alta y apartado de la vertical, el brazo de palanca será mayor (y el momento de fuerza también será *mayor*), así que la 2) también es incorrecta. Con la bola en una posición más alta, el centro de gravedad está *más lejos* del eje de rotación, de manera que la 3. también es incorrecta. Esto deja la 4) por proceso de eliminación, pero vamos a comprobar que sea correcta.

Alejar el CG del eje de rotación tiene una consecuencia interesante: un mayor momento de inercia, o resistencia a los cambios de movimiento rotacional y, por ende, una menor aceleración angular. Sin embargo, con la bola en una posición más alta, cuando la varilla comienza a girar el momento de fuerza es mayor. El resultado neto es el aumento en el momento de inercia produce una resistencia aun mayor al movimiento rotacional y, por lo tanto, una menor aceleración angular. [Note que el momento de fuerza ($\tau = rF$ sen θ) varía con r, mientras que el momento de inercia ($I = mr^2$) varía con r^2, así que aumenta más al incrementarse r. ¿Qué efecto tiene sen θ?] Entonces, cuanto más pequeña sea la aceleración angular, más tiempo tendremos para ajustar la mano bajo la varilla, para equilibrarla alineando verticalmente el eje de rotación y el centro de gravedad. Entonces, el momento de fuerza será cero y la varilla estará otra vez en equilibrio, aunque inestable. Por tanto, la respuesta correcta es 4.

b) Razonamiento cuantitativo y solución. Cuando se pregunta cuántas veces algo es mayor o menor que otra cosa, por lo regular implica el uso de un cociente donde se cancelan una o más cantidades que no se conocen. No nos dan la masa de la bola, que necesitaríamos para calcular el momento de fuerza gravitacional (τ). Tampoco nos dan el ángulo θ. Por lo tanto, lo mejor es partir de las ecuaciones básicas y ver qué sucede.

Dado: $r_1 = 20$ cm, $r_2 = 60$ cm

Encuentre: cuántas veces es mayor la aceleración angular de la varilla con la bola en r_1, en comparación con r_2

La aceleración angular está dada por la ecuación 6.7, $\alpha = \tau_{\text{neto}}/I$. Por lo tanto, nos fijamos en el momento de fuerza τ_{neto} y en el momento de inercia I. Por las ecuaciones básicas del capítulo, $\tau_{\text{neto}} = r_\perp F = rF \text{ sen } \theta$ (ecuación 6.2) o $\tau_{\text{neto}} = rmg \text{ sen } \theta$, donde $F = mg$ en este caso, siendo m la masa de la bola. Asimismo, $I = mr^2$ (ecuación 6.6). Por lo tanto,

$$\alpha = \frac{\tau_{\text{neto}}}{I} = \frac{rmg \text{ sen } \theta}{mr^2} = \frac{g \text{ sen } \theta}{r}$$

(Note que la aceleración angular α es inversamente proporcional al brazo de palanca r; es decir, cuanto mayor sea el brazo de palanca, menor será la aceleración angular.) Sen θ no ha desaparecido, pero observemos qué sucede cuando se forma el cociente de las aceleraciones angulares:

$$\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{g \text{ sen } \theta/r_1}{g \text{ sen } \theta/r_2} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{60 \text{ cm}}{20 \text{ cm}} = 3 \qquad \text{o} \qquad \alpha_2 = \frac{\alpha_1}{3}$$

Por lo tanto, la aceleración angular de la varilla con la bola en la posición superior es un tercio de la aceleración, cuando la bola está en la posición inferior.

Ejercicio de refuerzo. Al caminar sobre una barra delgada, como un riel de ferrocarril, el lector seguramente habrá notado que es más fácil si estira los brazos a los lados. Por lo mismo, los equilibristas a menudo usan pértigas largas, como en la imagen con que inicia el capítulo. ¿Cómo ayuda esta postura a mantener el equilibrio?

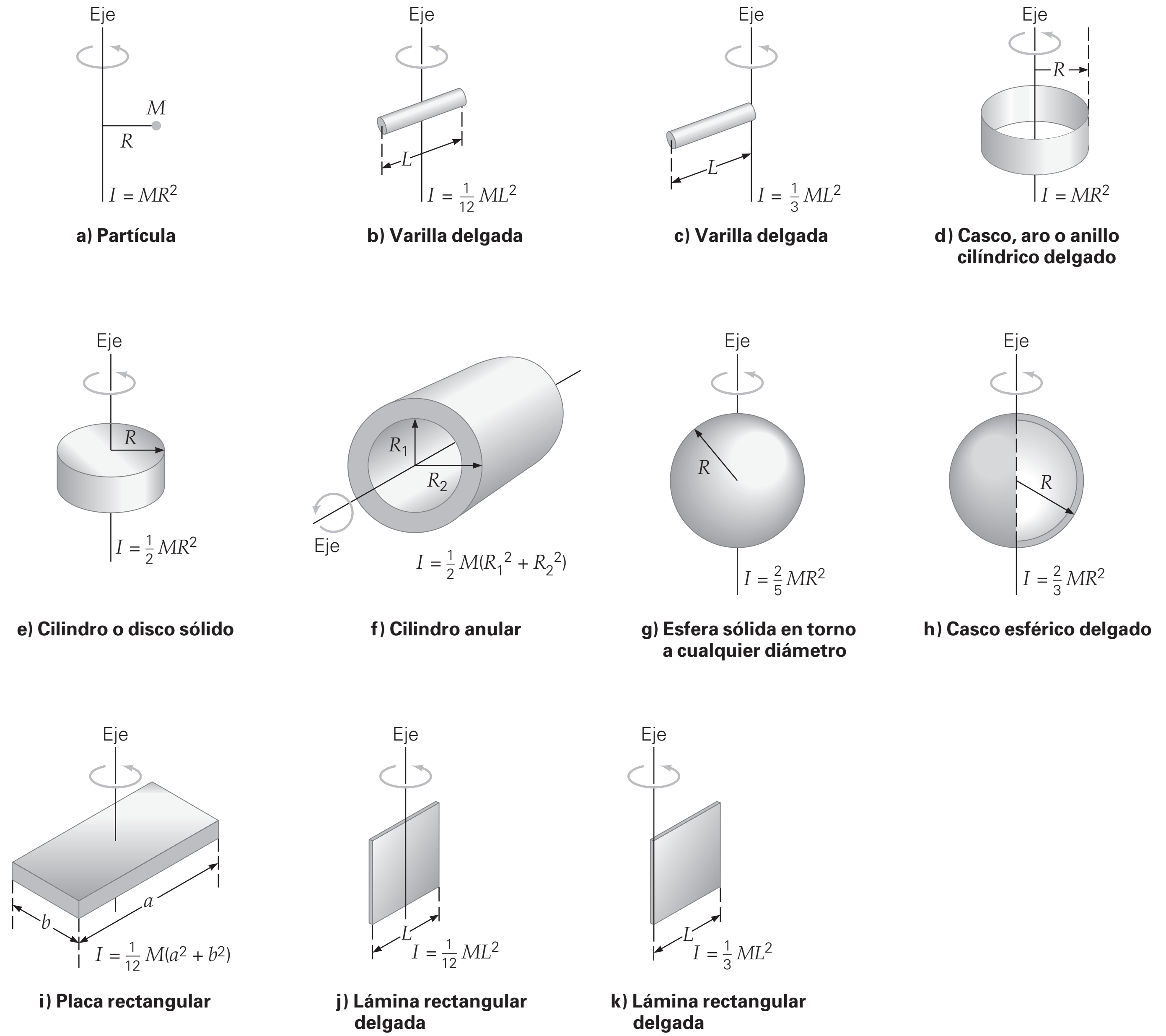
Como muestra el Ejemplo integrado 6.11, el momento de inercia es una consideración importante en el movimiento rotacional. Si modificamos el eje de rotación y la distribución relativa de la masa, podremos cambiar el valor de I y afectar el movimiento. Si el lector alguna vez jugó sóftbol o béisbol, probablemente le hicieron una recomendación en este sentido. Al batear, suele aconsejarse a los niños que sujeten el bate más arriba.

Ahora sabemos por qué. Al hacerlo, el niño acerca el eje de rotación del bate al extremo más masivo del bate (o a su centro de masa). Esto reduce el momento de inercia del bate (menor r en el término mr^2). Entonces, al batear, la aceleración angular será mayor. El bate oscila más rápidamente y aumenta la probabilidad de golpear la pelota antes de que pase. El bateador sólo dispone de una fracción de segundo para hacer el *swing*, y con $\theta = \frac{1}{2}\alpha t^2$, la mayor α permite al bate girar más rápidamente.

Teorema de ejes paralelos

Calcular el momento de inercia de la mayoría de los cuerpos rígidos extendidos requiere matemáticas que están más allá del alcance de este libro. En la ▼figura 6.20 se presentan los resultados para algunas formas comunes. Los ejes de rotación generalmente se hacen coincidir con ejes de simetría (ejes que pasan por el centro de masa),

▼ **FIGURA 6.20** Momento de inercia de algunos objetos de densidad uniforme y formas comunes



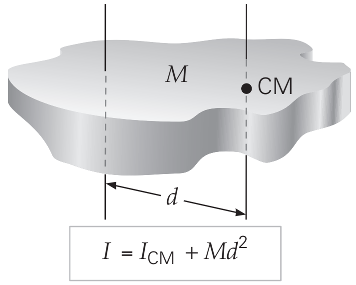
para tener una distribución simétrica de la masa. Una excepción es la varilla con eje de rotación en un extremo (figura 6.20c). Este eje es paralelo a un eje de rotación que pasa por el centro de masa de la varilla (figura 6.20b). El momento de inercia en torno a tal eje paralelo está dado por un útil teorema llamado **teorema de ejes paralelos**; a saber,

Nota: $I = I_{CM}$, el valor mínimo de I, cuando $d = 0$.

$$I = I_{CM} + Md^2 \tag{6.8}$$

donde I es el momento de inercia en torno a un eje paralelo a uno que pasa por el centro de masa y está a una distancia d de él, I_{CM} es el momento de inercia en torno a un eje que pasa por el centro de masa y M es la masa total del cuerpo (◂figura 6.21). Si el eje pasa por el extremo de la varilla (figura 6.20c), el momento de inercia se obtiene aplicando el teorema de ejes paralelos a la varilla delgada de la figura 6.20b:

$$I = I_{CM} + Md^2 = \tfrac{1}{12}ML^2 + M\left(\frac{L}{2}\right)^2 = \tfrac{1}{12}ML^2 + \tfrac{1}{4}ML^2 = \tfrac{1}{3}ML^2$$



▲ **FIGURA 6.21 Teorema de ejes paralelos** El momento de inercia en torno a un eje paralelo a otro que pasa por el centro de masa de un cuerpo es $I = I_{CM} + Md^2$, donde M es la masa total del cuerpo y d es la distancia entre los dos ejes.

Aplicaciones de dinámica rotacional

La forma rotacional de la segunda ley de Newton nos permite analizar situaciones de dinámica rotacional. Los ejemplos 6.12 y 6.13 ilustran esto. En tales situaciones, es muy importante enumerar debidamente todos los datos, por el gran número de variables.

Ejemplo 6.12 ■ Abrir la puerta: momento de fuerza en acción

Un estudiante abre una puerta uniforme de 12 kg aplicando una fuerza constante de 40 N a una distancia perpendicular de 0.90 m de las bisagras (◂figura 6.22). Si la puerta tiene 2.0 m de altura y 1.0 m de ancho, ¿qué magnitud tendrá su aceleración angular? (Suponga que la puerta gira libremente sobre sus bisagras.)

Razonamiento. Con la información dada, podemos calcular el momento de fuerza neto aplicado. Para calcular la aceleración angular de la puerta, necesitamos conocer su momento de inercia. Podemos calcularlo, porque conocemos la masa y las dimensiones de la puerta.

Solución. Con la información dada en el problema, elaboramos la lista:

Dado: $M = 12$ kg
$F = 40$ N
$r_\perp = r = 0.90$ m
$h = 2.0$ m (altura de la puerta)
$w = 1.0$ m (ancho de la puerta)

Encuentre: α (magnitud de la aceleración angular)

Necesitamos aplicar la forma rotacional de la segunda ley de Newton (ecuación 6.7), $\tau_{neto} = I\alpha$, donde I es en torno al eje de las bisagras. τ_{neto} se calcula a partir de los datos, de manera que el problema se reduce a determinar el momento de inercia de la puerta.

Examinando la figura 6.20, vemos que el caso (k) corresponde a una puerta (tratada como rectángulo uniforme) que gira sobre bisagras, así que $I = \frac{1}{3}ML^2$, donde $L = w$, el ancho de la puerta. Entonces,

$$\tau_{neto} = I\alpha$$

o

$$\alpha = \frac{\tau_{neto}}{I} = \frac{r_\perp F}{\frac{1}{3}ML^2} = \frac{3rF}{Mw^2} = \frac{3(0.90\text{ m})(40\text{ N})}{(12\text{ kg})(1.0\text{ m})^2} = 9.0\text{ rad/s}^2$$

Ejercicio de refuerzo. En este ejemplo, si se aplicara el momento de fuerza constante a lo largo de una distancia angular de 45° y luego se dejara de aplicar, ¿cuánto tardaría la puerta en abrirse totalmente (90°)?

▲ **FIGURA 6.22 Momento de fuerza en acción** Véase el ejemplo 6.12.

En problemas con poleas en el capítulo 2, siempre despreciamos la masa (y la inercia) de la polea para simplificar. Ahora sabemos cómo incluir tales cantidades y podemos tratar las poleas de forma más realista, como en el siguiente ejemplo.

Ejemplo 6.13 ■ Las poleas también tienen masa: consideración de la inercia de una polea

Un bloque de masa m cuelga de una cuerda que pasa por una polea sin fricción, con forma de disco, de masa M y radio R, como se muestra en la ▸figura 6.23. Si el bloque desciende desde el reposo bajo la influencia de la gravedad, ¿qué magnitud tendrá su aceleración lineal? (Desprecie la masa de la cuerda.)

Razonamiento. Las poleas reales tienen masa e inercia rotacional, lo que afecta su movimiento. La masa suspendida (con la cuerda) aplica un momento de fuerza a la polea. Aquí usaremos la forma rotacional de la segunda ley de Newton para obtener la aceleración angular de la polea y, luego, su aceleración tangencial, la cual tiene la misma magnitud que la aceleración lineal del bloque. (¿Por qué?) Como no se dan valores numéricos, la respuesta quedará en forma de símbolos.

Solución. La aceleración lineal del bloque depende de la aceleración angular de la polea, así que examinaremos primero el sistema de la polea. Tratamos a la polea como un disco, así que su momento de inercia es $I = \frac{1}{2}MR^2$ (figura 6.20e). Un momento de fuerza debido a la fuerza de tensión en la cuerda (T) actúa sobre la polea. Con $\tau = I\alpha$ (considerando sólo el recuadro superior de la figura 6.23), obtenemos

$$\tau_{\text{neto}} = r_{\perp}F = RT = I\alpha = \left(\tfrac{1}{2}MR^2\right)\alpha$$

de manera que

$$\alpha = \frac{2T}{MR}$$

La aceleración lineal del bloque y la aceleración angular de la polea están relacionados por $a = R\alpha$, donde a es la aceleración tangencial, y

$$a = R\alpha = \frac{2T}{M} \qquad (1)$$

Sin embargo, no conocemos T. Si examinamos la masa en descenso (el recuadro inferior) y sumamos las fuerzas en la dirección vertical (positivas en la dirección del movimiento), tendremos

$$mg - T = ma$$

es decir,

$$T = mg - ma \qquad (2)$$

Ahora usamos la ecuación 2 para eliminar T de la ecuación 1:

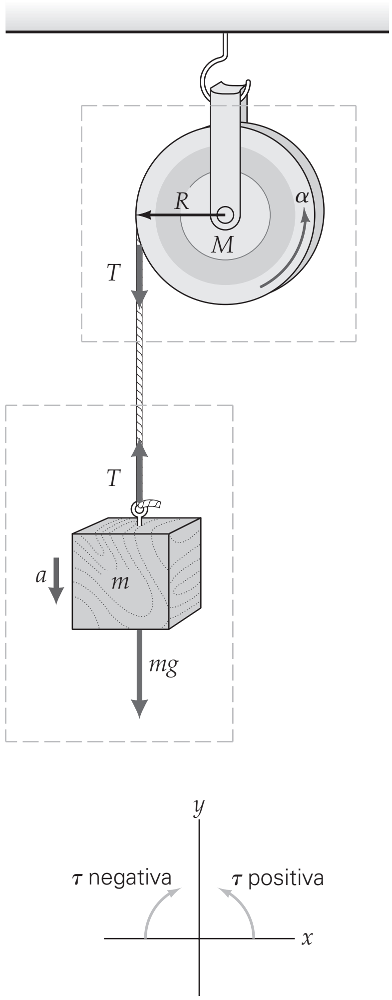
$$a = \frac{2T}{M} = \frac{2(mg - ma)}{M}$$

Despejando a,

$$a = \frac{2mg}{(2m + M)} \qquad (3)$$

Vemos que si $M \to 0$ (como en el caso de las poleas ideales sin masa de capítulos anteriores), $I \to 0$ y $a = g$ (por la ecuación 3). Aquí, sin embargo, $M \neq 0$, así que tenemos $a < g$. (¿Por qué?)

Ejercicio de refuerzo. Es posible caracterizar de forma incluso más realista las poleas. En este ejemplo, despreciamos la fricción, pero en la práctica existe un momento de fuerza de fricción (τ_f) que debe incluirse. ¿Qué forma tendría la aceleración angular (similar a la ecuación 3) en este caso? Demuestre que su resultado es dimensionalmente correcto.



▲ **FIGURA 6.23** Polea con inercia Si tomamos en cuenta la masa (inercia rotacional) de una polea, seremos capaces de describir de manera más realista el movimiento. Véase el ejemplo 6.13.

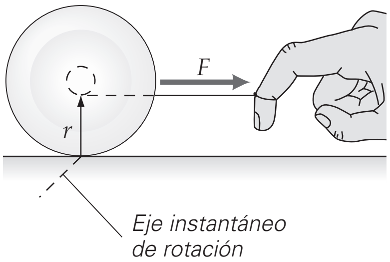
En ejercicios de poleas, también despreciamos la masa de la cuerda. Es una estrategia que da una buena aproximación si la cuerda es relativamente ligera. Si tomáramos en cuenta la masa de la cuerda, tendríamos una masa continuamente variable que cuelga de la polea, y el momento de fuerza producido sería variable. Un problema así rebasa el alcance de este libro.

Suponga que tenemos masas suspendidas de ambos lados de una polea. En este caso, habría que calcular el momento de fuerza neto. Si no conocemos los valores de las masas o el sentido en que girará la polea, tan sólo suponemos una dirección. Al igual que en el caso lineal, si el resultado sale con el signo opuesto, indicará que supusimos la dirección equivocada.

Sugerencia para resolver problemas

En problemas como los de los ejemplos 6.13 y 6.14, que se ocupan de movimientos rotacionales y traslacionales acoplados, debemos tener en cuenta que, si la cuerda no resbala, las magnitudes de las aceleraciones generalmente están relacionadas por $a = r\alpha$; mientras que $v = r\omega$ relaciona las magnitudes de las velocidades en cualquier instante. Si aplicamos la segunda ley de Newton (en forma rotacional o lineal) a diferentes partes del sistema, obtendremos ecuaciones que pueden combinarse utilizando tales relaciones. También en el caso de rodamiento sin deslizamiento, $a = r\alpha$ y $v = r\omega$ relacionan las cantidades angulares con el movimiento rectilíneo del centro de masa.

Otra aplicación de la dinámica rotacional es el análisis del movimiento de objetos que pueden rodar.



▲ **FIGURA 6.24 Tirar de la cuerda del yo-yo** Véase el ejemplo conceptual 6.14.

Ejemplo conceptual 6.14 ■ Aplicación de otro momento de fuerza: ¿en qué sentido rueda el yo-yo?

Se tira de la cuerda de un yo-yo que descansa en una superficie horizontal, como se muestra en la ◂figura 6.24. ¿El yo-yo rodará *a*) hacia la persona o *b*) en la dirección opuesta?

Razonamiento y respuesta. Apliquemos a la situación los principios de física que acabamos de estudiar. Vemos que el eje instantáneo de rotación está en la línea de contacto entre el yo-yo y la superficie. Si tuviéramos una vara parada verticalmente donde está el vector $\vec{\mathbf{r}}$ y tiráramos de una cuerda sujeta a la parte superior de la vara, en la dirección de $\vec{\mathbf{F}}$, ¿en qué sentido giraría la vara? En sentido horario (alrededor de su eje instantáneo de rotación), desde luego. El yo-yo reacciona de forma similar; es decir, rueda en la dirección de la tracción, así que la respuesta es *a*. (Si el lector no está convencido, consiga un yo-yo y pruébelo.)

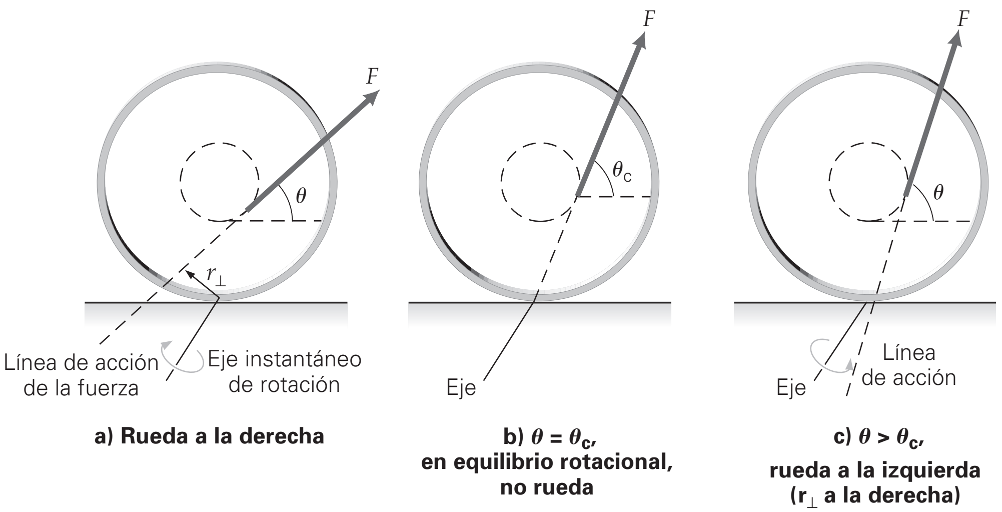
Esta situación tiene otros aspectos interesantes en física. La fuerza de tracción no es la única fuerza que actúa sobre el yo-yo; hay otras tres. ¿Aportan momentos de fuerza? Identifiquemos las fuerzas. Tenemos el peso del yo-yo y la fuerza normal de la superficie. También hay una fuerza horizontal de fricción estática entre el yo-yo y la superficie. (Si no la hubiera, el yo-yo resbalaría en lugar de rodar.) Sin embargo, las líneas de acción de estas tres fuerzas pasan por la línea de contacto, que es el eje instantáneo de rotación, así que no hay momentos de fuerza. (¿Por qué?)

¿Qué sucedería si aumentáramos el ángulo de la cuerda, es decir, de la fuerza de tracción (relativo a la horizontal) como se muestra en la ◂figura 6.25a? El yo-yo seguiría rodando hacia la derecha. Como se aprecia en la figura 6.25b, con cierto ángulo crítico θ_c la línea de fuerza pasa por el eje de rotación y el momento de fuerza neto sobre el yo-yo es cero, así que el yo-yo no rueda.

Si rebasamos este ángulo crítico (figura 6.25c), el yo-yo comenzará a rodar en sentido antihorario, es decir, hacia la izquierda. Note que la línea de acción de la fuerza está al otro lado del eje de rotación, en comparación con la figura 6.26a, y el brazo de palanca ($r_\perp$) cambió de dirección, así que se invirtió la dirección del momento de fuerza neto.

Ejercicio de refuerzo. Suponga que la cuerda del yo-yo está en el ángulo crítico y se pasa sobre una barra redonda horizontal que está a una altura adecuada. Se cuelga un peso del extremo de la cuerda, de manera que suministre la fuerza necesaria para la condición de equilibrio. ¿Qué sucederá si ahora tiramos del yo-yo hacia nosotros, alejándolo de su posición de equilibrio, y lo soltamos?

▶ **FIGURA 6.25 El ángulo hace la diferencia** ***a*)** Si la línea de acción está a la izquierda del eje instantáneo, el yo-yo rodará hacia la derecha. ***b*)** Con un ángulo crítico θ_c, la línea de acción pasa por el eje, y el yo-yo estará en equilibrio. ***c*)** Cuando la línea de acción está a la derecha del eje, el yo-yo rueda hacia la izquierda. Véase el ejemplo conceptual 6.14.



6.4 Trabajo rotacional y energía cinética

OBJETIVOS: Analizar, explicar y usar las formas rotacionales de *a*) el trabajo, *b*) la energía cinética y *c*) la potencia.

En esta sección presentaremos los análogos rotacionales de diversas ecuaciones del movimiento rectilíneo asociadas con el trabajo y la energía cinética, para momentos de fuerza constantes. Como su desarrollo es similar al de sus contrapartes rectilíneas, no lo explicaremos detalladamente. Al igual que en el capítulo 3, W es el trabajo neto si dos o más fuerzas o momentos de fuerza actúan sobre un objeto.

Trabajo rotacional

Trabajo rotacional Podemos pasar directamente del trabajo efectuado por una fuerza al trabajo efectuado por un momento de fuerza, pues los dos están relacionados ($\tau = r_\perp F$). En movimiento rotacional, el **trabajo rotacional** $W = Fs$ efectuado por una sola fuerza F que actúa tangencialmente a lo largo de un arco s es

$$W = Fs = F(r_\perp \theta) = \tau\theta$$

donde θ está en radianes. Así, para un solo momento de fuerza que actúa durante un ángulo de rotación θ,

$$W = \tau\theta \quad \textit{(una sola fuerza)} \tag{6.9}$$

En este libro, los vectores tanto del momento de fuerza (τ) como del desplazamiento angular (θ) casi siempre estarán sobre el eje fijo de rotación, de manera que no hay que preocuparse por componentes paralelos, como en el caso del trabajo traslacional. El momento de fuerza y el desplazamiento angular podrían tener direcciones opuestas, en cuyo caso el momento de fuerza efectuará trabajo negativo y frenará la rotación del cuerpo. Esta situación es similar a la del movimiento traslacional cuando F y d tienen direcciones opuestas.

Potencial rotacional

Potencia rotacional De la ecuación 6.9 es fácil deducir una expresión para la **potencia rotacional** instantánea, el análogo rotacional de la potencia (rapidez de realización de trabajo):

$$P = \frac{W}{t} = \tau\left(\frac{\theta}{t}\right) = \tau\omega \tag{6.10}$$

Teorema trabajo-energía y energía cinética

Podemos deducir la relación entre el trabajo rotacional neto efectuado sobre un cuerpo rígido (actúa más de una fuerza) y el cambio de energía cinética rotacional del cuerpo, partiendo de la ecuación para trabajo rotacional:

$$W_{\text{neto}} = \tau\theta = I\alpha\theta$$

Puesto que suponemos que nuestros momentos de fuerza se deben exclusivamente a fuerzas constantes, α es constante. Sin embargo, por la cinemática rotacional del capítulo 5, sabemos que para una aceleración angular constante, $\omega^2 = \omega_o^2 + 2\alpha\theta$, y

$$W_{\text{neto}} = I\left(\frac{\omega^2 - \omega_o^2}{2}\right) = \tfrac{1}{2}I\omega^2 - \tfrac{1}{2}I\omega_o^2$$

Por la ecuación 3.6 (trabajo-energía), sabemos que $W_{\text{neto}} = \Delta K$. Por lo tanto,

Análogo rotacional del teorema trabajo-energía

$$W_{\text{neto}} = \tfrac{1}{2}I\omega^2 - \tfrac{1}{2}I\omega_o^2 = K - K_o = \Delta K \tag{6.11}$$

Entonces, la expresión para la **energía cinética rotacional**, ***K***, es

Energía cinética rotacional

$$K = \tfrac{1}{2}I\omega^2 \tag{6.12}$$

Así, *el trabajo rotacional neto efectuado sobre un objeto es igual al cambio de energía cinética rotacional del objeto* (con cero energía cinética rectilínea). Por lo tanto, si queremos alterar la energía cinética rotacional de un objeto, tendremos que aplicar un momento de fuerza neto.

Es posible deducir directamente la expresión para la energía cinética de un cuerpo rígido en rotación (en torno a un eje fijo). La sumatoria de las energías cinéticas instantáneas de las partículas individuales del cuerpo, relativas al eje fijo, da

$$K = \tfrac{1}{2}\Sigma m_i v_i^2 = \tfrac{1}{2}(\Sigma m_i r_i^2)\omega^2 = \tfrac{1}{2}I\omega^2$$

donde, para cada partícula del cuerpo, $v_i = r_i\omega$. Así, la ecuación 6.12 no representa una nueva forma de energía; más bien es sólo otra expresión para la energía cinética, en una forma más conveniente para estudiar la rotación de cuerpos rígidos.

TABLA 6.1 Cantidades y ecuaciones traslacionales y rotacionales

Traslacional		*Rotacional*	
Fuerza:	$\vec{\mathbf{F}}$	Momento de fuerza (magnitud):	$\tau = rF \text{ sen } \theta$
Masa (inercia):	m	Momento de inercia:	$I = \sum m_i r_i^2$
Segunda ley de Newton:	$\vec{\mathbf{F}}_{\text{neta}} = m\vec{\mathbf{a}}$	Segunda ley de Newton:	$\vec{\boldsymbol{\tau}}_{\text{neto}} = I\vec{\boldsymbol{\alpha}}$
Trabajo:	$W = Fd$	Trabajo:	$W = \tau\theta$
Potencia:	$P = Fv$	Potencia:	$P = \tau\omega$
Energía cinética:	$K = \frac{1}{2}mv^2$	Energía cinética:	$K = \frac{1}{2}I\omega^2$
Teorema trabajo-energía:	$W_{\text{neto}} = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_o^2 = \Delta K$	Teorema trabajo-energía:	$W_{\text{neto}} = \frac{1}{2}I\omega^2 - \frac{1}{2}I\omega_o^2 = \Delta K$
Cantidad de movimiento lineal:	$\vec{\mathbf{p}} = m\vec{\mathbf{v}}$	Cantidad de movimiento angular:	$\vec{\mathbf{L}} = I\vec{\boldsymbol{\omega}}$

En la tabla 6.1 se resumen los análogos traslacionales y rotacionales. (Aparece también la cantidad de movimiento angular, que veremos en la sección 6.5.)

Cuando un objeto tiene movimiento tanto traslacional como rotacional, su energía cinética total podría dividirse en partes que reflejen los dos tipos de movimiento. Por ejemplo, para un cilindro que rueda sin resbalar en una superficie horizontal, el movimiento es puramente rotacional relativo al eje instantáneo de rotación (el punto o línea de contacto), que está instantáneamente en reposo. La energía cinética total del cilindro rodante es

$$K = \tfrac{1}{2}I_i\omega^2$$

donde I_i es el momento de inercia en torno al eje instantáneo. Este momento de inercia alrededor del punto de contacto (nuestro eje) está dado por el teorema de ejes paralelos (ecuación 6.8), $I_i = I_{CM} + MR^2$, donde R es el radio del cilindro. Entonces,

$$K = \tfrac{1}{2}I_i\omega^2 = \tfrac{1}{2}(I_{CM} + MR^2)\omega^2 = \tfrac{1}{2}I_{CM}\omega^2 + \tfrac{1}{2}MR^2\omega^2$$

Sin embargo, como no hay deslizamiento, $v_{CM} = R\omega$, y

$$\underset{\substack{\textit{total}\\ \textit{KE}}}{K} = \underset{\substack{\textit{rotacional}\\ \textit{KE}}}{\tfrac{1}{2}I_{CM}\omega^2} + \underset{\substack{\textit{traslacional}\\ \textit{KE}}}{\tfrac{1}{2}Mv_{CM}^2} \quad \textit{(rodamiento sin resbalar)} \tag{6.13}$$

Aunque aquí usamos un cilindro como ejemplo, éste es un resultado general, válido para cualquier objeto que rueda sin resbalar.

Nota: un cuerpo rodante tiene energía cinética tanto traslacional como rotacional.

Así, *la energía cinética total de un objeto es la suma de dos aportaciones: la energía cinética traslacional del centro de masa del objeto y la energía cinética rotacional del objeto relativa a un eje horizontal que pasa por su centro de masa.*

Ejemplo 6.15 ■ División de energía: rotacional y traslacional

Un cilindro sólido uniforme de 1.0 kg rueda sin resbalar con una rapidez de 1.8 m/s sobre una superficie plana. *a*) Calcule la energía cinética total del cilindro. *b*) ¿Qué porcentaje de este total es energía cinética rotacional?

Razonamiento. El cilindro tiene energía cinética tanto rotacional como traslacional, así que podemos usar la ecuación 6.13, cuyos términos están relacionados por la condición de rodar sin resbalar.

Solución.

Dado: $M = 1.0$ kg; $v_{CM} = 1.8$ m/s; $I_{CM} = \frac{1}{2}MR^2$ (de la figura 6.20e)

Encuentre: *a*) K (energía cinética total)
b) $\dfrac{K_r}{K}(\times 100\%)$ (porcentaje de energía rotacional)

a) El cilindro rueda sin resbalar, así que se cumple la condición $v_{CM} = R\omega$. Entonces, la energía cinética total es la suma de la energía cinética rotacional, K_r, y la energía cinética traslacional del centro de masa, K_{CM} (ecuación 6.13):

$$K = \tfrac{1}{2}I_{CM}w^2 + \tfrac{1}{2}Mv_{CM}^2 = \tfrac{1}{2}\left(\tfrac{1}{2}MR^2\right)\left(\frac{v_{CM}}{R}\right)^2 + \tfrac{1}{2}Mv_{CM}^2 = \tfrac{1}{4}Mv_{CM}^2 + \tfrac{1}{2}Mv_{CM}^2$$
$$= \tfrac{3}{4}Mv_{CM}^2 = \tfrac{3}{4}(1.0\text{ kg})(1.8\text{ m/s})^2 = 2.4\text{ J}$$

b) La energía cinética rotacional K_r del cilindro es el primer término de la ecuación anterior, así que formamos un cociente en forma simbólica para obtener

$$\frac{K_r}{K} = \frac{\frac{1}{4}Mv_{CM}^2}{\frac{3}{4}Mv_{CM}^2} = \tfrac{1}{3}(\times 100\%) = 33\%$$

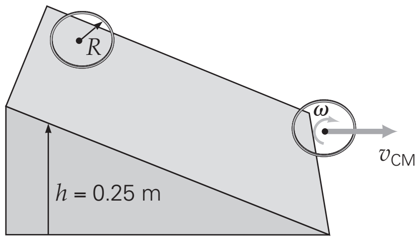
Así, la energía cinética total del cilindro se compone de una parte rotacional y una traslacional, siendo la rotacional la tercera parte del total.

En el inciso *b* no necesitamos el radio del cilindro ni la masa. Como usamos un cociente, se cancelaron estas cantidades. Sin embargo, *no* hay que pensar que esta división exacta de la energía es un resultado general. Es fácil demostrar que el porcentaje es distinto para objetos con diferente momento de inercia. Por ejemplo, cabe esperar que una esfera rodante tenga un porcentaje menor de energía cinética rotacional que un cilindro, porque su momento de inercia es menor $\left(I = \frac{2}{5}MR^2\right)$.

Ejercicio de refuerzo. Podemos incluir la energía potencial aplicando la conservación de la energía a un objeto que rueda por un plano inclinado. En este ejemplo, suponga que el cilindro sube por un plano inclinado de 20° sin resbalar. *a*) ¿A qué altura vertical (medida por la distancia vertical de su CM) en el plano se detendrá el cilindro? *b*) Para calcular la altura en el inciso a), el lector seguramente igualó la energía cinética inicial con la energía potencial gravitacional final. Es decir, la energía cinética total se redujo por el trabajo efectuado por la gravedad. Sin embargo, también actúa una fuerza de fricción (que evita el deslizamiento). ¿No efectúa trabajo también esa fuerza?

Ejemplo 6.16 ■ Bajar rodando o resbalando: ¿cuál es más rápido?

Un aro cilíndrico uniforme se suelta desde el reposo a una altura de 0.25 m en un plano inclinado, cerca de su parte superior (▸figura 6.26). Si el cilindro baja rodando por el plano sin resbalar y no se pierde energía por la fricción, ¿qué rapidez lineal tiene el centro de masa del cilindro en la base de la pendiente?



▲ **FIGURA 6.26 Movimiento rodante y energía** Cuando un objeto baja rodando por un plano inclinado, hay conversión de energía potencial en energía cinética traslacional y rotacional. Esto hace al rodamiento más lento que el deslizamiento sin fricción. Véase el ejemplo 6.16.

Razonamiento. Aquí, energía potencial gravitacional se convierte en energía cinética, tanto rotacional como traslacional. La energía (mecánica) se conserva, pues W_f es cero.

Solución.

Dado: $h = 0.25$ m
$I_{CM} = MR^2$ (de la figura 6.20d)

Encuentre: v_{CM} (rapidez del CM)

Puesto que la energía mecánica total del cilindro se conserva, se escribe

$$E_o = E$$

o bien, como $v_o = 0$ en la cima de la pendiente, y suponiendo que $U = 0$ en la base,

$$U_o = K$$

$$\underset{\textit{inicialmente en reposo}}{Mgh} = \underset{\textit{en la base de la pendiente}}{\tfrac{1}{2}I_{CM}\omega^2 + \tfrac{1}{2}Mv_{CM}^2}$$

Si usamos la condición para rodamiento, $v_{CM} = R\omega$, obtendremos

$$Mgh = \tfrac{1}{2}(MR^2)\left(\frac{v_{CM}}{R}\right)^2 + \tfrac{1}{2}Mv_{CM}^2 = Mv_{CM}^2$$

Despejamos v_{CM},

$$v_{CM} = \sqrt{gh} = \sqrt{(9.8\text{ m/s}^2)(0.25\text{ m})} = 1.6\text{ m/s}$$

Aquí tampoco necesitamos mucha información numérica. Observe que el aro bajó rodando desde la misma altura hasta la que subió el cilindro del ejercicio de refuerzo del ejemplo 6.15, pero la rapidez del aro es menor que la del cilindro en la base de la rampa. ¿Por qué? Por la diferencia en los momentos de inercia.

Ejercicio de refuerzo. Suponga que el plano inclinado de este ejemplo no tiene fricción y el aro baja deslizándose en vez de rodar. ¿Cómo se compararía su rapidez en la base en este caso? ¿Por qué son distintas las rapideces?

Carrera arreglada

Como muestra el ejemplo 6.16, para un objeto que se rueda hacia abajo sobre un plano inclinado, sin resbalarse, v_{CM} es independiente de M y de R. Las masas y los radios se cancelan, de manera que todos los objetos de una forma específica (con la misma ecuación de momento de inercia) ruedan con la misma rapidez lineal, sean cuales fueren su tamaño y su densidad. Sin embargo, tal rapidez sí varía con el momento de inercia, que varía dependiendo de la forma. Por lo tanto, cuerpos rígidos de diferente forma ruedan con diferente rapidez. Por ejemplo, si soltamos un aro cilíndrico, un cilindro sólido y una esfera uniforme al mismo tiempo desde la cima de un plano inclinado, la esfera ganaría la carrera para llegar a la base, seguida del cilindro, con el aro llegando en último lugar, ¡siempre!

El lector puede ensayar este experimento con unas cuantas latas de alimentos y otros recipientes cilíndricos —uno lleno con algún material sólido (efectivamente, un cuerpo rígido) y otro vacío y con los extremos recortados— y una esfera sólida lisa. Recuerde que ni las masas ni los radios importan. Pensaríamos que un cilindro anular (un cilindro hueco cuyos radios externo e interno difieren considerablemente; figura 6.20f) sería el posible ganador de una carrera así, pero siempre pierde. La carrera rodando cuesta abajo está arreglada, aunque se varíen las masas y los radios.

Otro aspecto del rodamiento se trata en la sección A fondo 6.2: ¿Resbalar o rodar hasta parar?

6.5 Cantidad de movimiento angular

OBJETIVOS: *a*) Definir cantidad de movimiento angular y *b*) aplicar el principio de la conservación de la cantidad de movimiento angular a situaciones físicas.

Otra cantidad importante en el movimiento rotacional es la cantidad de movimiento angular. En la sección 4.1 vimos cómo una fuerza altera la cantidad de movimiento lineal de un objeto. De forma análoga, los cambios en la cantidad de movimiento angular están asociados al momento de fuerza. Como vimos, el momento de fuerza es el producto de un brazo de palanca y una fuerza. Asimismo, la **cantidad de movimiento angular (L)** es el producto de un brazo de palanca y una cantidad de movimiento lineal. Para una partícula de masa m, la magnitud de la cantidad de movimiento lineal es $p = mv$, donde $v = r\omega$. La magnitud de la cantidad de movimiento angular es

$$L = r_\perp p = mr_\perp v = mr_\perp^2\omega \quad \textit{cantidad de movimiento angular de una partícula} \quad (6.14)$$

Unidad SI de cantidad de movimiento angular: kilogramo-metro al cuadrado sobre segundo ($\text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}$) donde v es la rapidez de la partícula, $r_\perp$ es el brazo de palanca y ω es la rapidez angular.

En un movimiento circular, $r_\perp = r$, porque $\vec{\mathbf{v}}$ es perpendicular a $\vec{\mathbf{r}}$. En un sistema de partículas que constituyen un cuerpo rígido, todas las partículas describen círculos, y la magnitud total de la cantidad de movimiento angular es

$$L = \left(\sum m_i r_i^2\right)\omega = I\omega \quad \textit{cantidad de movimiento angular de un cuerdo rígido} \quad (6.15)$$

que es, en el caso de rotación en torno a un eje fijo (en notación vectorial),

$$\vec{\mathbf{L}} = I\vec{\boldsymbol{\omega}} \quad (6.16)$$

Así pues, $\vec{\mathbf{L}}$ tiene la dirección del vector de velocidad angular $(\vec{\boldsymbol{\omega}})$. Esa dirección está dada por la regla de la mano derecha.

En movimiento rectilíneo, el cambio de la cantidad de movimiento lineal total de un sistema está relacionado con la fuerza externa por $\vec{\mathbf{F}}_{\text{neta}} = \Delta\vec{\mathbf{P}}/\Delta t$. La cantidad de movimiento angular está relacionada de manera análoga con el momento de fuerza neto (en magnitud):

Nota: repase la ecuación 4.3 de la sección 4.1.

$$\tau_{\text{neto}} = I\alpha = \frac{I\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\Delta(I\omega)}{\Delta t} = \frac{\Delta L}{\Delta t}$$

Es decir,

$$\tau_{\text{neto}} = \frac{\Delta L}{\Delta t} \quad (6.17)$$

Así, el momento de fuerza neto es igual a *la tasa de cambio de la cantidad de movimiento angular con el tiempo*. En otras palabras, un momento de fuerza neto produce un cambio en la cantidad de movimiento angular.

A FONDO 6.2 ¿RESBALAR O RODAR HASTA PARAR? FRENOS ANTIBLOQUEO

Durante una emergencia al conducir un vehículo, el instinto nos haría pisar a fondo el pedal del freno para intentar detener el vehículo rápidamente, es decir, en la distancia más corta. Sin embargo, con las ruedas bloqueadas, el coche derrapa, deslizándose hasta que se detiene, y muchas veces fuera de control. En tal caso, la fuerza de fricción deslizante actúa sobre las ruedas.

Para evitar el derrape, nos enseñan a bombear los frenos para detenernos rodando, no resbalando, sobre todo en un camino mojado o con hielo. Muchos automóviles modernos cuentan con un sistema computarizado de frenos que evita el bloqueo (ABS, *antilock braking system*) haciendo eso automáticamente. Cuando los frenos se aplican firmemente y el automóvil comienza a deslizarse, sensores en las ruedas detectan el deslizamiento y una computadora asume el control del sistema de frenado. Suelta momentáneamente los frenos y luego varía la presión del fluido de los frenos con una acción de bombeo (¡hasta 13 veces por segundo!), de manera que las ruedas sigan rodando sin derrapar.

Si no hay deslizamiento, actúan tanto la fricción rodante como la fricción estática. Sin embargo, en muchos casos la fuerza de fricción rodante es pequeña, y sólo hay que tomar en cuenta la fricción estática. El ABS trata de mantener la fricción estática cerca de su valor máximo, $f_s \approx f_{s_{máx}}$, lo cual no es fácil hacer con el pedal.

¿El hecho de resbalar en vez de rodar afecta mucho la distancia de frenado de un automóvil? Calculamos la diferencia suponiendo que la fricción de rodamiento es insignificante. Aunque la fuerza externa de la fricción estática no efectúa trabajo al disipar energía para detener un vehículo (esto se hace internamente por fricción con las zapatas), sí determina si las ruedas se deslizan o ruedan.

La distancia de frenado de un vehículo estaba dada por

$$x = \frac{v_o^2}{2a}$$

Por la segunda ley de Newton, la fuerza neta en la dirección horizontal es $F = f = \mu N = \mu mg = ma$, y la desaceleración es $a = \mu g$. Por lo tanto,

$$x = \frac{v_o^2}{2\,\mu g} \tag{1}$$

Sin embargo, como señalamos en el capítulo 2, el coeficiente de fricción deslizante (cinética) generalmente es menor que el de fricción estática; es decir, $\mu_k < \mu_s$. Podemos apreciar la diferencia general entre la detención rodante y la detención deslizante suponiendo la misma velocidad inicial v_o en ambos casos. Luego, utilizamos la ecuación 1 para formar un cociente:

$$\frac{x_{\text{rodante}}}{x_{\text{deslizante}}} = \frac{\mu_k}{\mu_s} \quad \text{o} \quad x_{\text{rodante}} = \left(\frac{\mu_k}{\mu_s}\right) x_{\text{deslizante}}$$

En la tabla 2.1 vemos que $\mu_k = 0.60$ para caucho sobre concreto húmedo, y el valor de μ_s para estas superficies es 0.80. Si usamos estos valores para comparar las distancias de frenado, obtenemos

$$x_{\text{rodante}} = \left(\frac{0.60}{0.80}\right) x_{\text{deslizante}} = (0.75)x_{\text{deslizante}}$$

Así, el automóvil se detiene rodando en el 75% de la distancia requerida para parar resbalando; por ejemplo, 15 m en vez de 20 m. Aunque esto podría variar dependiendo de las condiciones, podría ser una diferencia importante, incluso vital.

Conservación de la cantidad de movimiento angular

La ecuación 6.17 se dedujo utilizando $\tau_{\text{neto}} = I\alpha$, que es válido para un sistema rígido de partículas o un cuerpo rígido con momento de inercia constante. No obstante, la ecuación 6.17 es una ecuación general que también es válida para un sistema no rígido de partículas. En un sistema así, podría haber un cambio en la distribución de masa y un cambio en el momento de inercia. Por ello, podría haber aceleración angular incluso en ausencia de un momento de fuerza neto. ¿Cómo es posible esto?

Si el momento de fuerza neto sobre un sistema es cero, entonces, por la ecuación 6.17, $\vec{\boldsymbol{\tau}}_{\text{neto}} = \Delta\vec{\mathbf{L}}/\Delta t = 0$, y

$$\Delta\vec{\mathbf{L}} = \vec{\mathbf{L}} - \vec{\mathbf{L}}_o = I\vec{\boldsymbol{\omega}} - I_o\vec{\boldsymbol{\omega}}_o = 0$$

o bien,

$$I\omega = I_o\omega_o \tag{6.18}$$

Por lo tanto, la condición para la **conservación de la cantidad de movimiento angular** es:

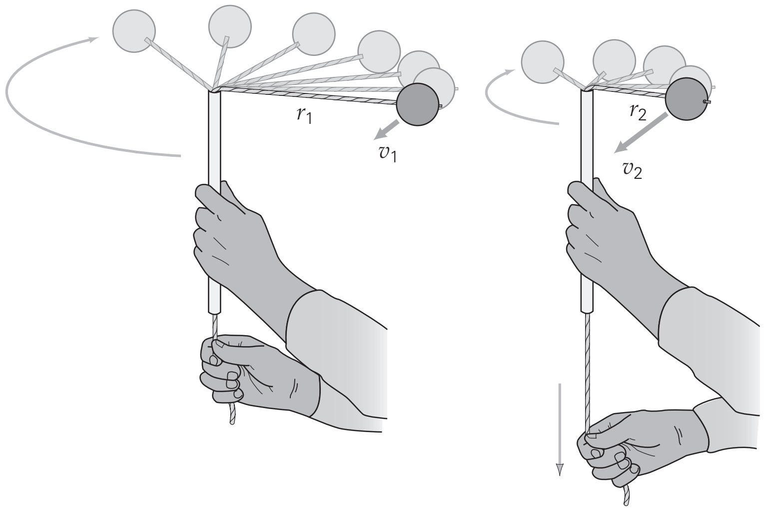
> En ausencia de un momento de fuerza externo, no equilibrado, se conserva (se mantiene constante) la cantidad de movimiento angular total (vectorial) de un sistema.

Conservación de la cantidad de movimiento angular

Al igual que con la cantidad de movimiento lineal total, se cancelan los momentos de fuerza internos que surgen de fuerzas internas.

Nota: la cantidad de movimiento angular se conserva cuando el momento de fuerza neto es cero. ($\vec{\mathbf{L}}$ es fija.) Ésta es la tercera ley de conservación en mecánica.

En un cuerpo rígido con momento de inercia constante (es decir, $I = I_o$), la rapidez angular se mantiene constante ($\omega = \omega_o$) en ausencia de un momento de fuerza neto. No obstante, en algunos sistemas podría cambiar el momento de inercia, lo cual ocasionaría un cambio en la rapidez angular, como ilustra el siguiente ejemplo.



▶ **FIGURA 6.27 Conservación de la cantidad de movimiento angular** Cuando se tira de la cuerda hacia abajo a través del tubo, acelera la pelota que da vueltas. Véase el ejemplo 6.17.

Ejemplo 6.17 ■ Tirón hacia abajo: conservación de la cantidad de movimiento angular

Una pelota pequeña, sujeta a una cuerda que pasa por un tubo, se mueve en un círculo como se ilustra en la ▲figura 6.27. Cuando se tira de la cuerda hacia abajo a través del tubo, aumenta la rapidez angular de la pelota. *a*) ¿Ese aumento en la rapidez angular se debe a un momento de fuerza causado por la fuerza de tracción? *b*) Si la pelota gira inicialmente con rapidez de 2.8 m/s en un círculo de 0.30 m de radio, ¿qué rapidez tangencial tendrá si el radio se reduce a 0.15 m tirando de la cuerda? (Desprecie la masa de la cuerda.)

Razonamiento. *a*) Se aplica una fuerza a la pelota a través de la cuerda; pero hay que considerar el eje de rotación. *b*) En ausencia de un momento de fuerza neto, se conserva la cantidad de movimiento angular (ecuación 6.18) y la rapidez tangencial está relacionada con la rapidez angular por $v = r\omega$.

Solución.

Dado:	$r_1 = 0.30$ m	***Encuentre:***	*a*) Causa del incremento en la rapidez angular
	$r_2 = 0.15$ m		*b*) v_2 (rapidez tangencial final)
	$v_1 = 2.8$ m/s		

***a*)** El cambio de velocidad angular, o aceleración angular, no se debe a un momento de fuerza producido por la fuerza de tracción. La fuerza sobre la pelota, transmitida por la cuerda (tensión) actúa pasando por el eje de rotación, así que su momento es cero. Puesto que la porción de la cuerda que gira se acorta, disminuye el momento de inercia de la pelota ($I = mr^2$, por la figura 6.20a). Como en ausencia de un momento de fuerza externo, se conserva la cantidad de movimiento angular ($I\omega$) de la pelota; y si se reduce I se debe incrementar ω.

***b*)** Puesto que se conserva la cantidad de movimiento angular, igualamos las magnitudes de las cantidades de movimiento angulares:

$$I_o\omega_o = I\omega$$

Luego, utilizando $I = mr^2$ y $\omega = v/r$, obtenemos

$$mr_1v_1 = mr_2v_2$$

y

$$v_2 = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)v_1 = \left(\frac{0.30 \text{ m}}{0.15 \text{ m}}\right)2.8 \text{ m/s} = 5.6 \text{ m/s}$$

Cuando se acorta la distancia radial, la pelota se acelera.

Ejercicio de refuerzo. Examinemos la situación de este ejemplo en términos de trabajo y energía. Si la rapidez inicial es la misma y la fuerza de tracción vertical es 7.8 N, ¿qué rapidez final tendrá la pelota de 0.10 kg?

El ejemplo 6.17 debería ayudarnos a entender la ley de Kepler de áreas iguales (capítulo 7) desde otro punto de vista. La cantidad de movimiento angular de un planeta se conserva aproximadamente, ignorando el débil momento de fuerza gravitacional de otros planetas. (La fuerza gravitacional del Sol sobre un planeta produce poco o ningún momento de fuerza sobre él. ¿Por qué?) Por lo tanto, cuando un planeta está más cerca del Sol en su órbita elíptica, tiene un menor brazo de palanca y su rapidez es mayor, por la conservación de la cantidad de movimiento angular. [Éste es el fundamento de la segunda ley de Kepler (ley de áreas), sección 5.6.] Asimismo, cuando la altura de un satélite en órbita varía durante el curso de una órbita elíptica en torno a un planeta, el satélite se acelera o se frena por el mismo principio.

Cantidad de movimiento angular en la vida real

En la ▾figura 6.28a se muestra una demostración muy utilizada de la conservación de la cantidad de movimiento angular. Un individuo sentado en un banco giratorio sostiene pesas con los brazos extendidos y se le pone a girar lentamente. Alguien más debe proporcionar un momento de fuerza exterior que inicie esta rotación, porque el individuo en el banco no puede iniciar el movimiento por sí mismo. (¿Por qué no?) Una vez que está girando, si acerca sus brazos al cuerpo, aumenta la rapidez angular y gira con mucho mayor rapidez. Si vuelve a extender los brazos, nuevamente desacelerará. ¿Puede el lector explicar este fenómeno?

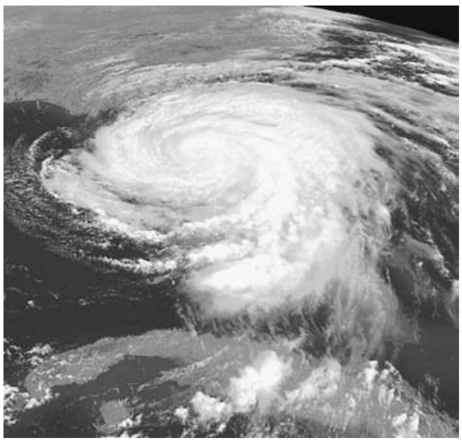
Si L es constante, ¿qué sucede con ω cuando I se reduce disminuyendo r? La rapidez angular debe aumentar para compensar la reducción de I y mantener L constante. Los patinadores en hielo giran con gran velocidad acercando sus brazos al eje de su cuerpo para reducir su momento de inercia (figura 6.28b). De forma similar, un clavadista gira durante un clavado alto acercando el tronco del cuerpo a sus extremidades, con lo que reduce considerablemente su momento de inercia. Las enormes rapideces del viento en los tornados y huracanes representan otro ejemplo del mismo efecto (figura 6.28c).

La cantidad de movimiento angular también es importante en los saltos de patinaje artístico, en los cuales el patinador gira en el aire, como en un triple axel o un triple lutz. Un momento de fuerza que se aplica al saltar imparte al patinador cantidad de movimiento angular, y los brazos y piernas se acercan al eje del cuerpo para reducir el momento de inercia y aumentar la rapidez angular, para así efectuar varios giros durante el salto. Para aterrizar con menor rapidez angular, el patinador extiende los brazos y la pierna que no tocará el hielo. Quizás el lector se haya fijado en que casi todos estos aterrizajes siguen una trayectoria curva, la cual permite al patinador recuperar el control.

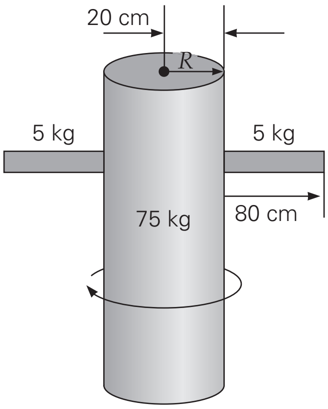
a)

◀ **FIGURA 6.28** Cambio en el momento de inercia ***a)*** Girando lentamente con masas en los brazos extendidos, el momento de inercia de este individuo es relativamente grande. (Las masas están lejos del eje de rotación.) El hombre está aislado: no actúan sobre él momentos de fuerza externos (si despreciamos la fricción), así que se conserva su cantidad de movimiento angular, $L = I\omega$. Cuando junta los brazos al cuerpo, disminuye su momento de inercia. (¿Por qué?) En consecuencia, ω debe aumentar, y el giro se hace vertiginoso. ***b)*** Los patinadores en hielo modifican su momento de inercia para incrementar ω al girar. ***c)*** El mismo principio ayuda a explicar la violencia de los vientos que giran en torno al centro de un huracán. Al precipitarse aire hacia el centro de la tormenta, donde la presión es baja, su velocidad de rotación debe aumentar para que se conserve la cantidad de movimiento angular.

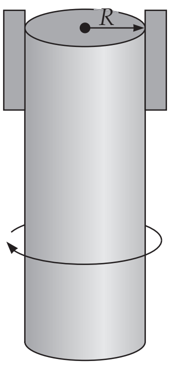
b)



c)



a) Brazos extendidos (no está a escala)



b) Brazos sobre la cabeza

▲ **FIGURA 6.29 Modelo de un patinador** Cambios en el momento de inercia y en el giro. Véase el ejemplo 6.18.

Ejemplo 6.18 ■ Un patinador como modelo

Por lo general, las situaciones de la vida real son complejas, pero algunas se pueden analizar usando modelos simples. En la ◂figura 6.29 se ilustra un modelo para analizar el giro de un patinador, empleando un cilindro y dos varillas para representarlo. En el inciso *a* el patinador inicia el giro con los "brazos" extendidos; mientras que en el inciso *b* los "brazos" están sobre la cabeza para lograr un giro más rápido por la conservación de la cantidad de movimiento angular. Si la rapidez de giro inicial es 1 revolución por 1.5 s, ¿cuál será la rapidez angular cuando los brazos están pegados al cuerpo?

Razonamiento. El cuerpo y los brazos de un patinador se representan con un cilindro y unas varillas, de manera que conozcamos los momentos de inercia (figura 6.20). Hay que dar atención especial al hecho de encontrar el momento de inercia de los brazos alrededor del eje de rotación (a través del cilindro). Esto puede hacerse aplicando el teorema del eje paralelo (ecuación 6.8).

Si se conserva la cantidad de movimiento angular, $L = L_o$ o $I\omega = I_o\omega_o$, conociendo la rapidez angular inicial y dadas las cantidades para evaluar los momentos de inercia (figura 6.29), es posible determinar la rapidez angular final.

Solución. Se listan los datos (véase la figura 6.29):

Dado: $\omega_o = (1\text{ rev}/1.5\text{ s})(2\pi\text{ rad/rev}) = 4.2\text{ rad/s}$ ***Encuentre:*** ω (rapidez angular final)

$M_c = 75$ kg (el cilindro o el cuerpo)

$M_r = 5.0$ kg (una varilla o un brazo)

$R = 20\text{ cm} = 0.20\text{ m}$

$L = 80\text{ cm} = 0.80\text{ m}$

Momento de inercia (a partir de la figura 6.20).

cilindro: $I_c = \frac{1}{2}M_cR^2$ varilla: $I_r = \frac{1}{12}M_rL^2$

Primero calculemos los momentos de inercia del sistema utilizando el teorema del eje paralelo, $I = I_{cm} + Md^2$ (ecuación 6.8).

Antes: El I_c del cilindro es una recta hacia delante (figura 6.20e):

$$I_c = \tfrac{1}{2}M_cR^2 = \tfrac{1}{2}(75\text{ kg})(0.20\text{ m})^2 = 1.5\text{ kg}\cdot\text{m}^2$$

Refiriendo el momento de inercia de una varilla horizontal (figura 6.29a) al eje de rotación del cilindro mediante el teorema del eje paralelo:

$$I_r = I_{cm(\text{varilla})} + Md^2$$

$= \frac{1}{12}M_rL^2 + M_r(R + L/2)^2$ donde el eje paralelo a través del CM de la varilla es una distancia de $R + L/2$ a partir del eje de rotación.

$$= \tfrac{1}{12}(5.0\text{ kg})(0.80\text{ m})^2 + (5.0\text{ kg})(0.20\text{ m} + 0.40\text{ m})^2 = 2.1\text{ kg}\cdot\text{m}^2$$

Además, $I_o = I_c + 2I_r = 1.5\text{ kg}\cdot\text{m}^2 + 2(2.1\text{ kg}\cdot\text{m}^2) = 5.7\text{ kg}\cdot\text{m}^2$

Después: En la figura 6.29b, al tratar la masa de un brazo como si su centro de masa ahora estuviera a sólo unos 20 cm del eje de rotación, el momento de inercia de cada brazo es $I = M_rR^2$ (figura 6.20b), e

$$I = I_c + 2(M_rR^2) = 1.5\text{ kg}\cdot\text{m}^2 + 2(5.0\text{ kg}\cdot\text{m}^2)(0.20\text{ m})^2 = 1.9\text{ kg}\cdot\text{m}^2$$

Entonces, con la conservación de la cantidad de movimiento angular, $L = L_o$ o $I\omega = I_o\omega_o$ y

$$\omega = \left(\frac{I_a}{I_b}\right)\omega_o = \left(\frac{5.7\text{ kg}\cdot\text{m}^2}{1.9\text{ kg}\cdot\text{m}^2}\right)(4.2\text{ rad/s}) = 13\text{ rad/s}$$

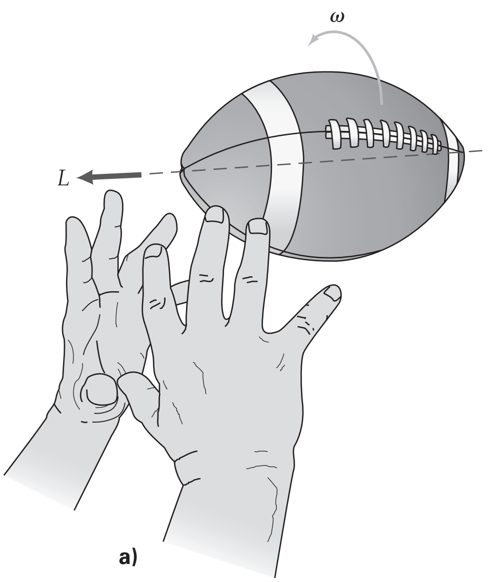
De manera que la rapidez angular se incrementa por un factor de 3.

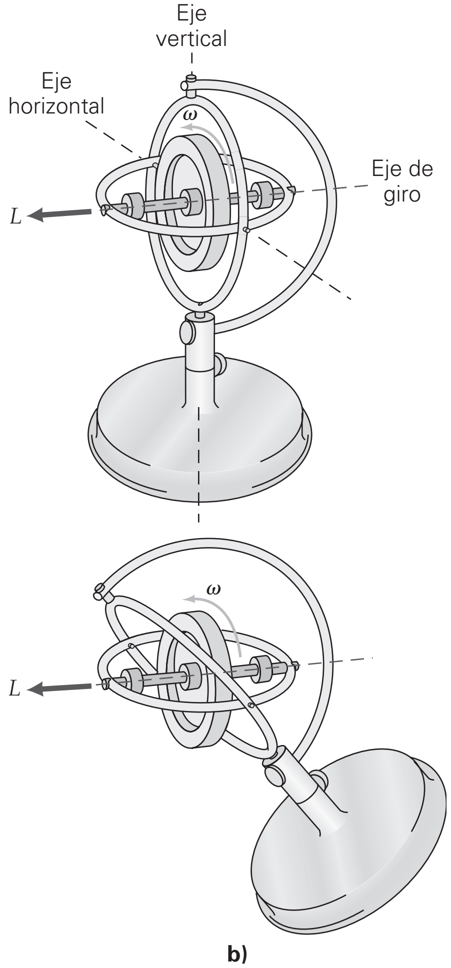
Ejercicio de refuerzo. Suponga que un patinador con el 75% de la masa del patinador del ejercicio realiza un giro. ¿Cuál sería la rapidez de giro ω en este caso? (Considere que todas las masas se reducen al 75%.)

La cantidad de movimiento angular, $\vec{\mathbf{L}}$, es un vector, y cuando se conserva o es constante, no deben cambiar su magnitud ni su dirección. Así, cuando no actúan momentos de fuerza externos, la dirección de $\vec{\mathbf{L}}$ es fija en el espacio. Éste es el principio en que se basa la precisión de los pases en fútbol americano, así como el movimiento de una brújula giroscópica (▸figura 6.30). En fútbol americano, el balón generalmente se lanza con una espiral. Este giro, o acción giroscópica, estabiliza el eje de rotación del balón en la dirección del movimiento. Asimismo, el acanalado del cañón de un rifle imparte un giro a las balas, con la finalidad de aumentar su estabilidad direccional.

En la brújula, el vector $\vec{\mathbf{L}}$ de un giroscopio en rotación se ajusta a una dirección dada (generalmente el norte). En ausencia de momentos de fuerza externos, no cambia la dirección de la brújula, aunque su portador (un avión o barco, por ejemplo) cambie de dirección. Quizás el lector haya jugado con un giroscopio de juguete que se pone a girar y se coloca sobre un pedestal. Cuando está "dormido", el giroscopio se mantiene ergui-

FIGURA 6.30 Dirección constante de la cantidad de movimiento angular Cuando se conserva la cantidad de movimiento angular, su dirección permanece constante en el espacio. ***a)*** Este principio se observa al lanzar un balón. ***b)*** También hay acción giroscópica en un giroscopio: una rueda giratoria montada universalmente en anillos de modo que pueda girar libremente en torno a cualquier eje. Cuando la montura se mueve, la rueda mantiene su dirección. Éste es el principio de la brújula giroscópica.





do durante algún tiempo, con su vector de cantidad de movimiento angular fijo en el espacio. El centro de gravedad del giroscopio está en el eje de rotación, así que no hay un momento de fuerza neto debido al peso.

Sin embargo, a final de cuentas el giroscopio pierde aceleración debido a la fricción, y esto hace que $\vec{\mathbf{L}}$ se incline. Al observar este movimiento, es posible que el lector haya notado cómo el eje de rotación da vueltas (en un movimiento llamado *precesión*) en torno al eje vertical. Da vueltas inclinado, por decirlo de alguna manera (figura 6.30b). Por la precesión del giroscopio, el vector de cantidad de movimiento angular $\vec{\mathbf{L}}$ ya no es constante en cuanto a dirección, lo que indica que un momento de fuerza está actuando para producir un cambio $(\Delta\vec{\mathbf{L}})$ con el tiempo. Como se aprecia en la figura, el momento de fuerza surge del componente vertical del peso, porque el centro de gravedad ya no está directamente arriba del punto de apoyo o en el eje vertical de rotación. El momento de fuerza instantáneo es tal que el eje del giroscopio se mueve, o "precesa", en torno al eje vertical.

De forma similar, el eje de rotación de la Tierra experimenta precesión. Dicho eje tiene una inclinación de 23.5° con respecto a una línea perpendicular al plano de su órbita en torno al Sol; el eje "precesa" en torno a esta línea (▼figura 6.31). La precesión se debe a pequeños momentos de fuerza gravitacionales que el Sol y la Luna ejercen sobre la Tierra.

El periodo de precesión del eje terrestre es de aproximadamente 26 000 años, así que la precesión no tiene un efecto cotidiano muy perceptible. No obstante, sí tiene un interesante efecto a largo plazo. Polaris no siempre será (ni siempre ha sido) la Estrella Polar, es decir, la estrella hacia la que apunta el eje de rotación de la Tierra. Hace unos 5000 años, Alfa Draconis era la Estrella Polar, y dentro de 5000 años lo será Alfa Cefeida, que está a una distancia angular de unos 68° de Polaris en el círculo descrito por la precesión del eje terrestre.

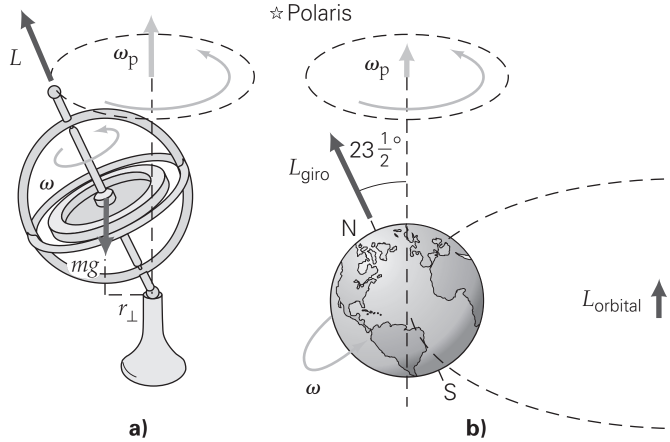


FIGURA 6.31 Precisión Un momento de fuerza externo origina un cambio de cantidad de movimiento angular. ***a)*** En un giroscopio, el cambio es direccional, y el eje de rotación experimenta precesión con una aceleración angular ω_p en torno a una línea vertical. (El momento de fuerza debido al peso apuntaría hacia afuera de la página en este dibujo, lo mismo que $\Delta\vec{\mathbf{L}}$.) Aunque hay un momento de fuerza que haría que el giroscopio estático se desplomara, un giroscopio en rotación no se cae. ***b)*** Asimismo, el eje de la Tierra tiene precesión debido a momentos de fuerza gravitacionales producidos por el Sol y la Luna. No notamos este movimiento porque su periodo de precesión es de unos 26 000 años.

Hay otros efectos de momento de fuerza que actúan a largo plazo sobre la Tierra y la Luna. ¿Sabía usted que la rapidez de rotación diaria de la Tierra está disminuyendo, por lo cual los días son cada vez más largos? ¿Sabía que la Luna se está alejando de la Tierra? Esto se debe primordialmente a la fricción de las mareas oceánicas, que produce un momento de fuerza. El resultado es que la cantidad de movimiento angular de giro de la Tierra y, por ende, su rapidez de rotación, está cambiando. Esta desaceleración de la rotación hará que este siglo sea unos 25 segundos más largo que el anterior.

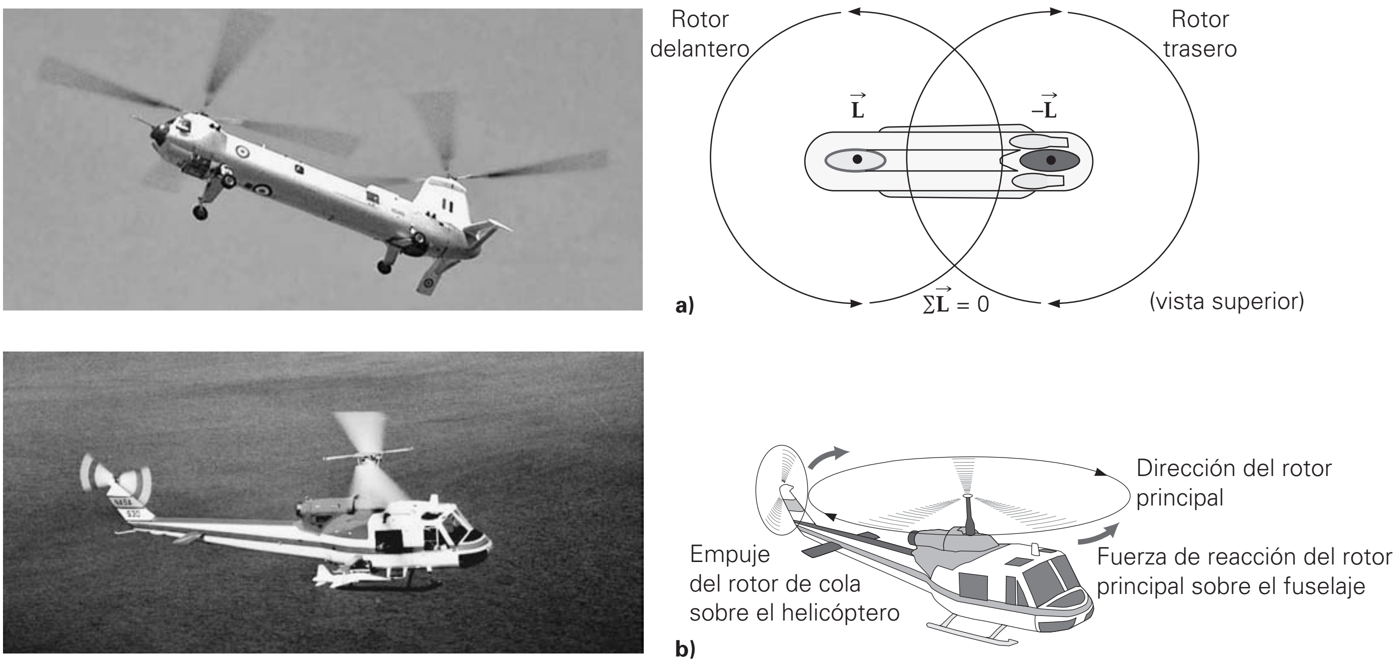
Dicha desaceleración, sin embargo, es un valor promedio. Ocasionalmente, la rotación de la Tierra se acelera durante periodos relativamente corto. Se cree que ello tiene que ver con la inercia rotacional de la capa líquida del núcleo terrestre. (Véase la sección A fondo 11.1 de la página 388.)

El momento de fuerza de las mareas se debe principalmente a la atracción gravitacional de la Luna, que es la causa fundamental de las mareas oceánicas. Este momento de fuerza es *interno* respecto al sistema Tierra-Luna, y se conserva la cantidad de movimiento angular total de ese sistema. Como la Tierra está perdiendo cantidad de movimiento angular, la Luna debe estar ganando cantidad de movimiento angular para que el total del sistema se mantenga constante. La Tierra pierde cantidad de movimiento angular de rotación; en tanto que la Luna gana cantidad de movimiento angular orbital. Por ello, la Luna se aleja poco a poco de la Tierra y disminuye su rapidez orbital. Tal alejamiento es de aproximadamente 4 cm por año. Por lo tanto, la Luna describe una espiral que se ensancha lentamente.

Por último, un ejemplo común donde la cantidad de movimiento angular es una consideración importante es el helicóptero. ¿Qué sucedería si un helicóptero sólo tuviera un rotor? Puesto que el motor que genera el momento de fuerza es interno, la cantidad de movimiento angular se conserva. Inicialmente, $\vec{\mathbf{L}} = 0$; por lo tanto, para conservar la cantidad de movimiento angular total del sistema (rotor más fuselaje), las cantidades de movimiento angulares individuales del rotor y el fuselaje deberían tener direcciones opuestas para cancelarse. Al despegar, el rotor giraría en un sentido y el fuselaje del helicóptero giraría en el otro, lo cual es algo nada deseable.

Para que no se presente esta situación, los helicópteros tienen dos rotores. Los helicópteros grandes tienen dos rotores traslapantes (▼figura 6.32a). Las cantidades de movimiento angulares de los rotores, que giran en direcciones opuestas, se cancelan, así que el fuselaje no tiene que girar para cancelar la cantidad de movimiento angular. Los rotores están a diferente altura para que sus aspas no choquen.

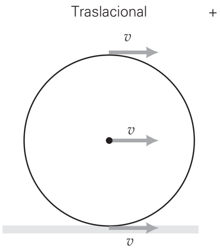
Los helicópteros pequeños con un solo rotor en la parte superior tienen un pequeño rotor en la cola para producir un momento de fuerza opuesto (figura 6.32b). Este rotor genera un empuje como el de una hélice y el momento de fuerza correspondiente compensa el momento de fuerza producido por el rotor principal. Además, el rotor de cola también ayuda a guiar la nave y, al aumentar o reducir su empuje, hace que el helicóptero gire en un sentido o en el otro.



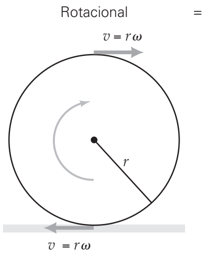
▼ **FIGURA 6.32 Diferentes rotores** Véase la descripción en el texto.

Repaso del capítulo

- En el **movimiento traslacional puro**, todas las partículas de un cuerpo rígido tienen la misma velocidad instantánea.



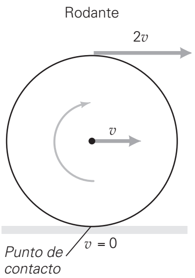
- En el **movimiento rotacional puro (en torno a un eje fijo)**, todas las partículas de un cuerpo rígido tienen la misma velocidad angular instantánea.



Condición para rodar sin resbalar:

$$v_{CM} = r\omega \qquad (6.1)$$

$$(\text{o } s = r\theta \qquad \text{o} \qquad a_{CM} = r\alpha)$$

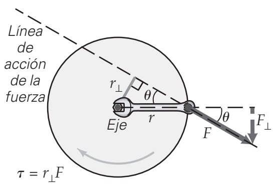


- El **momento de fuerza ($\vec{\tau}$)**, que es el análogo rotacional de la fuerza, es el producto de una fuerza y un brazo de palanca.

  Momento de fuerza (magnitud):

$$\tau = r_{\perp}F = rF \operatorname{sen}\theta \qquad (6.2)$$

(La dirección está dada por la regla de la mano derecha)

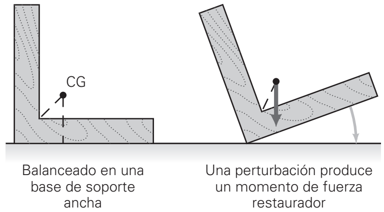


- El **equilibrio mecánico** requiere que la fuerza neta, o la sumatoria de las fuerzas, sea cero (equilibrio traslacional); y que el momento de fuerza neto, o sumatoria de los momentos de fuerza, sea cero (equilibrio rotacional).

  Condiciones para equilibrio mecánico traslacional y rotacional, respectivamente:

$$\vec{\mathbf{F}}_{\text{neta}} = \Sigma\vec{\mathbf{F}}_i = 0 \qquad \text{y} \qquad \vec{\boldsymbol{\tau}}_{\text{neto}} = \Sigma\vec{\boldsymbol{\tau}}_i = 0 \qquad (6.3)$$

- Un objeto está en **equilibrio estable** si su centro de gravedad, después de un pequeño desplazamiento, queda arriba y dentro de la base de soporte original del objeto.



a) Equilibrio estable

- El **momento de inercia (I)** es el análogo rotacional de la masa y está dado por

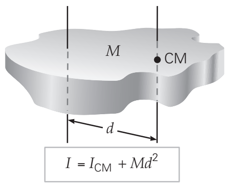
$$I = \Sigma m_i r_i^2 \qquad (6.6)$$

Forma rotacional de la segunda ley de Newton:

$$\vec{\boldsymbol{\tau}}_{\text{neto}} = I\vec{\boldsymbol{\alpha}} \qquad (6.7)$$

Teorema de ejes paralelos:

$$I = I_{CM} + Md^2 \qquad (6.8)$$



Trabajo rotacional:

$$W = \tau\theta \qquad (6.9)$$

Potencia rotacional:

$$P = \tau\omega \qquad (6.10)$$

Teorema trabajo-energía (rotacional):

$$W_{\text{neto}} = \tfrac{1}{2}I\omega^2 - \tfrac{1}{2}I\omega_o^2 = \Delta K \qquad (6.11)$$

Energía cinética rotacional:

$$K = \tfrac{1}{2}I\omega^2 \qquad (6.12)$$

Energía cinética de un objeto rodante (sin deslizamiento):

$$K = \tfrac{1}{2}I_{CM}\omega^2 + \tfrac{1}{2}Mv_{CM}^2 \qquad (6.13)$$

- La **cantidad de movimiento angular**: el producto de un brazo de palanca y una cantidad de movimiento lineal, o de un momento de inercia y una velocidad angular.

  Cantidad de movimiento angular de una partícula en movimiento circular magnitud):

$$L = r_{\perp}p = mr_{\perp}v = mr_{\perp}^2\omega \qquad (6.14)$$

Cantidad de movimiento angular de un cuerpo rígido:

$$\vec{\mathbf{L}} = I\vec{\boldsymbol{\omega}} \qquad (6.16)$$

Momento de fuerza como cambio de cantidad de movimiento angular (forma de magnitud:

$$\vec{\boldsymbol{\tau}}_{\text{neto}} = \frac{\Delta\vec{\mathbf{L}}}{\Delta t} \qquad (6.17)$$

Conservación de la cantidad de movimiento angular (con $\vec{\boldsymbol{\tau}}_{\text{neto}} = 0$):

$$L = L_o \qquad \text{o} \qquad I\omega = I_o\omega_o \qquad (6.18)$$

La cantidad de movimiento angular se conserva en la ausencia de un momento de fuerza externo y no equilibrado.

Ejercicios

Los ejercicios designados **OM** *son preguntas de opción múltiple; los* **PC** *son preguntas conceptuales; y los* **EI** *son ejercicios integrados. A lo largo del texto, muchas secciones de ejercicios incluirán ejercicios "apareados". Estos pares de ejercicios, que se identifican con números subrayados, pretenden ayudar al lector a resolver problemas y aprender. La respuesta a los ejercicios de número impar se da al final del libro.*

6.1 Cuerpos rígidos, traslaciones y rotaciones

1. **OM** En el movimiento rotacional puro de un cuerpo rígido, *a*) todas las partículas del cuerpo tienen la misma velocidad angular, *b*) todas las partículas del cuerpo tienen la misma velocidad tangencial, *c*) la aceleración siempre es cero o *d*) siempre hay dos ejes de rotación simultáneos.

2. **OM** Para un objeto sólo con movimiento de rotación, todas sus partículas tienen la misma *a*) velocidad instantánea, *b*) velocidad promedio, *c*) distancia a partir del eje de rotación, *d*) velocidad angular instantánea.

3. **OM** La condición para rodar sin resbalar es *a*) $a_c = r\omega^2$, *b*) $v_{CM} = r\omega$, *c*) $F = ma$ o *d*) $a_c = v^2/r$.

4. **OM** Un objeto rodante *a*) tiene un eje de rotación a través del eje de simetría, *b*) tiene una velocidad cero en el punto o línea de contacto, *c*) se deslizará si $s = r\theta$, *d*) todas las opciones anteriores son verdaderas.

5. **OM** Para los neumáticos de un automóvil que se derrapa, *a*) $v_{CM} = r\omega$, *b*) $v_{CM} > r\omega$, *c*) $v_{CM} < r\omega$, *d*) ninguna de las anteriores.

6. **PC** Suponga que un compañero de su clase de física dice que un cuerpo rígido puede tener movimiento traslacional y rotacional al mismo tiempo. ¿Estaría de acuerdo? Si lo está, dé un ejemplo.

7. **PC** ¿Qué sucedería si la rapidez tangencial v de un cilindro rodante fuera menor que $r\omega$? ¿v puede ser mayor que $r\omega$? Explique.

8. **PC** Si la parte más alta de un neumático se mueve con rapidez v, ¿qué marcará el velocímetro del automóvil?

9. ● Una rueda va rodando uniformemente en un plano, sin resbalar. Un poco de fango sale despedido de la rueda en la posición correspondiente las 9:00 en un reloj (parte trasera de la rueda). Describa el movimiento subsecuente del fango.

<u>10.</u> ● Una cuerda pasa sobre una polea circular de 6.5 cm de radio. Si la polea da cuatro vueltas sin que la cuerda resbale, ¿qué longitud de cuerda pasará por la polea?

<u>11.</u> ● Una rueda da cinco vueltas sobre una superficie horizontal sin resbalar. Si el centro de la rueda avanza 3.2 m, ¿qué radio tendrá la rueda?

12. ●● Una bola de bolos con un radio de 15.0 cm se desplaza por la pista de manera que su centro de masa se mueve a 3.60 m/s. El jugador estima que realiza 7.50 revoluciones completas en 2.00 segundos. ¿Está rodando sin deslizarse? Pruebe su respuesta suponiendo que la observación rápida del jugador limita las respuestas a dos cifras significativas.

13. ●● Una esfera con 15 cm de radio rueda sobre una superficie horizontal y la rapidez traslacional del centro de masa es 0.25 m/s. Calcule la rapidez angular en torno al centro de masa si la esfera rueda sin resbalar.

14. **EI** ●● *a*) Cuando un disco rueda sin resbalar, ¿el producto $r\omega$ debería ser 1) mayor que, 2) igual a o 3) menor que v_{CM}? *b*) Un disco de 0.15 m de radio gira 270° mientras avanza 0.71 m. ¿El disco rueda sin resbalar? Justifique su respuesta.

15. ●●● Una pelota de bocce (o bochas, un deporte popular en Italia) con un diámetro de 6.00 cm rueda sin deslizarse sobre un césped horizontal. Tiene una rapidez angular inicial de 2.35 rad/s y llega al reposo después de 2.50 m. Suponiendo que la deceleración es constante, *a*) determine la magnitud de su deceleración angular y *b*) la magnitud de la aceleración tangencial máxima de la superficie de la pelota (indique dónde se localiza esa parte).

16. ●●● Un cilindro de 20 cm de diámetro rueda con rapidez angular de 0.50 rad/s sobre una superficie horizontal. Si el cilindro experimenta una aceleración tangencial uniforme de 0.018 m/s^2 sin resbalar hasta que su rapidez angular sea de 1.25 rad/s, ¿cuántas revoluciones completas habrá efectuado el cilindro durante su aceleración?

6.2 Momento de fuerza, equilibrio y estabilidad

17. **OM** Es posible tener un momento de fuerza neto cuando *a*) todas las fuerzas actúan a través del eje de rotación, *b*) $\sum \vec{\mathbf{F}}_i = 0$, *c*) un objeto está en equilibrio rotacional o *d*) un objeto permanece en equilibrio inestable.

18. **OM** Si un objeto en equilibrio inestable se desplaza un poco, *a*) su energía potencial disminuirá, *b*) el centro de gravedad estará directamente arriba del eje de rotación, *c*) no se efectuará trabajo gravitacional o *d*) entrará en equilibrio estable.

19. **OM** Un momento de fuerza tiene las mismas unidades que *a*) el trabajo, *b*) la fuerza, *c*) la velocidad angular o *d*) la aceleración angular.

20. **PC** Si levantamos objetos usando la espalda en vez de las piernas, es común que nos duela la espalda. ¿Por qué?

21. **PC** Una gimnasta sobre la barra de equilibrio se agacha cuando siente que está perdiendo el equilibrio. ¿Por qué?

22. **PC** Explique los actos de equilibrismo de la ▸figura 6.33. ¿Dónde está el centro de gravedad?

▲ **FIGURA 6.33 Actos de equilibrismo** Véase el ejercicio 22. *Izquierda:* un mondadientes (palillo) en el borde de un vaso sostiene un tenedor y una cuchara. *Derecha:* una ave de juguete se equilibra en su pico.

23. **PC** "Reventar la rueda" es una acrobacia de motocicleta, en la cual el extremo frontal de la moto se eleva del piso en una salida rápida, y permanece en el aire durante cierta distancia. Explique la física implicada en esta acrobacia.

24. **PC** En los casos tanto del equilibrio estable como del inestable, un pequeño desplazamiento del centro de gravedad implica tener que realizar trabajo gravitacional. (Véase las pelotas y los recipientes cóncavos en la figura 6.11.) Sin embargo, hay otro tipo de equilibrio donde el desplazamiento del centro de masa no implica trabajo gravitacional. Se le conoce como *equilibrio neutro*, en el que, en esencia, el centro de gravedad desplazado se mueve en línea recta. Dé un ejemplo de un objeto en equilibrio neutro.

25. ● En la figura 6.4a, si el brazo forma un ángulo de 37° con la horizontal y se requiere un momento de fuerza de 18 m · N, ¿qué fuerza debe generar el bíceps?

26. ● El tapón de vaciado del aceite en el motor de un automóvil se apretó con un momento de fuerza de 25 m · N. Si se emplea una llave inglesa para cambiar el aceite, ¿cuál será la fuerza mínima necesaria para aflojar el tapón?

27. ● En el ejercicio 26, a causa del limitado espacio para trabajar, usted debe arrastrarse debajo del automóvil. Por lo tanto, no es posible aplicar la fuerza de forma perpendicular con respecto a la longitud de la llave inglesa. Si la fuerza aplicada forma un ángulo de 30° con respecto al mango de la llave inglesa, ¿cuál será la fuerza que se requiere para aflojar el tapón de vaciado del aceite?

28. ● ¿Cuántas posiciones de equilibrio estable e inestable distintas tiene un cubo? Considere cada superficie, arista y esquina como una posición diferente.

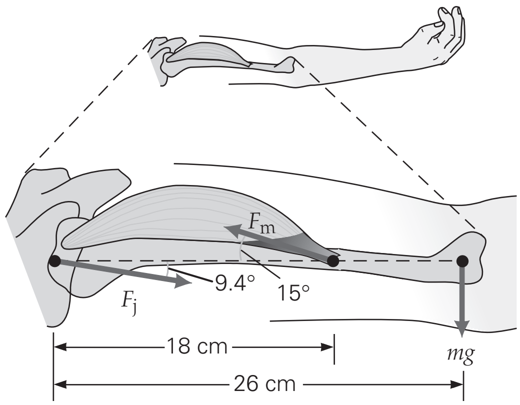
29. **EI** ● Dos niños están en extremos opuestos de un subibaja uniforme de masa insignificante. *a*) ¿Puede equilibrarse el balancín si los niños tienen diferente masa? ¿Cómo? *b*) Si un niño de 35 kg está a 2.0 m del punto pivote (o fulcro), ¿a qué distancia de ese punto, al otro lado, tendrá que sentarse su amiga de 30 kg para equilibrar el subibaja?

30. ● Una regla uniforme de un metro que pivotea sobre su punto medio, como en el ejemplo 6.5, tiene una masa de 100 g colgada de la posición de 25.0 cm. *a*) ¿En qué posición debería colgarse una masa de 75.0 g para que el sistema esté en equilibrio? *b*) ¿Qué masa tendría que colgarse de la posición de 90.0 cm para que el sistema esté en equilibrio?

31. ●● Demuestre que la regla de un metro equilibrada del ejemplo 6.5 está en equilibrio rotacional estático en torno a un eje horizontal que pasa por la marca de 100 cm de la escala.

32. **EI** ●● Se permite que las líneas telefónicas y eléctricas cuelguen entre postes, para que la tensión no sea excesiva cuando algo golpee un cable o se pose en él. *a*) ¿Las líneas podrían ser perfectamente horizontales? ¿Por qué? *b*) Suponga que un cable se estira hasta quedar casi perfectamente horizontal entre dos postes separados 30 m. Si un pájaro de 0.25 kg se posa en el punto medio del cable y éste baja 1.0 cm, ¿qué tensión hay en el cable?

33. ●● En la ▼figura 6.34, ¿qué fuerza F_m genera el músculo deltoides para sostener el brazo extendido, si la masa del brazo es de 3.0 kg? (F_j es la fuerza de la articulación sobre el hueso del brazo, el húmero.)

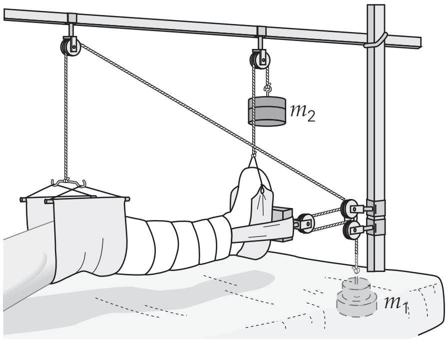


▲ **FIGURA 6.34 Brazo en equilibrio estático** Véase el ejercicio 33.

34. ●● En la figura 6.4b, determine la fuerza que ejerce el bíceps, suponiendo que la mano está sosteniendo una pelota con una masa de 5.00 kg. Suponga que la masa del antebrazo es de 8.50 kg con su centro de masa localizado a 20.0 cm de la articulación del codo (el punto negro en la figura). Suponga también que el centro de masa de la pelota en la mano se localiza a 30.0 cm del codo. (La inserción del músculo está a 4.00 cm del codo, ejemplo 6.2.)

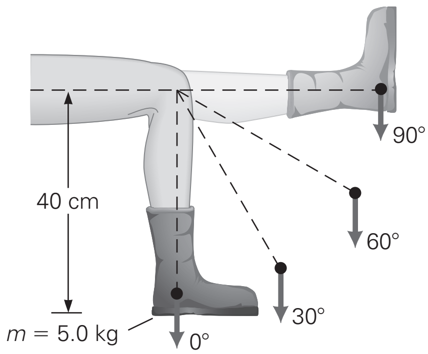
35. ●● Una bola de bolos (con masa de 7.00 kg y radio de 17.0 cm) se avienta tan rápido que derrapa sin rodar por la pista (al menos por un momento). Suponga que la bola derrapa hacia la derecha y que el coeficiente de fricción de deslizamiento entre la bola y la superficie del carril es 0.400. *a*) ¿Cuál será la dirección del momento de fuerza ejercido por la fricción sobre la bola alrededor del centro de masa de ésta? *b*) Determine la magnitud de este momento de fuerza (de nuevo alrededor del centro de masa de la bola).

36. ●● Una variación de la tracción Russell (▼figura 6.35) sostiene la pantorrilla enyesada. Suponga que la pierna y el yeso tienen una masa combinada de 15.0 kg y que m_1 es 4.50 kg. *a*) ¿Qué fuerza de reacción ejercen los músculos de la pierna contra la tracción? *b*) ¿Qué valor debe tener m_2 para mantener horizontal la pierna?



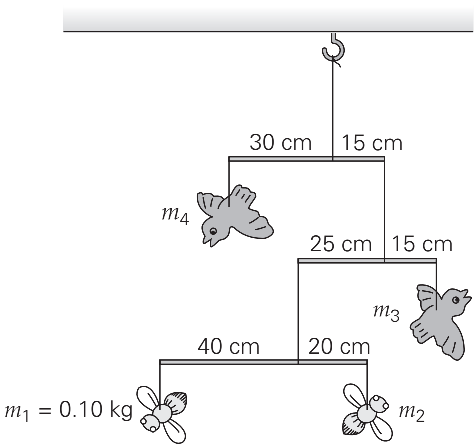
▲ **FIGURA 6.35 Tracción estática** Véase el ejercicio 36.

37. ●● Al realizar su terapia física para una rodilla lesionada, una persona levanta una bota de 5.0 kg como se ilustra en la ▼figura 6.36. Calcule el momento de fuerza que ejerce la bota para cada posición mostrada.



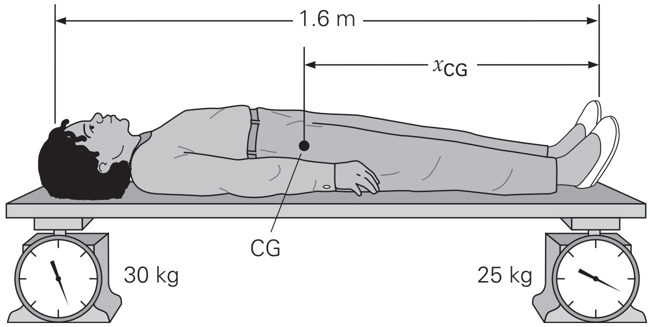
▲ **FIGURA 6.36 Momento de fuerza en una terapia física** Véase el ejercicio 37.

38. ●● Un artista quiere construir el móvil de pájaros y abejas que se muestra en la ▼figura 6.37. Si la masa de la abeja de la izquierda es de 0.10 kg y cada hilo vertical tiene una longitud de 30 cm, ¿qué masa tendrán la otra abeja y los pájaros? (Ignore las masas de las barras y las cuerdas.)



▲ **FIGURA 6.37 Pájaros y abejas** Véase el ejercicio 38.

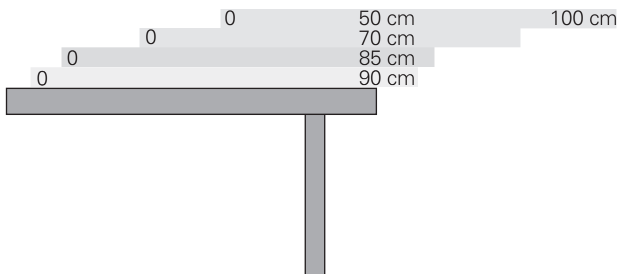
39. **El** ●● La ubicación del centro de gravedad de una persona en relación con su altura se determina utilizando el modelo de la ▸figura 6.38. Las básculas se ajustaron inicialmente a cero con la tabla sola. *a*) ¿Usted esperaría que la ubicación del centro de masa estuviera 1) a la mitad del camino entre las básculas, 2) hacia la báscula situada debajo de la cabeza de la persona o 3) hacia la báscula situada debajo de los pies de la persona? ¿Por qué? *b*) Localice el centro de gravedad de la persona en relación con la dimensión horizontal.



▲ **FIGURA 6.38 Localización del centro de gravedad** Véase el ejercicio 39.

40. ●● *a*) ¿Cuántos libros uniformes idénticos de 25.0 cm de ancho pueden apilarse en una superficie horizontal sin que el montón se desplome, si cada libro sucesivo se desplaza 3.00 cm a lo ancho, en relación con el libro inmediato inferior? *b*) Si los libros tienen 5.00 cm de espesor, ¿a qué altura sobre la superficie horizontal estará el centro de masa del montón?

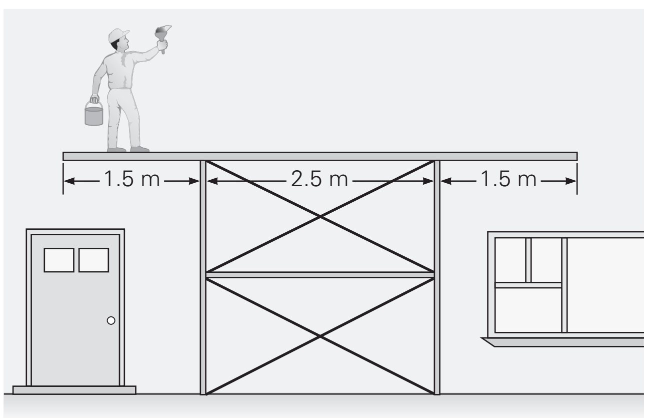
41. ●● Si cuatro reglas de un metro cada una se apilan en una mesa con 10, 15, 30 y 50 cm, respectivamente, proyectándose más allá del borde de la mesa, como se muestra en la ▼figura 6.39, ¿la regla de la parte superior permanecerá sobre la mesa?



▲ **FIGURA 6.39 ¿Se caerán?** Véase el ejercicio 41.

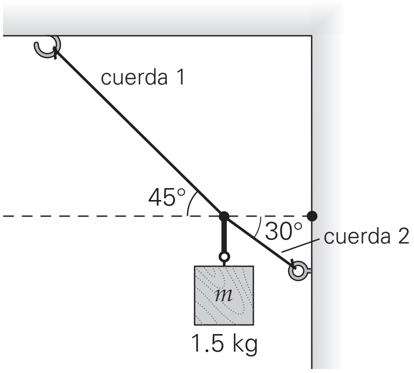
42. ●● Un cubo sólido y uniforme de 10.0 kg, de 0.500 m por lado, descansa en una superficie horizontal. ¿Qué trabajo mínimo se requiere para colocarlo en una posición de equilibrio inestable?

43. ●● Parado en una tabla larga que descansa sobre un andamio, un hombre de 70 kg pinta un muro, como se observa en la ▼figura 6.40. Si la masa de la tabla es de 15 kg, ¿qué tan cerca de un extremo puede pararse el pintor sin que la tabla se incline?



▲ **FIGURA 6.40 ¡No tan lejos!** Véanse los ejercicios 43 y 46.

44. ●● Una masa está suspendida por dos cuerdas, como se ilustra en la ▾figura 6.41. ¿Cuáles son las tensiones en las cuerdas?



◂ **FIGURA 6.41 Una gran tensión** Véanse los ejercicios 44 y 45.

45. ●● Si la cuerda sostenida de la pared vertical en la figura 6.41 estuviera en posición horizontal (en vez de formar un ángulo de 30°), ¿cuáles serían las tensiones en las cuerdas?

46. ●●● Suponga que la tabla de la figura 6.40 pende de cuerdas verticales sujetas a cada extremo, en vez de descansar sobre un andamio. Si el pintor se para a 1.5 m de un extremo de la tabla, ¿qué tensión habrá en cada cuerda? (Busque datos adicionales en el ejercicio 43.)

47. **EI** ●●● En un acto circense, una tabla uniforme (con longitud de 3.00 m y masa de 35.0 kg) está suspendida de una cuerda por un extremo, mientras que el otro extremo descansa sobre un pilar de concreto. Cuando un payaso (con masa de 75.0 kg) se sube a la tabla en su punto medio, ésta se inclina de manera que el extremo de la cuerda queda a 30° con respecto a la horizontal y la cuerda permanece vertical. *a*) ¿En qué situación será mayor la tensión de la cuerda? 1) la tabla sin el payaso encima, 2) la tabla con el payaso encima o 3) no es posible determinarlo a partir de los datos. *b*) Calcule la fuerza ejercida por la cuerda en ambas situaciones.

48. **EI** ●●● Las fuerzas que actúan sobre Einstein y la bicicleta (figura 2 de la sección A fondo en la p. 205) son el peso total de Einstein y la bicicleta (mg) en el centro de gravedad del sistema, la fuerza normal (N) ejercida por el pavimento y la fuerza de fricción estática (f_s) que actúa sobre los neumáticos debido al pavimento. *a*) Para que Einstein mantenga el equilibrio, ¿la tangente del ángulo de inclinación θ (tan θ) debería ser 1) mayor que, 2) igual a o 3) menor que f_s/N? *b*) El ángulo θ de la figura es de unos 11°. Calcule el coeficiente mínimo de fricción estática (μ_s) entre las ruedas y el pavimento? *c*) Si el radio del círculo es de 6.5 m, ¿qué rapidez máxima tendría la bicicleta? [*Sugerencia:* el momento de fuerza neto en torno al centro de gravedad debe ser cero para que haya equilibrio rotacional.]

6.3 Dinámica rotacional

49. **OM** El momento de inercia de un cuerpo rígido *a*) depende del eje de rotación, *b*) no puede ser cero, *c*) depende de la distribución de masa o *d*) todo lo anterior.

50. **OM** ¿Qué de lo siguiente describe mejor la cantidad física llamada momento de fuerza? *a*) Análogo rotacional de la fuerza, *b*) energía debida a la rotación, *c*) tasa de cambio con respecto al tiempo de la cantidad de movimiento lineal o *d*) fuerza tangente a un círculo.

51. **OM** En general, el momento de inercia es mayor cuando *a*) más masa está más lejos del eje de rotación, *b*) más masa está más cerca del eje de rotación, *c*) en realidad esto no importa.

52. **OM** El momento de inercia en torno a un eje paralelo al eje que pasa por el centro de masa depende de *a*) la masa del cuerpo rígido, *b*) la distancia entre los ejes, *c*) el momento de inercia en torno al eje que pasa por el centro de masa o *d*) todas las opciones anteriores.

53. **PC** *a*) ¿El momento de inercia de un cuerpo rígido depende en algún sentido del centro de masa del cuerpo? Explique. *b*) ¿El momento de inercia de un cuerpo podría tener un valor negativo? Si su respuesta es afirmativa, explique el significado.

54. **PC** ¿Por qué el momento de inercia de un cuerpo rígido tiene diferentes valores para diferentes ejes de rotación? ¿Qué significa esto físicamente?

55. **PC** Cuando se imparte rápidamente un momento de fuerza (giro) a un huevo duro que está sobre una mesa, el huevo se levanta y gira sobre un extremo como un trompo. Un huevo crudo no lo hace. ¿A qué se debe la diferencia?

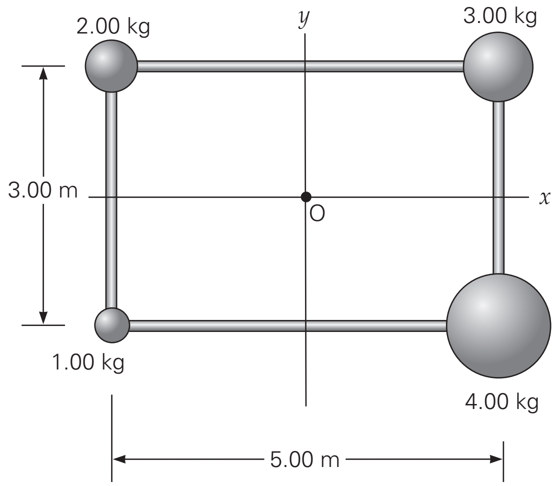
56. **PC** ¿Por qué una toalla de papel se desprende mejor de un rollo si se le da un tirón, que si se tira de ella suavemente? ¿La cantidad de papel en el rollo influye en los resultados?

57. **PC** Los equilibristas están en riesgo continuo de caer (equilibrio inestable). Por lo general usan una pértiga o vara larga mientras caminan por la cuerda floja, como se observa en la imagen de inicio del capítulo. ¿Cuál es la finalidad de la pértiga? (Cuando camina por una vía de tren o por una tabla angosta, quizás usted extienda sus brazos por la misma razón.)

58. ● Un momento de fuerza neto de 6.4 m · N actúa sobre una polea fija de 0.15 kg, en forma de disco sólido, con radio de 0.075 m. Calcule la aceleración angular de la polea.

59. ● ¿Qué momento de fuerza neto se requiere para impartir una aceleración angular de 20 rad/s^2 a una esfera sólida uniforme de 0.20 m de radio y 20 kg?

60. ● Para el sistema de masa de la ▾figura 6.42, calcule el momento de inercia en torno *a*) al eje *x*, *b*) al eje *y* y *c*) un eje que pasa por el origen y es perpendicular a la página (eje *z*). Desprecie las masas de las varillas que conectan.



▴ **FIGURA 6.42 Momentos de inercia en torno a diferentes ejes** Véase el ejercicio 60.

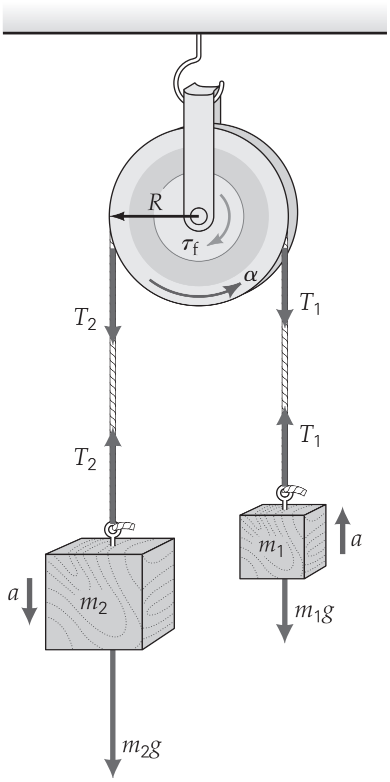
61. ● Una regla ligera de un metro se carga con masas de 2.0 y 4.0 kg en las posiciones de 30 y 75 cm, respectivamente. *a*) Calcule el momento de inercia en torno a un eje que pasa por la posición de 0 cm. *b*) Determine el momento de inercia en torno a un eje que pasa por el centro de masa del sistema. *c*) Use el teorema de ejes paralelos para calcular el momento de inercia en torno a un eje que pasa por la posición de 0 cm y compare el resultado con el del inciso *b*.

62. ●● Una rueda de la fortuna de 2000 kg acelera desde el reposo hasta una rapidez angular de 2.0 rad/s en 12 s. Considerando la rueda como un disco circular de 30 m de radio, calcule el momento de fuerza neto sobre ella.

63. ●● Una esfera uniforme de 15 cm de radio y de 15 kg gira a 3.0 rad/s en torno a un eje tangente a su superficie. Entonces, un momento de fuerza constante de 10 m · N aumenta la rapidez de rotación a 7.5 rad/s. ¿Qué ángulo gira la esfera mientras está acelerando?

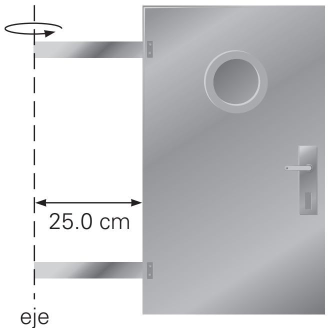
64. **EI** ●● Dos objetos de diferente masa están unidos por una varilla ligera. *a*) ¿El momento de inercia en torno al centro de masa es el mínimo o el máximo? ¿Por qué? *b*) Si las dos masas son de 3.0 y 5.0 kg, y la longitud de la varilla es de 2.0 m, calcule los momentos de inercia del sistema en torno a un eje perpendicular a la varilla, que pasa por el centro de la varilla y por el centro de masa.

65. ●● Dos masas penden de una polea como se muestra en la ▾figura 6.43 (otra vez la máquina de Atwood; véase el capítulo 2, ejercicio 68). La polea tiene una masa de 0.20 kg, un radio de 0.15 m y un momento de fuerza constante de 0.35 m · N debido a la fricción que hay entre ella y su eje al girar. ¿Qué magnitud tiene la aceleración de las masas suspendidas si $m_1 = 0.40$ kg y $m_2 = 0.80$ kg? (Desprecie la masa de la cuerda.)



◀ **FIGURA 6.43 Otra vez la máquina de Atwood** Véase el ejercicio 65.

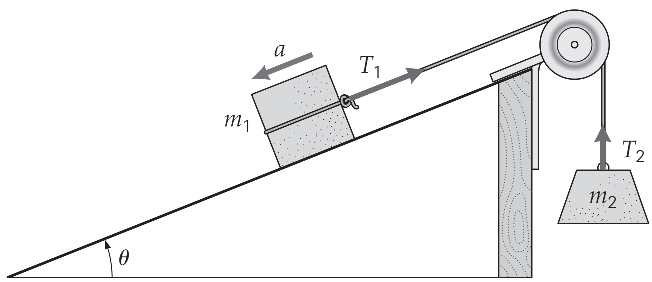
66. ●● La puerta de un submarino se diseña de manera que su placa rectangular gire sobre dos ejes rectangulares, como se muestra en la ▾figura 6.44. Cada eje tiene una masa de 50.0 kg y una longitud de 25.0 cm. La puerta tiene una masa de 200 kg y mide 50 cm por 1.00 m. Calcule el momento de inercia de este sistema puerta-ventanilla entorno a la línea de bisagras (que se representa con una línea vertical punteada en la figura).



◀ **FIGURA 6.44 Puerta de submarino** (no está a escala) Véase el ejercicio 66.

67. ●● Para encender su podadora de césped, Julie tira de una cuerda enrollada en una polea, la cual tiene un momento de inercia en torno a su eje central de $I = 0.550$ kg · m_2 y un radio de 5.00 cm. Hay un momento de fuerza equivalente debido a la fricción de $\tau_f = 0.430$ m · N, que dificulta el tirón de Julie. Para acelerar la polea a $\alpha = 4.55$ rad/s^2, *a*) ¿qué momento de fuerza necesita aplicar Julie a la polea? *b*) ¿Cuánta tensión debe ejercer la cuerda?

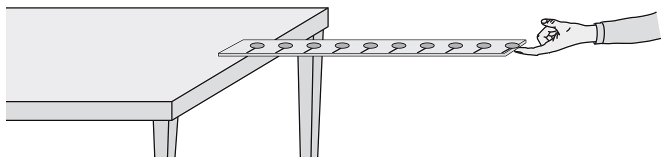
68. ●● Para el sistema de la ▾figura 6.45, $m_1 = 8.0$ kg, $m_2 = 3.0$ kg, $\theta = 30°$ y el radio y la masa de la polea son 0.10 m y 0.10 kg, respectivamente. *a*) ¿Qué aceleración tienen las masas? (Desprecie la fricción y la masa de la cuerda.) *b*) Si la polea tiene un momento de fuerza de fricción constante de 0.050 m · N cuando el sistema está en movimiento ¿qué aceleración tiene las masas? [*Sugerencia:* aísle las fuerzas. Las tensiones en las cuerdas son distintas. ¿Por qué?]



▲ **FIGURA 6.45 Plano inclinado y polea** Véase el ejercicio 68.

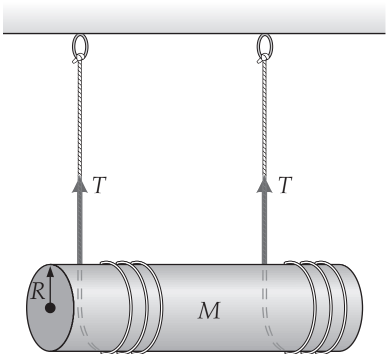
69. ●● Una regla de un metro que pivotea en torno a un eje horizontal que pasa por la posición de 0 cm se sostiene en posición horizontal y luego se suelta. *a*) ¿Qué aceleración tangencial tiene la posición de 100 cm? ¿Le sorprende este resultado? *b*) ¿Qué posición tiene una aceleración tangencial igual a la aceleración debida a la gravedad?

70. ●● Se colocan moneditas a cada 10 cm sobre una regla de un metro. Un extremo de la regla se apoya en una mesa y el otro se sostiene con el dedo, de manera que la regla esté horizontal ▸figura 6.46. Si se quita el dedo, ¿qué le sucederá a las monedas?



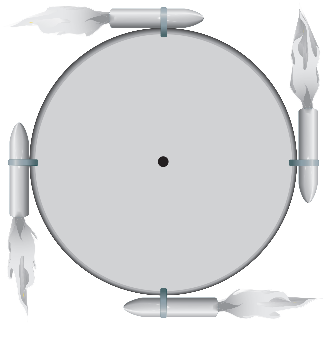
▲ **FIGURA 6.46 ¿Dinero rezagado?** Véase el ejercicio 70.

71. ●●● Un cilindro uniforme de 2.0 kg y 0.15 m de radio pende de dos cuerdas enrolladas en él (▼figura 6.47). Al bajar el cilindro, las cuerdas se desarrollan. ¿Qué aceleración tiene el centro de masa del cilindro? (Desprecie la masa de las cuerdas.)



◀ **FIGURA 6.47 Desenrollado con gravedad** Véase el ejercicio 71.

72. ●●● Una sonda espacial planetaria tiene forma cilíndrica. Para protegerla del calor en un lado (de los rayos solares), los operadores en la Tierra la ponen en "forma de asador", es decir, hacen que gire sobre su largo eje. Para lograr esto, colocan cuatro pequeños cohetes montados tangencialmente como se observa en la ▼figura 6.48 (la sonda se ilustra con el frente hacia usted). El objetivo es hacer que la sonda dé un giro completo cada 30 s, partiendo de rotación cero. Los operadores quieren lograr esto encendiendo los cuatro cohetes durante cierto tiempo. Cada cohete ejerce una propulsión de 50.0 N. Suponga que la sonda es un cilindro sólido uniforme con un radio de 2.50 m y una masa de 1000 kg; ignore la masa del motor de los cohetes. Determine el tiempo que los cohetes deben estar encendidos.



▲ **FIGURA 6.48 Sonda espacial en "forma de asador"** Véase el ejercicio 72.

73. **EI** ●●● Una esfera de radio R y masa M baja rodando por una pendiente de ángulo θ. *a*) Para que la esfera ruede sin resbalar, ¿la tangente del ángulo máximo de la pendiente ($\tan\theta$) debe ser igual a 1) $3\ \mu_s/2$, 2) $5\ \mu_s/2$, 3) $7\ \mu_s/2$ o 4) $9\ \mu_s/2$? (μ_s es el coeficiente de fricción estática.) *b*) Si la esfera es de madera, al igual que la superficie, ¿qué ángulo máximo puede tener la pendiente? [*Sugerencia:* véase la tabla 2.1.]

6.4 Trabajo rotacional y energía cinética

74. **OM** Dado que $W = \tau\theta$, la unidad de trabajo rotacional es *a*) watt, *b*) N · m, *c*) kg · rads/s^2, *d*) N · rad.

75. **OM** Una bola de bolos rueda sin resbalar por una superficie horizontal. La bola tiene *a*) energía cinética rotacional, *b*) energía cinética traslacional, *c*) energía cinética tanto rotacional como traslacional o *d*) ni energía cinética rotacional ni traslacional.

76. **OM** Un cilindro que rueda sobre una superficie horizontal tiene *a*) energía cinética de rotación, *b*) energía cinética de traslación, *c*) energía cinética de rotación y de traslación.

77. **PC** ¿Es posible aumentar la energía cinética rotacional de una rueda sin alterar su energía cinética traslacional? Explique.

78. **PC** Para aumentar la eficiencia con que sus vehículos utilizan el combustible, los fabricantes de automóviles quieren reducir al máximo la energía cinética rotacional y aumentar al máximo la energía cinética traslacional cuando un coche avanza. Si usted tuviera que diseñar ruedas de cierto diámetro, ¿cómo las diseñaría?

79. **PC** ¿Qué se requiere para producir un cambio en la energía cinética rotacional?

80. ● Un momento de fuerza retardante constante de 12 m · N detiene una rueda rodante de 0.80 m de diámetro en una distancia de 15 m. ¿Cuánto trabajo efectúa el momento de fuerza?

81. ● Una persona abre una puerta aplicando una fuerza de 15 N perpendicular a ella, a 0.90 m de las bisagras. La puerta se abre completamente (a 120°) en 2.0 s. *a*) ¿Cuánto trabajo se efectuó? *b*) ¿Qué potencia promedio se generó?

82. ● Un momento de fuerza constante de 10 m · N se aplica a un disco uniforme de 10 kg y 0.20 m de radio. Partiendo del reposo, ¿qué rapidez angular tiene el disco en torno a un eje que pasa por su centro, después de efectuar dos revoluciones?

83. ● Una polea de 2.5 kg y 0.15 m de radio pivotea en torno a un radio que pasa por su centro. ¿Qué momento de fuerza constante se requiere para que la polea alcance una rapidez angular de 25 rad/s, después de efectuar 3.0 revoluciones, si parte del reposo?

84. **EI** ● En la figura 6.23, una masa m desciende una distancia vertical desde el reposo. (Desprecie la fricción y la masa de la cuerda.) *a*) Por la conservación de la energía mecánica, ¿la rapidez lineal de la masa en descenso será 1) mayor, 2) igual o 3) menor que $\sqrt{2gh}$? ¿Por qué? *b*) Si $m = 1.0$ kg, $M = 0.30$ kg y $R = 0.15$ m, ¿qué rapidez lineal tiene la masa después de haber descendido una distancia vertical de 2.0 m desde el reposo?

85. ●● Una esfera con radio de 15 cm rueda sobre una superficie horizontal con rapidez angular constante de 10 rad/s. ¿Hasta qué altura en un plano inclinado de 30° subirá rodando la esfera antes de detenerse? (Desprecie las pérdidas por fricción.)

86. ●● Estime la razón de la energía cinética de traslación de la Tierra en su órbita alrededor del Sol, con respecto a la energía cinética rotacional que realiza en torno a su eje N-S.

87. ●● Usted desea acelerar un pequeño carrusel desde el reposo hasta la rapidez de rotación de un tercio de una revolución por segundo empujándolo tangencialmente. Suponga que el carrusel es un disco con una masa de 250 kg y un radio de 1.50 m. Ignorando la fricción, ¿qué tan fuerte debe empujar tangencialmente para lograr esto en 5.00 s? (Utilice métodos de energía y suponga que usted empuja de manera constante.)

88. ●● Una varilla delgada de 1.0 m de largo apoyada en un extremo cae (gira) desde un posición horizontal, partiendo del reposo y sin fricción. ¿Qué rapidez angular tiene cuando queda vertical? [*Sugerencia:* considere el centro de masa y use la conservación de la energía mecánica.]

89. ●● Una esfera uniforme y un cilindro uniforme con la misma masa y radio ruedan con la misma velocidad juntos por una superficie horizontal sin deslizarse. Si la esfera y el cilindro se acercan a un plano inclinado y suben por él rodando sin deslizarse, ¿alcanzarán la misma altura cuando se detengan? Si no, ¿qué diferencia porcentual habrá entre sus alturas?

90. ●● Un aro parte del reposo a una altura de 1.2 m sobre la base de un plano inclinado y baja rodando bajo la influencia de la gravedad. ¿Qué rapidez lineal tiene el centro de masa del aro, justo en el momento en que el aro llega al pie de la pendiente y comienza a rodar por una superficie horizontal? (Desprecie la fricción.)

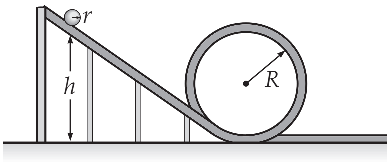
91. ●● Un volante industrial con momento de inercia de 4.25×10^2 kg · m^2 gira con una rapidez de 7500 rpm. *a*) ¿Cuánto trabajo se requiere para detenerlo? *b*) Si ese trabajo se efectúa uniformemente en 1.5 min, ¿qué tanta potencia se gastará?

92. ●● Un arco cilíndrico, un cilindro y una esfera con el mismo radio y masa se sueltan simultáneamente desde la cima de un plano inclinado. Utilice la conservación de la energía mecánica para demostrar que la esfera siempre llega primero a la base con la rapidez más alta, y el aro siempre llega último con la rapidez más baja.

93. ●● Para los siguientes objetos, todos los cuales ruedan sin resbalar, determine la energía cinética rotacional en torno al centro de masa, como porcentaje de la energía cinética total: *a*) una esfera sólida, *b*) un casco esférico delgado y *c*) un casco cilíndrico delgado.

94. ●●● En una secadora de ropa, el tambor cilíndrico (con radio de 50.0 cm y masa de 35.0 kg) gira una vez por segundo. *a*) Determine su energía cinética rotacional en torno a su eje central. *b*) Si partió del reposo y alcanzó esa rapidez en 2.50 s, determine el momento de fuerza neto promedio sobre el tambor de la secadora.

95. ●●● Una esfera de acero baja rodando por una pendiente y entra en un rizo de radio *R* (▸figura 6.49a). *a*) ¿Qué rapidez mínima debe tener la parte más alta del rizo para mantenerse en la pista? *b*) ¿A qué altura vertical (*h*) en la pendiente, en términos del radio del rizo, debe soltarse la esfera para que tenga esa rapidez mínima necesaria en la parte superior del rizo? (Desprecie las pérdidas por fricción.) *c*) La figura 6.49a muestra el rizo de una montaña rusa. ¿Qué sentirán los pasajeros si el carrito tiene la rapidez mínima en la parte superior del rizo, y si tiene una rapidez mayor? [*Sugerencia:* si la rapidez es menor que la mínima, las correas en la cintura y hombros evitarán que los pasajeros se salgan.]



a)


b)

◂ **FIGURA 6.49 Rizar el rizo y rapidez rotacional** Véase el ejercicio 95.

6.5 Cantidad de movimiento angular

96. **OM** Las unidades de cantidad de movimiento angular son *a*) N · m, *b*) kg · m/s^2, *c*) kg · m^2/s, *d*) J · m.

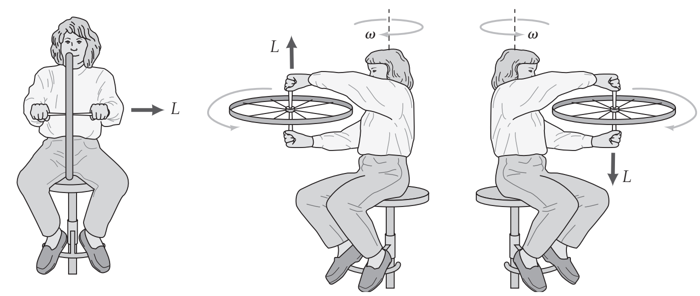
97. **OM** La rapidez orbital de la Tierra es la mayor *a*) el 21 de marzo, *b*) el 21 de junio, *c*) el 21 de septiembre, *d*) el 21 de diciembre.

98. **OM** La cantidad de movimiento angular puede incrementarse mediante *a*) la disminución del momento de inercia, *b*) la disminución de la velocidad angular, *c*) el incremento del producto de la cantidad de movimiento angular y el momento de inercia, *d*) ninguna de las opciones anteriores.

99. **PC** Un niño se para en el borde de un pequeño carrusel de jardín (de los que se empujan manualmente) que gira. Luego comienza a caminar hacia el centro del carrusel, lo cual origina una situación peligrosa. ¿Por qué?

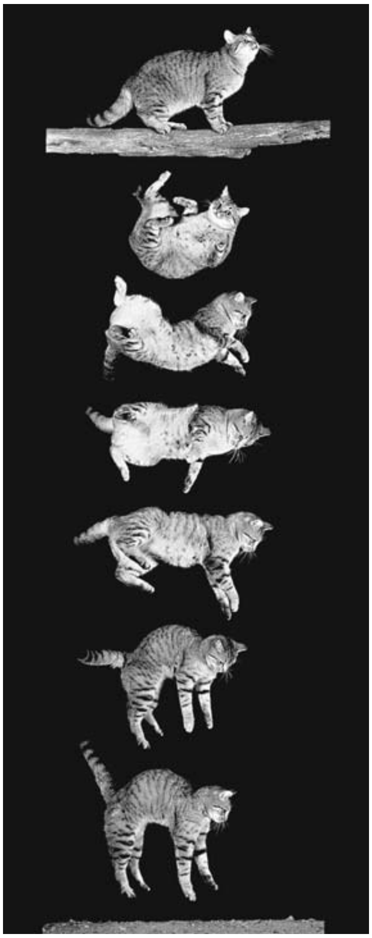
100. **PC** La liberación de grandes cantidades de dióxido de carbono podría elevar la temperatura promedio de la Tierra por el llamado efecto invernadero, y hacer que se derritan los casquetes polares. Si ocurriera esto y el nivel del mar ascendiera sustancialmente, ¿qué efecto tendría ello sobre la rotación terrestre y la longitud del día?

101. **PC** En la demostración de salón de clases que se ilustra en la ▾figura 6.50, una persona en un banquito giratorio sostiene una rueda de bicicleta giratoria con mangos unidos a la rueda. Cuando la rueda se sostiene horizontalmente, la persona gira en un sentido (horario visto desde arriba). Cuando la rueda se voltea, la persona gira en la dirección opuesta. Explique esto. [*Sugerencia:* considere vectores de cantidad de movimiento angular.]



▴ **FIGURA 6.50 Rotación más rápida** Véase el ejercicio 101.

102. PC Los gatos suelen caer parados, incluso si se les coloca boca arriba y luego se les deja caer (▼figura 6.51). Mientras el gato cae, no hay momento de fuerza externo y su centro de masa cae como una partícula. ¿Cómo pueden los gatos darse vuelta mientras caen?



◀ **FIGURA 6.51 Doble rotación** Véase el ejercicio 102.

103. PC Dos patinadores sobre hielo (con pesos iguales) avanzan uno hacia el otro, con igual rapidez en trayectorias paralelas. Al pasar uno junto del otro, unen sus brazos. *a*) ¿Cuál es la velocidad de su centro de masa después de que unen los brazos? *b*) ¿Qué sucede con sus energías cinéticas lineales iniciales?

104. ● ¿Qué cantidad de movimiento angular tiene una partícula de 2.0 g que se mueve en dirección antihoraria (vista desde arriba), con una rapidez angular de 5π rad/s en un círculo horizontal de 15 cm de radio? (Dé la magnitud y dirección.)

105. ● Un disco giratorio de 10 kg y 0.25 m de radio tiene una cantidad de movimiento angular de 0.45 kg · m^2/s. ¿Qué rapidez angular tiene?

106. ●● Calcule la razón de las magnitudes de las cantidades de movimiento angulares orbital y rotacional de la Tierra. ¿Estas cantidades de movimiento tienen la misma dirección?

107. ●● El periodo de rotación de la Luna es igual a su periodo de revolución: 27.3 días (siderales). ¿Qué cantidad de movimiento angular tienen cada rotación y revolución? (Por ser iguales los periodos, sólo vemos un lado de la Luna desde la Tierra.)

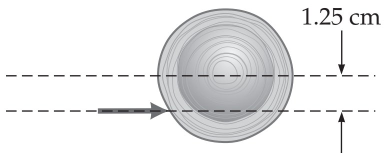
108. EI ●● En los embragues y las transmisiones de los automóviles se usan discos circulares. Cuando un disco giratorio se acopla con uno estacionario por fricción, la energía del disco giratorio se puede transferir al estacionario. *a*) ¿La rapidez angular de los discos acoplados es 1) mayor que, 2) menor que o 3) igual a la rapidez angular del disco giratorio original? ¿Por qué? *b*) Si un disco que gira a 800 rpm se acopla a uno estacionario cuyo momento de inercia es del triple, ¿qué rapidez angular tendrá la combinación?

109. ●● Un hombre sube a su pequeño hijo a un carrusel en rotación. En esencia, el carrusel es un disco con una masa de 250 kg y un radio de 2.50 m que inicialmente completa una revolución cada 5.00 segundos. Suponga que el niño tiene una masa de 15.0 kg y que el papá lo coloca (sin que se deslice) cerca de la orilla del carrusel. Determine la rapidez angular final del sistema niño-carrusel.

110. ●● Un patinador tiene un momento de inercia de 100 kg · m^2 con los brazos estirados, y de 75 kg · m^2 con los brazos pegados al pecho. Si comienza a girar con una rapidez angular de 2.0 rps (revoluciones por segundo) con los brazos estirados, ¿qué rapidez angular tendrá cuando los encoja?

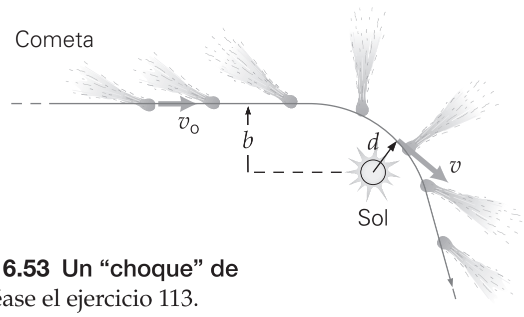
111. ●● Una patinadora sobre hielo que gira con los brazos extendidos tiene una rapidez angular de 4.0 rad/s. Cuando encoge los brazos, reduce su momento de inercia en un 7.5%. *a*) Calcule la rapidez angular resultante. *b*) ¿En qué factor cambia la energía cinética de la patinadora? (Desprecie los efectos de fricción.) *c*) ¿De dónde proviene la energía cinética adicional?

112. ●● Una bola de billar en reposo es golpeada (como se indica con la flecha gruesa en la ▼figura 6.52) con un taco que ejerce una fuerza promedio de 5.50 N durante 0.050 s. El taco hace contacto con la superficie de la bola, de manera que el brazo de palanca mide la mitad del radio de la pelota, como se muestra. Si la bola tiene una masa de 200 g y un radio de 2.50 cm, determine la rapidez angular de la bola inmediatamente después del golpe.



▶ **FIGURA 6.52 Golpe bajo** Véase el ejercicio 112.

113. ●●● Un cometa se acerca al Sol como se ilustra en la ▼figura 6.53 y la atracción gravitacional del Sol lo desvía. Este suceso se considera un choque, y b es el llamado *parámetro de impacto*. Calcule la distancia de máxima aproximación (d) en términos del parámetro de impacto y las velocidades (v_o lejos del Sol y v en la máxima aproximación). Suponga que el radio del Sol es insignificante en comparación con d. (Como muestra la figura, la cola de un cometa siempre "apunta" en dirección opuesta al Sol.)



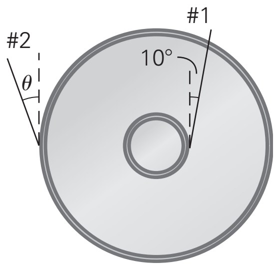
▶ **FIGURA 6.53 Un "choque" de cometa** Véase el ejercicio 113.

114. ●●● Al reparar su bicicleta, un estudiante la pone de cabeza de manera que la rueda frontal gira 2.00 rev/s. Suponga que la rueda tiene una masa de 3.25 kg y que toda la masa está localizada en la montura, que tiene un radio de 41.0 cm. Para frenar la rueda, el estudiante coloca su mano sobre el neumático, ejerciendo entonces una fuerza tangencial de fricción sobre la rueda, que tarda 3.50 s en llegar al reposo. Utilice el cambio en la cantidad de movimiento angular para determinar la fuerza que el estudiante ejerce sobre la rueda. Suponga que la fuerza de fricción del eje es insignificante.

115. **EI** ●●● Un gatito está parado en el borde de una bandeja giratoria (tornamesa). Suponga que la bandeja tiene cojinetes sin fricción y está inicialmente en reposo. *a*) Si el gatito comienza a caminar por la orilla de la bandeja, ésta 1) permanecerá estacionaria, 2) girará en la dirección opuesta a la dirección en que el gatito camina o 3) girará en la dirección en que camina el gatito. Explique. *b*) La masa del gatito es de 0.50 kg; la bandeja tiene una masa de 1.5 kg y un radio de 0.30 m. Si el gatito camina con una rapidez de 0.25 m/s relativo al suelo, ¿qué rapidez angular tendrá la bandeja? *c*) Cuando el gatito haya dado una vuelta completa a la bandeja, ¿estará arriba del mismo punto en el suelo que al principio? Si no es así, ¿dónde está en relación con ese punto? (Especule acerca de qué sucedería si todos los habitantes de la Tierra de repente comenzaran a correr hacia el este. ¿Qué efecto podría tener esto sobre la duración del día?)

Ejercicios adicionales

116. En una exposición de “arte moderno”, un carrete de cable industrial vacío y multicolor está suspendido de dos cables delgados como se observa en la ▸figura 6.54. El carrete tiene una masa de 50.0 kg, con un diámetro exterior de 75.0 cm y un diámetro del eje interior de 18.0 cm. Uno de los cables (# 1) está atado tangencialmente al eje y forma un ángulo de 10° con la vertical. El otro cable (#2) está atado tangencialmente a la orilla externa y forma un ángulo desconocido, θ, con la vertical. Determine la tensión sobre cada cable y el ángulo θ.



◂ **FIGURA 6.54 Arte moderno** Véase el ejercicio 116.

117. Las pistas de bolos modernas tienen un sistema de retorno automático de las bolas. La bola es alzada a una altura de 2.00 m al final de la pista y, partiendo del reposo, rueda hacia abajo por una rampa. Luego continúa rodando horizontalmente y, al final, sube rodando por una rampa colocada en el otro extremo que está a 0.500 m del piso. Suponiendo que la masa de la bola de bolos es de 7.00 kg y que su radio mide 16.0 cm, *a*) determine la tasa de rotación de la bola durante su trayecto horizontal en medio de la pista, *b*) su rapidez lineal durante ese trayecto horizontal y *c*) la tasa de rotación y la rapidez lineal finales.

118. Un patinador sobre hielo con una masa de 80.0 kg y un momento de inercia (alrededor de su eje vertical central) de 3.00 kg · m^2 atrapa una pelota de béisbol con su brazo extendido. La atrapada se realiza a una distancia de 1.00 m del eje central. La pelota tiene una masa de 300 g y viaja a 20.0 m/s antes de que la atrapen. *a*) ¿Qué rapidez lineal tiene el sistema (patinador + pelota) después de atrapar la pelota? *b*) ¿Cuál es la rapidez angular del sistema (patinador + pelota) después de atraparla? *c*) ¿Qué porcentaje de la energía cinética inicial se pierde durante la atrapada? Ignore la fricción con el hielo.

119. Un resorte (con constante de resorte de 500 N/m) es estirado 10.0 cm tirando de él sobre una cuerda que pasa por una polea (con un momento de inercia alrededor de su eje de 0.550 kg · m^2 y un radio de 5.40 cm). La cuerda está unida a una masa (de 1.50 kg) en su otro extremo. La masa colgante se libera desde el reposo y se eleva. Determine la rapidez de la masa cuando el resorte está en su posición relajada (sin estirar). Ignore la fricción.

CAPÍTULO 7

SÓLIDOS Y FLUIDOS

HECHOS DE FÍSICA

- La fosa Mariana, ubicada en el Océano Pacífico, es el punto de mayor profundidad en la Tierra. Alcanza los 11 km (6.8 mi) por debajo del nivel del mar. A esta profundidad, el agua del océano ejerce una presión de 108 MPa (15 900 lb/in^2), o más de 1000 atmósferas de presión.
- El dirigible alemán *Hindenburg* tenía un volumen de gas hidrógeno de 20 000 m^3 (7 062 000 ft^3). Se desplomó y se incendió en 1937 en Lakehurst, NJ. (El hidrógeno es altamente inflamable.) La nave se diseñó originalmente para utilizar helio, que no es inflamable. Pero la mayoría del helio se producía en Estados Unidos, y por esa época se decretó una ley que prohibía la venta de helio a la Alemania nazi.
- Aunque el principio de flotabilidad se atribuye a Arquímedes, es cuestionable si esto se le ocurrió en su tina de baño mientras intentaba encontrar una manera de comprobar si la corona del rey era de oro puro y no contenía plata, como cuenta la historia. De acuerdo con una narración romana, la solución se le ocurrió cuando se metió en una tina de baño y el agua se desbordó. Se supone que cantidades de oro puro y plata iguales en peso a la corona del rey se pusieron por separado, en recipientes llenos de agua, y la plata provocó que se derramara una mayor cantidad de agua. Al hacer la prueba con la corona, se desbordó mayor cantidad de agua que la que desalojó el oro puro, lo que implicaba que la corona contenía plata. ¿Una corona de oro puro? El oro puro es suave, maleable (puede cortarse en hojas delgadas) y dúctil (puede alargarse para formar hilos finos).

En la imagen se muestran montañas sólidas y un fluido invisible de aire que hace posible el vuelo sin motor. Caminamos en la superficie sólida de la Tierra y a diario usamos objetos sólidos de todo tipo, desde tijeras hasta computadoras. No obstante, estamos rodeados por fluidos (líquidos y gases), de los cuales dependemos. Sin el agua que bebemos, no sobreviviríamos más de unos cuantos días; sin el oxígeno del aire que respiramos, no viviríamos más de unos pocos minutos. De hecho, ni nosotros mismos somos tan sólidos como creemos. Por mucho, la sustancia más abundante en nuestro cuerpo es el agua, y es en el entorno acuoso de nuestras células donde ocurren todos los procesos químicos de los que depende la vida.

De acuerdo con distinciones físicas generales, por lo general la materia se divide en tres fases: sólida, líquida y gaseosa. Un *sólido* tiene forma y volumen definidos. Un *líquido* tiene un volumen más o menos definido; pero asume la forma del recipiente que lo contiene. Un *gas* adopta la forma y el volumen de su recipiente. Los sólidos y líquidos también se conocen como *materia condensada*. Usaremos un esquema de clasificación distinto y consideraremos la materia en términos de sólidos y fluidos. Llamamos colectivamente fluidos a los gases y líquidos. Un **fluido** es una sustancia que puede fluir; los líquidos y los gases fluyen, pero los sólidos no.

Una descripción sencilla de los sólidos es que se componen de partículas llamadas átomos, los cuales se mantienen unidos rígidamente por fuerzas interatómicas. En el capítulo 6 usamos el concepto de cuerpo rígido ideal para describir el movimiento rotacional. Los cuerpos sólidos reales no son absolutamente rígidos, porque las fuerzas externas pueden deformarlos elásticamente. Cuando pensamos en la elasticidad, por lo regular se nos vienen a la mente bandas de caucho o resortes que recuperan sus dimensiones originales incluso después de sufrir grandes deformaciones. En realidad, todos los materiales, hasta el acero más duro, son elásticos en algún grado. Sin embargo, como veremos, tal deformación tiene un *límite de elasticidad*.

Los fluidos, en cambio, tienen poca o ninguna respuesta elástica a las fuerzas. Una fuerza simplemente hace que un fluido no confinado fluya. En este capítulo daremos especial atención al comportamiento de los fluidos, para aclarar interrogantes, por ejemplo, cómo funcionan los elevadores hidráulicos, por qué flotan los icebergs y los trasatlánticos, y qué significa la leyenda "10W-30" en una lata de aceite para motor. También descubriremos por qué la persona de la imagen no puede flotar como un globo lleno de helio, ni volar como un colibrí, pero con la ayuda de un trozo de plástico con la forma adecuada, es capaz de elevarse como una águila.

Debido a su fluidez, los líquidos y los gases tienen muchas propiedades en común, y resulta conveniente estudiarlos en conjuntos. También hay diferencias importantes. Por ejemplo, los líquidos no son muy compresibles, en tanto que los gases se comprimen con facilidad.

7.1 Sólidos y módulos de elasticidad

OBJETIVOS: *a*) Distinguir entre esfuerzo y esfuerzo de deformación y *b*) usar módulos de elasticidad para calcular cambios dimensionales.

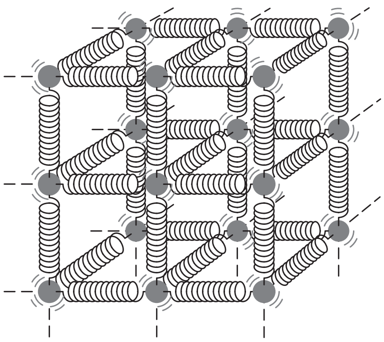


FIGURA 7.1 Un sólido elástico La naturaleza elástica de las fuerzas interatómicas se representa de forma simplista como resortes que, al igual que tales fuerzas, se oponen a la deformación.

Como expusimos, todos los materiales sólidos son elásticos en mayor o menor grado; es decir, un cuerpo que se deforma levemente por la aplicación de una fuerza regresa a sus dimensiones o forma original cuando deja de aplicarse la fuerza. En muchos materiales quizá la deformación no sea perceptible, pero existe.

Sería más fácil entender por qué los materiales son elásticos, si pensamos en términos del sencillo modelo de un sólido que se muestra en la figura 7.1. Imaginamos que los átomos de la sustancia sólida se mantienen unidos mediante resortes. La elasticidad de los resortes representa la naturaleza elástica de las fuerzas interatómicas. Los resortes se oponen a una deformación permanente, al igual que las fuerzas entre los átomos. Las propiedades elásticas de los sólidos suelen describirse en términos de esfuerzo y esfuerzo de deformación. El **esfuerzo** es una medida de la fuerza que causa una deformación. La **deformación** es una medida relativa de qué tanto cambia la forma por un esfuerzo. Cuantitativamente, *el esfuerzo es la fuerza aplicada por unidad de área transversal*:

$$\text{esfuerzo} = \frac{F}{A} \tag{7.1}$$

Unidad SI de esfuerzo: newton sobre metro cuadrado (N/m^2)

Aquí, F es la magnitud de la fuerza aplicada normal (perpendicular) al área transversal. La ecuación 7.1 indica que las unidades SI de esfuerzo son newtons sobre metro cuadrado (N/m^2).

Como ilustra la figura 7.2, una fuerza aplicada a los extremos de una varilla produce un *esfuerzo de tensión* (una tensión que alarga, $\Delta L > 0$) o un *esfuerzo de compresión* (una tensión que acorta, $\Delta L < 0$), dependiendo de la dirección de la fuerza. En ambos casos, la *deformación* es la razón del cambio de longitud ($\Delta L = L - L_o$) entre la longitud original (L_o) sin tomar en cuenta el signo, de manera que usamos el valor absoluto, $|\Delta L|$:

$$\text{deformación} = \frac{|\text{cambio de longitud}|}{\text{longitud original}} = \frac{|\Delta L|}{L_o} = \frac{|L - L_o|}{L_o} \tag{7.2}$$

La deformación es una cantidad adimensional positiva

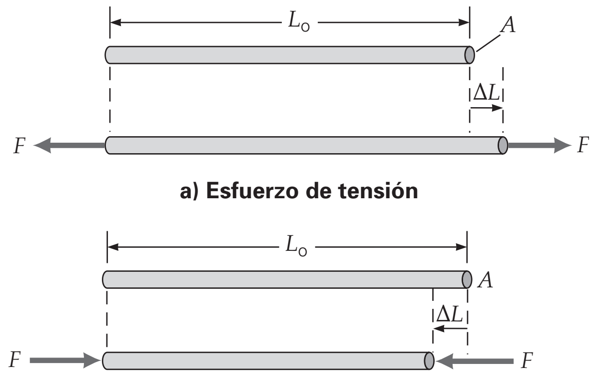


FIGURA 7.2 Esfuerzos de tensión y de compresión Los esfuerzos de tensión y de compresión se deben a fuerzas que se aplican normalmente a la superficie de los extremos de los cuerpos. ***a)*** Una tensión, o esfuerzo de tensión, suele incrementar la longitud de un objeto. ***b)*** Un esfuerzo de compresión tiende a acortar la longitud. $\Delta L = L - L_o$ puede ser positivo, como en *a*; o negativo, como en *b*. En la ecuación 7.2 no se requiere el signo, de manera que usamos el valor absoluto $|\Delta L|$.

Así, la deformación es el *cambio fraccionario* de longitud. Por ejemplo, si la deformación es de 0.05, la longitud del material habrá cambiado 5% respecto a su longitud original.

Por lo tanto, la deformación resultante depende del esfuerzo aplicado. Si el esfuerzo es relativamente pequeño, la proporción es directa (o lineal); esto es, deformación $\propto$ esfuerzo. La constante de proporcionalidad, que depende de la naturaleza del material, se denomina **módulo de elasticidad**. Así,

$$\text{esfuerzo} = \text{módulo de elasticidad} \times \text{deformación}$$

o bien,

$$\text{módulo de elasticidad} = \frac{\text{esfuerzo}}{\text{deformación}} \tag{7.3}$$

Unidad SI del módulo de elasticidad: newton sobre metro cuadrado (N/m^2)

El módulo de elasticidad es el esfuerzo dividido entre la deformación, y tiene las mismas unidades que el esfuerzo. (¿Por qué?)

Hay tres tipos generales de módulos de elasticidad asociados a esfuerzos que producen cambios de longitud, forma o volumen. Se les denomina *módulo de Young*, *módulo de corte* y *módulo de volumen*, respectivamente.

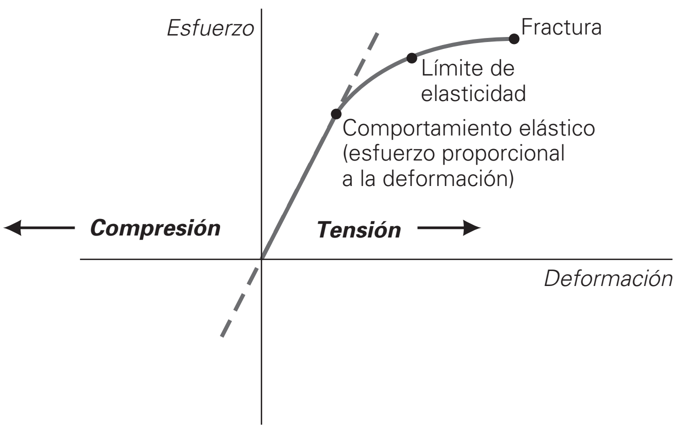
Cambio de longitud: módulo de Young

La ▼figura 7.3 es una gráfica de esfuerzo de tensión contra deformación para una varilla metálica común. La curva es una línea recta hasta un punto llamado *límite proporcional*. Más allá de este punto, la deformación aumenta más rápidamente hasta llegar a otro punto crítico llamado **límite de elasticidad**. Si la tensión se elimina en este punto, el material recuperará su longitud original. Si se aumenta la tensión más allá del límite de elasticidad y luego se retira, el material se recuperará hasta cierto punto, aunque habrá cierta deformación permanente.

La parte de línea recta de la gráfica muestra una proporcionalidad directa entre esfuerzo y deformación. En 1678, el físico inglés Robert Hooke fue el primero en formalizar esta relación, que ahora se conoce como *ley de Hooke*. (Es la misma relación general que la dada para un resorte en la sección 3.2; véase la figura 3.5.) El módulo de elasticidad para una tensión o compresión se denomina **módulo de Young (*Y*)**:*

$$\underbrace{\frac{F}{A}}_{\text{esfuerzo}} = Y\underbrace{\left(\frac{\Delta L}{L_o}\right)}_{\text{deformación}} \quad \text{o} \quad Y = \frac{F/A}{\Delta L/L_o} \tag{7.4}$$

Unidad SI del módulo de Young: newton sobre metro cuadrado (N/m^2)



◀ **FIGURA 7.3 Esfuerzo y deformación** Una gráfica de esfuerzo contra deformación para una varilla metálica común es una línea recta hasta el límite proporcional. Luego continúa la deformación elástica hasta que se alcance el límite de elasticidad. Más allá de eso, la varilla sufrirá una deformación permanente y en algún momento se romperá.

*Thomas Young (1773-1829) fue el físico y médico inglés que también demostró la naturaleza ondulatoria de la luz.

TABLA 7.1 Módulos de elasticidad para diversos materiales (en N/m²)

Sustancia	Módulo de Young (Y)	Módulo de corte (S)	Módulo de volumen (B)
Sólidos			
Aluminio	7.0×10^{10}	2.5×10^{10}	7.0×10^{10}
Hueso (de extrem.)	Tensión: 1.5×10^{10}	1.2×10^{10}	
	Compresión: 9.3×10^{9}		
Latón	9.0×10^{10}	3.5×10^{10}	7.5×10^{10}
Cobre	11×10^{10}	3.8×10^{10}	12×10^{10}
Vidrio	5.7×10^{10}	2.4×10^{10}	4.0×10^{10}
Hierro	15×10^{10}	6.0×10^{10}	12×10^{10}
Nylon	5.0×10^{8}	8.0×10^{8}	
Acero	20×10^{10}	8.2×10^{10}	15×10^{10}
Líquidos			
Alcohol etílico			1.0×10^{9}
Glicerina			4.5×10^{9}
Mercurio			26×10^{9}
Agua			2.2×10^{9}

Las unidades del módulo de Young son las del esfuerzo, newtons sobre metro cuadrado (N/m²), pues la deformación no tiene unidades. En la tabla 7.1 se dan algunos valores representativos del módulo de Young.

Para entender mejor la idea o el significado físico del módulo de Young, despejemos ΔL de la ecuación 7.4:

$$\Delta L = \left(\frac{FL_o}{A}\right)\frac{1}{Y} \qquad \text{o} \qquad \Delta L \propto \frac{1}{Y}$$

Por lo tanto, cuanto mayor sea el módulo de Young de un material, menor será su cambio de longitud (si los demás parámetros permanecen iguales).

Ejemplo 7.1 ■ Extensión del fémur: un esfuerzo considerable

El fémur (hueso del muslo) es el hueso más largo y fuerte del cuerpo. Si suponemos que un fémur típico es aproximadamente cilíndrico, con un radio de 2.0 cm, ¿cuánta fuerza se requerirá para extender el fémur de un paciente en 0.010 por ciento?

Razonamiento. Vemos que la ecuación 7.4 es la apropiada, pero, ¿dónde queda el aumento porcentual? Contestaremos esta pregunta si vemos que el término $\Delta L/L_o$ es el incremento *faccionario* de longitud. Por ejemplo, si tuviéramos un resorte de 10 cm de longitud (L_o) y lo estiráramos 1.0 cm (ΔL), entonces $\Delta L/L_o = 1.0\text{ cm}/10\text{ cm} = 0.10$. Este cociente se puede convertir fácilmente en un porcentaje, y diríamos que la longitud del resorte aumentó 10%. Entonces, el incremento porcentual es tan sólo el valor del término $\Delta L/L_o$ (multiplicado por 100 por ciento).

Solución. Hacemos una lista de los datos,

Dado: $r = 2.0\text{ cm} = 0.020\text{ m}$ ***Encuentre:*** F (fuerza de tensión)

$\Delta L/L_o = 0.010\% = 1.0 \times 10^{-4}$

$Y = 1.5 \times 10^{10}\text{ N/m}^2$ (para hueso, de la tabla 9.1)

La ecuación 7.4 nos da

$$\begin{aligned} F &= Y(\Delta L/L_o)A = Y(\Delta L/L_o)\pi r^2 \\ &= (1.5 \times 10^{10}\text{ N/m}^2)(1.0 \times 10^{-4})\pi(0.020\text{ m})^2 = 1.9 \times 10^3\text{ N} \end{aligned}$$

¿Qué tanta fuerza es esto? Una fuerza considerable (más de 400 lb). El fémur es un hueso muy fuerte.

Ejercicio de refuerzo. Una masa total de 16 kg se cuelga de un alambre de acero de 0.10 cm de diámetro. *a*) ¿Qué incremento porcentual de longitud tiene el alambre? *b*) La resistencia a la tensión de un material es el esfuerzo máximo que un material aguanta antes de romperse o fracturarse. Si la resistencia a la tensión del alambre usado en *a* es de 4.9×10^8 N/m^2, ¿cuánta masa podría colgarse sin que se rompa el alambre? (*Las respuestas de todos los Ejercicios de refuerzo se dan al final del libro.*)

La mayoría de los tipos de huesos consisten en fibras de colageno que están firmemente unidas y se traslapan. El colageno muestra alta resistencia a la tensión y las sales de calcio en aquél dan a los huesos mucha resistencia a la compresión. El colágeno también forma el cartílago, los tendones y la piel, los cuales tienen buena resistencia a la tensión.

Cambio de forma: módulo de corte

Otra forma de deformar un cuerpo elástico es con un *esfuerzo cortante*. En este caso, la deformación se debe a la aplicación de una fuerza que es *tangencial* a la superficie (▸figura 7.4a). Se produce un cambio de forma sin un cambio de volumen. La *deformación de corte* está dada por x/h, donde x es el desplazamiento relativo de las caras y h es la distancia entre ellas.

La deformación de corte a veces se define en términos del **ángulo de corte** ϕ. Como se observa en la figura 7.4b, $\tan\phi = x/h$. Sin embargo, este ángulo suele ser muy pequeño, por lo que una buena aproximación es $\tan\phi \approx \phi \approx x/h$, donde ϕ está en radianes.* (Si $\phi = 10°$, por ejemplo, la diferencia entre ϕ y $\tan\phi$ es de sólo el 1.0%.) El **módulo de corte (*S*)** (también llamado *módulo de rigidez*) es entonces

$$S = \frac{F/A}{x/h} \approx \frac{F/A}{\phi} \tag{7.5}$$

Unidad SI de módulo de corte: newton sobre metro cuadrado (N/m^2)

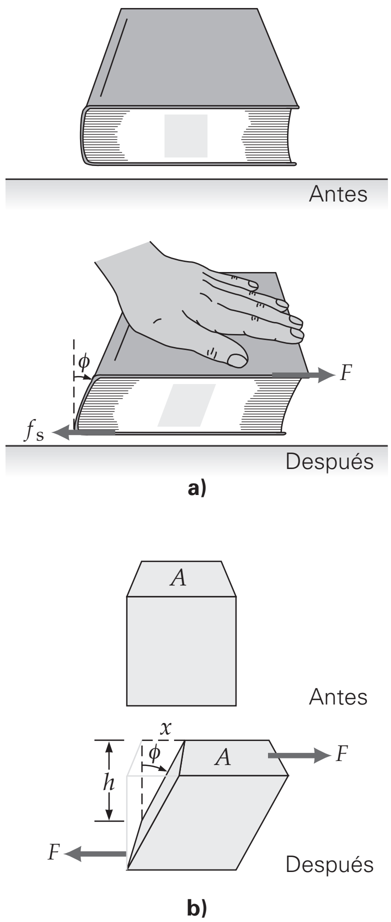
En la tabla 7.1 vemos que el módulo de corte suele ser menor que el módulo de Young. De hecho, S es aproximadamente $Y/3$ para muchos materiales, lo que indica que hay una mayor respuesta a un esfuerzo cortante que a un esfuerzo de tensión. Observe también la relación inversa $\phi \approx 1/S$, similar a la que señalamos antes para el módulo de Young.

Un esfuerzo cortante podría ser del tipo torsional, que es resultado de la acción de torsión de un momento de fuerza. Por ejemplo, un esfuerzo cortante torsional podría cortar la cabeza de un tornillo que se esté apretando.

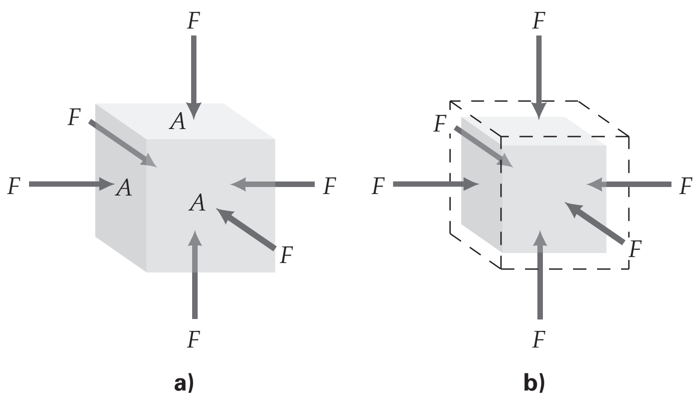
Los líquidos no tienen módulos de corte (ni módulos de Young); de ahí los huecos en la tabla 7.1. No es posible aplicar eficazmente un esfuerzo cortante a un líquido ni a un gas, porque los fluidos se deforman continuamente en respuesta. Suele decirse que *los fluidos no resisten un corte*.

Cambio de volumen: módulo de volumen

Supongamos que una fuerza dirigida hacia adentro actúa sobre toda la superficie de un cuerpo (▾figura 7.5). Semejante *esfuerzo de volumen* a menudo se aplica mediante presión transmitida por un fluido. Un esfuerzo de volumen comprime un material elástico; es decir, el material presenta un cambio de volumen, aunque no de forma general, en respuesta a un cambio de presión Δp. (La presión es fuerza por unidad de área, como veremos en la sección 7.2.) El cambio de presión es igual al esfuerzo de vo-



▲ **FIGURA 7.4 Esfuerzo cortante y deformación** ***a)*** Se produce un esfuerzo cortante cuando una fuerza se aplica tangencialmente a una superficie. ***b)*** La deformación se mide en términos del desplazamiento relativo de las caras del objeto, o del ángulo de corte ϕ.



◂ **FIGURA 7.5 Esfuerzo y deformación de volumen** ***a)*** Se aplica un esfuerzo de volumen cuando una fuerza normal actúa sobre toda una área superficial, como se muestra aquí con un cubo. Este tipo de esfuerzo ocurre más comúnmente en gases. ***b)*** La deformación resultante es un cambio de volumen.

*Véase la sección Aprender dibujando de la página 153.

lumen, o bien, $\Delta p = F/A$. La *deformación de volumen* es la razón del cambio de volumen (ΔV) entre el volumen original (V_o). Entonces, el **módulo de volumen (*B*)** es

$$B = \frac{F/A}{-\Delta V/V_o} = -\frac{\Delta p}{\Delta V/V_o} \tag{7.6}$$

Unidad SI de módulo de volumen: newton sobre metro cuadrado (N/m^2)

Incluimos el signo menos para que B sea una cantidad positiva, ya que $\Delta V = V - V_o$ es negativo cuando aumenta la presión externa (cuando Δp es positivo). Al igual que en las anteriores relaciones de módulos: $\Delta V \propto 1/B$.

En la tabla 7.1 se dan los módulos de volumen de sólidos y líquidos selectos. Los gases también tienen módulos de volumen, ya que pueden comprimirse. En el caso de los gases, es más común hablar del recíproco del módulo de volumen, llamado **compresibilidad (*k*)**:

$$k = \frac{1}{B} \quad \textit{(compresibilidad de gases)} \tag{7.7}$$

Así, el cambio de volumen ΔV es directamente proporcional a la compresibilidad k.

Los sólidos y los líquidos son relativamente incompresibles, por lo que sus valores de compresibilidad son pequeños. En cambio, los gases se comprimen fácilmente y sus valores de compresibilidad, que son altos, varían con la presión y la temperatura.

Ejemplo 7.2 ■ Compresión de un líquido: esfuerzo de volumen y módulo de volumen

¿Qué cambio se requiere en la presión sobre un litro de agua para comprimirlo un 0.10 por ciento?

Razonamiento. Al igual que el cambio fraccionario de longitud, $\Delta L/L_o$, el cambio fraccionario de volumen está dado por $-AV/V_o$, que puede expresarse como porcentaje. Así, obtenemos el cambio de presión con la ecuación 7.6. Una compresión implica ΔV negativo.

Solución.

Dado: $-\Delta V/V_o = 0.0010$ (o 0.10%) ***Encuentre:*** Δp

$V_o = 1.0 \text{ L} = 1000 \text{ cm}^3$

$B_{H_2O} = 2.2 \times 10^9 \text{ N/m}^2$ (de la tabla 7.1)

Observe que $-\Delta V/V_o$ es el cambio *fraccionario* de volumen. Dado que $V_o = 1000 \text{ cm}^3$, el cambio (la reducción) de volumen es

$$-\Delta V = 0.0010\, V_o = 0.0010(1000 \text{ cm}^3) = 1.0 \text{ cm}^3$$

Sin embargo, no necesitamos el cambio de volumen. El cambio fraccionario, como se listó en los datos, se usa directamente en la ecuación 7.6 para calcular el aumento de presión:

$$\Delta p = B\left(\frac{-\Delta V}{V_o}\right) = (2.2 \times 10^9 \text{ N/m}^2)(0.0010) = 2.2 \times 10^6 \text{ N/m}^2$$

(Este incremento es unas 22 veces la presión atmosférica normal. No es muy compresible.)

Ejercicio de refuerzo. Si a medio litro de agua se aplica una presión adicional de 1.0×10^6 N/m^2 a la presión atmosférica, ¿qué cambio de volumen tendrá el agua?

7.2 Fluidos: presión y el principio de Pascal

OBJETIVOS: *a*) Explicar la relación profundidad-presión y *b*) plantear el principio de Pascal y describir su uso en aplicaciones prácticas.

Podemos aplicar una fuerza a un sólido en un punto de contacto, pero esto no funciona con los fluidos, pues éstos no resisten un corte. Con los fluidos, es preciso aplicar una fuerza sobre una área. Tal aplicación de fuerza se expresa en términos de **presión**: la *fuerza por unidad de área*:

$$p = \frac{F}{A} \tag{7.8a}$$

Unidad SI de presión: newton sobre metro cuadrado (N/m^2) o pascal (Pa)

En esta ecuación, se entiende que la fuerza actúa de forma normal (perpendicular) a la superficie. F podría ser el componente perpendicular de una fuerza que actúa inclinada respecto a la superficie (▸figura 7.6).

Como muestra la figura 7.6, en el caso más general deberíamos escribir:

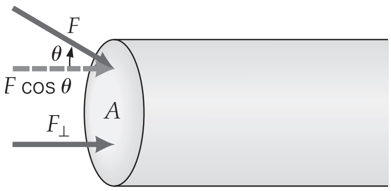
$$p = \frac{F_{\perp}}{A} = \frac{F\cos\theta}{A} \tag{7.8b}$$

La presión es una cantidad escalar (sólo tiene magnitud) aunque la fuerza que la produce sea un vector.

Las unidades SI de presión son newtons sobre metro cuadrado (N/m^2) o **pascal (Pa)** en honor del científico y filósofo francés Blaise Pascal (1623-1662), quien estudió los fluidos y la presión. Por definición,*

$$1\ \mathrm{Pa} = 1\ \mathrm{N/m^2}$$

En el sistema inglés, una unidad común de presión es la libra por pulgada cuadrada (lb/in^2 o psi). En aplicaciones especiales se utilizan otras unidades, que presentaremos más adelante. Antes de continuar, veamos un ejemplo "sólido" de la relación entre fuerza y presión.



$$p = \frac{F_{\perp}}{A} = \frac{F\cos\theta}{A}$$

▲ **FIGURA 7.6 Presión** La presión suele escribirse como $p = F/A$, y se sobreentiende que F es la fuerza o componente de fuerza normal a la superficie. En general, entonces, $p = (F\cos\theta)/A$.

Ejemplo conceptual 7.3 ■ Fuerza y presión: una siesta en una cama de clavos

Suponga que usted se prepara para dormir la siesta y tiene la opción para elegir entre acostarse de espaldas en *a*) una cama de clavos, *b*) un piso de madera dura o *c*) un sofá. ¿Cuál escogería por comodidad y *por qué*?

Razonamiento y respuesta. La opción cómoda es obvia: el sofá. Sin embargo, la pregunta conceptual aquí es *por qué*.

Examinemos primero la posibilidad de acostarse en un lecho de clavos, un truco antiguo que se originó en la India y que solía presentarse en las ferias y otros espectáculos (véase la figura 7.27). En realidad no hay truco alguno, sólo física; a saber, fuerza y presión. Es la fuerza por unidad de área, la presión ($p = F/A$), lo que determina si un clavo perforará la piel o no. La fuerza depende del peso de la persona que se acuesta en los clavos. El área depende del área *eficaz* de contacto entre los clavos y la piel (sin considerar la ropa de la persona).

Si sólo hubiera un clavo, éste no soportaría el peso de la persona y con tal área pequeña la presión sería muy grande, y en una situación así el clavo perforaría la piel. En cambio, cuando se usa un lecho de clavos, la misma fuerza (peso) se distribuye entre cientos de clavos, así que el área de contacto eficaz es relativamente grande, y la presión se reduce a un nivel en el que los clavos no perforan la piel.

Cuando nos acostamos en un piso de madera, el área en contacto con nuestro cuerpo es considerable y la presión se reduce, pero probablemente no nos sentiremos cómodos. Partes del cuerpo, como el cuello y la parte baja de la espalda, *no* están en contacto con la superficie, como lo estarían en un sofá blando, donde la presión es aún menor: Cuanto más baja sea la presión, mayor será la comodidad (la misma fuerza sobre una área más extensa). Por lo tanto, *c* es la respuesta.

Ejercicio de refuerzo. Mencione dos consideraciones importantes al construir una cama de clavos para acostarse en ella.

Hagamos ahora un breve repaso de la densidad, que es una consideración importante en el estudio de fluidos. La densidad (ρ) de una sustancia se define como masa sobre *unidad* de volumen:

$$\text{densidad} = \frac{\text{masa}}{\text{volumen}}$$

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Unidad SI de densidad: kilogramo sobre metro cúbico (kg/m^3)
(unidad cgs común: gramo sobre centímetro cúbico, g/cm^3)

En la tabla 7.2 se da la densidad de algunas sustancias comunes.

*Note que la unidad de presión es equivalente a la energía por volumen, $N/m^2 = N \cdot m/m^3 = J/m^3$, una densidad de energía.

A FONDO 7.1 LA OSTEOPOROSIS Y LA DENSIDAD MINERAL ÓSEA (DMO)

El hueso es un tejido vivo y en crecimiento. Nuestro cuerpo continuamente está absorbiendo los antiguos huesos (reabsorción) y fabricando nuevo tejido óseo. Durante los primeros años de vida, el crecimiento de los huesos es mayor que la pérdida. Este proceso continúa hasta que se alcanza el máximo de la masa ósea cuando se es un adulto joven. Después, el crecimiento de los huesos adquiere un ritmo más lento como resultado de la pérdida de masa ósea. Con la edad, los huesos, naturalmente, se vuelven menos densos y más débiles. La osteoporosis (que significa "huesos porosos") ocurre cuando los huesos se deterioran hasta el punto en el que se fracturan con facilidad (figura 1).

La osteoporosis y la escasa masa ósea asociada con ella afectan a unos 24 millones de estadounidenses, la mayoría de los cuales son mujeres. La osteoporosis da por resultado un mayor riesgo de sufrir fracturas, particularmente en la cadera y la columna vertebral. Muchas mujeres toman complementos de calcio con la finalidad de prevenir esta condición.

Para entender cómo se mide la densidad ósea, primero veamos la distinción entre *hueso* y *tejido óseo*. El hueso es un material sólido compuesto de una proteína llamada matriz ósea, la mayor parte de la cual se ha calcificado. El tejido óseo incluye los espacios para la médula dentro de la matriz. (La médula es el tejido suave, adiposo y vascular en el interior de las cavidades óseas y es un sitio fundamental para la producción de células sanguíneas.) El volumen de la médula varía según el tipo de hueso.

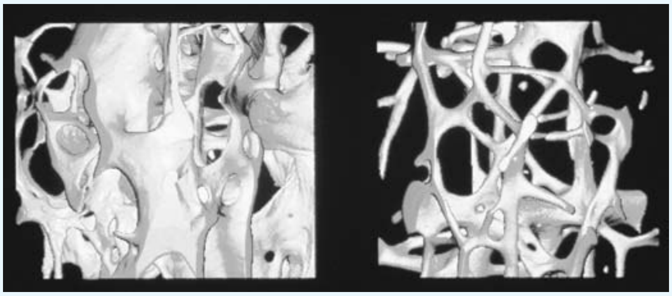


FIGURA 1 Pérdida de masa ósea Una micrografía de rayos X que muestra la estructura ósea de una vértebra de una persona de 50 años (izquierda) y una de 70 años (derecha). La osteoporosis, una condición caracterizada por el debilitamiento de los huesos provocado por la pérdida de masa ósea, es evidente en el caso de la vértebra de la derecha.

Si el volumen de un hueso intacto se mide (por ejemplo, mediante el desplazamiento de agua), entonces, es posible calcular la *densidad del tejido óseo* —comúnmente en gramos por centímetro cúbico—, después de que el hueso se pesa para determinar su masa. Si se quema un hueso, se pesan las cenizas que quedan y se dividen entre el volumen del hueso total (tejido óseo), se obtiene la *densidad mineral del tejido óseo*, que comúnmente se conoce como **densidad mineral ósea (DMO)**.

Para medir la DMO de los huesos *en vivo*, se mide la transmisión de ciertos tipos de radiación a través del hueso, y el resultado se relaciona con la cantidad de mineral óseo presente. Además, se mide un área "proyectada" del hueso. Utilizando tales mediciones, se calcula una DMO proyectada o zonal en unidades de mg/cm^2. La figura 2 ilustra la magnitud del efecto de la pérdida de densidad ósea con la edad.

El diagnóstico de la osteoporosis se basa primordialmente en la medición de la DMO. La masa de un hueso, que se mide con una prueba de DMO (también conocida como *prueba de densitometría ósea*), por lo general se correlaciona con la fortaleza del hueso. Es posible predecir el riesgo de fracturas, de la misma forma como las mediciones de la presión sanguínea ayudan a predecir los riesgos de sufrir un infarto cerebral. La prueba de densidad ósea se recomienda a todas las mujeres de 65 años en adelante y a mujeres de menor edad con un alto riesgo de padecer osteoporosis. Esto también se aplica a los hombres. Con frecuencia se piensa que la osteoporosis es una enfermedad propia de las mujeres, pero el 20% de los casos de osteoporosis se presentan en hombres. Una prueba de DMO no predice con certeza la posibilidad de sufrir una fractura, sino que tan sólo predice el grado de riesgo.

Entonces, ¿cómo se mide la DMO? Aquí es donde la física entra en acción. Se emplean varios instrumentos, que se clasifican en *dispositivos centrales* y *dispositivos periféricos*. Los dispositivos centrales se utilizan principalmente para medir la densidad ósea de la cadera y la columna vertebral. Los dispositivos periféricos son

TABLA 7.2 Densidad de algunas sustancias comunes (en kg/m^3)

Sólidos	*Densidad (ρ)*	*Líquidos*	*Densidad (ρ)*	*Gases**	*Densidad (ρ)*
Aluminio	2.7×10^3	Alcohol etílico	0.79×10^3	Aire	1.29
Latón	8.7×10^3	Alcohol metílico	0.82×10^3	Helio	0.18
Cobre	8.9×10^3	Sangre entera	1.05×10^3	Hidrógeno	0.090
Vidrio	2.6×10^3	Plasma sanguíneo	1.03×10^3	Oxígeno	1.43
Oro	19.3×10^3	Gasolina	0.68×10^3	Vapor (100°C)	0.63
Hielo	0.92×10^3	Queroseno	0.82×10^3		
Hierro (y acero)	7.8×10^3 (valor general)	Mercurio	13.6×10^3		
Plomo	11.4×10^3	Agua de mar (4°C)	1.03×10^3		
Plata	10.5×10^3	Agua dulce (4°C)	1.00×10^3		
Madera, roble	0.81×10^3				

*A 0°C y 1 atm, a menos que se especifique otra cosa.

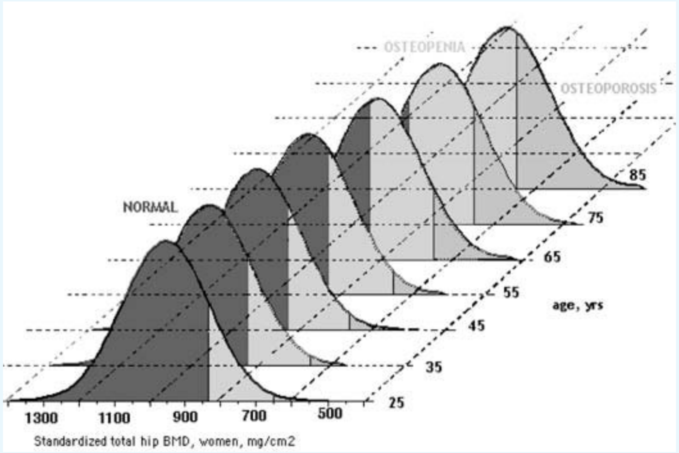


FIGURA 2 Pérdida de densidad ósea con la edad Una ilustración de cómo se incrementa, con la edad, la pérdida normal de densidad ósea en el hueso de la cadera de una mujer (escala de la derecha). La osteopenia se refiere a la calcificación o densidad ósea decreciente. Una persona con osteopenia está en riesgo de desarrollar osteoporosis, una condición que provoca que los huesos se vuelvan quebradizos y proclives a fracturarse.

más pequeños; se trata de máquinas portátiles que se emplean para medir la densidad ósea en lugares tales como los talones o los dedos.

El dispositivo central de uso más difundido se basa en la *absorciometría de energía dual de rayos X* (DXA), que utiliza imágenes de rayos X para medir la densidad ósea. (Véase la sección 6.4 de *Física 12* para una explicación de los rayos X.) El escáner DXA produce dos haces de rayos X de diferentes niveles de energía. La cantidad de rayos X que pasan a través de un hueso se mide para cada haz; estas cantidades varían de acuerdo con la densidad del hueso. La densidad ósea calculada se basa en la diferencia entre los dos haces. El procedimiento no es invasivo, tarda entre 10 y 20 minutos, y la exposición a los rayos X por lo general es de una décima parte de la que implica una radiografía del tórax (figura 3).

Un dispositivo periférico común utiliza *ultrasonido cuantitativo* (QUS, por las siglas de *quantative ultrasound*). En vez de rayos X, la proyección de la densidad ósea se realiza mediante ondas sonoras de alta frecuencia (ultrasonido). Las mediciones de QUS generalmente se realizan en el talón. La prueba toma apenas uno o dos minutos, y los dispositivos para realizarla ahora se venden en algunas farmacias. Su objetivo es indicar si una persona está “en riesgo”, y si necesita someterse a una prueba DXA.

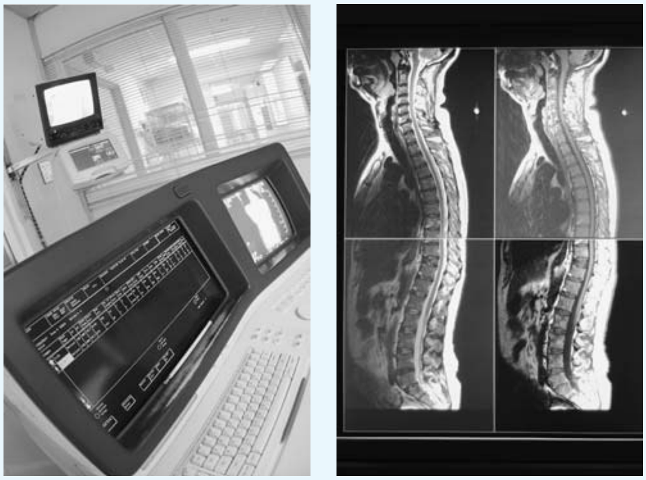


FIGURA 3 Prueba de osteoporosis mediante escáner Una especialista realiza un análisis de los huesos mediante rayos X en una paciente mayor, para determinar si padece osteoporosis. Las imágenes de rayos X se despliegan en el monitor. Las imágenes podrían confirmar la presencia de osteoporosis. Además, tales pruebas de densitometría ósea sirven para diagnosticar raquitismo, una enfermedad infantil caracterizada por el reblandecimiento de los huesos.

El agua tiene una densidad de 1.00×10^3 kg/m^3 (1.00 g/cm^3), por la definición original de kilogramo. El mercurio tiene una densidad de 13.6×10^3 kg/m^3 (13.6 g/cm^3). Por lo tanto, el mercurio es 13.6 veces más denso que el agua. La gasolina, en cambio, es menos densa que el agua. (Véase la tabla 7.2.) (*Nota:* no confunda el símbolo de densidad, ρ [letra griega rho], con el de presión, p.)

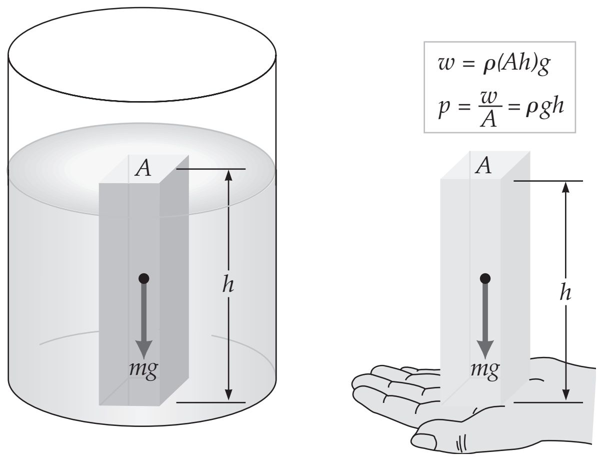
Nota: $p \neq \rho$

Decimos que la densidad es una medida de qué tan compacta es la materia de una sustancia: cuanto más alta sea la densidad, más materia o masa habrá en un volumen dado. Note que la densidad cuantifica la cantidad de masa por unidad de volumen. Para una consideración importante acerca de la densidad, véase la sección A fondo 7.1 sobre la osteoporosis y la densidad mineral ósea (DMO).

Presión y profundidad

Si el lector ha buceado, sabe bien que la presión aumenta con la profundidad, y ha sentido el aumento de presión en los tímpanos. Sentimos un efecto opuesto cuando viajamos en un avión o subimos una montaña en automóvil. Al aumentar la altitud, quizá sintamos que los oídos quieren “reventarse”, por la *reducción* en la presión externa del aire.

La forma en que la presión en un fluido varía con la profundidad se demuestra considerando un recipiente de líquido en reposo. Imaginemos que aislamos una co-



▶ **FIGURA 7.7 Presión y profundidad** La presión adicional a una profundidad h en un líquido se debe al peso del líquido que está arriba: $p = \rho gh$, donde ρ es la densidad del líquido (que suponemos constante). Esto se ilustra para una columna rectangular imaginaria de líquido.

lumna rectangular de agua, como se muestra en la ▲figura 7.7. Entonces, la fuerza sobre el fondo del recipiente bajo la columna (o sobre la mano) es igual al peso del líquido que constituye la columna: $F = w = mg$. Puesto que la densidad es $\rho = m/V$, la masa de la columna es igual a la densidad multiplicada por el volumen; es decir, $m = \rho V$. (Suponemos que el líquido es incompresible, así que ρ es constante.)

El volumen de la columna aislada de líquido es igual a la altura de la columna multiplicada por el área de su base, o bien, $V = hA$. Por lo tanto, escribimos

$$F = w = mg = \rho V g = \rho g h A$$

Como $p = F/A$, la presión a una profundidad h, debida al peso de la columna, es

$$p = \rho g h \tag{7.9}$$

Éste es un resultado general para líquidos incompresibles. La presión es la misma en todos los puntos de un plano horizontal a una profundidad h (si ρ y g son constantes). Observe que la ecuación 7.9 es independiente del área de la base de la columna rectangular: podríamos tomar toda la columna cilíndrica del líquido en el recipiente de la figura 7.7 y obtendríamos el mismo resultado.

Al deducir la ecuación 7.9 no tomamos en cuenta la aplicación de una presión a la superficie abierta del líquido. Este factor se suma a la presión a una profundidad h para dar una presión *total* de

Relación presión-profundidad

$$p = p_o + \rho g h \quad \textit{(líquido incompresible de densidad constante)} \tag{7.10}$$

donde p_o es la presión aplicada a la superficie del líquido (es decir, la presión en $h = 0$). En el caso de un recipiente abierto, $p_o = p_a$ (la presión atmosférica), es decir, el peso (fuerza) por unidad de área de los gases atmosféricos que están arriba de la superficie del líquido. La presión atmosférica media en el nivel del mar se utiliza también como unidad, llamada **atmósfera (atm)**:

$$1 \text{ atm} = 101.325 \text{ kPa} = 1.01325 \times 10^5 \text{ N/m}^2 \approx 14.7 \text{ lb/in}^2$$

Más adelante describiremos cómo se mide la presión atmosférica.

Ejemplo 7.4 ■ Buzo: presión y fuerza

a) ¿Cuál es la presión total sobre la espalda de un buzo en un lago a una profundidad de 8.00 m? *b*) Determine la fuerza aplicada a la espalda del buzo únicamente por el agua, tomando la superficie de la espalda como un rectángulo de 60.0 × 50.0 cm.

Razonamiento. *a*) Ésta es una aplicación directa de la ecuación 7.10, en la cual p_o se toma como la presión atmosférica p_a. *b*) Si conocemos el área y la presión debida al agua, calculamos la fuerza por la definición de presión, $p = F/A$.

Solución.

Dado:
$h = 8.00$ m
$A = 60.0 \text{ cm} \times 50.0 \text{ cm}$
$= 0.600 \text{ m} \times 0.500 \text{ m} = 0.300 \text{ m}^2$
$\rho_{H_2O} = 1.00 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ (de la tabla 7.2)
$p_a = 1.01 \times 10^5 \text{ N/m}^2$

Encuentre: *a*) p (presión total)
b) F (fuerza debida al agua)

a) La presión total es la suma de la presión debida al agua y a la presión atmosférica (p_a). Por la ecuación 7.10, esto es

$$\begin{aligned} p &= p_a + \rho g h \\ &= (1.01 \times 10^5\ \text{N/m}^2) + (1.00 \times 10^3\ \text{kg/m}^3)(9.80\ \text{m/s}^2)(8.00\ \text{m}) \\ &= (1.01 \times 10^5\ \text{N/m}^2) + (0.784 \times 10^5\ \text{N/m}^2) = 1.79 \times 10^5\ \text{N/m}^2\ (\text{o Pa}) \\ &\qquad (\text{expresada en atmósferas}) \approx 1.8\ \text{atm} \end{aligned}$$

También ésta es la presión en los tímpanos del buzo.

b) La presión p_{H_2O} debida sólo al agua es la porción $\rho g h$ de la ecuación anterior, así que $p_{H_2O} = 0.784 \times 10^5\ \text{N/m}^2$.

Entonces, $p_{H_2O} = F/A$, y

$$\begin{aligned} F &= p_{H_2O} A = (0.784 \times 10^5\ \text{N/m}^2)(0.300\ \text{m}^2) \\ &= 2.35 \times 10^4\ \text{N}\ (\text{o } 5.29 \times 10^3\ \text{lb ¡unas 2.6 toneladas!}) \end{aligned}$$

Ejercicio de refuerzo. La respuesta al inciso *b* de este ejemplo quizás haga dudar al lector. ¿Cómo puede el buzo aguantar semejante fuerza? Para entender mejor las fuerzas que el cuerpo puede resistir, calcule la fuerza que actúa sobre la espalda del buzo en la superficie del agua (debida únicamente a la presión atmosférica). ¿Cómo supone que el cuerpo pueda soportar tales fuerzas o presiones?

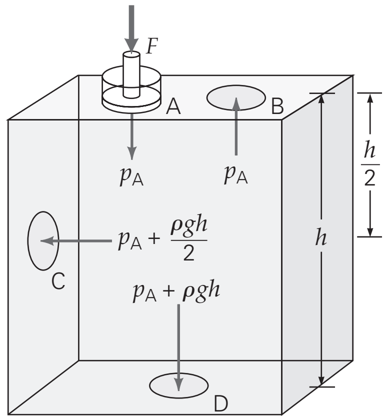
Principio de Pascal

Cuando se incrementa la presión (digamos, la del aire) sobre toda la superficie abierta de un líquido incompresible en reposo, la presión en cualquier punto del líquido o en las superficies limítrofes aumenta en la misma cantidad. El efecto es el mismo si se aplica presión con un pistón a cualquier superficie de un fluido encerrado (▸figura 7.8). Pascal estudió la transmisión de la presión en fluidos, y el efecto que se observa se denomina **principio de Pascal**:

> La presión aplicada a un fluido encerrado se transmite sin pérdida a todos los puntos del fluido y a las paredes del recipiente.

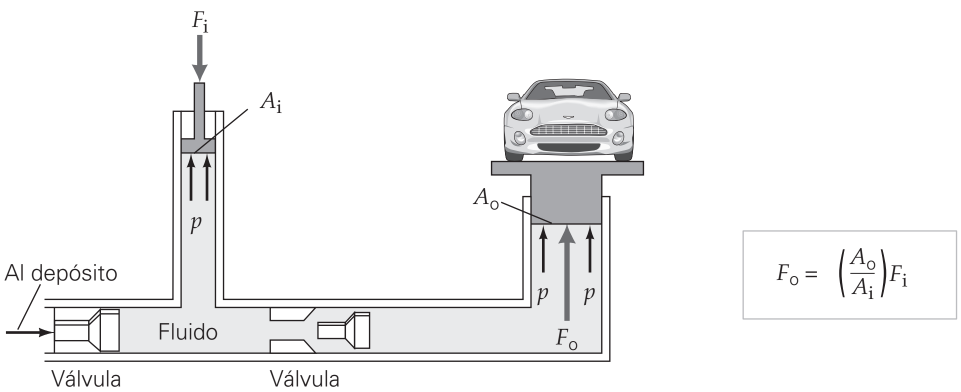
En el caso de un líquido incompresible, el cambio de presión se transmite de forma prácticamente instantánea. En el caso de un gas, un cambio de presión por lo general va acompañado de un cambio de volumen o de temperatura (o de ambos); pero, una vez que se ha reestablecido el equilibrio, es válido el principio de Pascal.

Entre las aplicaciones prácticas más comunes del principio de Pascal están los sistemas de frenos hidráulicos de los automóviles. Al pisar el pedal del freno, se transmite una fuerza a través de delgados tubos llenos de líquido hasta los cilindros de frenado de las ruedas. Asimismo, se usan elevadores y gatos hidráulicos para levantar automóviles y otros objetos pesados (▾figura 7.9).

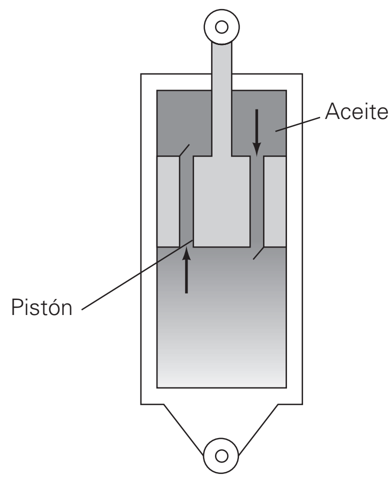


▲ **FIGURA 7.8 Principio de Pascal** La presión aplicada en el punto A se transmite completamente a todas las partes del fluido y a las paredes del recipiente. También hay presión debida al peso del fluido que está arriba de un punto dado a diferentes profundidades (por ejemplo, $\rho g h/2$ en C y $\rho g h$ en D).

▼ **FIGURA 7.9 Elevador y amortiguador hidráulicos** ***a)*** Dado que las presiones de entrada y de salida son iguales (principio de Pascal), una fuerza pequeña de entrada origina una fuerza grande de salida, en proporción al cociente de las áreas de los pistones. ***b)*** Vista expuesta simplificada de un tipo de amortiguador. (Véase la descripción en el ejercicio de refuerzo 7.5.)



a)



b)

Usando el principio de Pascal, demostramos cómo tales sistema nos permiten no sólo transmitir fuerza de un lugar a otro, sino también multiplicar esa fuerza. La presión de entrada p_i suministrada por aire comprimido a un elevador de taller mecánico, por ejemplo, aplica una fuerza de entrada F_i a un pistón de área pequeña A_i (figura 7.9). La magnitud total de la presión se transmite al pistón de salida, que tiene un área A_o. Puesto que $p_i = p_o$, se sigue que

$$\frac{F_i}{A_i} = \frac{F_o}{A_o}$$

y

$$F_o = \left(\frac{A_o}{A_i}\right)F_i \quad \textit{multiplicación de fuerza hidráulica} \tag{7.11}$$

Si A_o es mayor que A_i, F_o será mayor que F_i. La fuerza de entrada se multiplica mucho si el pistón de entrada tiene una área relativamente pequeña.

Ejemplo 7.5 ■ El elevador hidráulico: principio de Pascal

Un elevador de taller mecánico tiene pistones de entrada y de levantamiento (salida) con diámetro de 10 y 30 cm, respectivamente. Se usa el elevador para sostener un automóvil levantado que pesa 1.4×10^4 N. *a*) ¿Qué fuerza se aplica al pistón de entrada? *b*) ¿Cuál es la presión que se aplica al pistón de entrada?

Razonamiento. *a*) El principio de Pascal, expresado en la ecuación 7.11 sobre hidráulica, tiene cuatro variables, y nos da tres (obtendremos las áreas correspondientes a los diámetros). *b*) La presión es simplemente $p = F/A$.

Solución.

Dado: $d_i = 10\text{ cm} = 0.10\text{ m}$, $d_o = 30\text{ cm} = 0.30\text{ m}$, $F_o = 1.4 \times 10^4\text{ N}$

Encuentre: *a*) F_i (fuerza de entrada) *b*) p_i (presión de entrada)

***a*)** Reacomodamos la ecuación 7.11 y usamos $A = \pi r^2 = \pi d^2/4$ para el pistón circular $(r = d/2)$ para obtener

$$F_i = \left(\frac{A_i}{A_o}\right)F_o = \left(\frac{\pi d_i^2/4}{\pi d_o^2/4}\right)F_o = \left(\frac{d_i}{d_o}\right)^2 F_o$$

o bien,

$$F_i = \left(\frac{0.10\text{ m}}{0.30\text{ m}}\right)^2 F_o = \frac{F_o}{9} = \frac{1.4 \times 10^4\text{ N}}{9} = 1.6 \times 10^3\text{ N}$$

La fuerza de entrada es la novena parte de la fuerza de salida; en otras palabras, la fuerza se multiplicó por 9 (es decir, $F_o = 9F_i$).

(No necesitábamos escribir las expresiones completas para las áreas. Sabemos que el área de un círculo es proporcional al cuadrado del diámetro del círculo. Si la razón de los diámetros de los pistones es de 3 a 1, por consiguiente, la razón de sus áreas debe ser de 9 a 1, y pudimos utilizar esta razón directamente en la ecuación 7.11.)

***b*)** Ahora aplicamos la ecuación 7.8a:

$$p_i = \frac{F_i}{A_i} = \frac{F_i}{\pi r_i^2} = \frac{F_i}{\pi(d_i/2)^2} = \frac{1.6 \times 10^3\text{ N}}{\pi(0.10\text{ m})^2/4}$$
$$= 2.0 \times 10^5\text{ N/m}^2\ (= 200\text{ kPa})$$

Esta presión es de aproximadamente 30 lb/in^2, una presión ordinaria en los neumáticos de los automóviles, y aproximadamente el doble de la presión atmosférica (que es de unos 100 kPa, o 15 lb/in^2).

Ejercicio de refuerzo. El principio de Pascal se usa en los amortiguadores de los automóviles y en el tren de aterrizaje de los aviones. (Las varillas del pistón, de acero pulido, pueden verse arriba de las ruedas de los aviones.) En tales dispositivos, una fuerza grande (la sacudida que se produce cuando los neumáticos ruedan sobre un pavimento irregular a alta velocidad) debe reducirse a un nivel seguro gastando energía. Básicamente, el movimiento de un pistón de diámetro grande obliga a un fluido a pasar a través de canales pequeños en el pistón, en cada ciclo de movimiento (figura 7.9b).

Observe que las válvulas permiten que pase fluido por el canal, lo cual crea resistencia al movimiento del pistón (situación opuesta a la de la figura 7.9a). El pistón sube y baja, disipando la energía de la sacudida. Esto se denomina *amortiguación* (sección 11.2). Suponga que el pistón de entrada de un amortiguador de avión tiene un diámetro de 8.0 cm. ¿Qué diámetro tendría un canal de salida que reduce la fuerza en un factor de 10?

Como muestra el ejemplo 7.5, relacionamos directamente las fuerzas producidas por pistones con los diámetros de los pistones: $F_i = (d_i/d_o)^2 F_o$ o $F_o = (d_o/d_i)^2 F_i$. Si hacemos $d_o >> d_i$, obtenemos factores de multiplicación de fuerza muy grandes, como ocurre con las prensas hidráulicas, gatos y excavadores de tierra. (Los relucientes pistones de entrada se aprecian fácilmente en esas máquinas.) O bien, podemos lograr una reducción de fuerza haciendo $d_i > d_o$, como en el Ejercicio de refuerzo 7.5.

Sin embargo, no debemos creer que al multiplicar una fuerza estamos obteniendo algo por nada. La energía sigue siendo un factor, y una máquina nunca podría multiplicarla. (¿Por qué no?) Si examinamos el trabajo en cuestión y suponemos que el trabajo generado es igual al trabajo invertido, $W_o = W_i$ (una condición ideal; ¿por qué?, tenemos, por la ecuación 3.1,

$$F_o x_o = F_i x_i$$

o bien,

$$F_o = \left(\frac{x_i}{x_o}\right) F_i$$

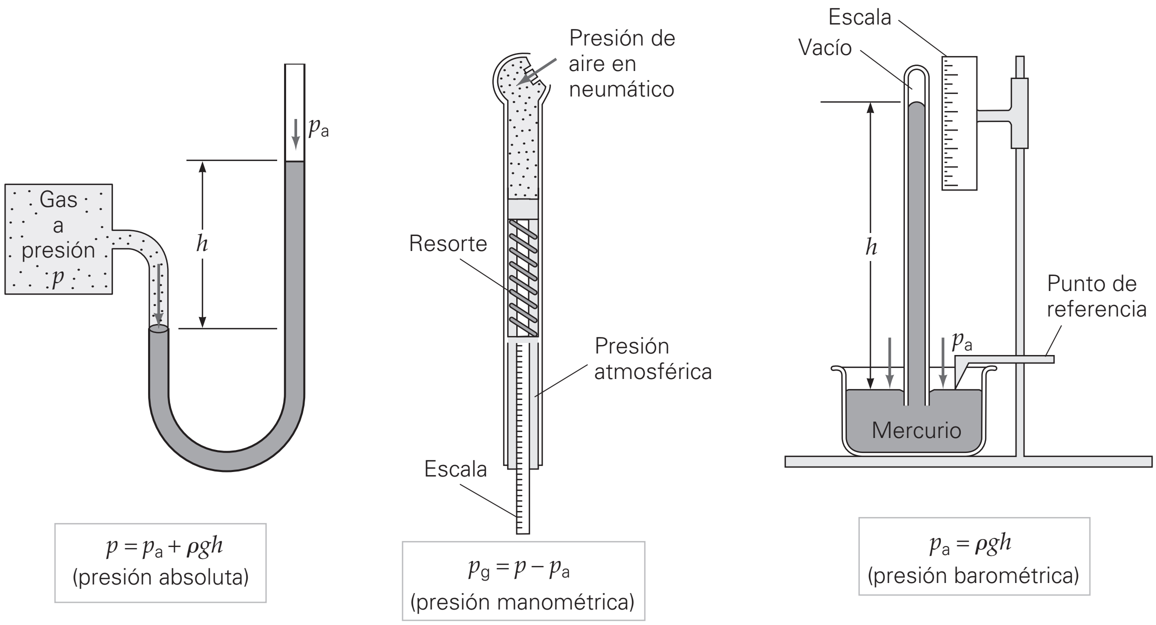
donde x_o y x_i son las distancias respectivas que recorren los pistones de salida y de entrada.

Así, la fuerza de salida puede ser mucho mayor que la fuerza de entrada, sólo si la distancia de entrada es mucho mayor que la de salida. Por ejemplo, si $F_o = 10F_i$, entonces $x_i = 10x_o$, y el pistón de entrada deberá recorrer 10 veces la distancia que recorre el pistón de salida. Decimos que *la fuerza se multiplica a expensas de la distancia*.

Medición de la presión

La presión puede medirse con dispositivos mecánicos que a menudo tienen un resorte tensado (como el medidor de presión de los neumáticos). Otro tipo de instrumento, llamado manómetro, utiliza un líquido —generalmente mercurio— para medir la presión. En la ▼figura 7.10a se muestra un *manómetro de tubo abierto*. Un extremo del tubo

▼ **FIGURA 7.10 Medición de presión** ***a)*** En un manómetro de tubo abierto, la presión de gas en el recipiente se equilibra con la presión de la columna de líquido, y con la presión atmosférica que actúa sobre la superficie abierta del líquido. La presión absoluta del gas es igual a la suma de la presión atmosférica (p_a) y ρgh, la presión manométrica. ***b)*** Un medidor de presión de neumáticos mide presión manométrica, la diferencia de la presión dentro del neumático y la presión atmosférica: $p_{man} = p - p_a$. De esta manera, si el medidor indica 200 kPa (30 lb/in^2), la presión real dentro del neumático es 1 atm más alta, es decir, 300 kPa. ***c)*** Un barómetro es un manómetro de tubo cerrado que se expone a la atmósfera y, por lo tanto, sólo marca presión atmosférica.



a) Manómetro de tubo abierto **b) Medidor de presión de neumáticos** **c) Barómetro**

con forma de U está abierto a la atmósfera y el otro está conectado al recipiente de gas cuya presión se desea medir. El líquido en el tubo en U actúa como depósito a través del cual la presión se transmite según el principio de Pascal.

La presión del gas (p) se equilibra con el peso de la columna de líquido (de altura h, la diferencia de altura de las columnas) y la presión atmosférica (p_a) en la superficie abierta del líquido:

$$p = p_a + \rho g h \tag{7.12}$$

La presión p se denomina **presión absoluta**.

Quizás usted haya medido presiones con un manómetro, que es el instrumento que se usa para medir la presión del aire en los neumáticos de los automóviles (figura 7.10b). Tales dispositivos miden, de forma muy aceptable, la presión manométrica: el manómetro sólo registra la presión *por arriba* (o *por debajo*) de la presión atmosférica. Por lo tanto, para obtener la presión absoluta (p), es necesario sumar la presión atmosférica (p_a) a la presión manométrica (p_g):

$$p = p_a + p_g$$

Por ejemplo, suponga que el medidor indica una presión de 200 kPa ($\approx$ 30 lb/in^2). La presión absoluta dentro del neumático será entonces $p = p_a + p_g = 101 \text{ kPa} + 200 \text{ kPa} = 301 \text{ kPa}$, donde la presión atmosférica normal es de aproximadamente 101 kPa (14.7 lb/in^2), como veremos más adelante.

La presión manométrica de un neumático lo mantiene rígido y funcional. En términos de la unidad más conocida libras por pulgada cuadrada (psi o lb/in^2), un neumático con presión manométrica de 30 psi tiene una presión absoluta de unos 45 psi (30 + 15, ya que la presión atmosférica $\approx$ 15 psi). Por lo tanto, la presión sobre el interior del neumático es de 45 psi; y sobre el exterior, 15 psi. El Δp de 30 psi mantiene inflado el neumático. Si abrimos la válvula o sufrimos una pinchadura, las presiones interna y externa se igualan ¡y tenemos una ponchadura!

La presión atmosférica puede medirse con un *barómetro*. En la figura 7.10c se ilustra el principio de un barómetro de mercurio. Tal dispositivo fue inventado por Evangelista Torricelli (1608-1647), el sucesor de Galileo como profesor de matemáticas en la academia de Florencia. Un barómetro simple consiste en un tubo lleno de mercurio que se invierte dentro de un depósito. Algo de mercurio sale del tubo hacia el depósito, pero en el tubo queda una columna sostenida por la presión del aire sobre la superficie del depósito. Este dispositivo se considera un *manómetro de tubo cerrado*; la presión que mide es únicamente la presión atmosférica, porque la presión manométrica (la presión *por arriba* de la presión atmosférica) es cero.

Entonces, la presión atmosférica es igual a la presión debida al peso de la columna de mercurio, es decir,

$$p_a = \rho g h \tag{7.13}$$

Una *atmósfera estándar* se define como la presión que sostiene una columna de mercurio de exactamente 76 cm de altura al nivel del mar a 0°C. (En la sección A fondo 7.2 sobre posible dolor de oídos, se explica un efecto atmosférico común sobre los seres vivos a causa de los cambios de presión.)

Los cambios de presión atmosférica pueden observarse como cambios en la altura de una columna de mercurio. Tales cambios se deben primordialmente a masas de aire de alta y baja presión que viajan por la superficie terrestre. La presión atmosférica suele informarse en términos de la altura de la columna del barómetro, y los pronósticos meteorológicos indican que el barómetro está subiendo o está bajando. Es decir,

$$\begin{aligned} 1 \text{ atm (aprox. 101 kPa)} &= 76 \text{ cm Hg} = 760 \text{ mm Hg} \\ &= 29.92 \text{ in. Hg (aprox. 30 in. Hg)} \end{aligned}$$

A FONDO 7.2 UN EFECTO ATMOSFÉRICO: POSIBLE DOLOR DE OÍDO

Las variaciones en la presión atmosférica pueden tener un efecto fisiológico común: cambios de presión en los oídos al cambiar la altitud. Es frecuente sentir que los oídos "se tapan" y "se destapan", al ascender o descender por caminos montañosos o al viajar en avión. El tímpano, tan importante para oír, es una membrana que separa el oído medio del oído externo. El oído medio se conecta con la garganta a través de la trompa de Eustaquio, cuyo extremo normalmente está cerrado. La trompa se abre al deglutir o al bostezar para que pueda salir aire y se igualen las presiones interna y externa.

Sin embargo, cuando subimos con relativa rapidez en un avión o en un automóvil por una región montañosa, la presión del aire afuera del oído podría ser menor que en el oído medio. Esta diferencia de presión empuja al tímpano hacia afuera. Si no se alivia la presión exterior, pronto sentiremos un dolor de oído. La presión se alivia "empujando" aire a través de la trompa de Eustaquio hacia la garganta, y es cuando sentimos que los oídos "se destapan". A veces tragamos saliva o bostezamos para ayudar a este proceso. Asimismo, cuando descendemos, la presión exterior aumenta y la presión más baja en el oído medio tendrá que igualarla. En este caso, al tragar saliva se permite que el aire fluya hacia el oído medio.

La naturaleza nos cuida. Sin embargo, es importante entender lo que está sucediendo. Supongamos que tenemos una infección en la garganta. Podría haber una inflamación en la abertura de la trompa de Eustaquio hacia la garganta, que la bloquea parcialmente. Quizá estemos tentados a taparnos la nariz y "soplar" con la boca cerrada para destapar los oídos. ¡No hay que hacerlo! Podríamos introducir mucosidad infectada en el oído interno y causarle una dolorosa infección. En vez de ello, trague saliva con fuerza varias veces y bostece con la boca bien abierta para ayudar a abrir la trompa de Eustaquio e igualar la presión.

En honor a Torricelli, se dio el nombre torr a una presión que sostiene 1 mm de mercurio:

$$1 \text{ mm Hg} \equiv 1 \text{ torr}$$

y

$$1 \text{ atm} = 760 \text{ torr*}$$

Como el mercurio es muy tóxico, se le sella dentro de los barómetros. Un dispositivo más seguro y menos costoso que se usa ampliamente para medir la presión atmosférica es el *barómetro aneroide* ("sin fluido"). En un barómetro aneroide, un diafragma metálico sensible encerrado en un recipiente al vacío (parecido a un tambor) responde a los cambios de presión, los cuales se indican en una carátula. Éste es el tipo de barómetro que vemos en las casas, montado en un marco decorativo.

Puesto que el aire es compresible, la densidad y la presión atmosféricas son mayores en la superficie terrestre y disminuyen con la altitud. Vivimos en el fondo de la atmósfera, pero no notamos mucho su presión en nuestras actividades cotidianas. Recordemos que en gran parte nuestro cuerpo se compone de fluidos, los cuales ejercen una presión igual hacia afuera. De hecho, la presión externa de la atmósfera es tan importante para el funcionamiento normal que la llevamos con nosotros siempre que podemos. Los trajes presurizados que usan los astronautas en el espacio o en la Luna son necesarios no sólo para suministrar oxígeno, sino también para crear una presión externa similar a la que hay en la superficie terrestre.

Una lectura de presión manométrica muy importante se describe en la sección A fondo 7.3: Medición de la presión arterial, que debe leerse antes de continuar con el ejemplo 7.6.

* En el SI una atmósfera tiene una presión de 1.013×10^5 N/m^2, o cerca de 10^5 N/m^2. Los meteorólogos usan incluso otra unidad de presión llamada *milibar* (mb). Un *bar* se define como 10^5 N/m^2, y puesto que un bar = 1000 mb, entonces, 1 atm ≈ 1 bar = 1000 mb. Con 1000 mb, los pequeños cambios en la presión atmosférica se informan con mayor facilidad.

A FONDO 7.3 MEDICIÓN DE LA PRESIÓN ARTERIAL

Básicamente, una bomba es una máquina que transfiere energía mecánica a un fluido, con la finalidad de aumentar su presión y hacerlo que fluya. Una bomba que interesa a todos es el corazón, una bomba muscular que impulsa la sangre a través de la red de arterias, capilares y venas del sistema circulatorio del cuerpo. En cada ciclo de bombeo, las cámaras internas del corazón humano se agrandan y se llenan con sangre recién oxigenada proveniente de los pulmones (figura 1).

El corazón contiene dos pares de cámaras: dos ventrículos y dos aurículas. Cuando los ventrículos se contraen, se expulsa sangre a través de las arterias. Las arterias principales se ramifican para formar arterias cada vez más estrechas, hasta llegar a los diminutos capilares. Ahí, los nutrimentos y el oxígeno que transporta la sangre se intercambian con los tejidos circundantes, y se recogen los desechos (dióxido de carbono). Luego, la sangre fluye por las venas hacia los pulmones para expulsar dióxido de carbono, regresar al corazón y completar el circuito.

Cuando los ventrículos se contraen, empujando sangre hacia el sistema arterial, la presión en las arterias aumenta abruptamente. La presión máxima que se alcanza durante la contracción ventricular se denomina *presión sistólica*. Cuando los ventrículos se relajan, la presión arterial baja hasta su valor mínimo antes de la siguiente contracción. Dicho valor se llama *presión diastólica*. (El nombre de estas presiones proviene de dos partes del ciclo de bombeo, la *sístole* y la *diástole*.)

Las paredes de las arterias tienen considerable elasticidad y se expanden y se contraen con cada ciclo de bombeo. Esta alternancia de expansiones y contracciones se puede detectar co-

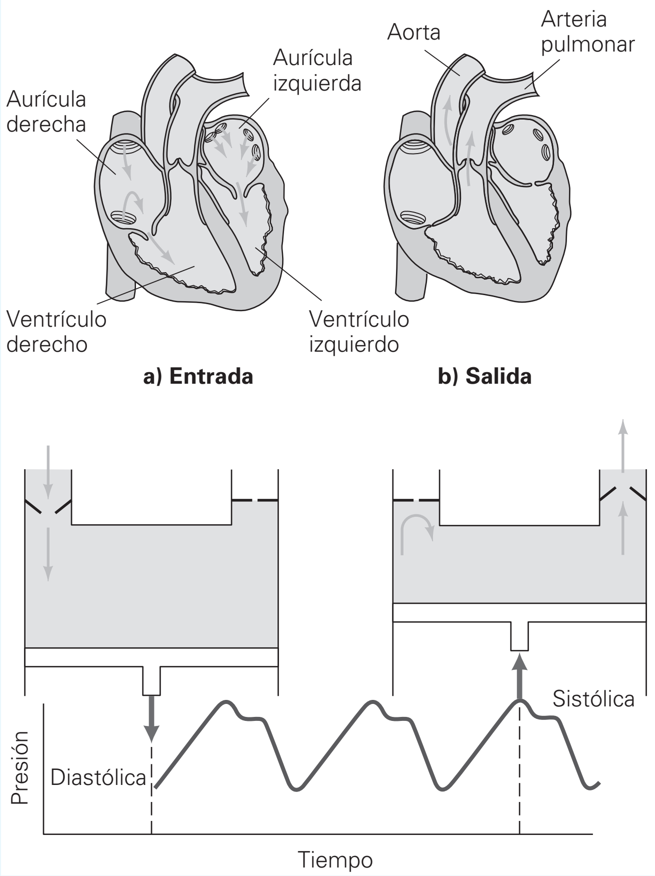


FIGURA 1 El corazón como bomba El corazón humano es similar a una bomba de fuerza mecánica. Su acción de bombeo, que consiste en *a*) entrada y *b*) salida, causa variaciones en la presión arterial.

FIGURA 7.11 ¿Qué tan alto debe estar? Véase el ejemplo 7.6.

Ejemplo 7.6 ■ Infusión intravenosa: ayuda de la gravedad

Una infusión intravenosa (IV) es un tipo de ayuda de la gravedad muy distinto del que estudiamos en el caso de las sondas espaciales del capítulo 5. Considere un paciente que recibe una IV por flujo gravitacional en un hospital, como se muestra en la figura 7.11. Si la presión manométrica sanguínea en la vena es de 20.0 mm Hg, ¿a qué altura deberá colocarse la botella para que la IV funcione adecuadamente?

Razonamiento. La presión manométrica del fluido en la base del tubo de IV debe ser mayor que la presión en la vena, y puede calcularse con la ecuación 7.9. (Suponemos que el líquido es incompresible.)

Solución.

Dado: $p_v = 20.0$ mm Hg (presión manométrica en la vena)
$\rho = 1.05 \times 10^3$ kg/m^3 (densidad de sangre entera, tabla 7.2)

Encuentre: h (peso de $p_v > 20$ mm Hg)

Primero, necesitamos convertir las unidades médicas comunes de mm Hg (torr) a la unidad SI (Pa o N/m^2):

$$p_v = (20.0 \text{ mm Hg})[133 \text{ Pa/(mm Hg)}] = 2.66 \times 10^3 \text{ Pa}$$

Luego, para $p > p_v$,

$$p = \rho g h > p_v$$

o bien,

$$h > \frac{p_v}{\rho g} = \frac{2.66 \times 10^3 \text{ Pa}}{(1.05 \times 10^3 \text{ kg/m}^3)(9.80 \text{ m/s}^2)} = 0.259 \text{ m} \ (\approx 26 \text{ cm})$$

mo un *pulso* en las arterias cercanas a la superficie del cuerpo. Por ejemplo, la arteria radial cercana a la superficie de la muñeca se usa comúnmente para medir el pulso de las personas. La tasa de pulso equivale a la tasa de contracción de los ventrículos, así que refleja el ritmo cardiaco.

La medición de la presión sanguínea de una persona consiste en medir la presión de la sangre sobre las paredes de las arterias. Esto se hace con un *esfigmomanómetro*. (La palabra griega *sphygmo* significa "pulso".) Se usa un manguito inflable para cortar temporalmente el flujo de sangre. La presión del manguito se reduce lentamente mientras la arteria se monitorea con un estetoscopio (figura 2). Se llega a un punto en que apenas comienza a pasar sangre por la arteria constreñida. Este flujo es turbulento y produce un sonido específico con cada latido del corazón. Cuando se escucha inicialmente ese sonido, se toma nota de la presión sistólica en el manómetro. Cuando los latidos turbulentos cesan porque la sangre ya fluye suavemente, se toma la lectura diastólica.

La presión arterial suele informarse dando las presiones sistólica y diastólica, separadas por una diagonal; por ejemplo, 120/80 (mm Hg, que se lee "120 sobre 80"). (El manómetro de la figura 2 es del tipo aneroide; otros esfigmomanómetros más antiguos utilizaban una columna de mercurio para medir la presión arterial.) La presión arterial sistólica normal varía entre 120 y 139; y la diastólica, entre 80 y 89. (La presión arterial es una presión manométrica. ¿Por qué?)

Al alejarse del corazón, disminuye el diámetro de los vasos sanguíneos conforme éstos se ramifican. La presión en los vasos sanguíneos baja al disminuir su diámetro. En las arterias pequeñas, como las del brazo, la presión de la sangre es del orden de 10 a 20 mm Hg, y no hay variación sistólica-diastólica.

Una presión arterial elevada es un problema de salud muy frecuente. Las paredes elásticas de las arterias se expanden bajo la fuerza hidráulica de la sangre bombeada desde el corazón. Sin embargo, su elasticidad podría disminuir con la edad. Depósitos de colesterol pueden estrechar y hacer ásperas las vías arteriales, lo que obstaculizaría el paso de la sangre y produciría una forma de arterioesclerosis, o endurecimiento de las arterias. Debido a tales fallas, es necesario aumentar la presión impulsora para mantener un flujo sanguíneo normal. El corazón debe esforzarse más, lo cual exige más a sus músculos. Una disminución relativamente pequeña en el área transversal eficaz de un vaso sanguíneo tiene un efecto considerable (un incremento) sobre la tasa de flujo, como veremos en la sección 7.4.

FIGURA 2 Medición de presión arterial El manómetro marca la presión en milímetros de Hg.

La botella de IV necesita estar al menos 26 cm arriba del punto de infusión.

Ejercicio de refuerzo. El intervalo normal de presión arterial (manométrica) suele darse como 120/80 (en mm Hg). ¿Por qué es tan baja la presión sanguínea de 20 mm Hg en este ejemplo?

7.3 Flotabilidad y el principio de Arquímedes

OBJETIVOS: *a*) Relacionar la fuerza de flotabilidad con el principio de Arquímedes y *b*) deducir si un objeto flotará o no en un fluido, con base en las densidades relativas.

Cuando un objeto se coloca en un fluido, o flota o se hunde. Esto se observa más comúnmente en los líquidos; por ejemplo, los objetos flotan o se hunden en agua. Sin embargo, se presenta el mismo efecto en gases: un objeto que cae se hunde en la atmósfera; mientras que otros objetos flotan (▼figura 7.12).

Las cosas flotan porque el fluido las sostiene. Por ejemplo, si sumergimos un corcho en agua y lo soltamos, el corcho subirá a la superficie y flotará ahí. Por nuestros conocimientos de fuerzas, sabemos que tal movimiento requiere una fuerza neta hacia arriba sobre el objeto. Es decir, debe actuar sobre el objeto una fuerza hacia arriba mayor que la fuerza hacia abajo de su peso. Las fuerzas se igualan cuando el objeto flota en equilibrio. La fuerza hacia arriba debida a la inmersión total o parcial de un objeto en un fluido se denomina **fuerza de flotabilidad**.

▲ **FIGURA 7.12 Flotabilidad en fluidos** El aire es un fluido en el que flotan objetos como este dirigible. El helio en su interior es menos denso que el aire circundante. La fuerza de flotabilidad resultante sostiene al dirigible.

Se observa cómo ocurre la fuerza de flotabilidad si consideramos un objeto flotante que se sostiene por debajo de la superficie de un fluido (▸figura 7.13a). Las presiones sobre las caras superior e inferior del objeto son $p_1 = \rho_f g h_1$ y $p_2 = \rho_f g h_2$, respectivamente, donde ρ_f es la densidad del fluido. Por lo tanto, hay una diferencia de presión $\Delta p = p_2 - p_1 = \rho_f g(h_2 - h_1)$ entre las caras superior e inferior del bloque, que produce una fuerza hacia arriba (la fuerza de flotabilidad) F_b. Esta fuerza se equilibra con la fuerza aplicada y con el peso del bloque.

No es difícil deducir una expresión para la magnitud de la fuerza de flotabilidad. Sabemos que la presión es fuerza por unidad de área. Así, si el área de ambas caras del bloque, superior e inferior, es A, la magnitud de la fuerza de flotabilidad neta en términos de la diferencia de presión es

$$F_b = p_2 A - p_1 A = (\Delta p)A = \rho_f g(h_2 - h_1)A$$

Puesto que $(h_2 - h_1)A$ es el volumen del bloque y, por lo tanto, el volumen del fluido desplazado por el bloque, V_f, escribimos la expresión para F_b así:

$$F_b = \rho_f g V_f$$

Sin embargo, $\rho_f V_f$ es simplemente la masa del fluido desplazado por el bloque, m_f. Por consiguiente, escribimos la expresión para la fuerza de flotabilidad como $F_b = m_f g$: la magnitud de la fuerza de flotabilidad es igual al peso del fluido desplazado por el bloque (figura 7.13b). Este resultado general se conoce como **principio de Arquímedes**:

> Un cuerpo parcial o totalmente sumergido en un fluido experimenta una fuerza de flotabilidad igual en magnitud al peso del *volumen de fluido* desplazado:

$$F_b = m_f g = \rho_f g V_f \tag{7.14}$$

Se encargó a Arquímedes (287-212 a.C.) la tarea de determinar si una corona hecha para cierto rey era de oro puro o contenía algo de plata. Cuenta la leyenda que la solución del problema se le ocurrió cuando estaba dentro de una tina de baño. (Véase la sección Hechos de física al inicio de este capítulo.) Se dice que tal fue su emoción que salió de la tina y corrió (desnudo) por las calles de la ciudad gritando "¡Eureka! ¡Eureka!" ("Lo encontré", en griego.) Aunque en la solución al problema que halló Arquímedes intervenían densidad y volumen, se supone que ello lo puso a pensar en la flotabilidad.

Ejemplo integrado 7.7 ■ Más ligero que el aire: la fuerza de flotabilidad

Un globo meteorológico esférico y lleno de helio tiene un radio de 1.10 m. *a*) ¿La fuerza de flotabilidad sobre el globo depende de la densidad 1) del helio, 2) del aire o 3) del peso del recubrimiento de goma? [$\rho_{aire} = 1.29\ kg/m^3$ y $\rho_{He} = 0.18\ kg/m^3$.] *b*) Calcule la magnitud de la fuerza de flotabilidad sobre el globo. *c*) El recubrimiento de goma del globo tiene una masa de 1.20 kg. Cuando se suelta, ¿cuál es la magnitud de la aceleración inicial del globo si lleva consigo una carga cuya masa es de 3.52 kg?

a) Razonamiento conceptual. La fuerza de flotabilidad no tienen nada que ver con el helio ni con el recubrimiento de goma, y es igual al peso del aire desplazado, que se determina a partir del volumen del globo y la densidad del aire. Así que la respuesta correcta es la 2.

b, c) Razonamiento cuantitativo y solución.

Dado:
$\rho_{aire} = 1.29\ kg/m^3$
$\rho_{He} = 0.18\ kg/m^3$
$m_s = 1.20\ kg$
$m_p = 3.52\ kg$
$r = 1.10\ m$

Encuentre: *b*) F_b (fuerza de flotabilidad)
c) a (aceleración inicial)

b) El volumen del globo es

$$V = (4/3)\pi r^3 = (4/3)\pi(1.10\text{ m})^3 = 5.58\text{ m}^3$$

Entonces la fuerza de flotabilidad es igual al peso del aire desplazado:

$$F_b = m_{\text{aire}}g = (\rho_{\text{aire}}V)g = (1.29\text{ kg/m}^3)(5.58\text{ m}^3)(9.80\text{ m/s}^2) = 70.5\text{ N}$$

c) Dibuje un diagrama de cuerpo libre. Hay tres fuerzas de peso hacia abajo (la del helio, la del recubrimiento de goma y la de la carga) y la fuerza de flotabilidad hacia arriba. Se suman estas fuerzas para encontrar la fuerza neta, y luego se utiliza la segunda ley de Newton para determinar la aceleración. Los pesos del helio, el recubrimiento de goma y la carga son los siguientes:

$$w_{\text{He}} = m_{\text{He}}g = (\rho_{\text{He}}V)g = (0.18\text{ kg/m}^3)(5.58\text{ m}^3)(9.80\text{ m/s}^2) = 9.84\text{ N}$$
$$w_s = m_s g = (1.20\text{ kg})(9.80\text{ m/s}^2) = 11.8\text{ N}$$
$$w_p = m_p g = (3.52\text{ kg})(9.80\text{ m/s}^2) = 35.5\text{ N}$$

Se suman las fuerzas (tomando la dirección hacia arriba como positiva),

$$F_{\text{neta}} = F_b - w_{\text{He}} - w_s - w_p = 70.5\text{ N} - 9.84\text{ N} - 11.8\text{ N} - 35.5\text{ N} = 13.4\text{ N}$$

y

$$a = \frac{F_{\text{neta}}}{m_{\text{total}}} = \frac{F_{\text{neta}}}{m_{\text{He}} + m_s + m_p} = \frac{13.4\text{ N}}{0.994\text{ kg} + 1.20\text{ kg} + 3.52\text{ kg}} = 2.35\text{ m/s}^2$$

Ejercicio de refuerzo. Conforme el globo asciende, en algún momento deja de acelerar para elevarse a velocidad constante por un breve periodo; después comienza a precipitarse hacia el suelo. Explique este comportamiento en términos de densidad atmosférica y temperatura. (*Sugerencia:* considere que la temperatura y la densidad del aire disminuyen con la altitud. La presión de una cantidad de gas es directamente proporcional a la temperatura.)

Ejemplo 7.8 ■ Su flotabilidad en el aire

El aire es un fluido y nuestros cuerpos desplazan aire. Así, una fuerza de flotabilidad está actuando sobre cada uno de nosotros. Estime la magnitud de la fuerza de flotabilidad sobre una persona de 75 kg que se debe al aire desplazado.

Razonamiento. La palabra clave aquí es *estime*, porque no se tienen muchos datos. Sabemos que la fuerza de flotabilidad es $F_b = \rho_a g V$, donde ρ_a es la densidad del aire (que se encuentra en la tabla 7.2), y V es el volumen del aire desplazado, que es igual al volumen de la persona. La pregunta es: ¿cómo encontramos el volumen de una persona?

La masa está dada, y si se conociera la densidad de la persona, podría encontrarse el volumen ($\rho = m/V$ o $V = m/\rho$). Aquí es donde entra la estimación. La mayoría de la gente apenas si logra flotar en el agua, así que la densidad del cuerpo humano es aproximadamente la misma que la del agua, $\rho = 1000\text{ kg/m}^3$. A partir de tal estimación, también es posible calcular la fuerza de flotabilidad.

Solución.

Dado: $m = 75$ kg
$\rho_a = 1.29\text{ kg/m}^3$ (tabla 7.2)
$\rho_p = 1000\text{ kg/m}^3$ (densidad estimada de una persona)

Encuentre: F_b (fuerza de flotabilidad)

Primero, encontremos el volumen de la persona,

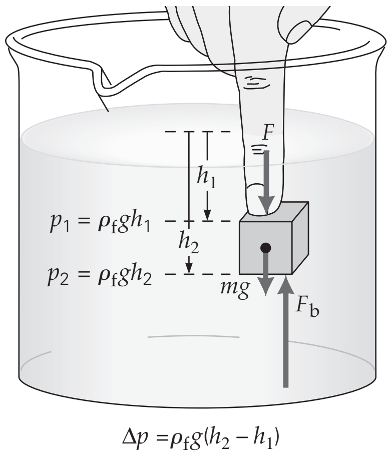
$$V_p = \frac{m}{\rho_p} = \frac{75\text{ kg}}{1000\text{ kg/m}^3} = 0.075\text{ m}^3$$

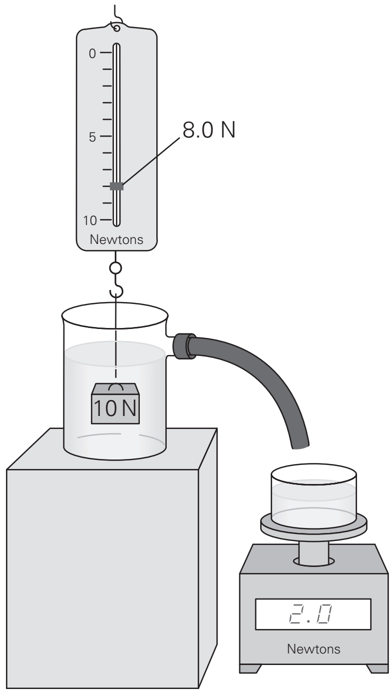
Entonces,

$$F_b = \rho_a g V_p = \rho_a g\left(\frac{m}{\rho_p}\right) = (1.29\text{ kg/m}^3)(9.8\text{ m/s}^2)(0.075\text{ m}^3)$$
$$= 0.95\text{ N} (\approx 1.0\text{ N o } 0.225\text{ lb})$$

No mucho cuando uno se pesa. Sin embargo, esto significa que su peso sea ≈ 0.2 lb más que lo que indica la lectura de la báscula.

Ejercicio de refuerzo. Estime la fuerza de flotabilidad sobre un globo meteorológico lleno de helio que tiene un diámetro aproximado del largo de la distancia de los brazos extendidos del meteorólogo (colocándolos horizontalmente), y compare con el resultado en el ejemplo.





▲ **FIGURA 7.13 Flotabilidad y principio de Arquímedes** ***a)*** Surge una fuerza de flotabilidad por la diferencia de presión a diferentes profundidades. La presión sobre la base del bloque sumergido (p_2) es mayor que sobre la parte de arriba (p_1), por lo que hay una fuerza (de flotabilidad) dirigida hacia arriba. (Se ha desplazado por claridad.) ***b)*** Principio de Arquímedes: La fuerza de flotabilidad sobre el objeto es igual al peso del volumen de fluido desplazado. (La báscula se ajustó para que marque cero cuando el recipiente está vacío.)

Ejemplo integrado 7.9 ■ Peso y fuerza de flotabilidad: principio de Arquímedes

Un recipiente de agua con tubo de desagüe, como el de la figura 7.13b, está sobre una báscula que marca 40 N. El nivel del agua está justo abajo del tubo de salida en el costado del recipiente. *a*) Se coloca un cubo de madera de 8.0 N en el recipiente. El agua desplazada por el cubo flotante escurre por el tubo de desagüe hacia otro recipiente que no está en la báscula. ¿La lectura de la báscula será entonces 1) exactamente 48 N, 2) entre 40 y 48 N, 3) exactamente 40 N o 4) menos de 40 N? *b*) Suponga que empuja el cubo hacia abajo con el dedo, de manera que su cara superior quede al nivel de la superficie del agua. ¿Cuánta fuerza tendrá que aplicar si el cubo mide 10 cm por lado?

a) Razonamiento conceptual. Por el principio de Arquímedes, el bloque se sostiene por una fuerza de flotabilidad igual en magnitud al peso del agua desplazada. Puesto que el bloque flota, la fuerza de flotabilidad debe equilibrar el peso del cubo, así que su magnitud es de 8.0 N. Por lo tanto, se desplaza del recipiente un volumen de agua que pesa 8.0 N, a la vez que se agrega un peso de 8.0 N al recipiente. La báscula seguirá marcando 40 N, por lo que la respuesta es 3.

La fuerza de flotabilidad y el peso del bloque actúan *sobre el bloque*. La fuerza de reacción (presión) del bloque *sobre el agua* se transmite al fondo del recipiente (principio de Pascal) y se registra en la báscula. (Elabore un diagrama de que muestre las fuerzas sobre el cubo.)

b) Razonamiento cuantitativo y solución. Hay tres fuerzas que actúan sobre el cubo estacionario: la fuerza de flotabilidad hacia arriba, y el peso y la fuerza aplicada por el dedo hacia abajo. Conocemos el peso del cubo, así que para calcular la fuerza aplicada con el dedo necesitamos determinar la fuerza de flotabilidad sobre el cubo.

Dado: $\ell = 10\text{ cm} = 0.10\text{ m}$ (lado del cubo)
$w = 8.0\text{ N}$ (peso del cubo)

Encuentre: fuerza aplicada hacia abajo para colocar el cubo al nivel del agua

La sumatoria de las fuerzas que actúan sobre el cubo es $\sum F_i = +F_b - w - F_f = 0$, donde F_b es la fuerza de flotabilidad hacia arriba y F_f es la fuerza hacia abajo aplicada con el dedo. Por lo tanto, $F_f = F_b - w$. Como sabemos, la magnitud de la fuerza de flotabilidad es igual al peso del agua desplazada por el cubo, y está dada por $F_b = \rho_f g V_f$ (ecuación 7.14). La densidad del fluido es la del agua, que conocemos ($1.0 \times 10^3\text{ kg/m}^3$, tabla 7.2), así que

$$F_b = \rho_f g V_f = (1.0 \times 10^3\text{ kg/m}^3)(9.8\text{ m/s}^2)(0.10\text{ m})^3 = 9.8\text{ N}$$

Entonces,

$$F_f = F_b - w = 9.8\text{ N} - 8.0\text{ N} = 1.8\text{ N}$$

Ejercicio de refuerzo. En el inciso *a*, ¿la báscula seguiría marcando 40 N si el objeto tuviera una densidad mayor que la del agua? En el inciso *b*, ¿qué marcaría la báscula?

Flotabilidad y densidad

Solemos decir que los globos de helio y de aire caliente flotan porque son más ligeros que el aire, aunque lo correcto técnicamente es decir que son menos densos que el aire. La densidad de un objeto nos indica si flota o se hunde en un fluido, si conocemos también la densidad del fluido. Consideremos un objeto sólido uniforme sumergido totalmente en un fluido. El peso del objeto es

$$w_o = m_o g = \rho_o V_o g$$

El peso del volumen de fluido desplazado, que es la magnitud de la fuerza de flotabilidad, es

$$F_b = w_f = m_f g = \rho_f V_f g$$

Si el objeto está *totalmente sumergido*, $V_f = V_0$. Si dividimos la segunda ecuación entre la primera obtendremos

$$\frac{F_b}{w_o} = \frac{\rho_f}{\rho_o} \quad \text{o} \quad F_b = \left(\frac{\rho_f}{\rho_o}\right) w_o \quad \textit{(objeto totalmente sumergido)} \tag{7.15}$$

Por lo tanto, si ρ_o es menor que ρ_f, F_b será mayor que w_o, y el objeto flotará. Si ρ_o, es mayor que ρ_f, F_b será menor que w_o y el objeto se hundirá. Si $\rho_o = \rho_f$, F_b será igual a w_o, y el objeto permanecerá en equilibrio en cualquier posición sumergida (siempre que la densidad del fluido sea constante). Si el objeto no es uniforme, de manera que su densidad varíe dentro de su volumen, la densidad del objeto en la ecuación 7.15 será la densidad promedio.

Expresadas en palabras, estas tres condiciones son:

Un objeto flota en un fluido, si su densidad promedio es menor que la densidad del fluido $(\rho_o < \rho_f)$.
Un objeto se hunde en un fluido, si su densidad promedio es mayor que la densidad del fluido $(\rho_o > \rho_f)$.
Un objeto está en equilibrio a cualquier profundidad sumergida en un fluido, si su densidad promedio es igual a la densidad del fluido $(\rho_o = \rho_f)$.

En la ▸figura 7.14 se da un ejemplo de la última condición.

Un vistazo a la tabla 7.2 nos dirá si un objeto flotará o no en un fluido, sin importar su forma ni su volumen. Las tres condiciones que acabamos de plantear también son válidas para un fluido en un fluido, si los dos son inmiscibles (no se mezclan). Por ejemplo, pensaríamos que la crema es “más pesada” que la leche descremada, pero no es así: la crema flota en la leche, así que es menos densa.

En general, supondremos que los objetos y fluidos tienen densidad uniforme y constante. (La densidad de la atmósfera varía según la altitud, pero es relativamente constante cerca de la superficie terrestre.) En todo caso, en aplicaciones prácticas lo que suele importar en cuanto a flotar o hundirse es la densidad *promedio* del objeto. Por ejemplo, un trasatlántico es, en promedio, menos denso que el agua, aunque esté hecho de acero. Casi todo su volumen está lleno de aire, así que la densidad promedio del barco es menor que la del agua. Asimismo, el cuerpo humano tiene espacios llenos de aire, por lo que casi todos flotamos en el agua. La profundidad superficial a la que una persona flota depende de su densidad. (¿Por qué?)

En algunos casos, se varía adrede la densidad total de un objeto. Por ejemplo, un submarino se sumerge inundando los tanques con agua de mar (decimos que “carga lastre”) para aumentar su densidad promedio. Cuando la nave debe emerger, con bombas expulsa el agua de los tanques, para que su densidad media sea menor que la del agua de mar circundante.

Asimismo, muchos peces controlan su profundidad utilizando sus *vejigas natatorias* o *vejigas de gas*. Un pez cambia o mantiene la flotabilidad regulando el volumen de gas en la vejiga natatoria. Mantener la flotabilidad neutral (lo cual significa no subir ni hundirse) es importante porque esto permite al pez permanecer a una profundidad determinada para alimentarse. Algunos peces se mueven hacia arriba o hacia abajo en el agua en busca de alimento. En vez de utilizar la energía para nadar hacia arriba y abajo, el pez altera su flotabilidad para subir o descender.

Esto se logra ajustando las cantidades de gas en la vejiga natatoria. El gas se transfiere de la vejiga a los vasos sanguíneos y de regreso. Desinflar la vejiga disminuye el volumen y aumenta la densidad promedio, de manera que el pez se hunde. El gas es forzado hacia los vasos sanguíneos circundantes y expulsado.

Y a la inversa, al inflar la vejiga, los gases son forzados hacia la vejiga desde los vasos sanguíneos, incrementando así el volumen y disminuyendo la densidad promedio, de manera que el pez sube. Estos procesos son complejos, pero el principio de Arquímedes se aplica de esta forma en un escenario biológico.

▲ **FIGURA 7.14 Densidades iguales y flotabilidad** Esta bebida contiene esferas de gelatina que permanecen suspendidas durante meses, prácticamente sin cambio alguno. ¿Qué densidad tienen las esferas en comparación con la densidad de la bebida?

▲ **FIGURA 7.15 La punta del iceberg** Casi todo el volumen de un iceberg está bajo el agua, como se observa en la imagen.

Ejemplo 7.10 ■ ¿Flotar o hundirse? Comparación de densidades

Un cubo sólido uniforme de 10 cm por lado tiene una masa de 700 g. *a*) ¿Flotará el cubo en agua? *b*) Si flota, ¿qué fracción de su volumen estará sumergida?

Razonamiento. *a*) La pregunta es si la densidad del material del que está hecho el cubo es mayor o menor que la del agua, así que calculamos la densidad del cubo. *b*) Si el cubo flota, la fuerza de flotabilidad y el peso del cubo serán iguales. Ambas fuerzas están relacionadas con el volumen del cubo, así que podemos escribirlas en términos de ese volumen e igualarlas.

Solución. A veces conviene trabajar en unidades cgs al comparar cantidades pequeñas. Para tener densidades en g/cm^3, dividimos los valores de la tabla 7.2 entre 10^3, o desechamos el "$\times 10^3$" de los valores dados para sólidos y líquidos, y agregamos "$\times 10^{-3}$" para los gases.

Dado:
$m = 700$ g
$L = 10$ cm
$\rho_{H_2O} = 1.00 \times 10^3\ kg/m^3 = 1.00\ g/cm^3$ (tabla 7.2)

Encuentre: *a*) Si el cubo flotará o no en agua
b) Porcentaje del volumen sumergido si el cubo flota

***a*)** La densidad del cubo es

$$\rho_c = \frac{m}{V_c} = \frac{m}{L^3} = \frac{700\ g}{(10\ cm)^3} = 0.70\ g/cm^3 < \rho_{H_2O} = 1.00\ g/cm^3$$

Puesto que ρ_c es menor que ρ_{H_2O}, el cubo flotará.

***b*)** El peso del cubo es $w_c = \rho_c g V_c$. Cuando el cubo flota, está en equilibrio, lo cual implica que su peso se equilibra con la fuerza de flotabilidad. Es decir, $F_b = \rho_{H_2O} g V_{H_2O}$, donde V_{H_2O} es el volumen de agua que desplaza la parte sumergida del cubo. Si igualamos las expresiones para el peso y la fuerza de flotabilidad,

$$\rho_{H_2O} g V_{H_2O} = \rho_c g V_c$$

o bien,

$$\frac{V_{H_2O}}{V_c} = \frac{\rho_c}{\rho_{H_2O}} = \frac{0.70\ g/cm^3}{1.00\ g/cm^3} = 0.70$$

Por lo tanto, $V_{H_2O} = 0.70\ V_c$, así que el 70% del cubo está sumergido.

Ejercicio de refuerzo. Casi todo el volumen de un iceberg que flota en el mar (◂figura 7.15) está sumergido. Lo que vemos es la proverbial "punta del iceberg". ¿Qué porcentaje del volumen de un iceberg se ve arriba de la superficie? [*Nota:* los iceberg son agua dulce congelada que flota sobre agua salada.]

Una cantidad llamada gravedad específica es afín a la densidad. Suele usársele con líquido, pero también puede describir sólidos. La **gravedad específica** relativo (**sp. gr.**) de una sustancia es la razón de la densidad de la sustancia (ρ_s) entre la densidad del agua (ρ_{H_2O}) a 4°C, la temperatura de densidad máxima:

$$sp.\ gr. = \frac{\rho_s}{\rho_{H_2O}}$$

Dado que es un cociente de densidades, la gravedad específica relativo no tiene unidades. En unidades cgs, $\rho_{H_2O} = 1.00\ g/cm^3$, así que

$$sp.\ gr. = \frac{\rho_s}{1.00} = \rho_s \quad (\rho_s \text{ en } g/cm^3 \text{ solamente})$$

Es decir, la gravedad específica de una sustancia es igual al valor numérico de su densidad *en unidades cgs*. Por ejemplo, si un líquido tiene una densidad de 1.5 g/cm^3, su peso específico relativo es 1.5, lo cual nos indica que es 1.5 veces más denso que el agua. (Para obtener valores de densidad en gramos por centímetro cúbico, dividimos el valor de la tabla 7.2 entre 10^3.)

7.4 Dinámica de fluidos y ecuación de Bernoulli

OBJETIVOS: *a*) Identificar las simplificaciones usadas para describir el flujo de fluido ideal y *b*) usar la ecuación de continuidad y la ecuación de Bernoulli para explicar los efectos comunes de flujo de fluido ideal.

En general, es difícil analizar el movimiento de fluidos. Por ejemplo, ¿cómo describiríamos el movimiento de una partícula (una molécula, como aproximación) de agua en un arroyo agitado? El movimiento total de la corriente sería claro, pero prácticamente sería imposible deducir una descripción matemática del movimiento de cualquier partícula individual, debido a los remolinos, los borbotones del agua sobre piedras, la fricción con el fondo del arroyo, etc. Obtendremos una descripción básica del flujo de un fluido si descartamos tales complicaciones y consideramos un fluido ideal. Luego, podremos aproximar un flujo real remitiéndonos a este modelo teórico más sencillo.

En este enfoque de dinámica de fluidos simplificado se acostumbra considerar cuatro características de un **fluido ideal**. En un fluido así, el flujo es 1) *constante*, 2) *irrotacional*, 3) *no viscoso* y 4) *incompresible*.

Condición 1: *flujo constante* implica que todas las partículas de un fluido tienen la misma velocidad al pasar por un punto dado.

Un flujo constante también puede describirse como liso o regular. La trayectoria de flujo constante puede representarse con **líneas de corriente** (▸figura 7.16a). Cada partícula que pasa por un punto dado se mueve a lo largo de una línea de corriente. Es decir, cada partícula sigue la misma trayectoria (línea de corriente) que las partículas que pasaron por ahí antes. Las líneas de corriente nunca se cruzan. Si lo hicieran, una partícula tendría trayectorias alternas y cambios abruptos en la velocidad, por lo que el flujo no sería constante.

Para que haya flujo constante, la velocidad debe ser baja. Por ejemplo, el flujo relativo a una canoa que se desliza lentamente a través de aguas tranquilas es aproximadamente constante. Si la velocidad de flujo es alta, tienden a aparecer remolinos, sobre todo cerca de las fronteras, y el flujo se vuelve turbulento, figura 7.16b.

Las líneas de corriente también indican la magnitud relativa de la velocidad de un fluido. La velocidad es mayor donde las líneas de corriente están más juntas. Este efecto se observa en la figura 7.16a. Explicaremos el motivo de esto un poco más adelante.

Condición 2: *flujo irrotacional* significa que un elemento de fluido (un volumen pequeño del fluido) no posee una velocidad angular neta; esto elimina la posibilidad de remolinos. (El flujo no es turbulento.)

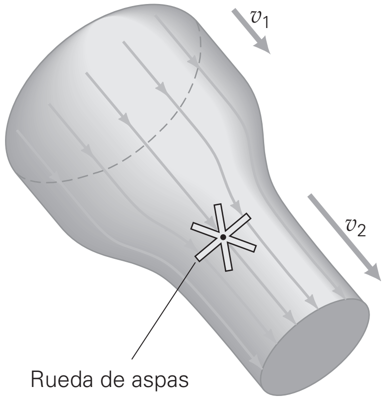
Consideremos la pequeña rueda de aspas en la figura 7.16a. El momento de fuerza neto es cero, así que la rueda no gira. Por lo tanto, el flujo es irrotacional.

Condición 3: *flujo no viscoso* implica que la viscosidad es insignificante.

Viscosidad se refiere a la fricción interna, o resistencia al flujo, de un fluido. (Por ejemplo, la miel es mucho más viscosa que el agua.) Un fluido verdaderamente no viscoso fluiría libremente sin pérdida de energía en su interior. Tampoco habría resistencia por fricción entre el fluido y las paredes que lo contienen. En realidad, cuando un líquido fluye por una tubería, la rapidez es menor cerca de las paredes debido a la fricción, y más alta cerca del centro del tubo. (Veremos la viscosidad más detalladamente en la sección 7.5.)

Condición 4: *flujo incompresible* significa que la densidad del fluido es constante.

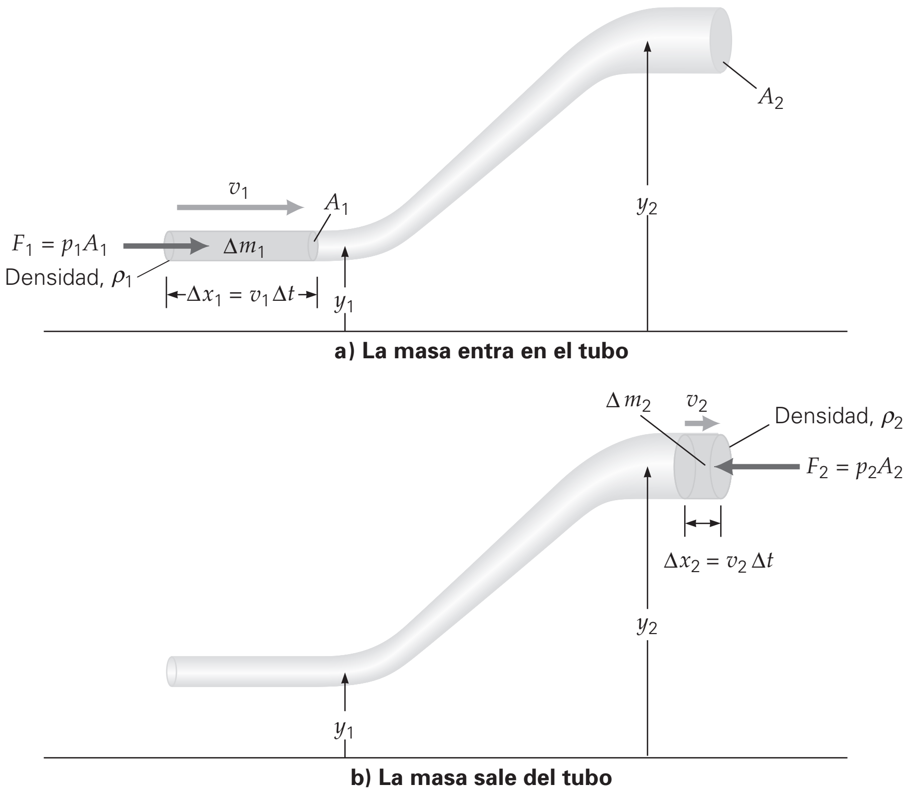
Por lo regular los líquidos se consideran incompresibles. Los gases, en cambio, son muy compresibles. No obstante, hay ocasiones en que los gases fluyen de forma casi incompresible; por ejemplo el aire que fluye relativo a las alas de un avión que vuela a baja rapidez. El flujo teórico o ideal de fluidos no caracteriza a la generalidad de las situaciones reales; pero el análisis del flujo ideal brinda resultados que aproximan, o describen de manera general, diversas aplicaciones. Por lo común, este análisis se deduce, no de las leyes de Newton, sino de dos principios básicos: la conservación de la masa y la conservación de la energía.



a)

b)

▲ **FIGURA 7.16 Flujo de líneas de corriente** ***a)*** Las líneas de corriente nunca se cruzan y están más juntas en regiones donde la velocidad del fluido es mayor. La rueda de aspas estacionaria indica que el fluido es irrotacional, es decir, no forma remolinos. ***b)*** El humo de una vela extinguida comienza a subir con un flujo aproximado de líneas de corriente, pero pronto se vuelve rotacional y turbulento.



▶ **FIGURA 7.17 Continuidad de flujo** El flujo de fluidos ideales se puede describir en términos de la conservación de la masa con la ecuación de continuidad.

Ecuación de continuidad

Si no hay pérdidas de fluido dentro de un tubo uniforme, la masa de fluido que entra en un tubo en un tiempo dado debe ser igual a la masa que sale del tubo en el mismo tiempo (por la conservación de la masa). Por ejemplo, en la ▲figura 7.17a, la masa (Δm_1) que entra en el tubo durante un tiempo corto (Δt) es

$$\Delta m_1 = \rho_1 \Delta V_1 = \rho_1(A_1\Delta x_1) = \rho_1(A_1 v_1 \Delta t)$$

donde A_1 es el área transversal del tubo en la entrada y, en un tiempo Δt, una partícula de fluido recorre una distancia $v_1\Delta t$. Asimismo, la masa que sale del tubo en el mismo intervalo es (figura 7.17b)

$$\Delta m_2 = \rho_2 \Delta V_2 = \rho_2(A_2\Delta x_2) = \rho_2(A_2 v_2 \Delta t)$$

Puesto que se conserva la masa, $\Delta m_1 = \Delta m_2$, y se sigue que

$$\rho_1 A_1 v_1 = \rho_2 A_2 v_2 \qquad \text{o} \qquad \rho A v = \text{constante} \tag{7.16}$$

Este resultado se denomina **ecuación de continuidad**.

Si un fluido es incompresible, su densidad ρ es constante, así que

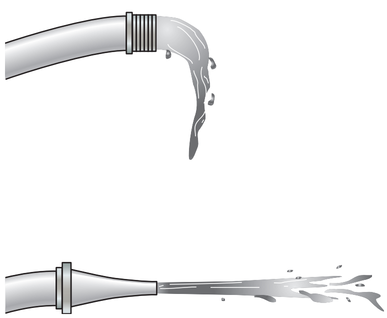
$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \qquad \text{o} \qquad Av = \text{constante} \qquad \textit{(para un fluido incompresible)} \tag{7.17}$$

Ésta se conoce como **ecuación de tasa de flujo**. Av es el *volumen de la tasa de flujo* y es el volumen del fluido que pasa por un punto en el tubo por unidad de tiempo. (Av: $m^2 \cdot m/s = m^3/s$, o volumen sobre tiempo).

La ecuación de tasa de flujo indica que la velocidad del fluido es mayor donde el área transversal del tubo es menor. Es decir,

$$v_2 = \left(\frac{A_1}{A_2}\right) v_1$$

y v_2 es mayor que v_1 si A_2 es menor que A_1. Este efecto es evidente en la experiencia común de que el agua sale con mayor rapidez de una manguera provista con una boquilla, que de la misma manguera sin boquilla (◀figura 7.18).



▲ **FIGURA 7.18 Tasa de flujo** Por la ecuación de tasa de flujo, la rapidez de un fluido es mayor cuando se reduce el área transversal del tubo por el que fluye. Pensemos en una manguera equipada con una boquilla para reducir su área transversal.

La ecuación de tasa de flujo puede aplicarse al flujo sanguíneo en el cuerpo. La sangre fluye del corazón a la aorta. Luego da vuelta por el sistema circulatorio, pasando por arterias, arteriolas (arterias pequeñas), capilares y vénulas (venas pequeñas), para regresar al corazón por las venas. La velocidad es más lenta en los capilares. ¿Es ésta una contradicción? No: el área *total* de los capilares es mucho mayor que la de las arterias o venas, así que es válida la ecuación de tasa de flujo.

Ejemplo 7.11 ■ Flujo de sangre: colesterol y placa

Un colesterol alto en la sangre favorece la formación de depósitos grasos, llamados placas, en las paredes de los vasos sanguíneos. Suponga que una placa reduce el radio efectivo de una arteria en 25%. ¿Cómo afectará este bloqueo parcial la rapidez con que la sangre fluye por la arteria?

Razonamiento. Usamos la ecuación de tasa de flujo (ecuación 7.17), pero observando que no nos dan valores para el área ni para la rapidez. Esto indica que debemos usar cocientes.

Solución. Si el radio de la arteria no taponada es r_1, entonces decimos que la placa reduce el radio efectivo a r_2.

Dado: $r_2 = 0.75r_1$ (una reducción del 25%) ***Encuentre:*** v_2

Escribimos la ecuación de tasa de flujo en términos de los radios:

$$A_1v_1 = A_2v_2$$
$$(\pi r_1^2)v_1 = (\pi r_2^2)v_2$$

Reacomodamos y cancelamos,

$$v_2 = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 v_1$$

Por la información dada, $r_1/r_2 = 1/0.75$, así que

$$v_2 = (1/0.75)^2 v_1 = 1.8v_1$$

Por lo tanto, la rapidez en la parte taponada de la arteria aumenta en un 80 por ciento.

Ejercicio de refuerzo. ¿En cuánto tendría que reducirse el radio efectivo de una arteria para tener un aumento de 50% en la rapidez de la sangre que fluye por ella?

Ejemplo 7.12 ■ Rapidez de la sangre en la aorta

La sangre fluye a una tasa de 5.00 L/min por la aorta, que tiene un radio de 1.00 cm. ¿Cuál es la rapidez del flujo sanguíneo en la aorta?

Razonamiento. Hay que hacer notar que la tasa de flujo es una tasa de flujo de volumen, lo que implica el uso de la ecuación de tasa de flujo (ecuación 7.17), Av = constante. Como la constante está en términos de volumen/tiempo, la tasa de flujo dada es la constante.

Solución. Se listan los datos:

Dado: Tasa de flujo = 5.00 L/min ***Encuentre:*** v (rapidez de la sangre)
$r = 1.00 \text{ cm} = 10^{-2}$ m

Primero debemos encontrar el área transversal de la aorta, que es circular.

$$A = \pi r^2 = (3.14)(10^{-2} \text{ m})^2 = 3.14 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

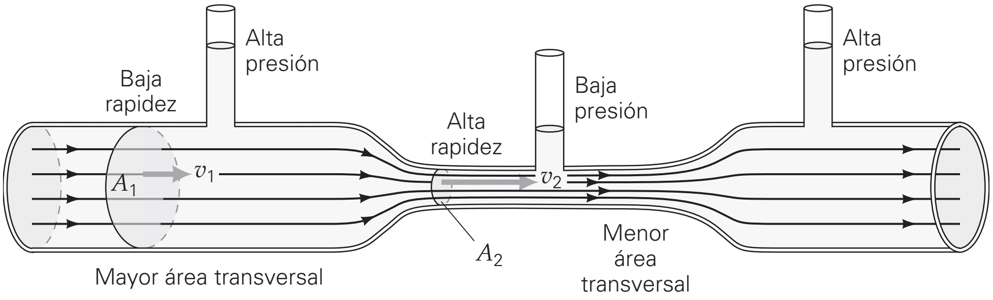
A continuación hay que indicar la tasa de flujo (volumen) en unidades estándar.

$$5.00 \text{ L/min} = (5.00 \text{ L/m})(10^{-3} \text{ m}^3/\text{L})(1 \text{ min}/60 \text{ s}) = 8.33 \times 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s}$$

Utilizando la ecuación de la tasa de flujo, tenemos

$$v = \frac{\text{constante}}{A} = \frac{8.33 \times 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s}}{3.14 \times 10^{-4} \text{ m}^2} = 0.265 \text{ m/s}$$

Ejercicio de refuerzo. Las constricciones de las arterias ocurren cuando éstas se endurecen. Si el radio de la aorta en este ejemplo se redujera a 0.900 cm, ¿cuál sería el cambio porcentual en el flujo sanguíneo?



▶ **FIGURA 7.19 Tasa de flujo y presión** Si consideramos insignificante la diferencia horizontal en las alturas de flujo dentro de un tubo constreñido, obtenemos, para la ecuación de Bernoulli, $p + \frac{1}{2}\rho v^2 =$ constante. En una región con menor área transversal, la rapidez de flujo es mayor (véase la ecuación de tasa de flujo); por la ecuación de Bernoulli, la presión en esa región es menor que en otras regiones.

Ecuación de Bernoulli

La conservación de energía, o el teorema general trabajo-energía, nos lleva a otra relación muy general para el flujo de fluidos. El primero en deducir esta relación fue el matemático suizo Daniel Bernoulli (1700-1782) en 1738 y recibe su nombre. El resultado de Bernoulli fue

$$W_{\text{neto}} = \Delta K + \Delta U$$

$$\frac{\Delta m}{\rho}(p_1 - p_2) = \tfrac{1}{2}\,\Delta m(v_2^2 - v_1^2) + \Delta mg(y_2 - y_1)$$

donde Δm es un incremento de masa como en la derivación de la ecuación de continuidad.

Al trabajar con un fluido, los términos de la ecuación de Bernoulli son trabajo o energía sobre unidad de volumen (J/m^3). Esto es, $W = F\Delta x = p(A\Delta x) = p\Delta V$ y, por lo tanto, $p = W/\Delta V$ (trabajo/volumen). Asimismo, con $\rho = m/V$, tenemos $\frac{1}{2}\rho v^2 = \frac{1}{2}mv^2/V$ (energía/volumen) y $\rho gy = mgy/V$ (energía/volumen).

Si cancelamos cada Δm y reacomodamos, obtendremos la forma común de la **ecuación de Bernoulli**:

$$p_1 + \tfrac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_1 = p_2 + \tfrac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g y_2 \tag{7.18}$$

o bien,

$$p + \tfrac{1}{2}\rho v^2 + \rho g y = \text{constante}$$

Nota: compare la derivación de la ecuación 3.10 de la sección 3.5.

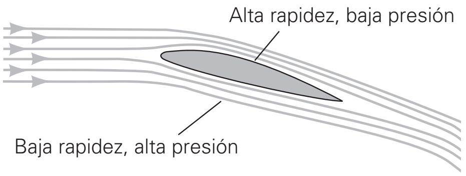
La ecuación o principio de Bernoulli se puede aplicar a muchas situaciones. Por ejemplo, si hay un fluido en reposo ($v_2 = v_1 = 0$), la ecuación de Bernoulli se vuelve

$$p_2 - p_1 = \rho g(y_1 - y_2)$$

Ésta es la relación presión-profundidad que se derivó en la ecuación 7.10. Si hay flujo horizontal ($y_1 = y_2$), entonces $p + \frac{1}{2}\rho v^2 =$ constante, lo cual indica que la presión disminuye si aumenta la rapidez del fluido (y viceversa). Este efecto se ilustra en la ▲figura 7.19, donde la diferencia de alturas del flujo a través del tubo se considera insignificante (así que desaparece el término ρgy).

Las chimeneas son altas para aprovechar que la rapidez del viento es más constante y elevada a mayores alturas. Cuanto más rápidamente sople el viento sobre la boca de una chimenea, más baja será la presión, y mayor será la diferencia de presión entre la base y la boca de la chimenea. Esto hace que los gases de combustión se extraigan mejor. La ecuación de Bernoulli y la ecuación de continuidad ($Av =$ constante) también nos dicen que si reducimos el área transversal de una tubería, para que aumente la rapidez del fluido que pasa por ella, se reducirá la presión.

El efecto Bernoulli (como se le conoce) nos da una explicación *sencilla* de la sustentación de los aviones. En la ◀figura 7.20 se muestra un flujo ideal de aire sobre un perfil aerodinámico o una ala. (Se desprecia la turbulencia.) El ala es curva en su cara superior y está angulada respecto a las líneas de corriente incidentes. Por ello, las líneas de corriente arriba del ala están más juntas que abajo, por lo que la rapidez del aire es mayor y la presión es menor arriba del ala. Al ser mayor la presión abajo del ala, se genera una fuerza neta hacia arriba, llamada *sustentación*.



▲ **FIGURA 7.20 Sustentación de aviones: principio de Bernoulli en acción** Gracias a la forma y orientación de los perfiles aerodinámicos o alas de aviones, las líneas de corriente del aire están muy juntas, y la rapidez respecto al aire es mayor arriba del ala que abajo. Por el principio de Bernoulli, la diferencia de presión resultante genera una fuerza hacia arriba, llamada de sustentación.

Esta explicación bastante común de la sustentación se calificó de simplista porque el efecto de Bernoulli no se aplica a esta situación. El principio de Bernoulli requiere el flujo de fluidos ideales y conservación de la energía dentro del sistema, ninguno de los cuales se satisface en las condiciones de vuelo de los aviones. Quizás es mejor confiar en las leyes de Newton, las cuales se deben satisfacer siempre. Básicamente las alas desvían hacia abajo el flujo del aire, ocasionando un cambio hacia abajo en la cantidad de movimiento del flujo del aire y una fuerza ascendente (segunda ley de Newton). Esto resulta en una fuerza de reacción hacia arriba sobre el ala (tercera ley de Newton). Cuando la fuerza ascendente supera el peso del avión, se cuenta con suficiente sustentación para despegar y volar.

Ejemplo 7.13 ■ Tasa de flujo desde un tanque: ecuación de Bernoulli

Se perfora un pequeño agujero en el costado de un tanque cilíndrico que contiene agua, por debajo del nivel de agua, y ésta sale por él (▼figura 7.21). Calcule la tasa inicial aproximada de flujo de agua por el agujero del tanque.

Razonamiento. La ecuación 7.17 ($A_1v_1 = A_2v_2$) es la ecuación de tasa de flujo, donde Av tiene unidades de m^3/s, o volumen/tiempo. Los términos v pueden relacionarse mediante la ecuación de Bernoulli, que también contiene a y, así que es útil para calcular diferencias de altura. No se dan las áreas, así que para relacionar los términos v quizá tengamos que realizar algún tipo de aproximación, como veremos. (Observe que nos piden la tasa de flujo inicial *aproximada*.)

Solución.

Dado: no se dan valores específicos, así que usaremos símbolos

Encuentre: una expresión para la tasa de flujo inicial aproximada por el agujero

Usamos la ecuación de Bernoulli,

$$p_1 + \tfrac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_1 = p_2 + \tfrac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g y_2$$

Recuerde que $y_2 - y_1$ es la altura de la superficie del líquido por arriba del agujero. Los valores de presión atmosférica que actúan sobre la superficie abierta y sobre el agujero (p_1 y p_2, respectivamente) son prácticamente idénticos y se cancelan en la ecuación, lo mismo que la densidad. Entonces,

$$v_1^2 - v_2^2 = 2g(y_2 - y_1)$$

Por la ecuación de continuidad (ecuación de tasa de flujo, ecuación 7.17), $A_1v_1 = A_2v_2$, donde A_2 es el área transversal del tanque y A_1 es la del agujero. Puesto que A_2 es mucho mayor que A_1, v_1 es mucho mayor que v_2 (inicialmente, $v_2 \approx 0$). Entonces, con una buena aproximación,

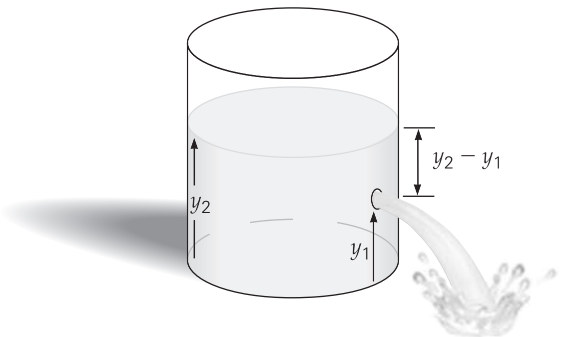
$$v_1^2 = 2g(y_2 - y_1) \qquad \text{o} \qquad v_1 = \sqrt{2g(y_2 - y_1)}$$

La tasa de flujo (volumen/tiempo) es entonces

$$\text{tasa de flujo} = A_1v_1 = A_1\sqrt{2g(y_2 - y_1)}$$

Si nos dan el área del agujero y la altura del líquido sobre él, podremos calcular la rapidez inicial del agua que sale por el agujero y la tasa de flujo. (¿Qué sucede a medida que baja el nivel del agua?)

Ejercicio de refuerzo. ¿Qué cambio porcentual habría en la tasa inicial de flujo del tanque de este ejemplo, si el diámetro del agujero circular aumentara 30.0 por ciento?



◀ **FIGURA 7.21 Flujo de fluido desde un tanque** La tasa de flujo está dada por la ecuación de Bernoulli. Véase el ejemplo 7.13.

Ejemplo conceptual 7.14 ■ Un chorro de agua: cada vez más angosto

Seguramente el lector ha notado que un chorro de agua constante que sale de un grifo se vuelve cada vez más delgado, a medida que se aleja del grifo. ¿Por qué sucede esto?

Razonamiento y respuesta. El principio de Bernoulli explica este fenómeno. A medida que el agua cae, se acelera y aumenta su rapidez. Entonces, por el principio de Bernoulli, la presión interna del líquido en el chorro disminuye. (Véase la figura 7.19.) Así, se crea una diferencia de presión entre la que hay dentro del chorro y la presión atmosférica exterior. El resultado es una fuerza creciente hacia adentro a medida que cae el chorro, por lo que se vuelve más delgado. A la postre, el chorro podría hacerse tan delgado que se rompe para formar gotas individuales.

Ejercicio de refuerzo. La ecuación de continuidad también puede servir para explicar este efecto. Dé la explicación.

*7.5 Tensión superficial, viscosidad y ley de Poiseuille

OBJETIVOS: *a*) Describir el origen de la tensión superficial y *b*) analizar la viscosidad de los fluidos.

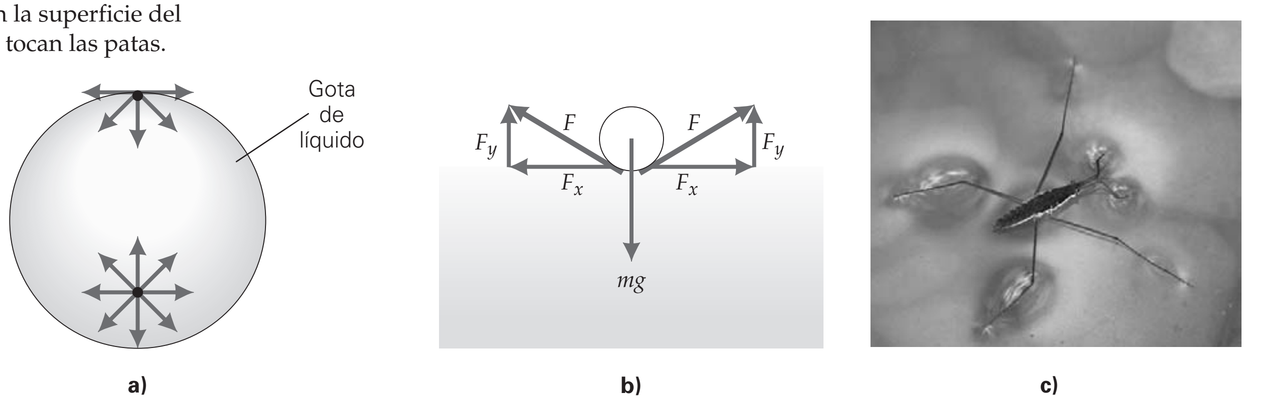
Tensión superficial

Las moléculas de un líquido se atraen mutuamente. Aunque en total las moléculas son eléctricamente neutras, suele haber una pequeña asimetría de carga que da origen a fuerzas de atracción entre ellas (llamadas *fuerzas de van der Waals*). Dentro de un líquido, cualquier molécula está rodeada totalmente por otras moléculas, y la fuerza neta es cero (▼figura 7.22a). Sin embargo, no hay fuerza de atracción que actúe desde arriba sobre las moléculas que están en la superficie del líquido. (El efecto de las moléculas del aire se considera insignificante.) El resultado es que sobre las moléculas de la capa superficial actúa una fuerza neta, debida a la atracción de moléculas vecinas que están justo abajo de la superficie. Esta "tracción" hacia adentro sobre las moléculas superficiales hace que la superficie del líquido se contraiga y se resista a estirarse o romperse. Esta propiedad se conoce como **tensión superficial**.

Si colocamos con cuidado una aguja de coser horizontalmente en la superficie de un tazón con agua, la superficie actuará como una membrana elástica sometida a esfuerzo. Habrá una pequeña depresión en la superficie, y las fuerzas moleculares a lo largo de la depresión actuarán con cierto ángulo respecto a la horizontal (figura 7.22b). Los componentes verticales de estas fuerzas equilibrarán el peso (mg) de la aguja, y ésta "flotará" en la superficie. Asimismo, la tensión superficial sostiene el peso de los insectos que caminan sobre el agua (figura 7.22c).

El efecto neto de la tensión superficial es hacer que el área superficial de un líquido sea lo más pequeña posible. Es decir, un volumen dado de líquido tiende a asumir la forma con área superficial mínima. Por ello las gotas de agua y las burbujas de jabón tienen forma esférica, porque la esfera tiene la menor área superficial para un volumen dado (▼figura 7.23). Al formar una gota o una burbuja, la tensión superficial junta las moléculas para reducir al mínimo el área superficial. (Véase la sección A fondo 7.4 sobre los pulmones y el primer aliento del bebé, para una explicación de la tensión superficial en la respiración.)

▼ **FIGURA 7.22 Tensión superficial** ***a*)** La fuerza neta sobre una molécula en el interior de un líquido es cero, porque la molécula está rodeada por otras moléculas. En cambio, sobre las moléculas de la superficie actúa una fuerza neta diferente de cero, debida a las fuerzas de atracción de las moléculas vecinas inmediatamente abajo de la superficie. ***b*)** Para que un objeto, como una aguja, forme una depresión en la superficie, se debe efectuar trabajo, porque es preciso traer más moléculas interiores a la superficie para aumentar su área. El resultado es que la superficie actúa como una membrana elástica estirada, y los componentes hacia arriba de la tensión superficial sostienen el peso del objeto. ***c*)** Los insectos como éste pueden caminar sobre el agua gracias a los componentes hacia arriba de la tensión superficial. Es como si nosotros camináramos sobre un trampolín muy grande. Note las depresiones en la superficie del líquido donde tocan las patas.



A FONDO 7.4 LOS PULMONES Y EL PRIMER ALIENTO DEL BEBÉ

La respiración es esencial para la vida. Es un procedimiento fascinante que suministra oxígeno a la sangre y expulsa el dióxido de carbono, y en él interviene la física.

El proceso de respiración implica bajar el diafragma para aumentar el volumen de la cavidad torácica. La figura 1 muestra un modelo de la respiración basado en un frasco con el fondo en forma de campana. Por la ley del gas ideal (sección 8.3), al bajar el diafragma y aumentar el volumen de la cavidad torácica, se reduce la presión ($p \propto 1/V$) y el aire se inhala. El proceso de inhalación infla los alvéolos, unas pequeñas estructuras con forma de globo en los pulmones, como se ilustra en la figura 2a. (La figura 2b muestra una imagen de un pulmón dañado; la causa y los efectos de este fenómeno se analizarán más adelante.)

El intercambio de oxígeno con la sangre se realiza a través de las superficies membranosas de los alvéolos. La superficie total de las membranas en los pulmones alcanza los 100 m^2, con un grosor de menos de una millonésima de metro ($<1\ \mu$m, menos de un micrómetro), haciendo que el intercambio de gases sea muy eficiente. El comportamiento de los alvéolos puede describirse mediante la ley de Laplace y la tensión superficial.*

La ley de Laplace establece que cuanto más grande sea una membrana esférica, mayor será la tensión necesaria en las paredes para resistir la presión de un fluido interno. Esto es, la tensión en la pared es directamente proporcional al radio esférico. Así que cuando se inflan los alvéolos, hay una mayor tensión. Una vez que están inflados, la exhalación se completa cuando el diafragma se relaja y la tensión en las paredes de los alvéolos actúa forzando al aire a salir. Además, hay un fluido que cubre los alvéolos, que actúa como surfactante, es decir, como una sustancia que reduce la tensión superficial. Una reducción en la tensión *superficial* hace que sea más fácil inflar los alvéolos durante la inhalación.

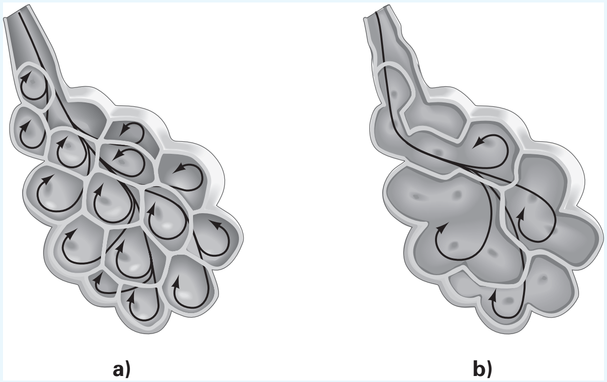


FIGURA 2 Los alvéolos ***a)*** La inhalación infla los alvéolos, que son estructuras en forma de globo de los pulmones. Hay entre 300 y 400 millones de alvéolos en cada pulmón. ***b)*** Las enfermedades pulmonares provocan el agrandamiento de los alvéolos conforme algunos se destruyen y otros se extienden o se combinan. Como resultado, hay menos intercambio de oxígeno y falta el aliento.

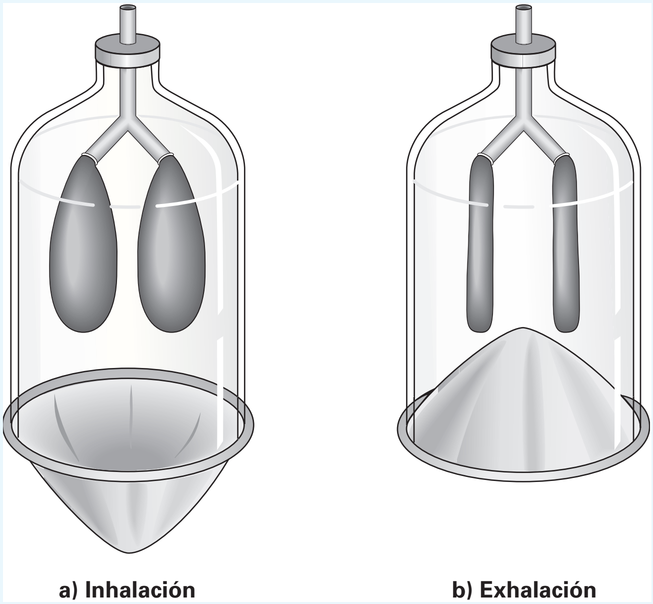


FIGURA 1 Modelo del frasco con fondo en forma de campana para ilustrar la respiración ***a)*** Al bajar el diafragma (membrana de goma) y aumentar el volumen de la cavidad torácica se reduce la presión y el aire es inhalado hacia el interior de los pulmones (globos). b) Cuando el diafragma se mueve hacia arriba, el proceso se invierte y el aire es exhalado.

La enfermedad pulmonar conocida como *enfisema*, muy común entre los fumadores empedernidos, es el resultado del agrandamiento de los alvéolos conforme algunos se destruyen y otros se extienden o se combinan (figura 2b). Normalmente, se requeriría el doble de la presión para inflar una membrana con el doble del radio. Los alvéolos agrandados permiten menor retroceso durante la exhalación, de manera que una persona con enfisema tiene dificultad para respirar y se reduce su intercambio de oxígeno.

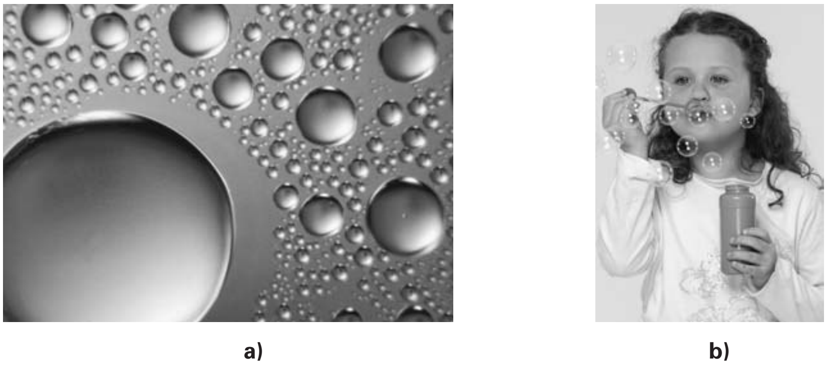
Ahora veamos algo sobre el primer aliento del bebé. Casi todos saben que es más difícil inflar un globo por primera vez, que inflarlo en ocasiones posteriores. Esto se debe a que la presión aplicada no crea mucha tensión en el globo para iniciar el proceso de estiramiento. De acuerdo con la ley de Laplace, se necesitaría un mayor incremento en la tensión para expandir un pequeño globo, que expandir un globo de gran tamaño. Considere las razones de tensión para una expansión de 3 cm en el radio, por ejemplo, de 1 a 4 cm $\left(\frac{4}{1} = 4\right)$ y de 10 a 13 cm $\left(\frac{13}{10} = 1.3\right)$.

En un bebé recién nacido, los alvéolos son pequeños y están aplastados, y deben inflarse con una inhalación inicial. El método tradicional para lograr esto consiste en dar unas nalgadas al bebé y hacer que llore e inhale.

*Pierre-Simon Laplace (1749-1827) fue un astrónomo y matemático francés.

Viscosidad

Todos los fluidos reales tienen una resistencia interna al flujo, o **viscosidad**, que puede verse como fricción entre las moléculas del fluido. En los líquidos, la viscosidad se debe a fuerzas de cohesión de corto alcance; en los gases, se debe a los choques entre las moléculas. (Véase la explicación sobre resistencia del aire en la sección 2.6.) La resistencia a la viscosidad tanto de líquidos como de gases depende de su velocidad y po-



▶ **FIGURA 7.23 Tensión superficial en acción** Debido a la tensión superficial, ***a)*** las gotitas de agua y ***b)*** las burbujas de jabón tienden a asumir la forma que reduce al mínimo su área superficial: la esfera.

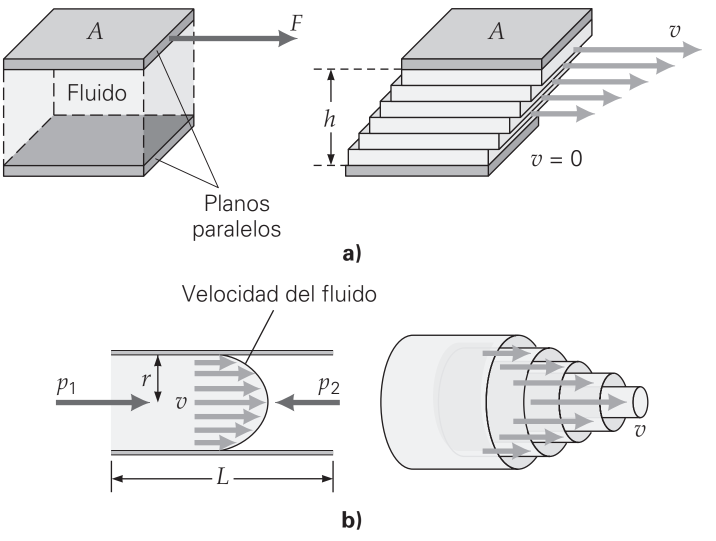
dría ser directamente proporcional a ella en algunos casos. Sin embargo, la relación varía dependiendo de las condiciones; por ejemplo, la resistencia es aproximadamente proporcional a v^2 o a v^3 en flujo turbulento.

La fricción interna hace que las distintas capas de un fluido se muevan con diferente rapidez en respuesta a un esfuerzo cortante. Este movimiento relativo de capas, llamado *flujo laminar*, es característico del flujo estable de líquidos viscosos a baja velocidad (▼figura 7.24a). A velocidades más altas, el flujo se vuelve rotacional, o *turbulento*, y difícil de analizar.

Puesto que en el flujo laminar hay esfuerzos cortantes y deformaciones por corte, la propiedad de viscosidad de un fluido puede describirse con un coeficiente, como los módulos de elasticidad que vimos en la sección 7.1. La viscosidad se caracteriza con un *coeficiente de viscosidad*, η (la letra griega eta), aunque suelen omitirse las palabras "coeficiente de".

El coeficiente de viscosidad es, en efecto, la razón del esfuerzo cortante entre la tasa de cambio de la deformación cortante (porque hay movimiento). Un análisis dimensional revela que la unidad SI de viscosidad es pascal-segundo (Pa · s). Esta unidad combinada se denomina *poiseuille* (Pl) en honor al científico francés Jean Poiseuille (1797-1869), quien estudió el flujo de líquidos y en especial de la sangre. (En breve presentaremos la ley de tasa de flujo de Poiseuille.) La unidad cgs de viscosidad es el *poise* (P). Se usa mucho un submúltiplo, el centipoise (cP), por lo conveniente de su magnitud; $1 \text{ P} = 10^2 \text{ cP}$.

En la tabla 7.3 se da la viscosidad de algunos fluidos. Cuanto mayor sea la viscosidad de un líquido, la cual es más fácil de visualizar que la de los gases, mayor será el esfuerzo cortante necesario para que se deslicen las capas del líquido. Observe, por ejemplo, la elevada viscosidad de la glicerina en comparación con la del agua.*



▶ **FIGURA 7.24 Flujo laminar** ***a)*** Un esfuerzo cortante hace que las capas de un fluido se muevan unas sobre otras en un flujo laminar. La fuerza de corte y la tasa de flujo dependen de la viscosidad del fluido. ***b)*** En un flujo laminar por un tubo, la rapidez del fluido es menor cerca de las paredes del tubo que cerca del centro, debido a la fricción entre las paredes y el fluido.

* Una viscosidad muy alta podría ser la del vidrio. Se afirma que el vidrio de los vitrales de iglesias medievales ha "fluido" con el tiempo, de modo que el vidrio ahora es más grueso en la base que en la parte superior. Un análisis reciente indica que el vidrio de las ventanas incluso podría fluir durante periodos increíblemente largos, que exceden los límites de la historia humana. En una escala de tiempo humana, tal flujo no sería evidente. [Véase E. D. Zanotto, *American Journal Physics*, 66 (mayo de 1998), 392-395.]

TABLA 7.3 **Viscosidad de diversos fluidos***

Fluido	*Viscosidad* (η) *Poiseuille (Pl)*
Líquidos	
Alcohol etílico	1.2×10^{-3}
Sangre entera (37°C)	1.7×10^{-3}
Plasma sanguíneo (37°C)	2.5×10^{-3}
Glicerina	1.5×10^{-3}
Mercurio	1.55×10^{-3}
Aceite ligero para máquinas	1.1
Agua	1.00×10^{-3}
Gases	
Aire	1.9×10^{-5}
Oxígeno	2.2×10^{-5}

*A 20°C a menos que se indique lo contrario.

Como se esperaría, la viscosidad y, por ende, el flujo de los fluidos, varía con la temperatura (como en el viejo dicho: "lento como la melaza en enero"). Una aplicación conocida es la graduación de viscosidad del aceite empleado en los motores de automóvil. En invierno, debe usarse un aceite de baja viscosidad, relativamente delgado (como el grado SAE 10W o 20W), porque fluye más fácilmente, sobre todo cuando el motor está frío antes de arrancarlo. En verano se usa un aceite más viscoso o espeso (SAE 30, 40 o incluso 50). No es necesario cambiar el grado del aceite de motor según la temporada si se usa un aceite "multigrado". Estos aceites contienen aditivos que mejoran la viscosidad, los cuales son polímeros cuyas moléculas son largas cadenas enrolladas. Un aumento en la temperatura hace que estas moléculas se desenrollen y se entrelacen, lo que contrarresta la disminución normal en la viscosidad. La acción se revierte al enfriarse, de manera que el aceite mantiene un intervalo de viscosidad relativamente angosto dentro de un intervalo de temperatura amplio. Tales aceites se clasifican, por ejemplo, como SAE 10W-30 (o sólo 10W-30).

Nota: *SAE* significa *Society of Automotive Engineers*, una organización que clasifica los grados de aceite para motor con base en su viscosidad.

Ley de Poiseuille

La viscosidad dificulta el análisis del flujo de fluidos. Por ejemplo, cuando un fluido fluye por una tubería, hay fricción entre el líquido y las paredes, por lo que la velocidad del fluido es mayor hacia el centro del tubo (figura 7.24b). En la práctica, este efecto influye en la *tasa promedio de flujo* $Q = A\bar{v} = \Delta V/\Delta t$ de un fluido (véase la ecuación 7.17), que describe el volumen (ΔV) de fluido que pasa por un punto dado durante un tiempo Δt. La unidad SI de tasa de flujo es metros cúbicos por segundo (m^3/s). La tasa de flujo depende de las propiedades del fluido y de las dimensiones del tubo, así como de la diferencia de presión (Δp) entre los extremos del tubo.

Jean Poiseuille estudió el flujo en tubos y tuberías, suponiendo una viscosidad constante y flujo estable o laminar, y dedujo la siguiente relación, conocida como **ley de Poiseuille**, para la tasa de flujo:

$$Q = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{\pi r^4 \Delta p}{8\eta L} \tag{7.19}$$

Aquí, r es el radio del tubo y L es su longitud.

Como se esperaría, la tasa de flujo es inversamente proporcional a la viscosidad (η) y a la longitud del tubo, y directamente proporcional a la diferencia de presión Δp entre los extremos del tubo. No obstante, algo más inesperado es que la tasa de flujo es proporcional a r^4, de manera que depende más del radio del tubo de lo que hubiéramos pensado.

En el ejemplo 7.6 examinamos una aplicación del flujo de fluidos en una infusión intravenosa médica. Sin embargo, como la ley de Poiseuille incluye la tasa de flujo, nos permite hacer un análisis más apegado a la realidad, como en el siguiente ejemplo.

Ejemplo 7.15 ■ Ley de Poiseuille: transfusión de sangre

En un hospital un paciente necesita una transfusión de sangre, que se administrará a través de una vena del brazo por IV gravitacional. El médico quiere suministrar 500 cc de sangre entera durante un periodo de 10 min a través de una aguja calibre 18, de 50 mm de longitud y diámetro interior de 1.0 mm. ¿A qué altura sobre el brazo deberá colgarse la bolsa de sangre? (Suponga una presión venosa de 15 mm Hg.)

Razonamiento. Ésta es una aplicación de la ley de Poiseuille (ecuación 7.19) para calcular la presión necesaria en la entrada de la aguja que produzca la tasa de flujo deseada (Q). Sabemos que $\Delta p = p_{\text{entra}} - p_{\text{sale}}$ (presión en la entrada menos presión en la salida). Si determinamos la presión en la entrada, podremos calcular la altura de la bolsa como en el ejemplo 7.6. (*Cuidado:* hay muchas unidades no estándar aquí, y se supone que algunas cantidades se obtienen de tablas.)

Solución. Primero escribimos las cantidades dadas (y conocidas), convirtiéndolas a unidades SI sobre la marcha:

Dado:

$$\begin{aligned} \Delta V &= 500 \text{ cc} = 500 \text{ cm}^3 (1 \text{ m}^3/10^6 \text{ cm}^3) \\ &= 5.00 \times 10^{-4} \text{ m}^3 \\ \Delta t &= 10 \text{ min} = 600 \text{ s} = 6.00 \times 10^2 \text{ s} \\ L &= 50 \text{ mm} = 5.0 \times 10^{-2} \text{ m} \\ d &= 1.0 \text{ mm, o } r = 0.50 \text{ mm} = 5.0 \times 10^{-4} \text{ m} \\ p_{\text{salida}} &= 15 \text{ mm Hg} = 15 \text{ torr } (133 \text{ Pa/torr}) = 2.0 \times 10^3 \text{ Pa} \\ \eta &= 1.7 \times 10^{-3} \text{ Pl (sangre entera, de la tabla 7.3)} \end{aligned}$$

Encuentre: h (altura de la bolsa)

La tasa de flujo es

$$Q = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{5.00 \times 10^{-4} \text{ m}^3}{6.00 \times 10^2 \text{ s}} = 8.33 \times 10^{-7} \text{ m}^3/\text{s}$$

Insertamos este valor en la ecuación 7.19 y despejamos Δp:

$$\Delta p = \frac{8\eta L Q}{\pi r^4} = \frac{8(1.7 \times 10^{-3} \text{ Pl})(5.0 \times 10^{-2} \text{ m})(8.33 \times 10^{-7} \text{ m}^3/\text{s})}{\pi (5.0 \times 10^{-4} \text{ m})^4} = 2.9 \times 10^3 \text{ Pa}$$

Dado que $\Delta p = p_{\text{ent}} - p_{\text{sal}}$, tenemos

$$p_{\text{ent}} = \Delta p + p_{\text{sal}} = (2.9 \times 10^3 \text{ Pa}) + (2.0 \times 10^3 \text{ Pa}) = 4.9 \times 10^3 \text{ Pa}$$

Entonces, para calcular la altura de la bolsa que suministrará esta presión, usamos $p_{\text{ent}} = rgh$ (donde $\rho_{\text{sangre entera}} = 1.05 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, de la tabla 7.2). Por lo tanto,

$$h = \frac{p_{\text{ent}}}{\rho g} = \frac{4.9 \times 10^3 \text{ Pa}}{(1.05 \times 10^3 \text{ kg/m}^3)(9.80 \text{ m/s}^2)} = 0.48 \text{ m}$$

Así pues, para la tasa de flujo especificada, la bolsa de sangre deberá colgarse unos 48 cm arriba de la aguja en el brazo.

Ejercicio de refuerzo. Suponga que el médico quiere infundir, después de la transfusión de sangre, 500 cc de solución salina con la misma tasa de flujo. ¿A qué altura deberá colocarse la bolsa de solución salina? (La solución salina *isotónica* administrada por IV es una solución de sal en agua al 0.85%, la misma concentración de sal que en las células del cuerpo. La solución salina tiene una densidad casi igual a la del agua.)

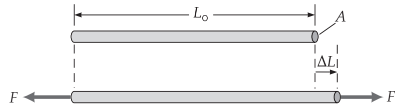
Todavía se usan las IV por flujo gravitacional, pero la tecnología moderna permite controlar y monitorear con máquinas las tasas de flujo de las IV (◂figura 7.25).

▲ **FIGURA 7.25** Tecnología IV El mecanismo de infusión intravenosa todavía se ayuda con la gravedad; pero ahora es común controlar y vigilar con máquinas las tasas de flujo de IV.

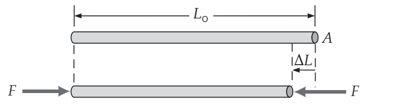
Repaso del capítulo

- En la deformación de sólidos elásticos, **esfuerzo** es una medida de la fuerza que causa la deformación:

$$\text{esfuerzo} = \frac{F}{A} \tag{7.1}$$



a) Esfuerzo de tensión



b) Esfuerzo de compresión

Deformación es una medida relativa del cambio de forma causado por una tensión:

$$\text{deformación} = \frac{\text{cambio de longitud}}{\text{longitud original}} = \frac{|\Delta L|}{L_o} = \frac{|L - L_o|}{L_o} \tag{7.2}$$

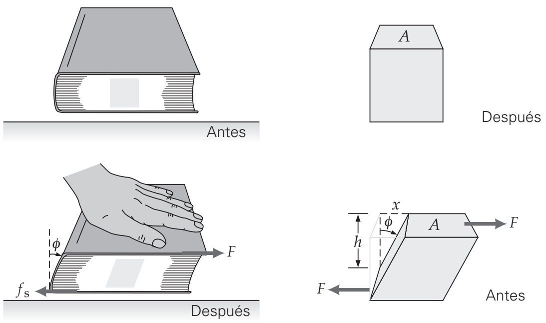
- Un **módulo de elasticidad** es la razón esfuerzo/deformación.

Módulo de Young:

$$Y = \frac{F/A}{\Delta L/L_o} \tag{7.4}$$

Módulo de corte:

$$S = \frac{F/A}{x/h} \approx \frac{F/A}{\phi} \tag{7.5}$$



Módulo de volumen:

$$B = \frac{F/A}{-\Delta V/V_o} = -\frac{\Delta p}{\Delta V/V_o} \tag{7.6}$$

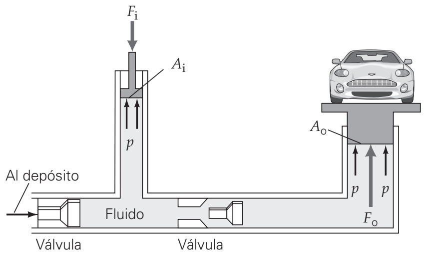
- Presión es la fuerza por unidad de área.

$$p = \frac{F}{A} \tag{7.8a}$$

Relación presión-profundidad (para un fluido incompresible a densidad constante:

$$p = p_o + \rho g h \tag{7.10}$$

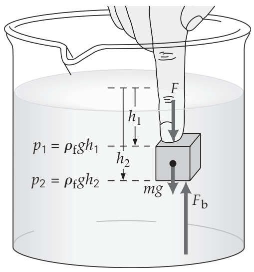
- **Principio de Pascal**. La presión aplicada a un fluido encerrado se transmite sin merma a todos los puntos del fluido y a las paredes del recipiente.



- **Principio de Arquímedes**. Un cuerpo sumergido total o parcialmente en un fluido experimenta una fuerza de flotabilidad igual en magnitud al peso del volumen de fluido desplazado.

Fuerza de flotabilidad:

$$F_b = m_f g = \rho_f g V_f \tag{7.14}$$



- Un objeto flotará en un fluido si la densidad promedio del objeto es menor que la densidad del fluido. Si la densidad promedio del objeto es mayor que la densidad del fluido, el objeto se hundirá.

- Para un fluido ideal, el flujo es 1) constante, 2) irrotacional, 3) no viscoso y 4) incompresible. Las siguientes ecuaciones describen un flujo así:

Ecuación de continuidad:

$$\rho_1 A_1 v_1 = \rho_2 A_2 v_2 \quad \text{o} \quad \rho A v = \text{constante} \tag{7.16}$$

Ecuación de tasa de flujo (para un fluido incompresible):

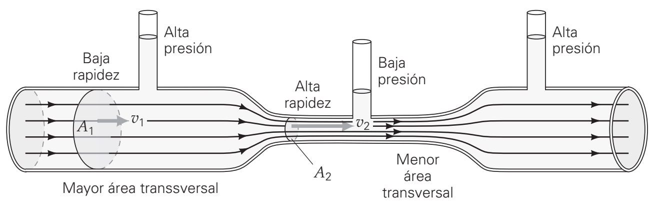
$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \quad \text{o} \quad Av = \text{constante} \tag{7.17}$$

Ecuación de Bernoulli (para un fluido incompresible):

$$p_1 + \tfrac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_1 = p_2 + \tfrac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g y_2$$

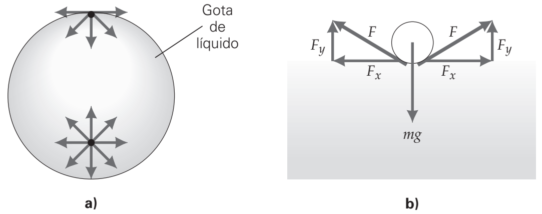
es decir,

$$p + \tfrac{1}{2}\rho v^2 + \rho g y = \text{constante} \tag{7.18}$$



- La ecuación de Bernoulli es una expresión de la conservación de energía para un fluido.

- **Tensión superficial:** la "tracción" hacia adentro sobre las moléculas superficiales hace que la superficie del líquido se contraiga, y se resista a estirarse o romperse.



- **Viscosidad:** es la resistencia interna de un fluido a fluir. Todos los fluidos reales tienen viscosidad distinta de cero.

Ley de Poiseuille (tasa de flujo en tuberías y tubos para fluidos con viscosidad constante, y flujo estable o laminar):

$$Q = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{\pi r^4 \Delta p}{8\eta L} \qquad (7.19)$$

Ejercicios

Los ejercicios designados **OM** *son preguntas de opción múltiple; los* **PC** *son preguntas conceptuales; y los* **EI** *son ejercicios integrados. A lo largo del texto, muchas secciones de ejercicios incluirán ejercicios "apareados". Estos pares de ejercicios, que se identifican con* <u>*números subrayados*</u>*, pretenden ayudar al lector a resolver problemas y aprender. La respuesta a los ejercicios de número impar se da al final del libro.*

7.1 Sólidos y módulos de elasticidad

Use tantas cifras significativas como necesite para mostrar cambios pequeños.

1. **OM** La presión sobre un cuerpo elástico se describe con *a*) un módulo, *b*) trabajo, *c*) esfuerzo o *d*) deformación.

2. **OM** Los módulos de corte son distintos de cero para *a*) sólidos, *b*) líquidos, *c*) gases o *d*) todo lo anterior.

3. **OM** Una medida relativa de deformación es *a*) un módulo, *b*) trabajo, *c*) esfuerzo, *d*) deformación.

4. **OM** El esfuerzo de volumen para el módulo de volumen es *a*) Δp, *b*) ΔV, *c*) V_o, *d*) $\Delta V/V_o$.

5. **PC** ¿Qué tiene un módulo de Young más alto, un alambre de acero o una banda de caucho? Explique.

6. **PC** ¿Por qué las tijeras a veces se llaman cizallas? ¿Es un nombre descriptivo en el sentido físico?

7. **PC** Los antiguos constructores que trabajaban con piedra algunas veces dividían enormes bloques, insertando clavijas de madera en hoyos perforados en la roca y luego vertían agua sobre las clavijas. ¿Podría explicar la física que subyace en esta técnica? [*Sugerencia:* piense en las esponjas y las toallas de papel.]

8. ● Una raqueta de tenis tiene cuerdas de nylon. Si una de las cuerdas con un diámetro de 1.0 mm está bajo una tensión de 15 N, ¿cuánto se alarga con respecto a su longitud original de 40 cm?

9. ● Suponga que usa la punta de un dedo para sostener un objeto de 1.0 kg. Si su dedo tiene un diámetro de 2.0 cm, ¿qué esfuerzo experimentará el dedo?

10. ● Una fuerza estira 0.10 m una varilla de 5.0 m de longitud. ¿Qué deformación sufrió la varilla?

11. ● Se aplica una fuerza de 250 N con un ángulo de 37° a la superficie del extremo de una barra cuadrada. La superficie tiene 4.0 cm por lado. Calcule *a*) el esfuerzo de compresión y *b*) el esfuerzo cortante sobre la barra.

<u>12.</u> ●● Un objeto de 4.0 kg está sostenido por un alambre de aluminio de 2.0 m de longitud y 2.0 mm de diámetro. ¿Cuánto se estirará el alambre?

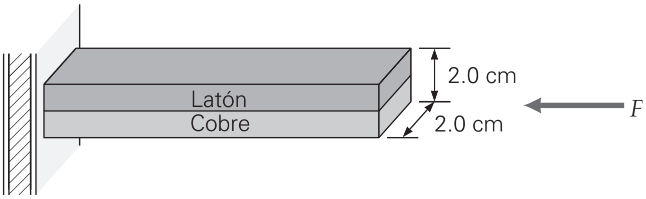
<u>13.</u> ●● Un alambre de cobre tiene 5.0 m de longitud y 3.0 mm de diámetro. ¿Con qué carga se alargará 0.3 mm?

14. ●● Un alambre metálico de 1.0 mm de diámetro y 2.0 m de longitud cuelga verticalmente con un objeto de 6.0 kg suspendido de él. Si el alambre se estira 1.4 mm por la tensión, ¿qué valor tendrá el módulo de Young del metal?

15. **EI** ●● Cuando se instalan vías de ferrocarril, se dejan espacios entre los rieles. *a*) ¿Debe usarse una mayor separación si los rieles se instalan 1) en un día frío o 2) en un día caluroso? 3) ¿o es lo mismo? ¿Por qué? *b*) Cada riel de acero tiene 8.0 m de longitud y una área transversal de 0.0025 m^2. En un día caluroso, cada riel se expande térmicamente hasta 3.0×10^{-3} m. Si no hubiera separación entre los rieles, ¿qué fuerza se generaría en los extremos de cada riel?

16. ●● Una columna rectangular de acero (20.0 cm × 15.0 cm) sostiene una carga de 12.0 toneladas métricas. Si la columna tiene una longitud de 2.00 m antes de someterse a esfuerzo, ¿qué tanto disminuirá su longitud?

17. **EI** ●● Una varilla bimetálica como la de la ▸figura 7.26 se compone de latón y cobre. *a*) Si la varilla se somete a una fuerza de compresión, ¿se doblará hacia el latón o hacia el cobre? ¿Por qué? *b*) Justifique su respuesta matemáticamente, si la fuerza de compresión es de 5.0×10^4 N.



▲ **FIGURA 7.26 Varilla bimetálica y esfuerzo mecánico** Véase el ejercicio 17.

18. **EI ●●** Dos postes metálicos del mismo tamaño, uno de aluminio y otro de cobre, se someten a iguales esfuerzos cortantes. *a*) ¿Qué poste tendrá mayor ángulo de deformación 1) el de cobre, 2) el de aluminio o 3) ambos tendrán el mismo ángulo? ¿Por qué? *b*) ¿En qué factor es mayor el ángulo de deformación de un poste que del otro?

19. **●●** Una persona de 85.0 kg se para sobre una pierna y el 90% de su peso es soportado por la parte superior de la pierna que conecta la rodilla con la articulación de la cadera, es decir, el fémur. Suponiendo que el fémur mide 0.650 m de longitud y que tiene un radio de 2.00 cm, ¿por cuánto se comprime el hueso?

20. **●●** Dos placas metálicas se mantienen unidas por dos remaches de acero de 0.20 cm de diámetro y 1.0 cm de longitud. ¿Qué tanta fuerza debe aplicarse paralela a las placas para cizallar ambos remaches?

21. **EI ●●** *a*) ¿Cuál de los líquidos de la tabla 7.1 tiene mayor compresibilidad? ¿Por qué? *b*) Para volúmenes iguales de alcohol etílico y agua, ¿cuál requeriría más presión para comprimirse 0.10%, y cuántas veces más?

22. **●●●** Un cubo de latón de 6.0 cm por lado se coloca en una cámara de presión y se somete a una presión de 1.2×10^7 N/m^2 en todas sus superficies. ¿Cuánto se comprimirá cada lado bajo esta presión?

23. **●●●** Una goma para borrar de forma cilíndrica y masa insignificante se pasa por el papel, desde el lápiz, con una velocidad constante hacia la derecha. El coeficiente de energía cinética entre la goma y el papel es de 0.650. El lápiz empuja hacia abajo con 4.20 N. La altura de la goma es de 1.10 cm y su diámetro de 0.760 cm. Su superficie superior se desplaza horizontalmente 0.910 mm con respecto a la parte inferior. Determine el módulo de corte del material de la goma.

24. **●●●** Un semáforo de 45 kg cuelga de dos cables de acero de la misma longitud y de 0.50 cm de radio. Si cada cable forma un ángulo de 15° con la horizontal, ¿qué incremento fraccionario de longitud producirá el peso del semáforo?

7.2 Fluidos: presión y el principio de Pascal

25. **OM** Para un líquido en un contenedor abierto, la presión total en cualquier profundidad depende de *a*) la presión atmosférica, *b*) la densidad del líquido, *c*) la aceleración de la gravedad, *d*) todas las anteriores.

26. **OM** Para la relación presión-profundidad en un fluido ($p = \rho g h$), se supone que *a*) la presión disminuye al aumentar la profundidad, *b*) la diferencia de presión depende del punto de referencia, *c*) la densidad del fluido es constante o *d*) la relación es válida sólo para líquidos.

27. **OM** Cuando se mide la presión de los neumáticos de un automóvil, ¿qué tipo de presión es ésta?: *a*) manométrica, *b*) absoluta, *c*) relativa o *d*) todas las anteriores.

28. **PC** La ▼figura 7.27 muestra el famoso "truco de la cama de clavos". Una mujer se acuesta en una cama de clavos un bloque de concreto sobre su pecho. Una persona golpea el bloque con un mazo. Los clavos no perforan la piel de la mujer. Explique por qué.

▲ **FIGURA 7.27 Una cama de clavos** Véase el ejercicio 28.

29. **PC** Los neumáticos de automóviles se inflan a aproximadamente a 30 lb/in^2, mientras que los delgados neumáticos de bicicleta se inflan de 90 a 115 lb/in^2, ¡una presión de por lo menos el triple! ¿Por qué?

30. **PC** *a*) ¿Por qué la presión arterial suele medirse en el brazo? *b*) Supongamos que la lectura de presión se tomara en la pantorrilla de una persona de pie. ¿Habría alguna diferencia, en principio? Explique.

31. **PC** *a*) Dos presas forman lagos artificiales de igual profundidad. Sin embargo, uno tiene una longitud de 15 km detrás de la presa; mientras que el otro tiene una longitud de 50 km. ¿Qué efecto tiene la diferencia de longitud sobre la presión aplicada a las presas? *b*) Las presas por lo general son más gruesas en la parte inferior. ¿Por qué?

32. **PC** Las torres de agua (tanques de almacenamiento) generalmente tienen forma de bulbo, como la que se observa en la ▼figura 7.28. ¿No sería mejor tener un tanque de almacenamiento cilíndrico de la misma altura? Explique su respuesta.

▶ **FIGURA 7.28 ¿Por qué las torres de agua tienen forma de bulbo?** Véase el ejercicio 32.

33. **PC** *a*) Las latas para guardar líquidos, digamos gasolina, por lo general tienen boquillas con tapa. ¿Para qué es la ventila y qué ocurre si olvidamos destaparla antes de verter el líquido? *b*) Explique cómo funciona un cuentagotas. *c*) Explique cómo respiramos (inhalación y exhalación).

34. **PC** Un bebedero para mascotas tiene una botella de plástico invertida, como se observa en la ▼figura 7.29. (El agua se tiñó de azul para que contraste.) Cuando se bebe cierta cantidad de agua del tazón, más agua fluye automáticamente de la botella al tazón. El tazón nunca se desparrama. Explique el funcionamiento del bebedero. ¿La altura del agua en la botella depende del área superficial de agua en el tazón?

◀ **FIGURA 7.29 Barómetro para mascotas** Véase el ejercicio 34.

35. **EI** ● En su barómetro original, Pascal usó agua en vez de mercurio. *a*) El agua es menos densa que el mercurio, así que el barómetro de agua tendría 1) mayor altura, 2) menor altura o 3) la misma altura que el barómetro de mercurio. ¿Por qué? *b*) ¿Qué altura tendría la columna de agua?

36. ● Si un buzo se sumerge 10 m en un lago, *a*) ¿qué presión experimenta debida únicamente al agua? *b*) Calcule la presión total o absoluta a esa profundidad.

37. **EI** ● En un tubo abierto con forma de U, la presión de una columna de agua en un lado se equilibra con la presión de una columna de gasolina en el otro. *a*) En comparación con la altura de la columna de agua, la columna de gasolina tendrá 1) mayor, 2) menor o 3) la misma altura. ¿Por qué? *b*) Si la altura de la columna de agua es de 15 cm, ¿qué altura tendrá la columna de gasolina?

38. ● Un atleta de 75 kg se para en una sola mano. Si el área de contacto de la mano con el piso es de 125 cm^2, ¿qué presión ejercerá sobre el suelo?

39. ● La presión manométrica en los dos neumáticos de una bicicleta es de 690 kPa. Si la bicicleta y el ciclista tienen una masa combinada de 90.0 kg, calcule el área de contacto de cada neumático con el suelo. (Suponga que cada neumático sostiene la mitad del peso total de la bicicleta.)

40. ●● En una muestra de agua de mar tomada de un derrame de petróleo, una capa de petróleo de 4.0 cm de espesor flota sobre 55 cm de agua. Si la densidad del petróleo es de 0.75×10^3 kg/m^3, calcule la presión absoluta sobre el fondo del recipiente.

41. **EI** ●● En una demostración en clase, se usa una lata vacía para demostrar la fuerza que ejerce la presión del aire (▼figura 7.30). Se vierte una pequeña cantidad de agua en la lata y se pone a hervir. Luego, la lata se sella con un tapón de caucho. Ante la vista de los espectadores, la lata se aplasta lentamente y se escucha cómo se dobla el metal. (¿Por qué se usa un tapón de caucho por precaución?) *a*) Esto se debe a 1) expansión y contracción térmicas, 2) una presión más alta del vapor dentro de la lata o 3) una menor presión dentro de la lata al condensarse el vapor. ¿Por qué? *b*) Suponiendo que las dimensiones de la lata son 0.24 m × 0.16 m × 0.10 m y en el interior de la lata hay un vacío perfecto, ¿qué fuerza total ejerce la presión del aire sobre la lata?

▲ **FIGURA 7.30 Presión de aire** Véase el ejercicio 41.

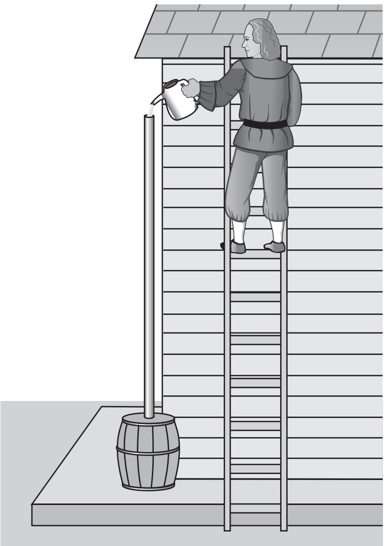
42. ●● Calcule la disminución fraccionaria en la presión cuando un barómetro se sube 40.0 m, hasta la azotea de un edificio. (Suponga que la densidad del aire es constante en esa distancia.)

43. ●● Un estudiante decide calcular la lectura barométrica estándar en la cima del monte Everest (29 028 ft), suponiendo que la densidad del aire tiene el mismo valor constante que en el nivel del mar. ¿Qué le dice el resultado?

44. ●● Para beber una bebida refrescante (suponga que ésta tiene la misma densidad que el agua) con una pajuela, se requiere que usted reduzca la presión en la parte superior de esta última. ¿Cuál debe ser la presión en la parte superior de una pajuela que está 15.0 cm por arriba de la superficie de la bebida refrescante para que ésta llegue a sus labios?

45. ●● Durante el vuelo de un avión, un pasajero experimenta dolor de oído por un enfriamiento de cabeza que tapó sus trompas de Eustaquio. Suponiendo que la presión en estas últimas permanece a 1.00 atm (como al nivel del mar) y que la presión en la cabina se mantiene a 0.900 atm, determine la fuerza de la presión de aire (incluyendo su dirección) sobre el tímpano, suponiendo que éste tiene un diámetro de 0.800 cm.

46. ●● Veamos una demostración que usó Pascal para demostrar la importancia de la presión de un fluido sobre su profundidad (▶figura 7.31): un barril de roble cuya tapa tiene una área de 0.20 m^2 se llena con agua. Un tubo largo y delgado, con área transversal de 5.0×10^{-5} m^2 se inserta en un agujero en el centro de la tapa y se vierte agua por el tubo. Cuando la altura alcanza los 12 m, el barril estalla *a*) Calcule el peso del agua en el tubo. *b*) Calcule la presión del agua sobre la tapa del barril. *c*) Calcule la fuerza neta sobre la tapa debida a la presión del agua.



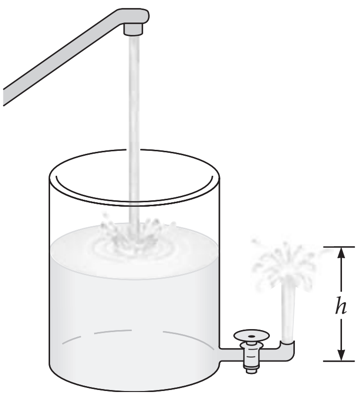
◀ **FIGURA 7.31 Pascal y el barril que estalla** Véase el ejercicio 46.

47. ●● Las puertas y los sellos de un avión están sometidos a fuerzas muy grandes durante el vuelo. A una altura de 10 000 m (cerca de 33 000 ft), la presión del aire afuera del avión es de sólo 2.7×10^4 N/m^2; mientras que el interior sigue a la presión atmosférica normal, gracias a la presurización de la cabina. Calcule la fuerza neta debido a la presión del aire sobre una puerta de 3.0 m^2 de área.

48. ●● La presión que ejercen los pulmones de una persona puede medirse pidiendo a la persona que sople con la mayor fuerza posible en un lado de un manómetro. Si la persona produce una diferencia de 80 cm entre las alturas de las columnas de agua en las ramas del manómetro, ¿qué presión manométrica producen sus pulmones?

49. ●● En una colisión de frente, el conductor del automóvil no llevaba activadas las bolsas de aire y su cabeza golpea contra el parabrisas, produciéndole fractura de cráneo. Suponiendo que la cabeza del conductor tiene una masa de 4.0 kg, que el área de la cabeza que golpeó el parabrisas fue de 25 cm^2, y que la duración del impacto fue de 3.0 ms, ¿con qué rapidez la cabeza golpeó el parabrisas? (Considere que la fuerza compresiva de la fractura del cráneo fue de 1.0×10^8 Pa.)

50. ●● Un cilindro tiene un diámetro de 15 cm (▼figura 7.32). El nivel del agua en el cilindro se mantiene a una altura constante de 0.45 m. Si el diámetro de la boquilla del tubo es de 0.50 cm, ¿qué tan alta será *h*, la corriente vertical de agua? (Suponga que el agua es un fluido ideal.)



◀ **FIGURA 7.32 ¿Qué tan alta será la fuente?** Véase el ejercicio 50.

51. ●● En 1960, el batiscafo *Trieste* de la armada de Estados Unidos descendió a una profundidad de 10 912 m en la fosa de las Marianas en el océano Pacífico, *a*) Calcule la presión a esa profundidad. (Suponga que el agua de mar es incompresible.) *b*) ¿Qué fuerza actuó sobre una ventana circular de observación de 15 cm de diámetro?

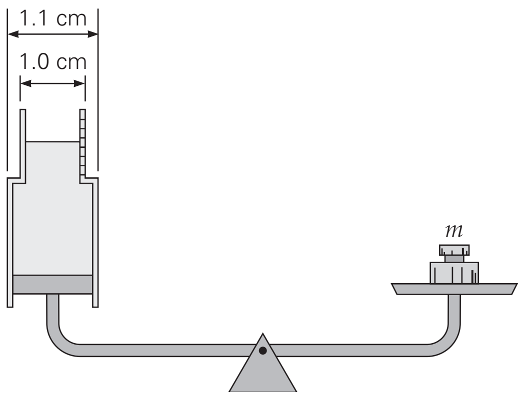
52. ●● El pistón de salida de una prensa hidráulica tiene una área transversal de 0.25 m^2. *a*) ¿Qué presión se requiere en el pistón de entrada para que la prensa genere una fuerza de 1.5×10^6 N? *b*) ¿Qué fuerza se aplica al pistón de entrada si tiene un diámetro de 5.0 cm?

53. ●● Un elevador hidráulico de un taller tiene dos pistones: uno pequeño con área transversal de 4.00 cm^2 y uno grande de 250 cm^2. *a*) Si el elevador se diseñó para levantar un automóvil de 3500 kg, ¿qué fuerza mínima debe aplicarse al pistón pequeño? *b*) Si la fuerza se aplica con aire comprimido, ¿qué presión mínima de aire deberá aplicarse al pistón pequeño?

54. ●●● Una jeringa hipodérmica tiene un émbolo con una área transversal de 2.5 cm^2 y una aguja de 5.0×10^{-3} cm^2. *a*) Si se aplica una fuerza de 1.0 N al émbolo, ¿qué presión manométrica habrá en la cámara de la jeringa? *b*) Si hay una pequeña obstrucción en la punta de la aguja, ¿qué fuerza ejercerá el fluido sobre ella? *c*) Si la presión sanguínea en una vena es de 50 mm Hg, ¿qué fuerza deberá aplicarse al émbolo para inyectar fluido en la vena?

55. ●●● Un embudo tiene un corcho que bloquea su tubo de drenado. El corcho tiene un diámetro de 1.50 cm y se sostiene en su lugar mediante fricción estática con los lados del tubo de drenado. Cuando se vierte agua en el embudo y llega a 10.0 cm arriba del corcho, éste sale volando. Determine la fuerza máxima de fricción estática entre el corcho y el tubo de drenado. Ignore el peso del corcho.

56. ●●● En la ▼figura 7.33 se presenta una báscula hidráulica empleada para detectar pequeños cambios de masa. Si se coloca una masa *m* de 0.25 g en la plataforma, ¿cuánto habrá cambiado la altura del agua en el cilindro pequeño de 1.0 cm de diámetro, cuando la báscula vuelva al equilibrio?



▲ **FIGURA 7.33 Báscula hidráulica** Véase el ejercicio 56.

7.3 Flotabilidad y el principio de Arquímedes

57. **OM** Un bloque de madera flota en una alberca. La fuerza de flotabilidad que el agua ejerce sobre el bloque depende *a*) del volumen de agua en la alberca, *b*) del volumen del bloque de madera, *c*) del volumen del bloque de madera que está bajo el agua o *d*) de todo lo anterior.

58. **OM** Si un objeto sumergido desplaza una cantidad de líquido que pesa más que él y luego se le suelta, el objeto *a*) subirá a la superficie y flotará, *b*) se hundirá o *c*) permanecerá en equilibrio en la posición donde se sumergió.

59. **OM** Al comparar la densidad de un objeto (ρ_o) con la de un fluido (ρ_f), ¿cuál es la condición para que el objeto flote? *a*) $\rho_o < \rho_f$ o *b*) $\rho_f < \rho_o$.

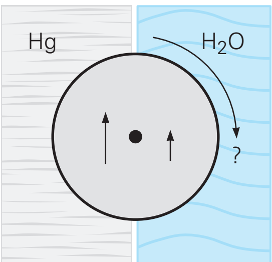
60. **PC** *a*) ¿Cuál es el factor más importante al construir un chaleco salvavidas que mantenga a una persona a flote? *b*) ¿Por qué es tan fácil flotar en el Gran Lago Salado de Utah?

61. **PC** Un cubo de hielo flota en un vaso de agua. Al derretirse el hielo, ¿cómo cambia el nivel de agua en el vaso? ¿Habría alguna diferencia si el cubo de hielo estuviera hueco? Explique.

62. **PC** Los barcos oceánicos en puerto se cargan hasta la llamada *marca de Plimsoll*, una línea que indica la profundidad máxima de cargado seguro. Sin embargo, en Nueva Orléans, situada en la desembocadura del río Mississippi, donde el agua es salobre (menos salada que el agua de mar y más salada que el agua dulce), los barcos se cargan hasta que la marca de Plimsoll está un poco abajo del nivel del agua. ¿Por qué?

63. **PC** Dos bloques de igual volumen, uno de hierro y otro de aluminio, se dejan caer en un cuerpo de agua. ¿Qué bloque experimentará una mayor fuerza de flotabilidad? ¿Por qué?

64. **PC** Un inventor tiene una idea para crear una máquina de movimiento perpetuo, como la que se ilustra en la ▼figura 7.34. La máquina contiene una cámara sellada con mercurio (Hg) en una mitad y agua (H_2O) en la otra. Un cilindro está montado en el centro y se encuentra libre para girar. El inventor piensa que como el mercurio es mucho más denso que el agua (13.6 g/cm^3 frente a 1.00 g/cm^3), el peso del mercurio desplazado por la mitad del cilindro es mucho mayor que el agua desplazada por la otra mitad. Entonces, la fuerza de flotabilidad en el lado del mercurio es mayor que la que hay en el lado del agua (más de 13 veces mayor). La diferencia en las fuerzas y los momentos de fuerza debería provocar que el cilindro gire de manera perpetua. ¿Usted invertiría dinero en este invento? ¿Por qué?

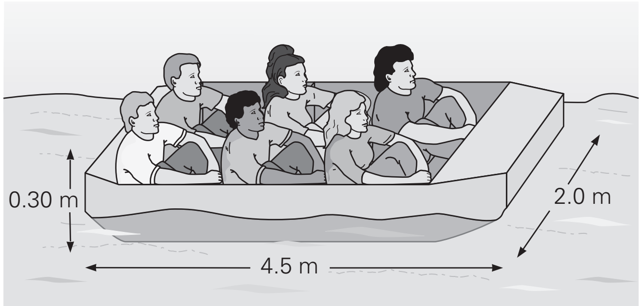


◀ **FIGURA 7.34 ¿Movimiento perpetuo?** Véase el ejercicio 64.

65. **EI** ● *a*) Si la densidad de un objeto es exactamente igual a la de un fluido, el objeto 1) flotará, 2) se hundirá o 3) permanecerá a cualquier altura en el fluido, siempre que esté totalmente sumergido. *b*) Un cubo de 8.5 cm por lado tiene una masa de 0.65 kg. ¿Flotará o se hundirá en agua? Demuestre su respuesta.

66. ● Suponga que Arquímedes descubrió que la corona del rey tenía una masa de 0.750 kg y un volumen de 3.980×10^{-5} m^3. *a*) ¿Qué técnica sencilla usó él para determinar el volumen de la corona? *b*) ¿La corona era de oro puro?

67. ● Una lancha rectangular, como la de la ▼figura 7.35, está sobrecargada, al grado que el agua está apenas 1.0 cm bajo la borda. Calcule la masa combinada de las personas y la lancha.



▲ **FIGURA 7.35 Una lancha sobrecargada** Véase el ejercicio 67.

68. ●● Un objeto pesa 8.0 N en el aire. Sin embargo, su peso aparente cuando está totalmente sumergido en agua es de sólo 4.0 N. ¿Qué densidad tiene el objeto?

69. ●● Cuando una corona de 0.80 kg se sumerge en agua, su peso aparente es de 7.3 N. ¿La corona es de oro puro?

70. ●● Un cubo de acero de 0.30 m de lado está suspendido de una báscula y se sumerge en agua. ¿Cuál será la lectura de la báscula?

71. ●● Un cubo de madera de 0.30 m de lado tiene una densidad de 700 kg/m^3 y flota horizontalmente en el agua. *a*) ¿Cuál es la distancia desde la parte superior de la madera a la superficie del agua? *b*) ¿Qué masa hay que colocar sobre la madera para que la parte superior de esta última quede justo al nivel del agua?

72. ●● *a*) Si tiene un trozo de metal unido a un hilo ligero, una báscula y un recipiente con agua donde puede sumergirse el trozo de metal, ¿cómo averiguaría el volumen del metal sin usar la variación en el nivel del agua? *b*) Un objeto pesa 0.882 N. Se le cuelga de una báscula que marca 0.735 N cuando el objeto se sumerge en agua. ¿Qué volumen y densidad tiene el objeto?

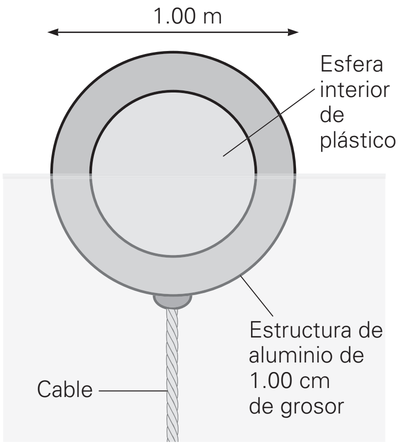
73. ●● Un acuario está lleno con un líquido. Un cubo de corcho, de 10.0 cm de lado, es empujado y sostenido en el reposo completamente sumergido en el líquido. Se necesita una fuerza de 7.84 N para mantenerlo bajo el líquido. Si la densidad del corcho es de 200 kg/m^3, determine la densidad del líquido.

74. ●● Un bloque de hierro se hunde rápidamente en el agua, pero los barcos construidos de hierro flotan. Un cubo sólido de hierro de 1.0 m por lado se convierte en láminas. Para formar con las láminas un cubo hueco que no se hunda, ¿qué longitud mínima deberán tener los lados de las láminas?

75. ●● Hay planes para volver a usar dirigibles, naves más ligeras que el aire, como el dirigible Goodyear, para transportar pasajeros y carga, pero inflándolos con helio, no con hidrógeno inflamable, que se usó en el desventurado *Hindenburg* (véase los Hechos de física al inicio de este capítulo). Un diseño requiere que la nave tenga 100 m de largo y una masa total (sin helio) de 30.0 toneladas métricas. Suponiendo que la "envoltura" de la nave es cilíndrica, ¿qué diámetro debería tener para levantar el peso total de la nave y del helio?

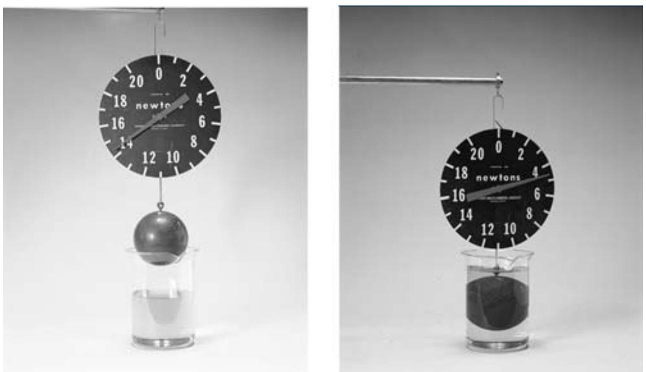
76. ●●● Una chica flota en un lago con el 97% de su cuerpo bajo el agua. ¿Qué *a*) densidad de masa y *b*) densidad de peso tiene?

77. ●●● Una boya esférica de navegación está amarrada al fondo de un lago mediante un cable vertical (▼figura 7.36). El diámetro exterior de la boya es de 1.00 m. El interior de la boya está hecho de una estructura de aluminio de 1.0 cm de grosor y el resto es de plástico sólido. La densidad del aluminio es de 2700 kg/m^3 y la densidad del plástico es de 200 kg/m^3. La boya debe flotar de manera que exactamente la mitad de ella quede fuera del agua. Determine la tensión en el cable.



◀ **FIGURA 7.36 Es una boya** (No está a escala.) Véase el ejercicio 77.

78. ●●● La ▼figura 7.37 muestra un experimento simple de laboratorio. Calcule *a*) el volumen y *b*) la densidad de la esfera suspendida. (Suponga que la densidad de la esfera es uniforme y que el líquido en el vaso de precipitados es agua.) *c*) ¿Usted sería capaz de hacer los mismos cálculos si el líquido en el vaso de precipitados fuera mercurio? (Véase la tabla 7.2.) Explique su respuesta.



▲ **FIGURA 7.37 Inmersión de una esfera** Véase el ejercicio 78.

7.4 Dinámica de fluidos y ecuación de Bernoulli

79. **OM** Si la rapidez en algún punto de un fluido cambia con el tiempo, el flujo *no* es *a*) constante, *b*) irrotacional, *c*) incompresible, *d*) no viscoso.

80. **OM** Un fluido ideal no es *a*) estable, *b*) compresible, *c*) irrotacional o *d*) no viscoso.

81. **OM** La ecuación de Bernoulli se basa primordialmente en *a*) las leyes de Newton, *b*) la conservación de la cantidad de movimiento, *c*) un fluido no ideal, *d*) la conservación de la energía.

82. **OM** Según la ecuación de Bernoulli, si se incrementa la presión sobre el líquido de la figura 7.19, *a*) la rapidez de flujo siempre aumenta, *b*) la altura del líquido siempre aumenta, *c*) podrían aumentar tanto la rapidez de flujo como la altura del líquido o *d*) nada de lo anterior.

83. **PC** La rapidez de flujo de la sangre es mayor en las arterias que en los capilares. Sin embargo, la ecuación de tasa de flujo (Av = constante) parece predecir que la rapidez debería ser mayor en los capilares que son más pequeños. ¿Puede explicar esta aparente inconsistencia?

84. **PC** *a*) Explique por qué llega más lejos el agua que sale de una manguera si ponemos el dedo en la punta de la manguera. *b*) Señale una analogía del organismo humano en cuanto a flujo restringido y rapidez mayor.

85. **PC** Si un carro Indy tuviera una base plana, sería muy inestable (como el ala de un avión) por la sustentación que experimenta al moverse a gran rapidez. Para aumentar la fricción y la estabilidad del vehículo, la base tiene una sección cóncava llamada *túnel de Venturi* (▼figura 7.38). *a*) En términos de la ecuación de Bernoulli, explique cómo esta concavidad genera una fuerza adicional hacia abajo sobre el auto, que se suma a la de las alas delantera y trasera. *b*) ¿Cuál es el propósito del "spoiler" en la parte trasera del vehículo?

▲ **FIGURA 7.38 Túnel de Venturi y spoiler** Véase el ejercicio 85.

86. **PC** Veamos dos demostraciones comunes de efectos Bernoulli. *a*) Si sostenemos una tira angosta de papel frente a la boca y soplamos sobre la cara superior, la tira se levantará (▼figura 7.39a). (Inténtelo.) ¿Por qué? *b*) Un chorro de aire de un tubo sostiene verticalmente un huevo de plástico (figura 7.39b). El huevo no se aleja de su posición en el centro del chorro. ¿Por qué no?

a) b)

▲ **FIGURA 7.39 Efectos Bernoulli** Véase el ejercicio 86.

87. ● Un fluido ideal se mueve a 3.0 m/s en una sección de tubería de 0.20 m de radio. Si el radio en otra sección es de 0.35 m, ¿qué velocidad tendrá ahí el flujo?

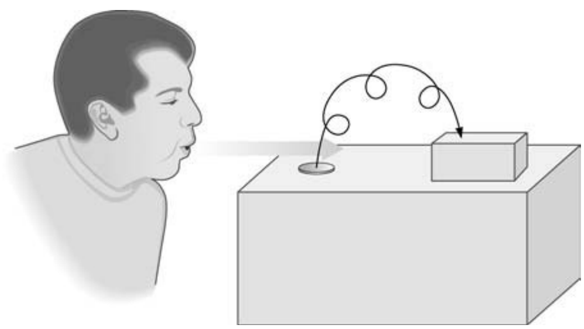
88. **EI** ● *a*) Si el radio de una tubería se estrecha a la mitad de su tamaño original, la rapidez de flujo en la sección angosta 1) aumentará al doble, 2) aumentará cuatro veces, 3) disminuirá a la mitad o 4) disminuirá a la cuarta parte. ¿Por qué? *b*) Si el radio se ensancha al triple de su tamaño original, ¿qué relación habrá entre la rapidez de flujo en la sección más ancha y la rapidez en la sección más angosta?

89. ●● La rapidez de flujo de la sangre en una arteria principal de 1.0 cm de diámetro es de 4.5 cm/s. *a*) ¿Cuál será la tasa de flujo en la arteria? *b*) Si el sistema de capilares tiene una área transversal total de 2500 cm^2, ¿la rapidez promedio de la sangre a través de los capilares qué porcentaje será de la rapidez en la arteria? *c*) ¿Por qué es necesario que la sangre fluya lentamente por los capilares?

<u>90.</u> ●● La rapidez de flujo sanguíneo por la aorta con un radio de 1.00 cm es de 0.265 m/s. Si el endurecimiento de las arterias provoca que la aorta reduzca su radio a 0.800 cm, ¿por cuánto se incrementará la rapidez del flujo sanguíneo?

<u>91.</u> ●● Utilizando los datos y el resultado del ejercicio 90, calcule la diferencia de presión entre las dos áreas de la aorta. (Densidad de la sangre: $\rho = 1.06 \times 10^3\ kg/m^3$.)

92. ●● En una sorprendente demostración durante una clase, un profesor de física sopla fuerte por encima de una moneda de cobre de cinco centavos, que está en reposo sobre un escritorio horizontal. Al hacer esto con la rapidez adecuada, logra que la moneda acelere verticalmente hacia la corriente de aire y luego se desvíe hacia una bandeja, como se ilustra en la ▼figura 7.40. Suponiendo que el diámetro de la moneda es de 1.80 cm y que tiene una masa de 3.50 g, ¿cuál es la rapidez mínima de aire necesaria para hacer que la moneda se eleve del escritorio? Suponga que el aire debajo de la moneda permanece en reposo.



▲ **FIGURA 7.40 Un gran soplido** Véase el ejercicio 92.

93. ●● Una habitación mide 3.0 m por 4.5 m por 6.0 m. Los ductos de calefacción y aire acondicionado que llegan a ella y salen de ella son circulares y tienen un diámetro de 0.30 m, y todo el aire de la habitación se renueva cada 12 minutos, *a*) calcule la tasa media de flujo. *b*) ¿Qué tasa de flujo debe haber en el ducto? (Suponga que la densidad del aire es constante.)

94. ●● Los caños del recipiente de la ▼figura 7.41 están a 10, 20, 30 y 40 cm de altura. El nivel del agua se mantiene a una altura de 45 cm mediante un abasto externo. *a*) ¿Con qué rapidez sale el agua de cada caño? *b*) ¿Qué chorro de agua tiene mayor alcance relativo a la base del recipiente? Justifique su respuesta.

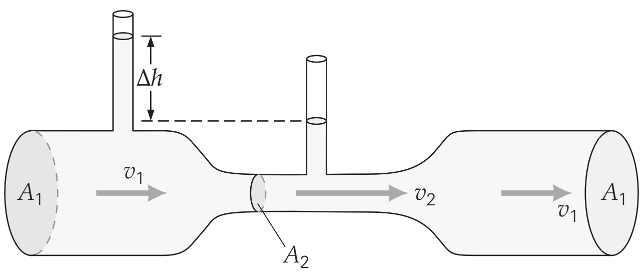
▲ **FIGURA 7.41 Chorros como proyectiles** Véase el ejercicio 94.

95. ●●● Fluye agua a razón de 25 L/min a través de una tubería horizontal de 7.0 cm de diámetro, sometida a una presión de 6.0 Pa. En cierto punto, depósitos calcáreos reducen el área transversal del tubo a 30 cm^2. Calcule la presión en este punto. (Considere que el agua es un fluido ideal.)

96. ●●● Como un método para combatir el fuego, un residente del bosque instala una bomba para traer agua de un lago que está 10.0 m por debajo del nivel de su casa. Si la bomba puede registrar una presión manométrica de 140 kPa, ¿a qué tasa (en *L/s*) puede bombearse el agua a la casa suponiendo que la manguera tiene un radio de 5.00 cm?

97. ●●● Un medidor Venturi puede medir la rapidez de flujo de un líquido. En la ▼figura 7.42 se muestra un dispositivo sencillo. Demuestre que la rapidez de flujo de un fluido ideal está dada por

$$v_1 = \sqrt{\frac{2g\Delta h}{(A_1^2/A_2^2) - 1}}.$$



▲ **FIGURA 7.42 Un medidor de rapidez de flujo** Véase el ejercicio 97.

*7.5 Tensión superficial, viscosidad y ley de Poiseuille

98. **OM** Las gotitas de agua y pompas de jabón suelen adquirir una forma esférica. Este efecto se debe *a*) a la viscosidad, *b*) a la tensión superficial, *c*) al flujo laminar o *d*) a nada de lo anterior.

99. OM Algunos insectos pueden caminar sobre el agua porque *a*) la densidad del agua es mayor que la del insecto, *b*) el agua es viscosa, *c*) el agua tiene tensión superficial o *d*) nada de lo anterior.

100. OM La viscosidad de un fluido se debe *a*) a fuerzas que causan fricción entre las moléculas, *b*) a la tensión superficial, *c*) a la densidad o *d*) a nada de lo anterior.

101. PC Un aceite de motor indica 10W-40 en su etiqueta. ¿Qué miden los números 10 y 40? ¿Qué significa la W?

102. PC ¿Por qué la ropa se lava en agua caliente y se le agrega detergente.

103. ●● La arteria pulmonar, que conecta al corazón con los pulmones, tiene unos 8.0 cm de longitud y un diámetro interior de 5.0 mm. Si la tasa de flujo en ella debe ser de 25 mL/s, ¿qué diferencia de presión debe haber entre sus extremos?

104. ●● En un hospital un paciente recibe una transfusión rápida de 500 cc de sangre a través de una aguja de 5.0 cm de longitud y diámetro interior de 1.0 mm. Si la bolsa de sangre se cuelga 0.85 m arriba de la aguja, ¿cuánto tarda la transfusión? (Desprecie la viscosidad de la sangre que fluye por el tubo de plástico entre la bolsa y la aguja.)

105. ●● Un enfermero necesita extraer 20.0 cc de sangre de un paciente y depositarla en un pequeño contenedor de plástico cuyo interior está a presión atmosférica. El enfermero inserta la punta de la aguja de un largo tubo en una vena, donde la presión manométrica promedio es de 30.0 mm Hg. Esto permite que la presión interna en la vena empuje la sangre hacia el recipiente de recolección. La aguja mide 0.900 mm de diámetro y 2.54 cm de largo. El largo tubo es lo suficientemente ancho y suave, de manera que suponemos que su resistencia es insignificante, y que toda la resistencia al flujo sanguíneo ocurre en la delgada aguja. ¿Cuánto tiempo tardará el enfermero en recolectar la muestra?

Ejercicios adicionales

106. Demuestre que la gravedad específica es equivalente a una razón de densidades, puesto que su definición estricta es la razón entre el peso de un volumen dado de una sustancia y el peso de un volumen igual de agua.

107. Una piedra está suspendida de una cuerda en el aire. La tensión en la cuerda es de 2.94 N. Cuando la roca se introduce en un líquido y la cuerda se afloja, la roca se hunde y llega al reposo sobre un resorte cuya constante de resorte es de 200 N/m. La compresión final del resorte es de 1.00 cm. Si se sabe que la densidad de la roca es de 2500 kg/m^3, ¿cuál será la densidad del líquido?

108. Un bastón (de forma cilíndrica) con el peso desequilibrado consta de dos secciones: una más densa (la inferior) y otra menos densa (la sección superior). Cuando se le coloca en agua, queda vertical y apenas flota. El bastón tiene un diámetro de 2.00 cm; su parte inferior está hecha de acero con una densidad de 7800 kg/m^3, y la sección superior está hecha de madera con una densidad de 810 kg/m^3. La parte de acero tiene una longitud de 5.00 cm. Determine la longitud de la sección de madera.

109. Un equipo de excursionistas improvisan una regadera rudimentaria, que consiste en un gran contenedor cilíndrico (abierto por la parte superior) colgado de un árbol. Su área inferior está perforada con una gran cantidad de pequeños orificios, cada uno de los cuales tiene 1.00 mm de diámetro; el contenedor mide 30.0 cm de diámetro y 75.0 cm de altura. *a*) Inicialmente, ¿cuál es la rapidez del agua que sale por los agujeros? *b*) ¿Cuántos hoyos se necesitan si se desea que la tasa de flujo total sea de 1.20 L/s?

110. ¿Cuál es la diferencia en volumen (que se debe sólo a los cambios de presión, no a la temperatura ni a otros factores) entre 1000 kg de agua en la superficie del océano (suponga que está a 4°C) y la misma masa a la mayor profundidad conocida de 8.00 km? (La fosa Mariana; suponga que también está a 4°C.)

PARTE: 2
TERMODINÁMICA

CAPÍTULO

8 TEMPERATURA Y TEORÍA CINÉTICA

HECHOS DE FÍSICA

- Daniel Gabriel Fahrenheit (1686-1736), un fabricante alemán de instrumentos, creó el primer termómetro de alcohol (1709) y el primer termómetro de mercurio (1714). Fahrenheit utilizó temperaturas de 0 y 96° como puntos de referencia. Los puntos de congelación y de ebullición del agua se registraron en 32 y 212°F, respectivamente.
- Anders Celsius (1701-1744), un astrónomo sueco, inventó la escala de temperatura que lleva su nombre con un intervalo de 100 grados entre el punto de congelación y el de ebullición del agua (0 y 100°C). La escala original de Celsius estaba invertida, es decir, marcaba 100°C para el punto de congelación, y 0°C para el de ebullición. Esto se modificó tiempo después.
- Las escalas de temperatura Celsius y Fahrenheit arrojan la misma lectura a los –40°, de manera que –40°C = –40°F.
- La menor temperatura posible es el cero absoluto (–273.15°C). No se conoce un límite superior de la temperatura.
- El Golden Gate sobre la bahía de San Francisco varía casi 1 m de longitud entre el verano y el invierno (a causa de la expansión térmica).
- Casi todas las sustancias tienen coeficientes positivos de expansión térmica (se expanden cuando se calientan). Algunas tienen coeficientes negativos (se contraen cuando se calientan). Así sucede con el agua en un rango específico de temperatura. El volumen de cierta cantidad de agua disminuye (se contrae) al calentarse de 0 a 4°C.

Al igual que los veleros, los globos de aire caliente son inventos de baja tecnología en un mundo de alta tecnología. Podemos equipar un globo con el sistema de navegación computarizado más moderno, vinculado con satélites, para cruzar el Pacífico, pero los principios básicos que nos mantienen en vuelo ya se conocían y entendían desde hace varios siglos. Como se observa en la imagen el aire se calienta y, con un incremento en la temperatura, el aire caliente (menos denso) se eleva. Cuando hay suficiente aire caliente en el globo, éste se eleva y flota.

La temperatura y el calor son temas frecuentes de conversación; pero si tuviéramos que explicar qué significan realmente esas palabras es posible que no halláramos la forma de hacerlo. Usamos termómetros de todo tipo para registrar temperaturas, que proporcionan un equivalente objetivo de nuestra experiencia sensorial de lo frío y lo caliente. Por lo general, hay un cambio de temperatura cuando se aplica o se extrae calor. Por lo tanto, la temperatura está relacionada con el calor. Sin embargo, ¿qué es el calor? En este capítulo constataremos que las respuestas a tales preguntas nos permiten entender principios de física muy importantes.

Una de las primeras teorías acerca del calor consideraba que era una sustancia fluida llamada *calórico*, la cual podía fluir dentro de un cuerpo y salir de él. Aunque se ha descartado dicha teoría, aún decimos que fluye calor de un cuerpo a otro. Ahora sabemos que el calor es energía en tránsito, y la temperatura y las propiedades térmicas se explican considerando el comportamiento atómico y molecular de las sustancias. En éste y los siguientes dos capítulos examinaremos la naturaleza de la temperatura y el calor en términos de teorías microscópicas (moleculares) y observaciones macroscópicas. Exploraremos la naturaleza del calor y las formas en que medimos la temperatura. También veremos las leyes de los gases, que explican no sólo el comportamiento de los globos de aire caliente, sino también fenómenos más importantes, como la forma en que nuestros pulmones nos abastecen del oxígeno que necesitamos para vivir.

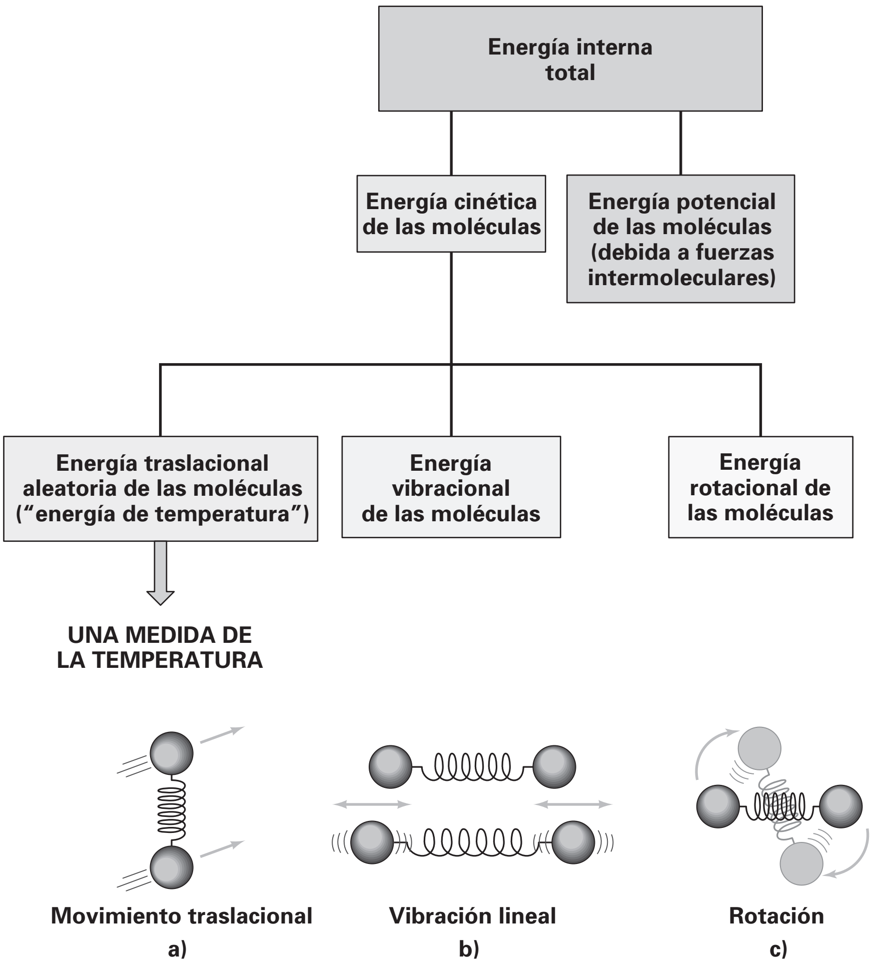
8.1 Temperatura y calor

OBJETIVO: Distinguir entre temperatura y calor.

Una buena forma de comenzar a estudiar física térmica es definiendo temperatura y calor. La **temperatura** es una medida, o indicación, de qué tan caliente o frío está un objeto. Decimos que una estufa caliente tiene una temperatura alta; y que un cubo de hielo, una temperatura baja. Si un objeto tiene una temperatura más alta que otro, decimos que está más caliente, o que el otro objeto está más frío. *Caliente* y *frío* son términos relativos, como *alto* y *bajo*. Percibimos la temperatura por el tacto; sin embargo, este sentido de temperatura no es muy confiable y su alcance es demasiado limitado como para que resulte útil en la ciencia.

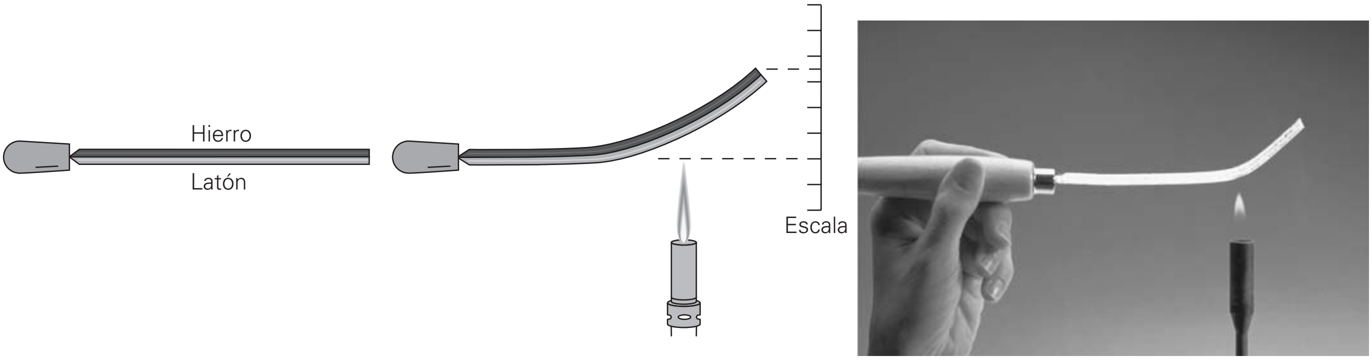
El calor está relacionado con la temperatura y describe el proceso de transferencia de energía de un objeto a otro. Es decir, **calor** es *la energía neta transferida de un objeto a otro, debido a una diferencia de temperatura*. Por lo tanto, el calor es energía en tránsito, por decirlo de alguna manera. Una vez transferida, la energía se vuelve parte de la energía total de las moléculas del objeto o sistema, su **energía interna**. Una transferencia de calor (energía) entre objetos produciría cambios de energía interna.*

En el nivel microscópico, la temperatura está asociada con el movimiento molecular. En la teoría cinética (sección 8.5), que trata las moléculas de gas como partículas puntuales, la temperatura es una medida del valor promedio de la energía cinética *de traslación* aleatoria de las moléculas. Sin embargo, las moléculas diatómicas y otras sustancias reales, además de tener esa energía traslacional "de temperatura", pueden tener energía cinética debida a vibración y a rotación, además de energía potencial debida a las fuerzas de atracción entre las moléculas. Estas energías no contribuyen a la temperatura del gas, pero sí forman parte de su energía interna, que es la suma de todas estas energías (▼figura 8.1).



◀ **FIGURA 8.1 Movimientos moleculares** La energía interna total consiste en energías cinética y potencial. La energía cinética tienen las siguientes formas: ***a)*** La temperatura está asociada al movimiento traslacional aleatorio de las moléculas. Ni el ***b)*** movimiento vibracional lineal ni ***c)*** el movimiento rotacional contribuyen con la temperatura, ni tampoco la energía potencial intermoluecular.

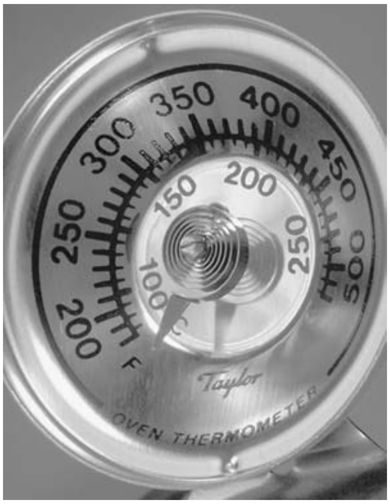
**Nota*: algo de la energía podría irse al efectuar trabajo y no en energía interna (sección 10.2).



a) Condición inicial

b) Al calentarse

▲ **FIGURA 8.2 Expansión térmica** ***a)*** Una tira bimetálica se hace con dos tiras de diferente metal pegadas. ***b)*** Cuando se calienta una tira así, se dobla por la expansión desigual de los dos metales. Aquí, el latón se expande más que el hierro, así que la desviación es hacia el hierro. La desviación del extremo de la tira podría utilizarse para medir temperatura.



a)

b)

▲ **FIGURA 8.3 Bobina bimetálica** Se usan bobinas bimetálicas en ***a)*** termómetros de carátula (la bobina está en el centro) y ***b)*** termostatos caseros (la bobina está a la derecha). Los termostatos sirven para regular los sistemas de calentamiento o enfriamiento, encendiéndolos o apagándolos conforme cambia la temperatura de la habitación. La expansión y la contracción de la bobina hace que se incline una ampolleta de vidrio que contiene mercurio, lo cual abre y cierra un contacto eléctrico.

Note que una temperatura más alta no necesariamente significa que un sistema tiene mayor energía interna que otro. Por ejemplo, en un día frío, la temperatura del aire de un salón de clases es relativamente alta en comparación con la del aire exterior. No obstante, todo ese aire frío del exterior tiene mucho más energía interna que el aire tibio dentro del salón, simplemente porque hay mucho *más* aire allá afuera. Si no fuera así, las bombas de calor (capítulo 10) no serían prácticas. En otras palabras, la energía interna de un sistema también depende de su masa, o del número de moléculas en el sistema.

Cuando se transfiere calor entre dos objetos, se estén tocando o no, decimos que los objetos están en *contacto térmico*. Cuando deja de haber una transferencia neta de calor entre objetos en contacto térmico, tienen la misma temperatura y decimos que están en *equilibrio térmico*.

8.2 Las escalas de temperatura Celsius y Fahrenheit

OBJETIVOS: *a*) Explicar cómo se construye una escala de temperatura y *b*) convertir temperaturas de una escala a otra.

Podemos medir la temperatura con un **termómetro**, que es un dispositivo que aprovecha alguna propiedad de una sustancia que cambia con la temperatura. Por fortuna, muchas propiedades físicas de los materiales cambian lo suficiente con la temperatura como para basar en ellas un termómetro. Por mucho, la propiedad más evidente y más utilizada es la **expansión térmica** (sección 8.4), un cambio en las dimensiones o el volumen de una sustancia que sucede cuando cambia la temperatura.

Casi todas las sustancias se expanden cuando aumenta la temperatura, pero lo hacen en diferente grado. También, casi todas las sustancias se contraen al disminuir su temperatura. (La expansión térmica se refiere tanto a expansión como a contracción; la contracción se considera expansión negativa.) Como algunos metales se expanden más que otros, una tira bimetálica (una tira hecha de dos metales distintos pegados entre sí) sirve para medir cambios de temperatura. Al añadir calor, la tira compuesta se flexiona hacia el lado del metal que menos se expande (▲figura 8.2). Bobinas formadas con este tipo de tiras se usan en termómetros de carátula y en termostatos caseros (◄figura 8.3).

Un termómetro común es el de líquido en vidrio, que se basa en la expansión térmica de un líquido. Un líquido en un bulbo de vidrio se expande hacia un capilar (un tubo delgado) en un tallo de vidrio. El mercurio y el alcohol (que suele teñirse de rojo para hacerlo más visible) son los líquidos más utilizados en termómetros de líquido en vidrio. Se eligen estas sustancias por su expansión térmica relativamente grande y porque permanecen líquidos en los intervalos de temperatura normales.

Los termómetros se calibran de manera que se pueda asignar un valor numérico a una temperatura dada. Para definir cualquier escala o unidad estándar de temperatura, se requieren dos puntos de referencia fijos. Dos puntos fijos convenientes son el punto de vapor y el punto de hielo del agua a presión atmosférica estándar. Estos puntos, mejor conocidos como punto de ebullición y punto de congelación, son las temperaturas a las cuales el agua pura hierve y se congela, respectivamente, bajo una presión de 1 atm (presión estándar).

Las dos escalas de temperatura más conocidas son la **escala de temperatura Fahrenheit** (utilizada en Estados Unidos) y la **escala de temperatura Celsius** (utilizada en el resto del mundo). Como se observa en la ▸figura 8.4, los puntos de hielo y de vapor tienen los valores de 32 y 212°F, respectivamente, en la escala Fahrenheit; y 0 y 100°C, respectivamente, en la escala Celsius. En la escala Fahrenheit hay 180 intervalos iguales, o grados (F°), entre los dos puntos de referencia; en la escala Celsius, hay 100 grados (C°). Por lo tanto, puesto que $180/100 = 9/5 = 1.8$, un grado Celsius es casi dos veces mayor que un grado Fahrenheit. (Véase la nota al margen respecto a la diferencia entre °C y C°.)

Podemos obtener una relación para realizar conversiones entre las dos escalas si graficamos la temperatura Fahrenheit (T_F) contra la temperatura Celsius (T_C), como se hace en la ▾figura 8.5. La ecuación de la línea recta (en forma de pendiente-ordenada al origen, $y = mx + b$) es $T_F = (180/100)T_C + 32$, y

$$T_F = \tfrac{9}{5}T_C + 32 \qquad \textit{Conversión Celsius a Fahrenheit} \qquad (8.1)$$

o bien,

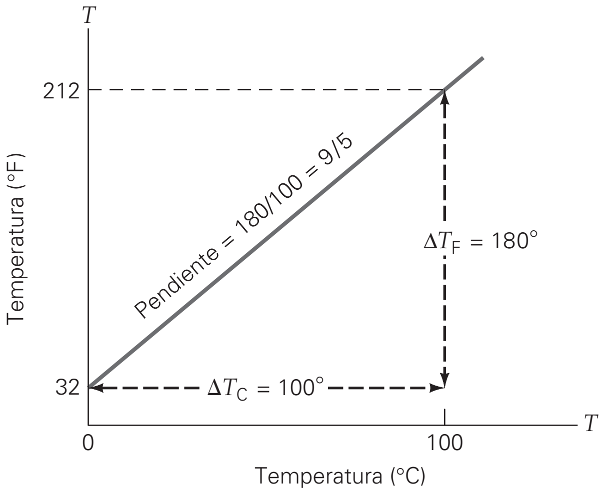
$$T_F = 1.8T_C + 32$$

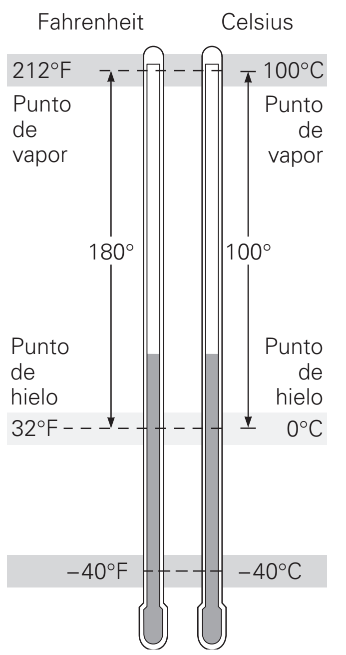
donde $\frac{9}{5}$ o 1.8 es la pendiente de la línea y 32 es la ordenada al origen. Por lo tanto, para convertir una temperatura Celsius (T_C) en la temperatura Fahrenheit equivalente (T_F), tan sólo multiplicamos la Celsius por $\frac{9}{5}$ y le sumamos 32.

Despejamos T_C de la ecuación para convertir de Fahrenheit a Celsius:

$$T_C = \tfrac{5}{9}(T_F - 32) \qquad \textit{Conversión Fahrenheit a Celsius} \qquad (8.2)$$

▾ FIGURA 8.5 Fahrenheit y Celsius Una gráfica de temperaturas Fahrenheit contra temperaturas Celsius da una línea recta de la forma general $y = mx + b$, donde $T_F = \frac{9}{5}T_C + 32$.





▴ FIGURA 8.4 Escalas de temperatura Celsius y Fahrenheit Entre los puntos fijos de vapor y hielo hay 100 grados en la escala Celsius, y 180 grados en la escala Fahrenheit. Por lo tanto, un grado Celsius es 1.8 veces mayor que uno Fahrenheit.

Nota: para distinguir, una medición de temperatura dada, digamos $T = 20°C$, se escribe con °C mientras que un intervalo de temperatura, como $\Delta T = 80°C - 60°C = 20\ C°$, se escribe con C°.

Ejemplo 8.1 ■ Conversión de lecturas de temperatura: Celsius y Fahrenheit

Exprese *a*) la temperatura ambiente típica de 20°C y una temperatura fría de −18°C en la escala Fahrenheit; y *b*) exprese otra temperatura fría de −10°F y la temperatura normal del cuerpo, 98.6°F en la escala Celsius.

Razonamiento. Se trata de la aplicación directa de las ecuaciones 8.1 y 8.2.

Solución.

Dado: *a*) $T_C = 20°C$ y $T_C = -18°C$
b) $T_F = -10°F$ y $T_F = 98.6°F$

Encuentre: para cada temperatura,
a) T_F
b) T_C

a) La ecuación 10.1 es para convertir lecturas Celsius a Fahrenheit:

$$20°C: \qquad T_F = \tfrac{9}{5}T_C + 32 = \tfrac{9}{5}(20) + 32 = 68°F$$

$$-18°C: \qquad T_F = \tfrac{9}{5}T_C + 32 = \tfrac{9}{5}(-18) + 32 = 0°F$$

(Se sugiere recordar esta temperatura ambiente típica de 20°C.)

b) La ecuación 8.2 convierte Fahrenheit en Celsius:

$$-10°F: \qquad T_C = \tfrac{5}{9}(T_F - 32) = \tfrac{5}{9}(-10 - 32) = -23°C$$

$$98.6°F: \qquad T_C = \tfrac{5}{9}(T_F - 32) = \tfrac{5}{9}(98.6 - 32) = 37.0°C$$

Por el último cálculo, vemos que la temperatura normal del cuerpo tiene un valor entero en la escala Celsius. Debemos recordar que un grado Celsius es 1.8 veces mayor que un grado Fahrenheit (casi el doble), así que es relevante una elevación de varios grados en la escala Celsius. Por ejemplo, una temperatura de 40.0°C representa una elevación de 3.0 C° respecto a la temperatura normal del cuerpo. En cambio, en la escala Fahrenheit el aumento es de $3.0 \times 1.8 = 5.4$ F°, para dar una temperatura de $98.6 + 5.4 = 104.0$°F.

Ejercicio de refuerzo. Convierta estas temperaturas: *a*) –40°F a Celsius y *b*) –40°C a Fahrenheit. (*Las respuestas de todos los Ejercicios de refuerzo se dan al final del libro*.)

Sugerencia para resolver problemas

Las ecuaciones 8.1 y 8.2 son muy similares, así que es fácil equivocarse al escribirlas. Puesto que son equivalentes, sólo hay que conocer una de ellas, digamos la de Celsius a Fahrenheit (ecuación 8.1, $T_F = \tfrac{9}{5}T_C + 32$). Si despejamos algebraicamente T_C de esta ecuación, obtendremos la ecuación 8.2. Una buena forma de asegurarse de haber escrito la ecuación de conversión correctamente es probarla con una temperatura conocida, como el punto de ebullición del agua. Dado que $T_C = 100°C$,

$$T_F = \tfrac{9}{5}T_C + 32 = \tfrac{9}{5}(100) + 32 = 212°F$$

Así, sabemos que la ecuación es correcta.

Los termómetros de líquido en vidrio son adecuados para muchas mediciones de temperatura, pero surgen problemas cuando se requieren determinaciones muy exactas. Es posible que el material no se expanda uniformemente dentro de un intervalo de temperatura amplio. Cuando se calibran con base en los puntos de congelación y de ebullición, un termómetro de alcohol y uno de mercurio tienen las mismas lecturas en esos puntos; pero como el alcohol y el mercurio tienen diferentes propiedades de expansión, los termómetros no tendrán exactamente la misma lectura a una temperatura intermedia, digamos la temperatura ambiente. Si se quiere medir con gran exactitud la temperatura y definir con precisión temperaturas intermedias, se necesitará algún otro tipo de termómetro: como el *termómetro de gas* que examinaremos más adelante. Primero veamos dos secciones A fondo sobre la temperatura corporal.

A FONDO 8.1 TEMPERATURA DEL CUERPO HUMANO

Normalmente tomamos como temperatura "normal" del cuerpo humano 98.6°F (37.0°C). El origen de este valor es un estudio de lecturas de temperatura humana efectuadas en 1868. ¡Hace más de 135 años! Un estudio más reciente, efectuado en 1992, señala que el estudio de 1868 utilizó termómetros menos exactos que los termómetros electrónicos (digitales) modernos. El nuevo estudio produjo varios resultados interesantes.

La temperatura normal del cuerpo humano, según mediciones de temperatura oral, varía entre individuos dentro de un intervalo aproximado de 96 a 101°F, con una temperatura promedio de 98.2°F. Después de efectuar un ejercicio intenso, la temperatura oral puede alcanzar hasta 103°F. Cuando el cuerpo está expuesto al frío, su temperatura puede bajar a menos de 96°F. Una baja rápida de la temperatura, de 2 o 3 F° produce temblores incontrolables. Hay contracción no sólo de los músculos esqueléticos, sino también de los diminutos músculos unidos a los folículos pilosos, cuyo resultado es la "piel de gallina".

Nuestra temperatura corporal suele ser más baja en la mañana, después de haber dormido y cuando nuestros procesos digestivos están en un punto bajo. Por lo general la temperatura "normal" del cuerpo aumenta durante el día hasta un máximo y luego vuelve a bajar. El estudio de 1992 también indicó que las mujeres tienen una temperatura corporal promedio un poco mayor que los hombres (98.4°F contra 98.1°F).

¿Y qué tal los extremos? Una fiebre por lo común sube la temperatura a entre 102 y 104°F. Una temperatura corporal mayor que 106°F (41°C) es demasiado peligrosa. A tales temperaturas, las enzimas que participan en ciertas reacciones químicas del cuerpo comienzan a desactivarse, y podría haber un fallo total de la química corporal. En el lado frío, una baja en la temperatura corporal causa fallas de memoria, habla confusa, rigidez muscular, latidos irregulares y pérdida de conciencia. Por debajo de 78°F (25°C), sobreviene la muerte por insuficiencia cardiaca. No obstante, una hipotermia (temperatura corporal por debajo de la normal) leve puede ser benéfica. La baja de temperatura hace más lentas las reacciones químicas del cuerpo y las células consumen menos oxígeno de lo normal. Este efecto se aprovecha en algunas cirugías (figura 1). Podría bajarse considerablemente la temperatura corporal del paciente para evitar daños al cerebro y al corazón, el cual debe detenerse durante algunos procedimientos.

FIGURA 1 Por debajo de la normal Durante algunas cirugías, se baja la temperatura corporal del paciente para desacelerar las reacciones químicas del cuerpo y reducir la necesidad de que la sangre abastezca de oxígeno los tejidos.

8.3 Leyes de los gases, temperatura absoluta y la escala de temperatura Kelvin

OBJETIVOS: *a*) Describir la ley de los gases ideales, *b*) explicar cómo se usa para determinar el cero absoluto y *c*) entender la escala de temperatura Kelvin.

Mientras que los diferentes termómetros de líquido en vidrio dan lecturas un poco distintas de temperaturas distintas de los puntos fijos, debido a la diferencia en las propiedades de expansión de los líquidos, los termómetros que usan un gas dan las mismas lecturas sea cual sea el gas empleado. Ello se debe a que, a densidades muy bajas, todos los gases tienen el mismo comportamiento en cuanto a expansión.

Las variables que describen el comportamiento de una cantidad (masa) dada de gas son presión, volumen y temperatura (p, V y T). Si se mantiene constante la temperatura, la presión y el volumen de una cantidad de gas presentan esta relación:

$$pV = \text{constante} \qquad \text{es decir} \qquad p_1V_1 = p_2V_2 \qquad \textit{(a temperatura constante)} \tag{8.3}$$

O bien, el producto de la presión y el volumen es una constante. Tal relación se conoce como *ley de Boyle*, en honor a Robert Boyle (1627-1691), el químico inglés que la descubrió.

Cuando la presión se mantiene constante, el volumen de una cantidad de gas está relacionado con la temperatura *absoluta* (que definiremos en breve):

$$\frac{V}{T} = \text{constante} \qquad \text{o bien} \qquad \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \qquad \textit{(a presión constante)} \tag{8.4}$$

A FONDO 8.2 SANGRE CALIENTE CONTRA SANGRE FRÍA

Con pocas excepciones, todos los mamíferos y las aves tienen sangre caliente, mientras que todos los peces, reptiles, anfibios e insectos tienen sangre fría. La diferencia es que los seres vivos de sangre caliente tratan de mantener sus cuerpos a una temperatura relativamente constante, en tanto que los animales de sangre fría adoptan la temperatura de su entorno (figura 1).

Las criaturas de sangre caliente mantienen una temperatura corporal relativamente constante generando su propio calor cuando están en un ambiente frío, y enfriándose a sí mismas cuando están en un ambiente caliente. Para generar calor, los animales de sangre caliente convierten el alimento en energía. Para mantenerse frescos en días calurosos, sudan, se abanican o se mojan para reducir el calor mediante la evaporación del agua. Los primates (humanos y monos) poseen glándulas sudoríparas distribuidas en todo su cuerpo; mientras que los perros y gatos las tienen sólo en sus patas. Los cerdos y las ballenas carecen de glándulas sudoríparas. Los cerdos generalmente recurren a revolcarse en el lodo para refrescarse, y las ballenas modifican su profundidad en el agua para conseguir cambios en la temperatura o emprenden migraciones en las distintas estaciones.

Por otro lado, algunos animales están cubiertos con pieles que les permiten calentarse en el invierno y que mudan en la temporada que necesitan refrescarse. Los animales de sangre caliente tiritan de frío para activar ciertos músculos con el objetivo de incrementar el metabolismo y así generar calor. Las aves (y algunos seres humanos) migran entre regiones frías y cálidas.

La temperatura corporal de los animales de sangre fría cambia con la temperatura de su ambiente. Son muy activos en ambientes cálidos y un tanto perezosos cuando hace frío. Esto se debe a que su actividad muscular depende de las reacciones químicas que varían con la temperatura. Los seres vivos de sangre fría con frecuencia toman el sol para calentarse e incrementar su metabolismo. Los peces pueden modificar su profundidad en el agua o emprender migraciones en las diferentes estaciones. Las ranas, los sapos y los lagartos hibernan durante el invierno. Para mantenerse calientes, las abejas se arremolinan y baten rápidamente sus alas para generar calor.

Algunos animales no caen en las definiciones estrictas de sangre caliente o sangre fría. Los murciélagos, por ejemplo, son mamíferos que no pueden mantener constante una temperatura corporal, y se enfrían cuando no están activos. Algunos animales de sangre caliente, como los osos, las marmotas y las tuzas, hibernan en invierno. Durante el periodo de hibernación, sobreviven de la grasa corporal acumulada; sus temperaturas corporales en ocasiones descienden hasta los 10°C (18°F).

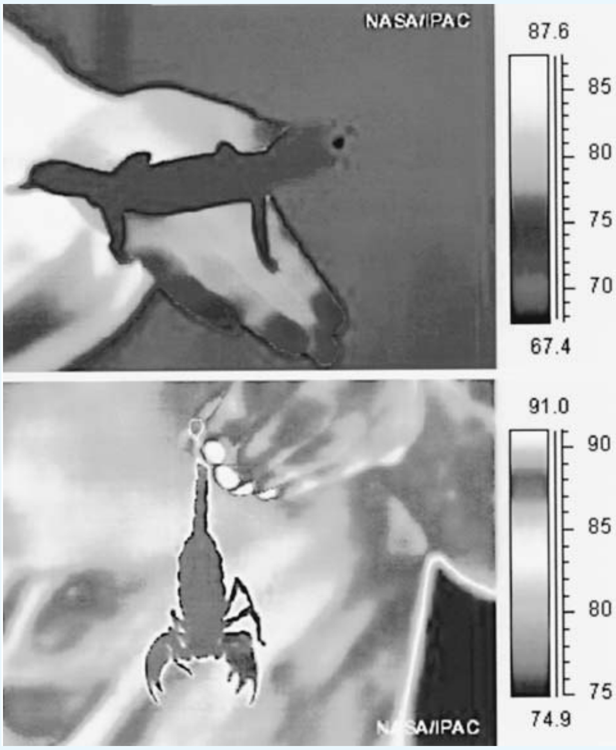


FIGURA 1 Animales de sangre caliente y de sangre fría Las imágenes infrarrojas muestran que las criaturas de sangre fría adoptan la temperatura de su entorno. Tanto la lagartija como el escorpión tienen la misma temperatura (color) que el aire que los rodea. Note la diferencia entre estos animales de sangre fría y los humanos de sangre caliente que los sostienen. (Véase el pliego a color al final del libro.)

Es decir, el cociente del volumen entre la temperatura es una constante. Esta relación se denomina *ley de Charles*, en honor al científico francés Jacques Charles (1746-1823), quien fue de los primeros en efectuar viajes en globos de aire caliente y, por ello, estaba muy interesado en la relación entre el volumen y la temperatura de los gases. En la ▸figura 8.6 se presenta una demostración muy utilizada de la ley de Charles.

Los gases de baja densidad obedecen estas leyes, que pueden combinarse en una sola relación. Puesto que $pV =$ constante y $V/T =$ constante para una cantidad dada de gas, pV/T debe ser también constante. Esta relación es la **ley de los gases ideales**:

$$\frac{pV}{T} = \text{constante} \quad \text{o bien} \quad \frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2} \qquad \textit{ley de los gases ideales (forma de cociente)} \quad (8.5)$$

Es decir, el cociente pV/T en un tiempo (t_1) tiene el mismo valor que en otro tiempo (t_2) o en cualquier otro tiempo, siempre que no cambie la cantidad de gas (número de moléculas o masa).

Esta relación se puede escribir en una forma más general que es válida no sólo para una cantidad dada de un solo gas, sino para cualquier cantidad de cualquier gas diluido a baja presión. Puesto que la cantidad de gas depende del número de moléculas (N) del gas (es decir, $pV/T \propto N$), se sigue que

$$\frac{pV}{T} = Nk_B \quad \text{o bien} \quad pV = Nk_BT \qquad \textit{ley de los gases ideales} \quad (8.6)$$

donde k_B es una constante de proporcionalidad llamada *constante de Boltzmann*:

$$k_B = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$$

La K indica temperatura en la escala Kelvin, que veremos en breve. (¿Puede el lector demostrar que las unidades son correctas?) Observe que la masa de la muestra no aparece explícitamente en la ecuación 8.6; sin embargo, el número de moléculas N en una muestra de gas es proporcional a la masa total del gas. La ley de los gases ideales, también conocida como *ley de los gases perfectos*, es válida para gases con presión y densidad bajas, y describe con exactitud aceptable el comportamiento de la mayoría de los gases a densidades normales.

Forma macroscópica de la ley de los gases ideales

La ecuación 8.6 es una forma "microscópica" (*micro* significa pequeño) de la ley de los gases ideales, en cuanto a que se refiere específicamente al número de moléculas, N. No obstante, es posible reescribir la ley en una forma "macroscópica" (*macro* significa grande), donde intervengan cantidades que se pueden medir con equipos de laboratorio ordinarios. En esta forma tenemos

$$pV = nRT \quad \textit{ley de los gases ideales} \tag{8.7}$$

donde nR se usa en vez de Nk_B por conveniencia, ya que $n \propto N$. Aquí, n es el número de moles del gas, cantidad que definiremos a continuación, y R es la *constante universal de los gases*: $R = 8.31 \text{ J/(mol} \cdot \text{K)}$.

Nota: la temperatura T en la ley de los gases ideales es temperatura absoluta (Kelvin).

Nota: N es el número total de moléculas; N_A es el número de Avogadro; $n = N/N_A$ es el número de moles.

En química, un **mol** de una sustancia se define como la cantidad que contiene el **número de Avogadro** (N_A) de moléculas:

$$N_A = 6.02 \times 10^{23} \text{ moléculas/mol}$$

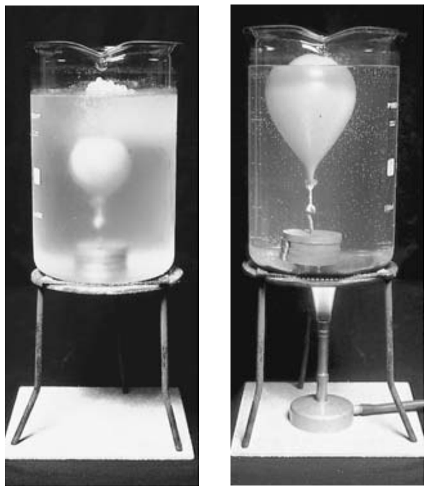
Así, n y N, que aparecen en las dos formas de la ley de los gases ideales, están relacionadas por $N = nN_A$. Por la ecuación 8.7, puede demostrarse que 1 mol de *cualquier* gas ocupa 22.4 L a 0°C y 1 atm. Estas condiciones se conocen como *temperatura y presión estándar* (*TPE*).

Es importante entender qué representan estas ecuaciones de las formas macroscópica (ecuación 8.7) y microscópica (ecuación 8.6) de la ley de los gases ideales. En la forma macroscópica de la ley, la constante $R = pV/(nT)$ tiene unidades de J/(mol • K). En la forma microscópica, $k_B = pV/(NT)$ tiene unidades de J/(molécula • K). Note que la diferencia entre las formas macroscópica y microscópica de la ley de los gases ideales es moles contra moléculas y, por lo general, medimos las magnitudes de los gases en moles.

La ecuación 8.7 es una forma práctica de la ley de los gases ideales, porque generalmente trabajamos con cantidades medidas (macroscópicas o de laboratorio); en este caso, moles (n) de gas en vez de número de moléculas (N). Para usar la ecuación 8.7, necesitamos saber cuántos moles de gas tenemos. Esto se logra calculando la *masa formular* del compuesto o elemento, que es la suma de las masas atómicas dada en la fórmula (por ejemplo, H_2O) de la sustancia. Como las masas son muy pequeñas en relación con los kilogramos estándar del SI, se emplea otra unidad, la *unidad de masa atómica* (u):

$$1 \text{ unidad de masa atómica (u)} = 1.66054 \times 10^{-27} \text{ kg*}$$

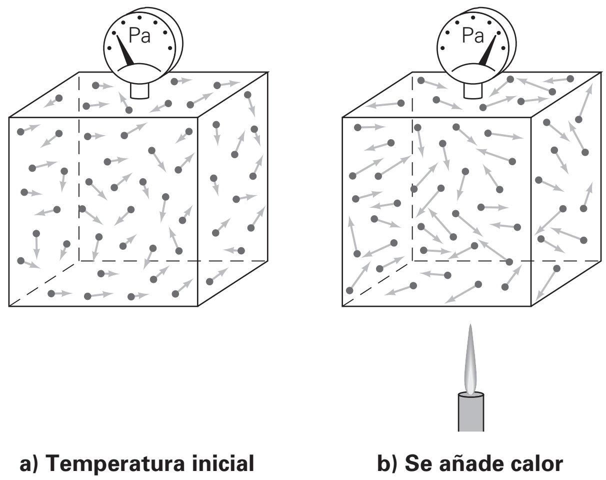
La masa formular se determina a partir de la fórmula química y las masas atómicas. (Estas últimas se dan en el Apéndice IV y suelen redondearse al medio entero más cercano.) Por ejemplo, el agua, H_2O, con dos átomos de hidrógeno y uno de oxígeno, tiene una masa formular de $2m_H + 1m_O = 2(1.0) + 1(16.0 \text{ u}) = 18.0 \text{ u}$, porque la masa de cada átomo de hidrógeno es de 1.0 u, y la de un átomo de oxígeno es de 16.0 u. Por lo tanto, 1 mol de agua tiene una masa formular de 18.0. Asimismo, el oxígeno que respiramos, O_2, tiene una masa formular de $2 \times 16.0 \text{ u} = 32.0 \text{ u}$. Por lo tanto, un mol de oxígeno tiene una masa de 32.0 u. La masa de 1 mol de cualquier sustancia es su masa formular expresada en gramos. Por ejemplo, 32.0 g de oxígeno es un mol y ocupará 22.4 L a TPE.



a) b)

▲ **FIGURA 8.6 La ley de Charles en acción** Demostraciones de la relación entre el volumen y la temperatura de una cantidad de gas. Un globo atado a una pesa, que inicialmente está a temperatura ambiente, se coloca en un vaso de precipitados con agua. ***a)*** Cuando se coloca hielo en el vaso y desciende la temperatura, se reduce el volumen del globo. ***b)*** Cuando se calienta el agua y aumenta la temperatura, se incrementa el volumen del globo.

*La unidad de masa atómica se basa en la asignación de un valor exacto de 12 u a un átomo de carbono.



▶ **FIGURA 8.7 Termómetro de gas de volumen constante** Un termómetro de este tipo indica la temperatura en función de la presión ya que, para un gas de baja densidad, $p \propto T$. ***a)*** A alguna temperatura inicial, la lectura de presión tiene cierto valor. ***b)*** Si el termómetro de gas se calienta, la lectura de presión (y temperatura) aumenta porque, en promedio, las moléculas de gas se están moviendo con mayor rapidez.

Resulta interesante que el número de Avogadro nos permite calcular la masa de un tipo dado de moléculas. Por ejemplo, supongamos que nos interesa conocer la masa de una molécula de agua (H_2O). Como acabamos de ver, la masa formular de un mol de agua es 18.0 g, o bien, 18.0 g/mol. La *masa molecular* (m) está dada entonces por

$$m = \frac{\text{masa formular (en kilogramos)}}{N_A}$$

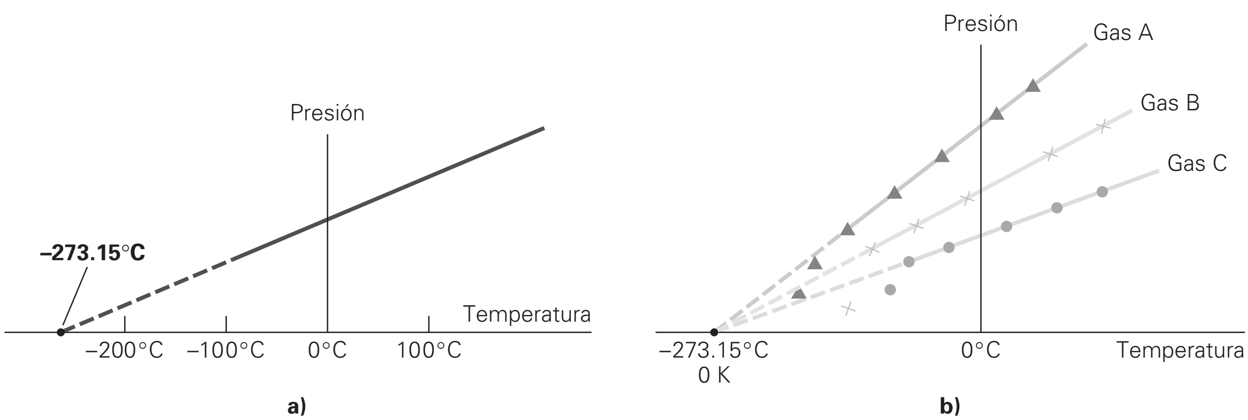
Si ahora convertimos gramos en kilogramos, tenemos

$$m_{H_2O} = \frac{(18.0 \text{ g/mol})(10^{-3} \text{ kg/g})}{6.02 \times 10^{23} \text{ moléculas/mol}} = 2.99 \times 10^{-26} \text{ kg/moléculas}$$

Cero absoluto y la escala de temperatura Kelvin

El producto de la presión y el volumen de una muestra de un gas ideal es directamente proporcional a la temperatura del gas: $pV \propto T$. Esta relación permite usar un gas para medir la temperatura en un *termómetro de gas de volumen constante*. Si mantenemos constante el volumen del gas, lo que es fácil si se usa un recipiente rígido, entonces $p \propto T$ (▲figura 8.7). Así, con un termómetro de gas de volumen constante, medimos la temperatura en términos de la presión. En este caso, una gráfica de presión contra temperatura produce una línea recta (▼figura 8.8a).

▼ **FIGURA 8.8 Presión contra temperatura** ***a)*** Un gas de baja densidad cuyo volumen se mantiene constante da una línea recta en una gráfica de p contra T, es decir, $p = (Nk_B/V)T$. Si la línea se extiende hasta el punto de presión cero, se obtiene una temperatura de −273.15°C, la cual se toma como cero absoluto. ***b)*** La extrapolación de las líneas correspondientes a todos los gases de baja densidad indica la misma temperatura de cero absoluto. El comportamiento real de los gases se desvía de esta relación de línea recta a bajas temperaturas porque los gases comienzan a licuarse.



Como se observa en la figura 8.8b, a temperaturas muy bajas, las mediciones con gases reales —puntos de datos en la gráfica— se desvían de los valores predichos por la ley de los gases ideales. Ello se debe a que los gases se licuan a tales temperaturas. Sin embargo, la relación es lineal dentro de un intervalo grande de temperatura, y parece como si la presión pudiera llegar a cero al bajar la temperatura, si el gas continuara siendo gaseoso (ideal o perfecto).

Por lo tanto, la temperatura absolutamente mínima que puede alcanzar un gas ideal se infiere extrapolando, es decir, extendiendo, la línea recta hasta el eje horizontal, como en la figura 8.8b. Se determinó que esa temperatura es $-273.15°C$, que se designa como **cero absoluto**. Se cree que el cero absoluto es el límite inferior de temperatura, pero nunca se ha alcanzado. De hecho, hay una ley de la termodinámica que indica que es imposible alcanzarlo (sección 10.5).* No se conoce un límite superior para la temperatura. Por ejemplo, se calcula que la temperatura en el centro de algunas estrellas alcanza más de 100 millones de grados (K o °C, los que usted elija).

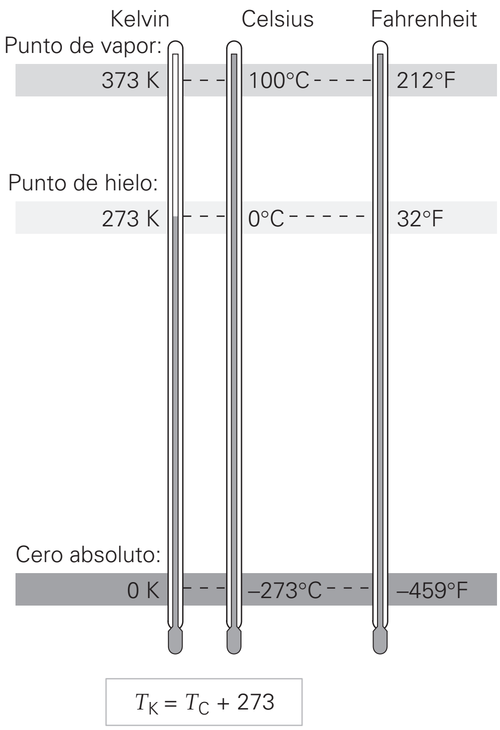
El cero absoluto es la base de la **escala de temperatura Kelvin**, así llamada en honor al científico británico Lord Kelvin, quien la propuso en 1848.† En esta escala, $-273.15°C$ se toma como punto cero, es decir, 0 K (▾figura 8.9). El tamaño de cada unidad de temperatura Kelvin es el mismo que el del grado Celsius, de manera que las temperaturas en estas escalas están relacionadas por

$$T_K = T_C + 273.15 \quad \textit{conversión Celsius a Kelvin} \tag{8.8}$$

donde T_K es la temperatura en **kelvin** (*no* grados Kelvin; por ejemplo, 300 kelvins). El kelvin se abrevia K (*no* °K). En cálculos generales, el 273.15 de la ecuación 8.8 suele redondearse a 273, es decir,

$$T_K = T_C + 273 \quad \textit{(para cálculos generales)} \tag{8.8a}$$

La escala Kelvin absoluta es la escala de temperatura oficial del SI; no obstante, en casi todo el mundo se usa la escala Celsius para mediciones de temperatura cotidianas. La temperatura absoluta en kelvins se usa básicamente en aplicaciones científicas.



◀ **FIGURA 8.9 Escala de temperatura Kelvin** La temperatura más baja en la escala Kelvin (que corresponde a $-273.15°C$) es el cero absoluto. Un intervalo unitario en la escala Kelvin, llamado kelvin y abreviado K, equivale a un cambio de temperatura de 1 C°; por lo tanto, $T_K = T_C + 273.15$. (La constante suele redondearse a 273 por conveniencia.) Por ejemplo, una temperatura de 0°C equivale a 273 kelvin.

*Al momento de escribir este texto, la temperatura más baja que los científicos han sido capaces de alcanzar es 250×10^{-12} K, es decir, 250 pK (picokelvins) arriba del cero absoluto.

† Lord Kelvin, cuyo nombre de pila era William Thomson (1824-1907), inventó dispositivos para mejorar el telégrafo y la brújula, y participó en la instalación del primer cable trasatlántico. Se dice que, cuando recibió su título, consideró la posibilidad de escoger llamarse Lord Cable o Lord Compass (brújula), pero se decidió por Lord Kelvin, por un río que pasa cerca de la Universidad de Glasgow en Escocia, donde fue profesor de física durante 50 años.

Sugerencia para resolver problemas

Tenga en cuenta que *se deben* emplear temperaturas Kelvin con la ley de los gases ideales. Es un error común usar temperaturas Celsius o Fahrenheit en esa ecuación. Suponga que usamos una temperatura Celsius de $T = 0°C$ en la ley de los gases. Tendríamos $pV = 0$, lo cual es absurdo, ya que ni p ni V son cero en el punto de congelación del agua.

Observe que en la escala Kelvin no puede haber temperaturas negativas, pues se supone que el cero absoluto es la temperatura más baja posible. Es decir, la escala Kelvin no tiene una temperatura cero arbitraria en algún punto de la escala (como en las escalas Celsuis y Fahrenheit): cero K es cero absoluto, y punto.

Ejemplo 8.2 ■ Congelación total: cero absoluto en la escala Fahrenheit

¿Dónde está el cero absoluto en la escala Fahrenheit?

Razonamiento. Necesitamos convertir 0 K a la escala Fahrenheit. Hagamos primero la conversión a la escala Celsius. (¿Por qué?)

Solución.

Dado: $T_K = 0\text{ K}$ ***Encuentre:*** T_F

Las temperaturas en la escala Kelvin tienen una relación directa con las temperaturas Celsius: $T_K = T_C + 273.15$ (ecuación 8.8), así que primero convertimos 0 K a un valor Celsius:

$$T_C = T_K - 273.15 = 0 - 273.15 = -273.15°C$$

(Usamos $-273.15°C$ para obtener un valor más exacto del cero absoluto en la escala Fahrenheit.) Ahora convertimos a Fahrenheit (ecuación 8.1):

$$T_F = \tfrac{9}{5}T_C + 32 = \tfrac{9}{5}(-273.15) + 32 = -459.67°F$$

Así pues, el cero absoluto es aproximadamente $-460°F$.

Ejercicio de refuerzo. Hay una escala de temperatura absoluta asociada con la escala Fahrenheit, llamada escala Rankine. Un grado Rankine tiene el mismo tamaño que un grado Fahrenheit, y el cero absoluto se toma como 0°R (cero grados Rankine). Escriba las ecuaciones para convertir entre las escalas: *a*) Rankine y Fahrenheit; *b*) Rankine y Celsius; y *c*) Rankine y Kelvin.

Inicialmente, los termómetros de gas se calibraban utilizando los puntos de hielo y de vapor. La escala Kelvin usa el cero absoluto y un segundo punto fijo adoptado en 1954 por el Comité Internacional de Pesos y Medidas. Este segundo punto fijo es el **punto triple del agua**, donde el agua coexiste simultáneamente en equilibrio como sólido (hielo), líquido (agua) y gas (vapor de agua). El punto triple se da en un conjunto singular de valores de temperatura y presión (una temperatura de 0.01°C y una presión de 4.58 mm de Hg) y es una temperatura de referencia reproducible para la escala Kelvin. Se asignó a la temperatura del punto triple en la escala Kelvin el valor de 273.16 K. Así, la unidad kelvin del SI se define como 1/273.16 de la temperatura en el punto triple del agua.*

Usemos ahora la ley de los gases ideales, que requiere temperaturas absolutas.

Ejemplo 8.3 ■ La ley de los gases ideales: uso de temperaturas absolutas

Una cantidad de gas de baja densidad en un recipiente rígido inicialmente está a temperatura ambiente (20°C) y cierta presión (p_1). Si el gas se calienta a una temperatura de 60°C, ¿qué tanto cambiará la presión?

Razonamiento. La pregunta "¿qué tanto?" implica un cociente (p_2/p_1), de manera que usaremos la ecuación 8.5. El recipiente es rígido, así que $V_1 = V_2$.

Solución.

Dado: $T_1 = 20°C$ ***Encuentre:*** p_2/p_1 (cociente o factor de presiones)
$T_2 = 60°C$
$V_1 = V_2$

*El valor de 273.16 dado aquí para la temperatura del punto triple del agua y el valor de -273.15 determinado en la figura 8.8 indican dos cuestiones distintas: $-273.15°C$ se toma como 0 K; 273.16 K (o 0.01°C) es una lectura distinta en una escala de temperatura distinta.

Puesto que queremos el factor de cambio de la presión, escribimos p_2/p_1 como cociente. Por ejemplo, si $p_2/p_1 = 2$, entonces $p_2 = 2p_1$, y la presión cambia (aumenta) al doble (en un factor de 2). El cociente también indica que deberíamos usar la ley de los gases ideales en forma de cociente. Esa ley requiere temperaturas *absolutas,* por lo cual primero convertimos las temperaturas Celsius a kelvin:

Nota: *Siempre* utilice temperaturas Kelvin (absolutas) con la ley de los gases ideales.

$$T_1 = 20°\text{C} + 273 = 293 \text{ K}$$
$$T_2 = 60°\text{C} + 273 = 333 \text{ K}$$

Por conveniencia, usamos el valor redondeado 273 en la ecuación 8.8. Ahora empleamos la ley de los gases ideales (ecuación 8.5) en la forma $p_2V_2/T_2 = p_1V_1/T_1$, y como $V_1 = V_2$,

$$p_2 = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)p_1 = \left(\frac{333 \text{ K}}{293 \text{ K}}\right)p_1 = 1.14p_1$$

Así, p_2 es 1.14 veces p_1, es decir, la presión aumenta en un factor de 1.14, o 14 por ciento. (¿Qué factor obtendríamos si usáramos, *incorrectamente*, las temperaturas Celsius? Sería mucho mayor: $60°\text{C}/20°\text{C} = 3$, o bien, $p_2 = 3p_1$.)

Ejercicio de refuerzo. Si el gas de este ejemplo se calienta desde una temperatura inicial de 20°C (temperatura ambiente), de modo que la presión aumente en un factor de 1.26, ¿qué temperatura Celsius final se alcanzará?

A causa de su naturaleza absoluta, la escala de temperatura Kelvin tiene una importancia especial. Como veremos en la sección 8.5, la temperatura absoluta es directamente proporcional a la energía interna de un gas ideal y puede servir como indicación de dicha energía. No hay valores negativos en la escala absoluta. Una temperatura absoluta negativa implicaría una energía interna negativa para el gas, un concepto sin sentido. Suponga que nos piden aumentar al doble las temperaturas de, digamos, –10 y 0°C. ¿Qué haríamos? El siguiente ejemplo integrado nos será de utilidad.

Ejemplo integrado 8.4 ■ Algunos prefieren el calor: aumento al doble de la temperatura

El informe meteorológico de la noche cita una temperatura máxima durante el día de 10°C y predice que la del día siguiente será 20°C. *a*) Un padre dice a su hijo que "mañana hará el doble de calor"; pero el hijo le contesta que no es cierto. ¿Quién de los dos cree usted que tenga razón? *b*) Demuestre su resultado usando en la escala de temperatura absoluta (Kelvin). Utilice un cociente o una razón.

a) Razonamiento conceptual. Tenga en cuenta que la temperatura da una *indicación* relativa de lo caliente o lo frío. En efecto, 20°C es más caliente que 10°C; sin embargo, el hecho de que el valor numérico sea dos veces mayor (o mayor en un factor de 2, porque $20°\text{C}/10°\text{C} = 2$) no necesariamente significa que haga dos veces más calor o que haya el doble de energía. Sólo significa que la temperatura del aire es 10 grados más alta y, por lo tanto, es relativamente más caliente. De manera que el hijo gana.

b) Razonamiento cuantitativo y solución. Las temperaturas en kelvin se calculan directamente con la ecuación 8.8a, y el cociente de esas temperaturas dará el factor de incremento con base en la energía interna.

Dado: $T_{C_1} = 10°\text{C}$
$T_{C_2} = 20°\text{C}$

Encuentre: T_{K_2}/T_{K_1}

Las temperaturas absolutas equivalentes son

$$T_{K_1} = T_{C_1} + 273 = 10°\text{C} + 273 = 283 \text{ K}$$
$$T_{K_2} = T_{C_2} + 273 = 20°\text{C} + 273 = 293 \text{ K}$$

y

$$\frac{T_{K_2}}{T_{K_1}} = \frac{293 \text{ K}}{283 \text{ K}} = 1.04$$

Así que hay un incremento de 0.04, o 4%, en la temperatura.

Ejercicio de refuerzo. El informe meteorológico indica que la temperatura máxima hoy fue de 0°C. Si la temperatura del día siguiente fuera del doble, ¿qué valor tendría en grados Celsius? ¿Sería esto ecológicamente posible?

8.4 Expansión térmica

OBJETIVO: Entender y calcular la expansión térmica de sólidos y líquidos.

Los cambios en las dimensiones y los volúmenes de los materiales son efectos térmicos comunes. Como ya vimos, la expansión térmica ofrece una forma de medir la temperatura. La expansión térmica de los gases generalmente se describe con la ley de los gases ideales y es muy evidente. Algo menos drástico, aunque no por ello menos importante, es la expansión térmica de sólidos y líquidos.

Nota: los sólidos se estudiaron en la sección 7.1.

La expansión térmica es el resultado de un cambio en la distancia promedio que separa los átomos de una sustancia, conforme ésta se calienta. Los átomos se mantienen juntos por fuerzas de unión, que pueden representarse de manera sencilla con resortes en un modelo básico de un sólido. (Véase la figura 7.1.) Los átomos vibran de un lado a otro; al aumentar la temperatura (es decir, con mayor energía interna), se vuelven más activos y vibran más ampliamente. Como las vibraciones son más amplias en todas las dimensiones, el sólido se expande en su totalidad.

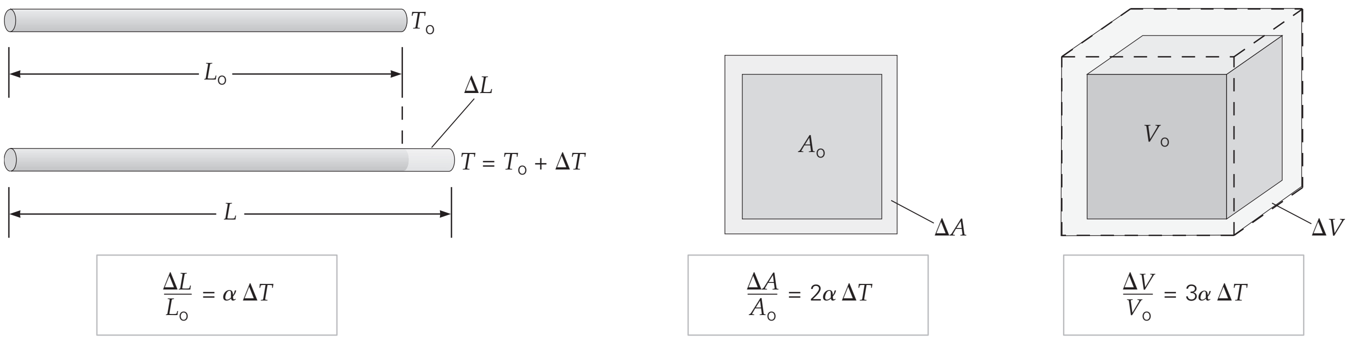
El cambio en una dimensión de un sólido (longitud, anchura o espesor) se denomina expansión *lineal.* Si el cambio de temperatura es pequeño, la expansión lineal (o contracción) es aproximadamente proporcional a ΔT, o $T - T_o$ (▼figura 8.10a). El cambio *fraccionario* de longitud es $(L - L_o)/L_o$, o bien $\Delta L/L_o$, donde L_o es la longitud original del sólido a la temperatura inicial.* Esta razón está relacionada con la temperatura así:

$$\frac{\Delta L}{L_o} = \alpha \Delta T \qquad \text{o} \qquad \Delta L = \alpha L_o \Delta T \tag{8.9}$$

donde α es el **coeficiente térmico de expansión lineal**. Las unidades de α son el recíproco de temperatura: recíproco de grados Celsius ($1/\text{C}°$, o $\text{C}°^{-1}$). En la tabla 8.1 se dan valores de α para algunos materiales.

Un sólido podría tener diferentes coeficientes de expansión lineal en diferentes direcciones. No obstante, por sencillez, en este libro supondremos que el mismo coeficiente es válido para todas las direcciones (en otras palabras, que la expansión de los sólidos es *isotrópica*). Además, el coeficiente de expansión podría variar un poco en diferentes intervalos de temperatura. Puesto que tal variación es insignificante en la mayoría de las aplicaciones comunes, consideraremos que α es constante e independiente de la temperatura.

▼ **FIGURA 8.10 Expansión térmica** ***a)*** La expansión lineal es proporcional al cambio de temperatura; es decir, el cambio de longitud, ΔL, es proporcional a ΔT, y $\Delta L/L_o = \alpha \Delta T$, donde α es el coeficiente térmico de expansión lineal. ***b)*** En la expansión isotrópica, el coeficiente térmico de expansión de área es aproximadamente 2α. ***c)*** El coeficiente térmico de expansión de volumen para los sólidos es aproximadamente 3α.



a) Expansión lineal **b) Expansión de área** **c) Expansión de volumen**

*Los cambios fraccionarios pueden expresarse como cambios porcentuales. Por ejemplo, por analogía, si invertimos \$100 ($\$_o$) y ganamos \$10 ($\Delta\$$), el cambio fraccionario sería $\Delta\$/\$_o = 10/100 = 0.10$, es decir, un incremento del 10 % (cambio porcentual).

TABLA 8.1 Valores de coeficientes de expansión térmica (en $C^{\circ -1}$) para algunos materiales a 20°C

Material	*Coeficiente de expansión lineal* (α)	*Material*	*Coeficiente de expansión de volumen* (β)
Aluminio	24×10^{-6}	Alcohol, etílico	1.1×10^{-4}
Latón	19×10^{-6}	Gasolina	9.5×10^{-4}
Tabique o concreto	12×10^{-6}	Glicerina	4.9×10^{-4}
Cobre	17×10^{-6}	Mercurio	1.8×10^{-4}
Vidrio de ventana	9.0×10^{-6}	Agua	2.1×10^{-4}
Vidrio Pyrex	3.3×10^{-6}		
Oro	14×10^{-6}	Aire (y la mayoría de los gases a 1 atm)	3.5×10^{-3}
Hielo	52×10^{-6}		
Hierro y acero	12×10^{-6}		

Podemos reescribir la ecuación 8.9 de manera que nos dé la longitud final (L) después de un cambio de temperatura:

$$\Delta L = \alpha L_o \Delta T$$
$$L - L_o = \alpha L_o \Delta T$$
$$L = L_o + \alpha L_o \Delta T$$

o bien

$$L = L_o(1 + \alpha \Delta T) \quad (8.10)$$

Usamos la ecuación 8.10 para calcular la expansión térmica de *áreas* de objetos planos. Puesto que para un cuadrado área (A) es longitud al cuadrado (L^2),

$$A = L^2 = L_o^2(1 + \alpha\Delta T)^2 = A_o(1 + 2\alpha\Delta T + \alpha^2\Delta T^2)$$

donde A_o es el área original. Puesto que los valores de a para sólidos son mucho menores que 1 ($\sim 10^{-5}$, como vemos en la tabla 8.1), si desechamos el término de segundo orden (que contiene $\alpha^2 \simeq (10^{-5})^2 = 10^{-10} \ll 10^{-5}$), el error será insignificante. Así pues, como aproximación de primer orden, y en el entendido de que el cambio de área, $\Delta A = A - A_o$, tenemos

$$A = A_o(1 + 2\alpha\Delta T) \qquad \text{o} \qquad \frac{\Delta A}{A_o} = 2\alpha\Delta T \quad (8.11)$$

Así, el **coeficiente térmico de expansión de área** (figura 8.10b) es dos veces mayor que el de expansión lineal. (Es decir, es igual a 2α.) Esta relación es válida para todas las formas planas. (Véase la sección Aprender dibujando al margen.)

Asimismo, una expresión para la expansión térmica de *volumen* es

$$V = V_o(1 + 3\alpha\Delta T) \qquad \text{o} \qquad \frac{\Delta V}{V_o} = 3\alpha\Delta T \quad (8.12)$$

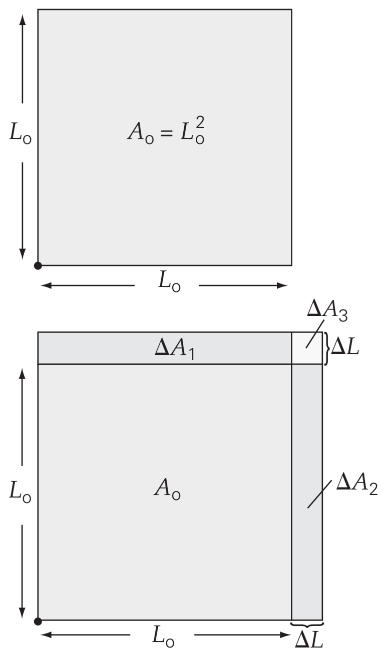
El **coeficiente térmico de expansión de volumen** (figura 8.10c) es igual a 3α (para sólidos isotrópicos y líquidos).

Las ecuaciones de expansión térmica son aproximaciones. (¿Por qué?) Aunque una ecuación es una descripción de una relación física, hay que tener siempre presente que podría ser sólo una aproximación de la realidad física, o podría ser válida sólo en ciertas situaciones.

La expansión térmica de los materiales es una consideración importante en construcción. En las autopistas y aceras de concreto se dejan huecos para permitir la expansión y evitar que se rompa y se levante el concreto. En los puentes grandes y entre

APRENDER DIBUJANDO

Expansión térmica de área



$\Delta A = \Delta A_1 + \Delta A_2 + \Delta A_3$
$\Delta A_1 = \Delta A_2 = L_o\,\Delta L$
$= L_o\,(\alpha L_o\,\Delta T) = \alpha A_o\,\Delta T$
Puesto que ΔA_3 es muy pequeño en comparación con ΔA_1 y ΔA_2,
$\Delta A \approx 2\alpha A_o\,\Delta T$

a)

b)

▲ **FIGURA 8.11 Brechas de expansión** ***a)*** En los puentes se usan brechas de expansión para evitar esfuerzos de contacto producidos por expansión térmica. ***b)*** Estos bucles en los oleoductos tienen una finalidad similar. Cuando el petróleo caliente pasa por ellos, los tubos se expanden, y los bucles dan cabida a la longitud extra. Lo mismo sucede cuando hay expansión por las variaciones de temperatura entre el día y la noche.

rieles en las vías se requieren brechas de expansión para evitar daños (◂figura 8.11a). El puente Golden Gate que atraviesa la Bahía de San Francisco varía su longitud en aproximadamente un metro entre verano e invierno. Asimismo, se utilizan bucles de expansión en los oleoductos (figura 8.11b). La altura de la Torre Eiffel de París varía 0.36 cm por cada cambio de grado Celsius.

La expansión térmica de las vigas y trabes de acero puede generar presiones tremendas, como muestra el siguiente ejemplo.

Ejemplo 8.5 ■ Aumento de temperatura: expansión térmica y esfuerzo

Una viga de acero tiene 5.0 m de longitud a una temperatura de 20°C (68°F). En un día caluroso, la temperatura sube a 40°C (104°F). *a*) ¿Cómo cambia la longitud de la viga por la expansión térmica? *b*) Suponga que los extremos de la viga están inicialmente en contacto con soportes verticales rígidos. ¿Qué fuerza ejercerá la viga expandida sobre los soportes, si el área transversal de la viga es de 60 cm^2?

Razonamiento. *a*) Se trata de una aplicación directa de la ecuación 8.9. *b*) Al expandirse la viga constreñida, aplica un esfuerzo y, por lo tanto, una fuerza, a los soportes. Al haber expansión lineal, deberá entrar en juego el módulo de Young (sección 7.1).

Solución.

Dado:
$L_o = 5.0$ m
$T_o = 20°C$
$T = 40°C$
$\alpha = 12 \times 10^{-6}\ C°^{-1}$ (de la tabla 8.1)
$A = 60\ cm^2\left(\dfrac{1\ m}{100\ cm}\right)^2 = 6.0 \times 10^{-3}\ m^2$

Encuentre: *a*) ΔL (cambio de longitud)
b) F (fuerza)

a) Con la ecuación 8.9 obtenemos el cambio de longitud con $\Delta T = T - T_o = 40°C - 20°C = 20\ C°$, y obtenemos

$$\Delta L = \alpha L_o \Delta T = (12 \times 10^{-6}\ C°^{-1})(5.0\ m)(20\ C°) = 1.2 \times 10^{-3}\ m = 1.2\ mm$$

Tal vez no parezca una expansión muy grande, pero podría generar una fuerza enorme si la viga está constreñida de modo que no pueda expandirse, como veremos en el inciso *b*.

b) Por la tercera ley de Newton, si se impide que la viga se expanda, la fuerza que la viga ejerce sobre los soportes que la constriñen será igual a la fuerza que los soportes ejercen para evitar que la viga se expanda una longitud ΔL. Esta fuerza es igual a la que se requeriría para comprimir la viga esa longitud. Utilizamos la forma de módulo de Young de la ley de Hooke (sección 7.1) con $Y = 20 \times 10^{10}\ N/m^2$ (tabla 9.1), y calculamos el esfuerzo sobre la viga:

$$\frac{F}{A} = \frac{Y\Delta L}{L_o} = \frac{(20 \times 10^{10}\ N/m^2)(1.2 \times 10^{-3}\ m)}{5.0\ m} = 4.8 \times 10^7\ N/m^2$$

La fuerza es, entonces,

$$\begin{aligned} F &= (4.8 \times 10^7\ N/m^2)A = (4.8 \times 10^7\ N/m^2)(6.0 \times 10^{-3}\ m^2) \\ &= 2.9 \times 10^5\ N \text{ (unas 65 000 lb, es decir ¡32.5 toneladas!)} \end{aligned}$$

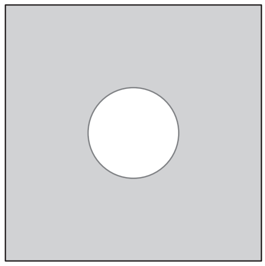
Ejercicio de refuerzo. Se especifica que las brechas de expansión, entre vigas de acero idénticas tendidas extremo con extremo, deben ser del 0.060% de la longitud de una viga a la temperatura de instalación. Con esta especificación, ¿cuál será el intervalo de temperatura en el que habría expansión sin contacto.

Ejemplo conceptual 8.6 ■ ¿Mayor o menor? Expansión de área

Se recorta un trozo circular de una lámina plana de metal (▸figura 8.12a). Si después se calienta la lámina en un horno, el tamaño del agujero *a*) aumentará, *b*) disminuirá o *c*) permanecerá igual.

Razonamiento y respuesta. Es un error común pensar que el área del agujero se encogerá porque el metal se expande hacia adentro. Para ver por qué no es así, pensemos en el trozo de metal que se quitó, más que en el agujero mismo. Esta pieza se expandirá al aumentar la temperatura. El metal de la lámina calentada reacciona como si el trozo que se quitó todavía formara parte de ella. (Pensemos en volver a colocar el trozo de metal otra vez en el agujero después de calentar, como en la figura 8.12b, o considere dibujar un círculo en una lámina de metal sin cortarla y luego calentarla.) Así, la respuesta es *a*.

Ejercicio de refuerzo. Un anillo circular de hierro abraza estrechamente una barra de metal que abarca el diámetro. Si el anillo se calienta en un horno a alta temperatura, ¿se distorsionará o seguirá siendo circular?



a) Placa metálica con agujero

b) Placa metálica sin agujero

▲ **FIGURA 8.12 ¿Un agujero mayor o menor?** Véase el ejemplo conceptual 8.6.

Los fluidos (líquidos y gases), al igual que los sólidos, normalmente se expanden al aumentar la temperatura. Puesto que los fluidos no tienen forma definida, sólo tiene sentido la expansión de volumen (pero no la lineal ni la de área). La expresión es

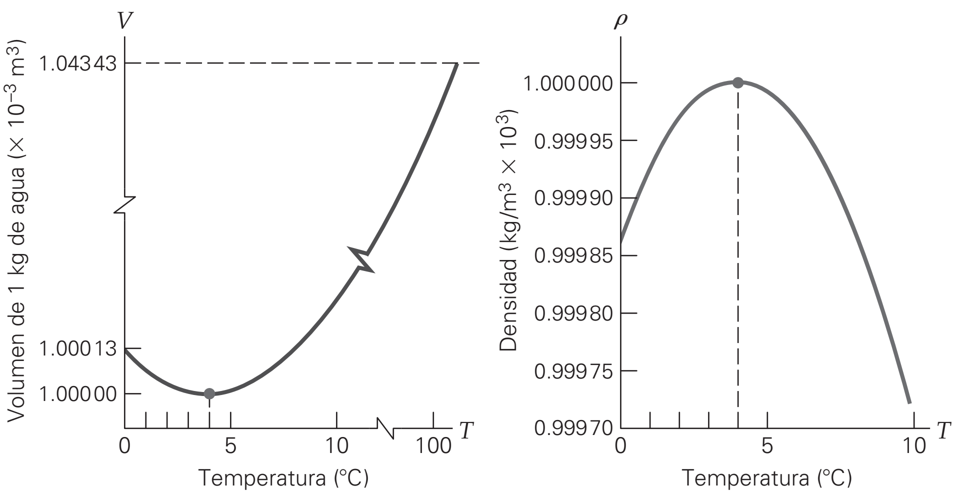
$$\frac{\Delta V}{V_o} = \beta \Delta T \qquad \textit{expansión de volumen de un fluido} \qquad (8.13)$$

donde β es el coeficiente de expansión de volumen del fluido. En la tabla 8.1 vemos que los valores de β para los fluidos suelen ser mayores que los valores de 3α para los sólidos.

A diferencia de la mayoría de los líquidos, el agua tiene una expansión de volumen anómala cerca de su punto de congelación. El volumen de una cantidad dada de agua disminuye al enfriarse desde la temperatura ambiente hasta que su temperatura llega a 4°C (▼figura 8.13a). Por debajo de 4°C, el volumen aumenta, así que la densidad disminuye (figura 8.13b). Esto significa que el agua tiene su densidad máxima ($\rho = m/V$) a los 4°C (en realidad, 3.98°C).

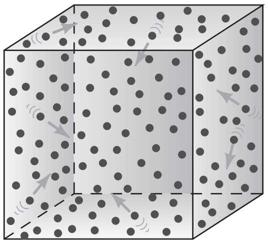
Al congelarse el agua, sus moléculas forman un entramado hexagonal (de seis lados). (Por ello, los copos de nieve tienen formas hexagonales.) La estructura abierta de esta retícula es lo que confiere al agua su singular propiedad de expandirse al congelarse, y ser menos densa como sólido que como líquido. (Por ello, el hielo flota en el agua, y las tuberías de agua se revientan al congelarse.) La variación en la densidad del agua dentro del intervalo de temperatura de 4 a 0°C indica que la estructura reticular abierta se comienza a formar a los 4°C, no exactamente en el punto de congelación.

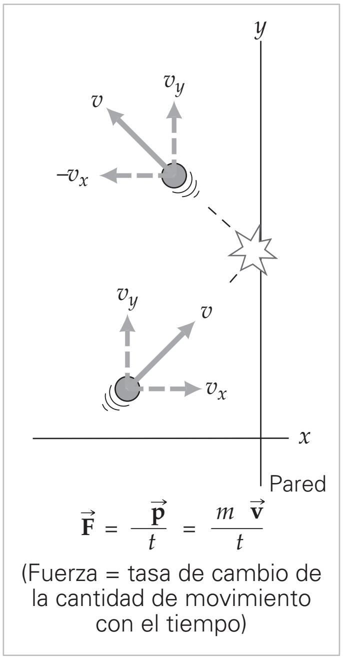
Esta propiedad tiene un efecto ecológico importante: los lagos y estanques se congelan primero en la superficie, y el hielo que se forma flota. Al enfriarse un lago hacia los 4°C, el agua cercana a la superficie pierde energía hacia la atmósfera, se vuelve más densa y se hunde. El agua menos fría, y menos densa cercana del fondo, sube. Sin embargo, una vez que el agua de la superficie alcanza temperaturas por debajo de los 4°C, se vuelve menos densa y permanece en la superficie, donde se congela. Si el agua no tuviera esta propiedad, los lagos y los estanques se congelarían de abajo hacia arriba, lo cual destruiría gran parte de su vida animal y vegetal (y haría al patinaje en hielo mucho menos popular). Tampoco habría casquetes de hielo oceánicos en las regiones polares. En cambio, habría una gruesa capa de hielo en el fondo de los océanos, cubierta por una capa de agua.



a) **b)**

◀ **FIGURA 8.13 Expansión térmica del agua** El agua tiene un comportamiento de expansión no lineal cerca de su punto de congelación. ***a)*** Por arriba de 4°C (en realidad, 3.98°C), el agua se expande al aumentar la temperatura; pero entre 4 y 0°C, se expande al disminuir la temperatura. ***b)*** Como resultado, el agua tiene densidad máxima cerca de 4°C.





▲ **FIGURA 8.14 Teoría cinética de los gases** La presión que un gas ejerce sobre las paredes de un recipiente se debe a la fuerza que resulta del cambio de cantidad de movimiento de las moléculas de gas que chocan contra la pared. La fuerza ejercida por una molécula individual es igual a la tasa de cambio de la cantidad de movimiento con el tiempo, es decir, decir, $\vec{\mathbf{F}} = \Delta\vec{\mathbf{p}}/\Delta t = m\Delta\vec{\mathbf{v}}/\Delta t$, donde $\vec{\mathbf{p}} = m\vec{\mathbf{v}}$. La suma de los componentes normales instantáneos de las fuerzas de choque originan la presión promedio sobre la pared.

Nota: los choques elásticos se estudiaron en la sección 4.4.

Ejemplo conceptual 8.7 ■ Enfriamiento rápido: temperatura y densidad

Se coloca hielo en un recipiente que contiene agua a temperatura ambiente. Para que el enfriamiento sea más rápido, *a*) debe dejarse que el hielo flote naturalmente en el agua, o *b*) debe empujarse el hielo al fondo del recipiente y mantenerse ahí con un palo.

Razonamiento y respuesta. Cuando el hielo se derrite, el agua en sus inmediaciones se enfría y, por lo tanto, se vuelve más densa (figura 8.13b). Si se permite que el hielo flote, el agua más densa se hundirá y el agua menos fría del fondo subirá. Este mezclado hace que el agua se enfríe rápidamente. En cambio, si el hielo estuviera en el fondo del recipiente, el agua más fría y densa permanecería ahí, y el enfriamiento de la capa superior del agua sería más lento, de manera que la respuesta es *a*.

Ejercicio de refuerzo. Suponga que la curva de densidad contra temperatura del agua (figura 8.13b) fuera al revés, con la curvatura hacia abajo. ¿Qué implicaciones tendría eso para la situación de este ejemplo y para la congelación de los lagos? Explique.

8.5 La teoría cinética de los gases

OBJETIVOS: *a*) Relacionar la teoría cinética y la temperatura y *b*) explicar el proceso de difusión.

Si vemos las moléculas de una muestra de gas como partículas que chocan, podremos aplicar las leyes de la mecánica a cada molécula del gas. Entonces, deberíamos explicar las características microscópicas de ese gas, como presión, energía interna, etc., en términos del movimiento de las moléculas. Sin embargo, debido al gran número de partículas que intervienen, se utiliza un enfoque estadístico para tal descripción microscópica.

Uno de los mayores logros de la física teórica fue hacer precisamente eso: deducir la ley de los gases ideales a partir de principios de la mecánica. Esta deducción originó una nueva interpretación de la temperatura, en términos de la energía cinética traslacional de las moléculas de gas. Como punto de partida teórico, vemos las moléculas de un gas ideal como masas puntuales en movimiento aleatorio, separadas por distancias relativamente grandes.

En este apartado, básicamente consideraremos la teoría cinética de los gases *mono*atómicos (de un solo átomo), como el helio (He), y estudiaremos la energía interna de un gas de ese tipo. En el siguiente, consideraremos la energía interna de los gases *di*atómicos (moléculas de dos átomos), como O_2. En ambos casos, podemos ignorar los movimientos de vibración y rotación en cuanto a la temperatura y la presión, ya que estas cantidades dependen sólo del movimiento *lineal*.

Según la **teoría cinética de los gases**, las moléculas de un gas ideal tienen choques perfectamente elásticos contra las paredes de su recipiente. (Si suponemos que las moléculas del gas son partículas puntuales, podremos hacer caso omiso de los choques moleculares.) Por las leyes del movimiento de Newton, es posible calcular la fuerza ejercida sobre las paredes del recipiente, a partir del cambio de cantidad de movimiento de las moléculas de gas cuando chocan contra las paredes (◀figura 8.14). Si expresamos esta fuerza en términos de presión (fuerza/área), obtenemos la siguiente ecuación (la deducción se da en el apéndice II):

$$pV = \tfrac{1}{3}Nmv_{\text{rms}}^2 \qquad (8.14)$$

donde V es el volumen del recipiente o gas, N es el número de moléculas de gas en el recipiente cerrado, m es la masa de una molécula de gas y v_{rms} es la rapidez promedio de las moléculas; es un tipo especial de valor medio. Éste se obtiene promediando los cuadrados de las rapideces y obteniendo después la raíz cuadrada del promedio; es decir, $\sqrt{\overline{v^2}} = v_{\text{rms}}$. Por ello, v_{rms} se denomina *rapidez media cuadrática* (*rms*: *root-mean-square*).

Si despejamos pV de la ecuación 8.6 e igualamos la ecuación resultante a la ecuación 8.14, veremos cómo es que la temperatura se interpreta como una medida de la energía cinética traslacional:

$$pV = Nk_BT = \tfrac{1}{3}Nmv_{\text{rms}}^2 \quad \text{o} \quad \tfrac{1}{2}mv_{\text{rms}}^2 = \tfrac{3}{2}k_BT \quad \textit{(para todos los gases ideales)} \qquad (8.15)$$

Así, la temperatura de un gas (y la de las paredes del recipiente o de un bulbo de termómetro en equilibrio térmico con el gas) es directamente proporcional a su energía cinética aleatoria promedio (por molécula), ya que $\overline{K} = \tfrac{1}{2}mv_{\text{rms}}^2 = \tfrac{3}{2}k_BT$. (No hay que olvidar que T es la temperatura absoluta en kelvins.)

Ejemplo 8.8 ■ Rapidez molecular: relación con la temperatura absoluta

¿Cuál es la rapidez cuadrática media (rms) de un átomo de helio (He) en un globo lleno de helio a temperatura ambiente? (La masa del átomo de helio es de 6.65×10^{-27} kg.)

Razonamiento. Conocemos todos los datos que necesitamos para calcular la rapidez promedio despejándola de la ecuación 8.15.

Solución.

Dado: $m = 6.65 \times 10^{-27}$ kg
$T = 20°\text{C}$ (temperatura ambiente)
$k_B = 1.38 \times 10^{-23}$ J/K (conocida)

Encuentre: v_{rms} (rapidez media cuadrática)

Usaremos la ecuación 8.15, así que consideramos k_B entre los datos.

Hay que convertir la temperatura Celsius a kelvin, y tomar nota de que las unidades de k_B son J/K. Entonces,

$$T_K = T_C + 273 = 20°\text{C} + 273 = 293 \text{ K}$$

Reacomodamos la ecuación 8.15:

$$v_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{3k_BT}{m}} = \sqrt{\frac{3(1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K})(293 \text{ K})}{6.65 \times 10^{-27} \text{ kg}}} = 1.35 \times 10^3 \text{ m/s} = 1.35 \text{ km/s}$$

Esto es más de 3000 mi/h; rápido, ¿verdad?

Ejercicio de refuerzo. En este ejemplo, si la temperatura del gas se aumentara en 10°C, ¿qué aumento porcentual tendrían la rapidez promedio (rms) y la energía cinética promedio?

Resulta interesante que, según la ecuación 8.15, en el cero absoluto ($T = 0$ K), cesaría todo el movimiento traslacional molecular de un gas. Según la teoría clásica, esto correspondería a cero energía absoluta. Sin embargo, la teoría cuántica moderna indica que todavía habría cierto movimiento de punto cero, y una *energía de punto cero* mínima correspondiente. Básicamente, el cero absoluto es la temperatura en la que se ha extraído de un objeto toda la energía que *puede* extraerse de él.

Energía interna de los gases monoatómicos

Puesto que las "partículas" de un gas monoatómico ideal no vibran ni tienen rotación, como ya explicamos, la energía cinética traslacional total de todas las moléculas es igual a la energía interna total del gas. Es decir, la energía interna del gas es en su totalidad energía "de temperatura" (sección 8.1). En un sistema con N moléculas, podemos convertir la ecuación 8.15, que expresa la energía por molécula, en una ecuación para la energía interna total U:

$$U = N\left(\tfrac{1}{2}mv_{\text{rms}}^2\right) = \tfrac{3}{2}Nk_BT = \tfrac{3}{2}nRT \quad \textit{(sólo para gases monoatómicos ideales)} \quad (8.16)$$

Así, vemos que la energía interna de un gas monoatómico ideal es directamente proporcional a su temperatura absoluta. (En la sección 8.6 veremos que esto se cumple sea cual fuere la estructura molecular del gas. No obstante, la expresión para U será un poco diferente para los gases que no son monoatómicos.) Esto implica que si se aumenta al doble la temperatura absoluta de un gas (por transferencia de calor), digamos de 200 a 400 K, la energía interna del gas también se duplicará.

Difusión

Dependemos del sentido del olfato para detectar olores, como el olor del humo cuando algo se quema. El hecho de que podamos oler algo a cierta distancia implica que las moléculas viajan por el aire de un lugar a otro: desde su origen hasta nuestra nariz. Este proceso de mezclado molecular aleatorio, en el que moléculas específicas viajan desde una región en la que están presentes en una mayor concentración, a regiones donde tienen una menor concentración, se llama **difusión**, la cual también es rápida en líqui-

▲ **FIGURA 8.15** Difusión en líquidos A final de cuentas el movimiento molecular aleatorio distribuirá todo el colorante en el agua. Aquí hay cierta distribución debida al mezclado, y la tinta colorea el agua después de unos cuantos minutos. Si sólo actuara la difusión, la distribución tardaría más tiempo.

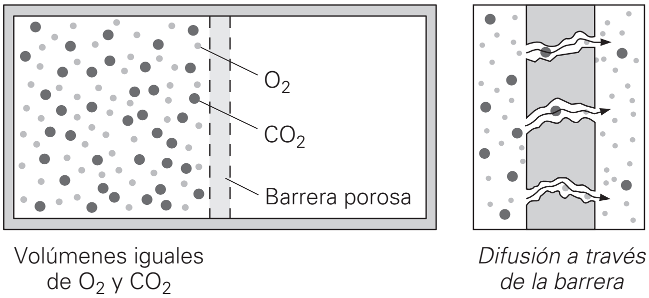
dos; piense en lo que sucede a una gota de tinta en un vaso de agua (▲figura 8.15). Incluso ello ocurre en cierto grado en los sólidos.

La tasa de difusión para un gas específico depende de la rapidez cuadrática media de sus moléculas. Aunque las moléculas de gas tienen en promedio velocidades altas (ejemplo 8.8), sus posiciones promedio cambian lentamente, y las moléculas no vuelan de un lado a otro de una habitación. En cambio, hay choques frecuentes, y esto hace que las moléculas "deriven" con relativa lentitud. Por ejemplo, suponga que alguien abre un frasco de amoniaco en el otro extremo de una habitación cerrada. Pasará algún tiempo antes de que el amoniaco se difunda a través de la habitación y podamos olerla. (Gran parte del movimiento que por lo general la gente suele atribuir a la difusión en realidad se debe a corrientes de aire.)

Los gases también pueden difundirse a través de materiales porosos o membranas permeables. (Este proceso también se conoce como *efusión*.) Las moléculas de alta energía penetran en el material a través de los poros (aberturas) y, chocando contra las paredes del poro, avanzan lentamente por el material. Este tipo de difusión gaseosa puede servir para separar físicamente los diferentes componentes de una mezcla de gases.

La teoría cinética de los gases indica que la energía cinética traslacional promedio (por molécula) de un gas es proporcional a la temperatura absoluta del gas: $\frac{1}{2}mv_{\text{rms}}^2 = \frac{3}{2}k_{\text{B}}T$. De manera que, en promedio, las moléculas de diferentes gases (que tienen diferente masa) se mueven con diferente rapidez a una temperatura dada. Desde luego, las moléculas de un gas más ligero, que se mueven con mayor rapidez, se difunden más rápidamente que las moléculas de un gas más pesado, a través de las diminutas aberturas de un material poroso.

Por ejemplo, a una temperatura dada, las moléculas de oxígeno (O_2) se mueven en promedio más rápidamente que las moléculas más masivas del dióxido de carbono (CO_2). Debido a esta diferencia en la rapidez molecular, el oxígeno puede atravesar por difusión una barrera más rápidamente que el dióxido de carbono. Suponga que una mezcla de volúmenes iguales de oxígeno y dióxido de carbono está de un lado de una barrera porosa (▼figura 8.16). Después de un tiempo, algunas moléculas de O_2 y algunas de CO_2 habrán atravesado por difusión la barrera; pero habrá más oxígeno que dióxido de carbono. Si se repite el proceso con esta mezcla de gases difundidos, la concentración de oxígeno será aún mayor en el otro lado de la barrera. Se puede obtener oxígeno casi puro repitiendo muchas veces el proceso de separación. La separación por difusión gaseosa es



▶ **FIGURA 8.16** Separación por difusión gaseosa Las moléculas de ambos gases se difunden (o se efunden) a través de la barrera porosa, pero como las moléculas de oxígeno tienen mayor rapidez promedio, atraviesan la barrera en mayor número. Así, con el paso del tiempo, hay una mayor concentración de moléculas de oxígeno en el otro lado de la barrera.

A FONDO 8.3 DIFUSIÓN FISIOLÓGICA EN PROCESOS VITALES

La difusión juega un papel central en muchos procesos biológicos. Considere, por ejemplo, una membrana celular del pulmón. La membrana es permeable a varias sustancias, cualquiera de las cuales atravesará por difusión la membrana, desde una región donde su concentración es alta, hasta una donde su concentración es baja. Lo más importante es que la membrana pulmonar es permeable al oxígeno (O_2), y la transferencia de O_2 a través de la membrana se debe a un gradiente de concentración.

La sangre que llega a los pulmones es baja en O_2, porque lo cedió durante su circulación por el cuerpo a los tejidos que requieren oxígeno para su metabolismo. En cambio, el aire que está en los pulmones es rico en O_2 porque hay un intercambio continuo de aire fresco durante el proceso de respiración. Como resultado de esta diferencia de concentración, o gradiente, el O_2 se difunde del aire de los pulmones hacia la sangre que fluye por los tejidos pulmonares, y la sangre que sale de los pulmones es rica en oxígeno.

Los intercambios entre la sangre y los tejidos se efectúan a través de las paredes de los capilares, y aquí también la difusión es un factor principal. La composición química de la sangre arterial se regula para mantener las concentraciones adecuadas de solutos (sustancias disueltas en la solución sanguínea) específicos, para que la difusión se efectúe en las direcciones correctas a través de las paredes de los capilares. Por ejemplo, a medida que las células toman O_2 y nutrientes como la glucosa (azúcar de la sangre), la sangre trae continuamente un nuevo abasto de las sustancias, de manera que se mantenga el gradiente de concentración necesario para que haya difusión hacia las células. La producción continua de dióxido de carbono (CO_2) y desechos metabólicos en las células crea gradientes de concentración en la dirección opuesta para estas sustancias, las cuales luego se difunden en las células hacia la sangre, y el sistema circulatorio se las lleva.

Durante los periodos de esfuerzo físico, la actividad celular aumenta. Se consume más O_2 y se produce más CO_2, lo cual aumenta los gradientes de concentración y las tasas de difusión. ¿Cómo responden los pulmones para satisfacer la mayor demanda de O_2 en la sangre? Como es natural, la tasa de difusión depende del área superficial y del espesor de la membrana pulmonar. La respiración más honda durante el ejercicio hace que aumente el volumen de los alvéolos (pequeñas bolsas con aire en los pulmones). Dicho estiramiento hace que aumente el área superficial alveolar y disminuya el espesor de la pared membranosa, así que la difusión es más rápida.

Asimismo, el corazón trabaja más intensamente durante el ejercicio, lo que aumenta la presión arterial. Esta mayor presión hace que se abran capilares que normalmente estarían cerrados durante el reposo o la actividad normal. Esto aumenta el área total de intercambio entre la sangre y las células. Todos estos cambios facilitan el intercambio de gases durante el ejercicio.

un proceso clave en la obtención de uranio enriquecido, que se usó en la primera bomba atómica y en los primeros reactores nucleares que generan electricidad.

La difusión de fluidos es muy importante para los organismos. En la fotosíntesis vegetal, dióxido de carbono del aire entra por difusión en las hojas, y oxígeno y vapor de agua salen de ellas. La difusión de agua líquida a través de una membrana permeable que baja por un gradiente de concentración (una diferencia de concentración) se denomina **ósmosis**, y es un proceso vital en las células vivas. La difusión osmótica también es importante para el funcionamiento de los riñones: los túbulos de los riñones concentran los desechos de la sangre de forma muy parecida a la extracción de oxígeno de las mezclas. (Véase la sección A fondo 8.3 para tener otros ejemplos de difusión.)

Ósmosis es la tendencia del disolvente de una disolución, digamos agua, a atravesar por difusión una membrana semipermeable, del lado donde el disolvente está en una mayor concentración, hacia el lado donde está en una menor concentración. Si se aplica presión al lado de menor concentración, la difusión se revierte en un proceso llamado *ósmosis inversa*, la cual se utiliza en las plantas de desalinización para obtener agua dulce a partir del agua de mar en regiones costeras áridas.

También se usa ósmosis inversa para purificar el agua. Es posible que el lector haya bebido tal agua purificada. Una de las aguas embotelladas de mayor consumo se purifica "utilizando un innovador tratamiento por ósmosis inversa", según la etiqueta.

*8.6 Teoría cinética, gases diatómicos y teorema de equipartición

OBJETIVOS: Entender *a*) la diferencia entre gases monoatómicos y diatómicos, *b*) el significado del teorema de equipartición y *c*) la expresión para la energía interna de un gas diatómico.

En el mundo real, casi ninguno de los gases de los que nos ocupamos son monoatómicos. Recuerde que los gases monoatómicos son elementos conocidos como gases *nobles* o *inertes*, porque no se combinan fácilmente con otros átomos. Estos elementos se encuentran en la extrema izquierda de la tabla periódica: helio, neón, argón, kriptón, xenón y radón.

Sin embargo, la mezcla de gases que respiramos (conocida colectivamente como "aire") consiste principalmente en moléculas diatómicas de nitrógeno (N_2, 78% en volumen) y oxígeno (O_2, 21% en volumen). Cada uno de estos gases tiene dos átomos idénticos unidos químicamente para formar una sola molécula. ¿Cómo manejamos estas moléculas reales, más complicadas, en términos de la teoría cinética de los gases? [Hay moléculas de gases incluso más complicadas formadas por más de dos átomos, como el dióxido de carbono (CO_2). Sin embargo, debido a su complejidad, limitaremos nuestra explicación a las moléculas diatómicas.]

El teorema de equipartición

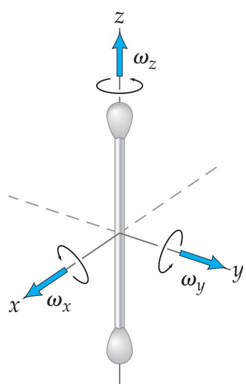
Como vimos en la sección 8.5, la temperatura de un gas sólo determina su energía cinética traslacional. Por lo tanto, para cualquier tipo de gas, sin importar cuántos átomos tenga en sus moléculas, *siempre se cumple* que la energía cinética *traslacional* promedio por molécula es proporcional a la temperatura del gas (ecuación 8.15): $\frac{1}{2}mv_{\text{rms}}^2 = \frac{3}{2}k_{\text{B}}T$ (para todos los gases).

Recuerde que, para gases monoatómicos, la energía interna total U consiste exclusivamente en energía cinética traslacional. Esto no sucede con las moléculas diatómicas, porque la molécula puede girar y vibrar además de tener movimiento rectilíneo. Por ello, es preciso tomar en cuenta estas formas de energía adicionales. La expresión dada en la ecuación 8.16 $\left(U = \frac{3}{2}Nk_{\text{B}}T\right)$ para los gases monoatómicos, basada en el supuesto de que toda la energía se debe únicamente al movimiento traslacional, *no* es válida para los gases diatómicos.

Los científicos han tratado de explicar la diferencia exacta entre la expresión para la energía interna de un gas diatómico y la de un gas monoatómico. Al examinar la deducción de la ecuación 8.16 a partir de la teoría cinética, se dieron cuenta de que el factor 3 de la ecuación se debía al hecho de que las moléculas de gas tenían tres direcciones rectilíneas (dimensiones) independientes para moverse. Así, para cada molécula, había tres formas independientes de tener energía cinética: con movimiento rectilíneo x, y y z. Cada forma independiente que una molécula tiene de poseer energía se denomina **grado de libertad**.

Según este esquema, un gas monoatómico sólo tiene tres grados de libertad, porque sus moléculas sólo pueden moverse en línea recta y pueden tener energía cinética en tres dimensiones. Los científicos razonaron que, muy posiblemente, un gas diatómico podía vibrar (véase la figura 8.1), con lo cual tendría energías cinética y potencial de vibración (otros dos grados de libertad). Además, una molécula diatómica podría girar.

Considere una molécula diatómica simétrica, como O_2. Un modelo clásico describe tal molécula diatómica como si las moléculas fueran partículas conectadas por una varilla rígida (◀figura 8.17). El momento de inercia rotacional, I, tiene el mismo valor en torno a los dos ejes (x y y) perpendiculares a la varilla y que pasan por su centro. El momento de inercia en torno al eje z es prácticamente cero. (¿Por qué?) De manera que sólo hay dos grados de libertad asociados a las energías cinéticas rotacionales de las moléculas diatómicas.



▲ **FIGURA 8.17 Modelo de una molécula de gas diatómico** Una molécula parecida a una mancuerna puede girar en torno a tres ejes. El momento de inercia, I, en torno a los ejes x y y es el mismo. Las masas (moléculas) en los extremos de la varilla son partículas puntuales, de manera que el momento de inercia en torno al eje z es I_z, que es insignificante comparado tanto con I_x como con I_y.

Con base en lo que se sabía de los gases monoatómicos y sus tres grados de libertad, se propuso el **teorema de equipartición**. (Como su nombre indica, la energía total de un gas o molécula "se reparte" o se divide equitativamente entre cada grado de libertad.) Es decir,

> En promedio, la energía interna total U de un gas ideal se divide por partes iguales entre cada grado de libertad que sus moléculas poseen. Además, cada grado de libertad aporta $\frac{1}{2}Nk_{\text{B}}T$ (o $\frac{1}{2}nRT$) a la energía interna total del gas.

El teorema de equipartición se ajusta al caso especial de los gases monoatómicos, ya que predice que $U = \frac{3}{2}Nk_{\text{B}}T$, y ya sabemos que esto se cumple. Con tres grados de libertad, tenemos $U = 3\left(\frac{1}{2}Nk_{\text{B}}T\right)$, que coincide con el resultado monoatómico que presentamos antes (ecuación 8.16).

Energía interna de un gas diatómico

¿Cómo nos ayuda el teorema de equipartición a calcular la energía interna de un gas diatómico como el oxígeno? Para efectuar ese cálculo, debemos tener presente que ahora U incluye todos los grados de libertad disponibles. Además de los grados de libertad traslacionales, ¿qué otros movimientos tienen las moléculas? El análisis es complicado y está más allá del alcance de este texto, así que sólo presentaremos los resultados generales. *A temperaturas normales (ambiente), por lo general la teoría cuántica predice (y los experimentos comprueban) que sólo los movimientos rotacionales son importantes para los grados de libertad*.

Entonces, la energía interna total de un gas diatómico se compone de la energía interna debida a los tres grados de libertad lineales y a los dos grados de libertad rotacionales, para dar un total de cinco grados de libertad. Por lo tanto, escribimos

$$\begin{aligned} U = K_{tras} + K_{rot} &= 3\left(\tfrac{1}{2}nRT\right) + 2\left(\tfrac{1}{2}nRT\right) \\ &= \tfrac{5}{2}nRT = \tfrac{5}{2}Nk_BT \end{aligned} \quad \textit{(para gases diatómicos a temperaturas cercanas a la del ambiente)} \quad (8.17)$$

Vemos que una muestra de gas monoatómico a temperatura ambiente tiene 40% menos energía interna que una muestra de gas diatómico a la misma temperatura. O bien, que la muestra monoatómica posee sólo el 60% de la energía interna de una muestra diatómica.

Ejemplo 8.9 ■ Monoatómico o diatómico: ¿dos átomos son mejores que uno?

Más del 99% del aire que respiramos consiste en gases diatómicos, principalmente nitrógeno (N_2, 78%) y oxígeno (O_2, 21%). Hay trazas de otros gases, uno de los cuales es el radón (Rn), un gas monoatómico que se produce por desintegración radiactiva del uranio en el suelo. (El radón también es radiactivo, lo cual no viene al caso aquí; pero este hecho podría hacerlo peligroso para la salud si se concentra dentro de una casa.) *a*) Calcule la energía interna total de muestras de 1.00 mol de oxígeno y de radón a temperatura ambiente (20°C). *b*) Para cada muestra, determine la energía interna asociada con la energía cinética *traslacional* de las moléculas.

Razonamiento. *a*) Debemos considerar el número de grados de libertad de un gas monoatómico y un gas diatómico al calcular la energía interna U. *b*) Sólo tres grados de libertad lineales contribuyen a la porción de energía cinética traslacional (U_{tras}) de la energía interna.

Solución. Hacemos una lista con los datos y convertimos a kelvins de inmediato, porque sabemos que la energía interna se expresa en términos de la temperatura absoluta:

Dado: $n = 1.00$ mol $T = 20°C + 273 = 293$ K temperatura ambiente	***Encuentre:*** *a*) U para muestras de O_2 y Rn a temperatura ambiente *b*) U_{tras} para muestras de O_2 y Rn a temperatura ambiente

***a*)** Calculemos primero la energía interna total de la muestra de radón (monoatómico), usando la ecuación 8.16:

$$U_{Rn} = \tfrac{3}{2}nRT = \tfrac{3}{2}(1.00\ \text{mol})[8.31\ \text{J}/(\text{mol}\cdot\text{K})](293\ \text{K}) = 3.65 \times 10^3\ \text{J}$$

Puesto que esta muestra está a temperatura ambiente, el oxígeno (diatómico) también incluirá energía interna almacenada en forma de dos grados de libertad adicionales, debidos a la rotación. Por lo tanto, tenemos

$$U_{O_2} = \tfrac{5}{2}nRT = \tfrac{5}{2}(1.00\ \text{mol})[8.31\ \text{J}/(\text{mol}\cdot\text{K})](293\ \text{K}) = 6.09 \times 10^3\ \text{J}$$

Como hemos visto, aunque hay el mismo número de moléculas en cada muestra, y la temperatura es la misma, la muestra de oxígeno tiene casi 67% más energía interna total.

***b*)** Para el radón (monoatómico), toda la energía interna es energía cinética traslacional; de manera que la respuesta es la misma que en el inciso *a*:

$$U_{tras} = U_{Rn} = 3.65 \times 10^3\ \text{J}$$

Para el oxígeno (diatómico), sólo $\tfrac{3}{2}nRT$ de la energía interna total $\left(\tfrac{5}{2}nRT\right)$ está en forma de energía cinética traslacional, así que la respuesta es la misma que para el radón; es decir, $U_{tras} = 3.65 \times 10^3$ J para ambas muestras de gas.

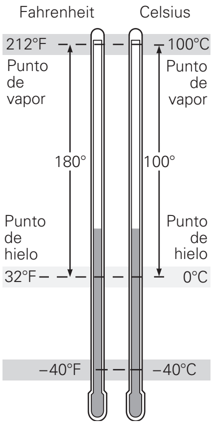
Ejercicio de refuerzo. *a*) En este ejemplo, ¿cuánta energía está asociada con el movimiento rotacional de las moléculas de oxígeno? *b*) ¿Qué muestra tiene mayor rapidez cuadrática media? (*Nota*: la masa de un átomo de radón es unas siete veces mayor que la masa de una molécula de oxígeno.) Explique su razonamiento.

Repaso del capítulo

Conversión Celsius-Fahrenheit:

$$T_F = \tfrac{9}{5}T_C + 32 \quad \text{o} \quad T_F = 1.8T_C + 32 \qquad (8.1)$$

$$T_C = \tfrac{5}{9}(T_F - 32) \qquad (8.2)$$



- **Calor** es la energía neta transferida de un objeto a otro debido a una diferencia de temperatura. Una vez transferida, la energía se vuelve parte de la energía interna del objeto (o sistema).

- La **ley de los gases ideales (o perfectos)** relaciona la presión, el volumen y la temperatura absoluta de un gas ideal o diluido.

Ley de los gases ideales (o perfectos) (use siempre temperaturas absolutas):

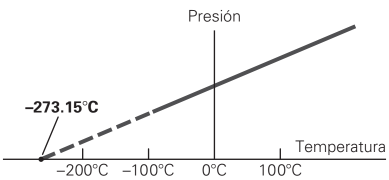
$$\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2} \quad \text{o} \quad pV = Nk_BT \qquad (8.5\text{-}6)$$

o bien

$$pV = nRT \qquad (8.7)$$

donde $k_B = 1.38 \times 10^{-23}$ J/K y $R = 8.31$ J/(mol · K)

- El **cero absoluto (0 K)** corresponde a −273.15°C.



Conversión Celsius-Kelvin:

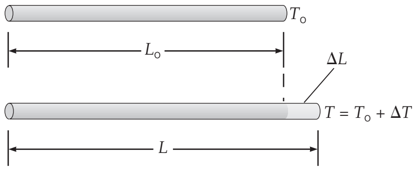
$$T_K = T_C + 273.15 \qquad (8.8)$$

$$T_K = T_C + 273 \quad \textit{(para cálculos generales)} \qquad (8.8a)$$

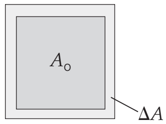
- Los **coeficientes térmicos de expansión** relacionan el cambio fraccionario en las dimensiones con un cambio en la temperatura:

Expansión térmica de sólidos:

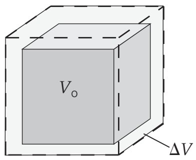
lineal: $$\frac{\Delta L}{L_o} = \alpha\Delta T \quad \text{o} \quad L = L_o(1 + \alpha\Delta T) \qquad (8.9, 8.10)$$



área: $$\frac{\Delta A}{A_o} = 2\alpha\Delta T \quad \text{o bien} \quad A = A_o(1 + 2\alpha\Delta T) \qquad (8.11)$$



volumen: $$\frac{\Delta V}{V_o} = 3\alpha\Delta T \quad \text{o bien} \quad V = V_o(1 + 3\alpha\Delta T) \qquad (8.12)$$



Expansión térmica de volumen de fluidos:

$$\frac{\Delta V}{V_o} = \beta\Delta T \qquad (8.13)$$

- Según la **teoría cinética de los gases**, la temperatura absoluta de un gas es directamente proporcional a la energía cinética aleatoria promedio por molécula.

Resultados de la teoría cinética de los gases:

$$pV = \tfrac{1}{3}Nmv_{rms}^2 \qquad (8.14)$$

$$\tfrac{1}{2}mv_{rms}^2 = \tfrac{3}{2}k_BT \quad \textit{(todos los gases ideales)} \qquad (8.15)$$

$$U = \tfrac{3}{2}Nk_BT = \tfrac{3}{2}nRT \quad \textit{(sólo gases ideales monoatómicos)} \qquad (8.16)$$

$$U = \tfrac{5}{2}Nk_BT = \tfrac{5}{2}nRT \quad \textit{(para gases diatómicos a temperatura cercana a la ambiente)} \qquad (8.17)$$

Ejercicios*

Los ejercicios designados **OM** *son preguntas de opción múltiple; los* **PC** *son preguntas conceptuales; y los* **EI** *son ejercicios integrados. A lo largo del texto, muchas secciones de ejercicios incluirán ejercicios "apareados". Estos pares de ejercicios, que se identifican con* <u>*números subrayados*</u>*, pretenden ayudar al lector a resolver problemas y aprender. La respuesta a los ejercicios de número impar se da al final del libro.*

8.1 Temperatura y calor *y* 8.2 Las escalas de temperatura Celsius y Fahrenheit

1. **OM** La temperatura está asociada con *a*) la energía de rotación molecular, *b*) la energía aleatoria de traslación molecular, *c*) la energía de vibración molecular, *d*) todas las anteriores.

2. **OM** Una temperatura ambiente común de 68°F equivale en la escala Celsius a *a*) 10°C, *b*) 20°C, *c*) 30°C.

3. **OM** Un intervalo específico de temperatura, como opuesto a un valor de temperatura particular, se escribe *a*) C°, *b*) °C, *c*) C°-C°, *d*) de manera indistinta.

4. **PC** Fluye calor espontáneamente de un cuerpo a más alta temperatura, hacia otro a más baja temperatura que está en contacto térmico con el primero. ¿El calor siempre fluye de un cuerpo con más energía interna a uno que tiene menos energía interna? Explique.

5. **PC** ¿Qué objeto doméstico es el más caliente (de mayor temperatura)? (*Sugerencia:* piénselo bien y quizá se le prenderá el foco.)

6. **PC** Los neumáticos de un jumbo jet comercial se inflan con nitrógeno, no con aire. ¿Por qué?

7. **PC** Al cambiar la temperatura durante el día, ¿qué escala, Celsius o Fahrenheit, registrará el cambio más pequeño? Explique.

<u>8.</u> ● Convierta estas lecturas a Celsius: *a*) 500°F, *b*) 0°F, *c*) –20°F y *d*) –40°F.

<u>9.</u> ● Convierta estas lecturas a Fahrenheit: *a*) 150°C, *b*) 32°C, *c*) –25°C y *d*) –273°C.

10. ● La aldea habitada más fría del mundo es Oymyakon, en el este de Siberia, donde la temperatura llega a bajar a –94°F. ¿Qué temperatura es ésta en la escala Celsius?

11. ● ¿Qué temperatura es menor? *a*) 245°C o 245°F. *b*) 200°C o 375°F.

<u>12.</u> ● Una persona con fiebre tiene una temperatura corporal de 39.4°C. ¿Qué temperatura es ésta en la escala Fahrenheit?

<u>13.</u> ● Las temperaturas del aire más alta y más baja registradas en Estados Unidos son, respectivamente, 134°F (Death Valley, California, 1913) y –80°F (Prospect Creek, Alaska, 1971). ¿Qué temperaturas son éstas en la escala Celsius?

14. ● Las temperaturas del aire más alta y más baja registradas en el mundo son, respectivamente, 58°C (Libia, 1922) y –89°C (Antártida, 1983). ¿Qué temperaturas son ésas en la escala Fahrenheit?

15. **EI** ●● Hay una temperatura en la que las escalas Celsius y Fahrenheit tienen la misma lectura. *a*) Para hallar esa lectura, ¿haría 1) $5T_F = 9T_C$, 2) $9T_F = 5T_C$ o 3) $T_F = T_C$? ¿Por qué? *b*) Encuentre esa temperatura.

16. ●● Durante una cirugía a corazón abierto es común enfriar el cuerpo del paciente para reducir los procesos corporales y obtener un margen extra de seguridad. Un descenso de 8.5 C° es común en este tipo de operaciones. Si la temperatura corporal normal de una paciente es de 98.2°F, ¿cuál será su temperatura final tanto en la escala Celsius como en la Fahrenheit?

17. ●●● *a*) La mayor baja de temperatura registrada en Estados Unidos en un solo día ocurrió en Browning, Montana, en 1916, cuando la temperatura bajó de 7°C a –49°C. Calcule el cambio correspondiente en la escala Fahrenheit. *b*) En la Luna, la temperatura promedio en la superficie es de 127°C durante el día y de –183°C durante la noche. Calcule el cambio correspondiente en la escala Fahrenheit.

18. ●●● Los astrónomos saben que las temperaturas en el interior de las estrellas son "extremadamente altas". Con esto quieren decir que pueden hacer la conversión entre temperaturas Fahrenheit y Celsius utilizando una regla empírica general:

$$T(\text{en °C}) \approx \tfrac{1}{2}T(\text{en °F}).$$

a) Determine la fracción exacta (no es $\frac{1}{2}$) y *b*) el porcentaje de error que cometen los astrónomos al utilizar $\frac{1}{2}$ con altas temperaturas.

19. **EI** ●●● La figura 8.5 muestra una gráfica de temperatura Fahrenheit contra temperatura Celsius. *a*) ¿El valor de la ordenada al origen se obtiene haciendo 1) $T_F = T_C$, 2) $T_C = 0$ o 3) $T_F = 0$? ¿Por qué? *b*) Calcule el valor de la ordenada al origen. *c*) Determine la pendiente y la ordenada al origen si la gráfica se hace al revés (Celsius contra Fahrenheit).

8.3 Leyes de los gases, temperatura absoluta y la escala de temperatura Kelvin

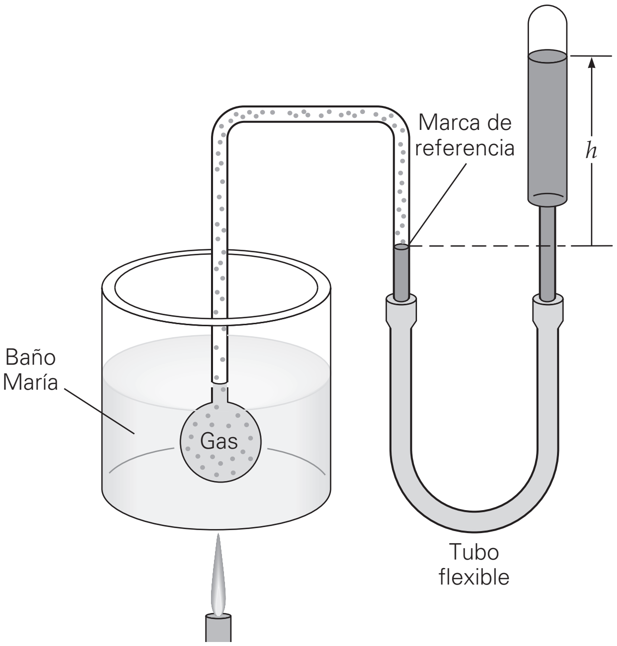
20. **OM** La temperatura empleada en la ley de los gases ideales se debe expresar en la escala *a*) Celsius, *b*) Fahrenheit, *c*) Kelvin o *d*) cualquiera de las anteriores.

21. **OM** ¿Cuál de las siguientes escalas tiene el menor intervalo en grados: *a*) Fahrenheit, *b*) Celsius o *c*) Kelvin?

* Suponga que todas las temperaturas son exactas, y deseche cifras significativas cuando los cambios dimensionales sean pequeños.

22. **OM** Cuando se eleva la temperatura de una cantidad de gas, *a*) la presión debe aumentar, *b*) el volumen debe aumentar, *c*) tanto la presión como el volumen deben aumentar o *d*) nada de lo anterior.

23. **PC** En la ▼figura 8.18 se muestra un tipo de termómetro de gas a volumen constante. Describa su funcionamiento.



▲ **FIGURA 8.18 Un tipo de termómetro de gas de volumen constante** Véase el ejercicio 23.

24. **PC** Describa cómo podría construirse un termómetro de gas a presión constante.

25. **PC** En términos de la ley de los gases ideales, ¿qué implicaría una temperatura de cero absoluto? ¿Y una temperatura absoluta negativa?

26. **PC** Como preparación para una fiesta de fin de año en Times Square, usted infla 10 globos en su cálido apartamento y luego los lleva a la gélida plaza, donde queda muy decepcionado con sus decoraciones. ¿Por qué?

27. **PC** ¿Qué tiene más moléculas, 1 mol de oxígeno o 1 mol de nitrógeno? Explique.

28. ● Convierta estas temperaturas a temperaturas absolutas en kelvins: *a*) 0°C, *b*) 100°C, *c*) 20°C y *d*) –35°C.

29. ● Convierta estas temperaturas a grados Celsius: *a*) 0 K, *b*) 250 K, *c*) 273 K y *d*) 325 K.

30. ● *a*) Establezca una ecuación para convertir temperaturas Fahrenheit directamente a temperaturas absolutas en kelvins. *b*) ¿Cuál temperatura es menor, 300°F o 300 K?

31. ● Cuando cae un rayo, puede calentar el aire a más de 30 000 K, cinco veces la temperatura de la superficie del Sol. *a*) Exprese esta temperatura en las escalas Fahrenheit y Celsius. *b*) A veces la temperatura se da como 30 000°C. Suponiendo que 30 000 K es lo correcto, ¿qué porcentaje de error tiene ese valor Celsius?

32. ● ¿Cuántos moles hay en *a*) 40 g de agua, *b*) 245 g de H_2SO_4 (ácido sulfúrico), *c*) 138 g de NO_2 (dióxido de nitrógeno) y *d*) 56 L de SO_2 (dióxido de azufre) a TPE (temperatura estándar de exactamente 0°C y presión de exactamente 1 atm)?

33. **EI** ● *a*) En un termómetro de gas de volumen constante, si la presión del gas disminuye, ¿la temperatura del gas 1) aumentará, 2) disminuirá, o 3) no cambiará? ¿Por qué? *b*) La presión absoluta inicial de un gas es de 1000 Pa a temperatura ambiente (20°C). Si la presión aumenta a 1500 Pa, entonces ¿qué temperatura en grados Celsius tendrá el gas?

34. ●● En la troposfera (la parte inferior de la atmósfera), la temperatura disminuye de manera bastante uniforme con la altitud a una tasa llamada "lapso" de 6.5 C°/km. ¿Cuáles son las temperaturas *a*) cerca de la parte superior de la troposfera (que tiene un grosor promedio de 11 km) y *b*) en el exterior de un avión comercial que vuela a una altitud de crucero de 34 000 ft? (Suponga que la temperatura en el suelo es la temperatura ambiente.)

35. ●● Un atleta tiene una gran capacidad pulmonar: 7.0 L. Suponiendo que el aire es un gas ideal, ¿cuántas moléculas de aire hay en los pulmones del atleta, si su temperatura es de 37°C y está a la presión atmosférica normal?

36. ●● Demuestre que 1.00 mol de un gas ideal a TPE ocupa un volumen de $0.0224\ m^3 = 22.4$ L.

37. ●● ¿Qué volumen ocupan 6.0 g de hidrógeno a una presión de 2.0 atm y una temperatura de 300 K?

38. ●● ¿Hay una temperatura que tenga el mismo valor numérico en las escalas Kelvin y Fahrenheit? Justifique su respuesta.

39. ●● Un hombre compra un globo lleno de helio como regalo de aniversario para su esposa. El globo tiene un volumen de 3.5 L en la cálida tienda que se encuentra a 74°F. Al salir a la calle, donde la temperatura es de 48°F, el hombre se da cuenta de que el globo encogió. ¿En cuánto se redujo el volumen?

40. ●● En un día caluroso (92°F), un globo lleno de aire ocupa un volumen de 0.20 m^3 y la presión en su interior es de 20.0 Ib/in^2. Si el globo se enfría a 32°F en un refrigerador y su presión se reduce a 14.7 lb/in^2, ¿qué volumen ocupará? (Suponga que el aire se comporta como gas ideal.)

41. ●● Un neumático radial con refuerzos de acero se infla a una presión manométrica de 30.0 lb/in^2 cuando la temperatura es de 61°F. Más tarde, la temperatura aumenta a 100°F. Suponiendo que el volumen del neumático no cambia, ¿qué presión habrá en su interior a la temperatura alta? (*Sugerencia:* recuerde que la ley de los gases ideales usa presión absoluta.)

42. **EI ●●** *a*) Si la temperatura de un gas ideal aumenta y su volumen disminuye, ¿la presión del gas 1) aumentará, 2) no cambiará o 3) disminuirá? ¿Por qué? *b*) La temperatura en kelvins de un gas ideal aumenta al doble y su volumen se reduce a la mitad. ¿Cómo afectará esto a la presión?

43. **●●** Un buzo toma un tanque de acero lleno de aire para hacer una inmersión profunda. El volumen del tanque es de 5.35 L y está completamente lleno con aire a una presión total de 2.45 atm al inicio de la inmersión. La temperatura del aire en la superficie es de 94°F y el buzo termina en aguas profundas a 60°F. Suponiendo equilibrio térmico e ignorando la pérdida de aire, determine la presión interna total del aire cuando está en el ambiente frío.

44. **●●** Si 2.4 m^3 de un gas que inicialmente está a TPE se comprime a 1.6 m^3 y su temperatura se aumenta a 30°C, ¿qué presión final tendrá?

45. **EI ●●** La presión de un gas de baja densidad en un cilindro se mantiene constante mientras se incrementa su temperatura. *a*) ¿El volumen del gas 1) aumenta, 2) disminuye o 3) no cambia? ¿Por qué? *b*) Si la temperatura se aumenta de 10 a 40°C, ¿qué cambio porcentual sufrirá el volumen del gas?

46. **●●●** *a*) Demuestre que para el rango de temperatura Kelvin

$$T \gg 273\text{ K}, \quad T \approx T_C \approx \frac{5}{9}T_F.$$

b) Para la temperatura ambiente, ¿qué porcentaje de error resultaría al utilizar esto para determinar la temperatura Kelvin? *c*) Para la temperatura común en el interior de una estrella de 10 millones de °F, ¿cuál es porcentaje del error en la temperatura Kelvin? (Utilice tantas cifras significativas como sea necesario.)

47. **●●●** Un buzo suelta una burbuja de aire con un volumen de 2.0 cm^3 desde una profundidad de 15 m bajo la superficie de un lago, donde la temperatura es de 7.0°C. ¿Qué volumen tendrá la burbuja cuando llegue justo abajo de la superficie del lago, donde la temperatura es de 20°C?

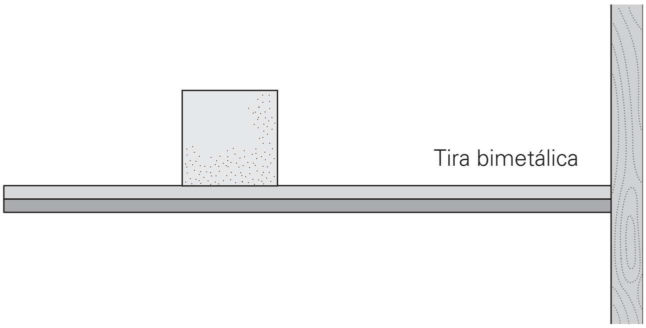
8.4 Expansión térmica

48. **OM** ¿Las unidades del coeficiente térmico de expansión lineal son *a*) m/C°, *b*) m^2/C°, *c*) m • C° o *d*) 1/C°?

49. **OM** ¿El coeficiente térmico de expansión de volumen de un sólido es *a*) 2α, *b*) $2\alpha^2$, *c*) 3α o *d*) α^3?

50. **OM** ¿Cuál de las siguientes frases describe el comportamiento de la densidad del agua en el rango de temperatura de 0 a 4°C? *a*) Aumenta con la temperatura creciente, *b*) permanece constante, *c*) disminuye con la temperatura decreciente o *d*) incisos *a* y *c*.

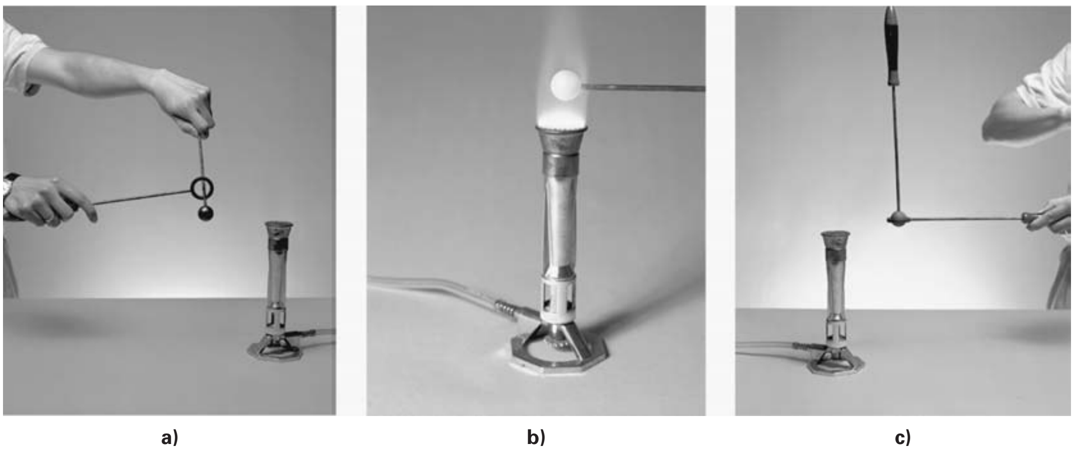
51. **PC** Un cubo de hielo descansa sobre una tira bimetálica a temperatura ambiente (▼figura 8.19). ¿Qué sucederá si *a*) la tira superior es de aluminio, y la inferior de latón, o *b*) la tira superior es de hierro, y la inferior de cobre? *c*) Si el cubo es de un metal caliente en vez de hielo y las dos tiras son de latón y cobre, ¿cuál de estos metales deberá estar arriba para que el cubo no se caiga?



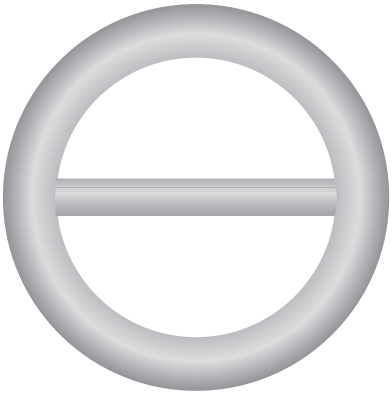
▲ **FIGURA 8.19 ¿Hacia dónde se irá el cubo?** Véase el ejercicio 51.

52. **PC** Un disco de metal sólido gira libremente, de manera que se aplica la conservación de la cantidad de movimiento angular (capítulo 8). Si el disco se calienta mientras gira, ¿habrá algún efecto en la tasa de rotación (la rapidez angular)?

53. **PC** En la ▼figura 8.20 se ilustra una demostración de expansión térmica. *a*) Inicialmente, la esfera pasa por el anillo hecho del mismo metal. Cuando se calienta la esfera *b*), no pasa por el anillo *c*). Si tanto la esfera como el anillo se calientan, la esfera pasa por el anillo. Explique qué se está demostrando.



◀ **FIGURA 8.20 Expansión de esfera y anillo** Véase los ejercicios 53 y 63.



◀ **FIGURA 8.21** **¿Esfuerzo deformador?** Véase el ejercicio 54.

54. PC Un anillo circular de hierro tiene una barra de hierro que entra muy justa en su diámetro, como se observa en la ▲figura 8.21. Si el conjunto se calienta en un horno a alta temperatura, ¿el anillo circular se distorsionará? ¿Y si la barra es de aluminio?

55. PC Solemos usar agua caliente para aflojar la tapa metálica de un frasco de vidrio cuando está bien sellada. Explique por qué funciona esto.

56. ● Una viga de acero de 10 m de longitud se instala en una estructura a 20°C. ¿Cómo cambia esa longitud en los extremos de temperatura de –30 y 45°C?

57. EI ● Una cinta métrica de aluminio es exacta a 20°C. *a*) Si se coloca en un congelador, indicará una longitud 1) mayor, 2) menor o 3) igual que la real? *b*) Si la temperatura en el congelador es de –5.0°C, ¿qué porcentaje de error tendrá la cinta debido a la contracción térmica?

58. ● Se vierten planchas de concreto de 5.0 m de longitud en una autopista. ¿Qué anchura deberán tener las ranuras de expansión entre las planchas a una temperatura de 20°C, para garantizar que no habrá contacto entre planchas adyacentes dentro de un intervalo de temperaturas de –25 a 45°C?

59. ● Una argolla matrimonial de hombre tiene un diámetro interior de 2.4 cm a 20°C. Si la argolla se coloca en agua en ebullición, ¿cómo cambiará su diámetro?

60. ●● ¿Qué cambio de temperatura producirá un incremento de 0.10% en el volumen de una cantidad de agua que inicialmente estaba a 20°C?

61. ●● Un tramo de tubo de cobre empleado en plomería tiene 60.0 cm de longitud y un diámetro interior de 1.50 cm a 20°C. Si agua caliente a 85°C fluye por el tubo, ¿cómo cambiarán *a*) su longitud y *b*) su área transversal? ¿Esto último afecta la tasa de flujo?

62. EI ●● Se recorta una pieza circular de una lámina de aluminio a temperatura ambiente. *a*) Si la lámina se coloca después en un horno, ¿el agujero 1) se hará más grande, 2) se encogerá o 3) no cambiará de tamaño? ¿Por qué? *b*) Si el diámetro del agujero es de 8.00 cm a 20°C y la temperatura del horno es de 150°C, ¿qué área tendrá el agujero?

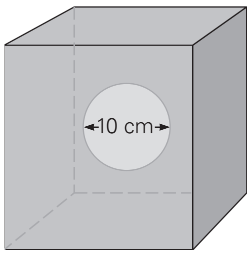
63. EI ●● En la figura 8.20, el diámetro del anillo de acero, 2.5 cm, es 0.10 mm menor que el de la esfera de acero a 20°C. *a*) Para que la esfera pase por el anillo, ¿deberíamos calentar 1) el anillo, 2) la esfera o 3) ambos? ¿Por qué? *b*) ¿Qué temperatura mínima se requiere?

64. ●● Una placa de acero circular de 15 cm de radio se enfría de 350 a 20°C. ¿En qué porcentaje disminuye el área de la placa?

65. ●● Una tarta de calabaza está rellena hasta el borde. El molde en el que se hornea la tarta está hecho de Pirex y su expansión puede ignorarse. Es un cilindro con una profundidad interior de 2.10 cm y un diámetro interior de 30.0 cm. La tarta se prepara a una temperatura ambiente de 68°F y se introduce en un horno a 400°F. Cuando se saca del horno, se observa que 151 cc del relleno de la tarta se salieron invadiendo el borde. Determine el coeficiente de expansión volumétrica del relleno de la tarta, suponiendo que es un fluido.

66. ●● Cierta mañana, un empleado de una arrendadora de automóviles llena el tanque de gasolina de acero de un auto hasta el tope y luego lo estaciona. *a*) Esa tarde, al aumentar la temperatura, ¿se derramará gasolina o no? ¿Por qué? *b*) Si la temperatura en la mañana es 10°C, y en la tarde es 30°C, y la capacidad del tanque en la mañana es de 25 gal, ¿cuánta gasolina se perderá? (Desprecie la expansión del tanque.)

67. ●● Un bloque de cobre tiene una cavidad esférica interna de 10 cm de diámetro (▼figura 8.22). El bloque se calienta en un horno de 20°C a 500 K. *a*) ¿La cavidad se hace mayor o menor? *b*) ¿Cómo cambia el volumen de la cavidad?



◀ **FIGURA 8.22 Un agujero en un bloque** Véase el ejercicio 67.

68. ●● Cuando se expone a la luz solar, un agujero en una hoja de cobre expande su diámetro en 0.153% en comparación con su diámetro a 68°F. ¿Cuál es la temperatura de la hoja de cobre al sol?

69. ●●● Una varilla de latón tiene una sección transversal circular de 5.00 cm de radio. La varilla entra en un agujero circular de una lámina de cobre con un margen de 0.010 mm en todo su contorno, cuando ambas piezas están a 20°C. *a*) ¿A qué temperatura será cero el margen? *b*) ¿Sería posible este ajuste apretado si la lámina fuera de latón y la varilla fuera de cobre?

70. ●●● La tabla 8.1 establece que el coeficiente (experimental) de expansión volumétrica β para el aire (y para la mayoría de otros gases ideales a 1 atm y 20°C) es de 3.5×10^{-3}/C°. Utilice la definición del coeficiente de expansión volumétrica para demostrar que este valor puede predecirse, con una muy buena aproximación, a partir de la ley de los gases ideales, y que el resultado se cumple para todos los gases ideales, no sólo para el aire.

71. ●●● Un vaso Pyrex con capacidad de 1000 cm^3 a 20°C contiene 990 cm^3 de mercurio a esa temperatura. ¿Existe alguna temperatura a la que el mercurio llene totalmente el vaso? Justifique su respuesta. (Suponga que no se pierde masa por evaporación.)

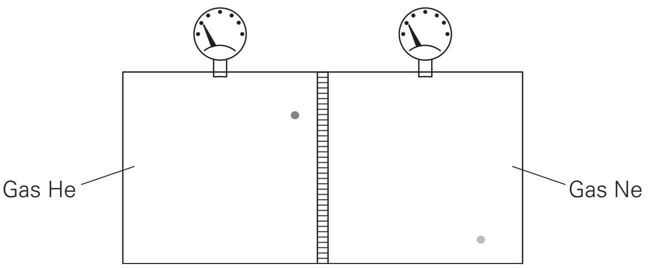
8.5 La teoría cinética de los gases

72. **OM** Si la energía cinética promedio de las moléculas de un gas ideal que inicialmente está a 20°C aumenta al doble, ¿qué temperatura final tendrá el gas? *a*) 10°C, *b*) 40°C, *c*) 313°C o *d*) 586°C.

73. **OM** Si la temperatura de una cantidad de gas ideal se eleva de 100 a 200 K, ¿la energía interna del gas *a*) aumenta al doble, *b*) se reduce a la mitad, *c*) no cambia o *d*) nada de lo anterior?

74. **OM** La percepción de los olores generalmente es resultado de *a*) la efusión, *b*) la difusión, *c*) la ósmosis, *d*) la ósmosis inversa.

75. **PC** Volúmenes iguales de los gases helio (He) y neón (Ne) a la misma temperatura (y presión) están en lados opuestos de una membrana porosa (▼figura 8.23). Describa qué sucede después de algún tiempo, y por qué.



▲ **FIGURA 8.23 ¿Qué sucede al paso del tiempo?** Véase el ejercicio 75.

76. **PC** El gas natural es inodoro. Para que la gente pueda detectar fugas de gas, se le añade un aditivo con olor característico. Cuando hay una fuga, el aditivo nos llega a la nariz antes que el gas. ¿Qué podemos concluir acerca de las masas de las moléculas del aditivo y del gas?

77. ● Calcule la energía cinética promedio por molécula de un gas ideal a *a*) 20°C y *b*) 100°C.

78. **EI** ● Si la temperatura Celsius de un gas ideal se aumenta al doble, *a*) ¿la energía interna del gas 1) aumentará al doble, 2) aumentará a menos del doble, 3) disminuirá a la mitad o 4) disminuirá a menos de la mitad? ¿Por qué? *b*) Si la temperatura se eleva de 20 a 40°C, ¿qué tanto cambiará la energía interna de 2.0 moles de un gas ideal?

79. ● *a*) Calcule la energía cinética promedio por molécula de un gas ideal a una temperatura de 25°C. *b*) Calcule la rapidez promedio (rms) de las moléculas si el gas es helio. (Una molécula de helio consiste en un solo átomo de masa 6.65×10^{-27} kg.)

80. ● Calcule la rapidez promedio de las moléculas de oxígeno a baja densidad a 0°C. (La masa de una molécula de oxígeno, O_2, es de 5.31×10^{-26} kg.)

81. ●● Si la temperatura de un gas ideal aumenta de 300 a 600 K, ¿qué pasa con la rapidez rms de sus moléculas?

82. ●● A una temperatura dada, ¿qué sería mayor, la rapidez rms del oxígeno (O_2) o del ozono (O_3), y ¿cuántas veces mayor?

83. ●● *a*) Estime la cantidad total de energía cinética traslacional en un salón de clases a temperatura ambiente normal. Suponga que las medidas del salón son 4.00 m por 10.0 m por 3.00 m. *b*) Si esta energía se aprovechara en un arnés, ¿qué tan alto podría levantar un elefante con una masa de 1200 kg?

84. ●● Si la temperatura de un gas ideal se elevara de 25 a 100°C, ¿cuántas veces mayor sería la nueva rapidez promedio (rms) de sus moléculas?

85. ●● Una cantidad de un gas ideal está a 0°C. Una cantidad igual de otro gas ideal es dos veces más caliente. ¿Qué temperatura tiene?

86. ●● Si 2.0 moles de gas oxígeno se confinan en una botella de 10 L bajo una presión de 6.0 atm, ¿cuál será la energía cinética promedio de una molécula de oxígeno?

87. ●● Si la rapidez rms de las moléculas en un gas ideal a 20°C aumenta por un factor de dos, ¿cuál será la nueva temperatura?

88. ●● Calcule el número de moléculas de gas en un contenedor con volumen de 0.10 m^3 lleno con gas bajo un vacío parcial de presión de 20 Pa a 20°C.

89. **EI** ●●● Durante la carrera por la bomba atómica en la Segunda Guerra Mundial, fue necesario separar un isótopo más ligero de uranio (el U-235 era el isótopo fisionable necesario para el material de la bomba) de una variedad más pesada (U-238). El uranio se convirtió en un gas, hexafluoruro de uranio (UF_6), y las diferencias en sus rapideces promedio se utilizaron para separar los dos isótopos del uranio por *difusión gaseosa*. Como una mezcla molecular de dos componentes a temperatura ambiente, ¿cuál de los dos tipos de moléculas se moverían más rápido, en promedio? 1) $^{235}UF_6$, 2) $^{238}UF_6$ o 3) tendrían la misma rapidez promedio. *b*) Determine la razón de sus rapideces, de la molécula ligera a la molécula pesada. Considere las moléculas como gases ideales e ignore las rotaciones y/o vibraciones de las moléculas. Las masas de los tres átomos en unidades de masa atómica son 238, 235 y 19 para el flúor.

*8.6 Teoría cinética, gases diatómicos y teorema de equipartición

90. **OM** ¿La temperatura de una molécula diatómica como O_2 es una medida de su *a*) energía cinética traslacional, *b*) energía cinética rotacional, *c*) energía cinética vibracional o *d*) todo lo anterior?

91. **OM** En promedio, ¿la energía interna de un gas se divide equitativamente entre *a*) cada átomo, *b*) cada grado de libertad, *c*) movimientos rectilíneo, rotacional y vibracional o *d*) nada de lo anterior?

92. **PC** ¿Por qué una muestra de gas con moléculas diatómicas tiene más energía interna que una muestra similar con moléculas monoatómicas a la misma temperatura?

93. **PC** ¿Cuál es la diferencia en las energías internas de las moléculas monoatómica y biatómica?

94. ● Si 1.0 mol de un gas monoatómico ideal tiene una energía interna total de 5.0×10^3 J a cierta temperatura, ¿qué energía interna total tendrá 1.0 mol de un gas diatómico a la misma temperatura?

95. ● Calcule la energía interna total de 1.0 mol de O_2 gaseoso a 20°C.

96. ●● Para una molécula promedio de N_2 gaseoso a 10°C, calcule *a*) su energía cinética traslacional, *b*) energía cinética rotacional y *c*) energía total.

97. ●● *a*) En el salón de clases del ejercicio 83, ¿cuánta de la energía está en la forma de energía cinética de rotación? *b*) ¿Cuánta energía total cinética hay en el aire?

Ejercicios adicionales

98. **EI** *a*) Conforme la mayoría de los objetos se enfrían, sus densidades 1) aumentan, 2) disminuyen, 3) permanecen iguales. *b*) ¿Por qué porcentaje cambia la densidad de una bola de bolos (suponiendo que es una esfera uniforme) cuando se saca de la temperatura ambiente (68°F) para ponerla en contacto con el aire en una fría noche de Nome, Alaska (–40°F)? Suponga que la bola está hecha de un material que tiene un coeficiente de expansión lineal α de 75.2×10^{-6}/C°.

99. Cuando una tetera de cobre llena por completo se coloca verticalmente a temperatura ambiente (68°F), el agua inicialmente sale por la boquilla a 100 cc/s. ¿Por qué porcentaje cambiará esto si la tetera contuviera agua hirviendo a 212°F? Suponga que el único cambio significativo se debe al cambio en el tamaño del chorro.

100. Un gas ideal ocupa un recipiente con volumen de 0.75 L a presión y temperatura estándar. Determine *a*) el número de moles y *b*) el número de moléculas del gas. *c*) Si el gas es monóxido de carbono (CO), ¿cuál es su masa?

101. **EI** La rapidez de escape de la Tierra es aproximadamente de 11 000 m/s. Suponga que para un tipo dado de gas, escapar de la atmósfera terrestre requiere que su rapidez molecular promedio sea del 10% de la rapidez de escape. *a*) ¿Qué gas tendría mayor probabilidad de escapar de la Tierra? 1) el oxígeno, 2) el nitrógeno o 3) el helio. *b*) Suponiendo una temperatura de –40°F en la atmósfera superior, determine la rapidez traslacional promedio de una molécula de oxígeno. ¿Es suficiente para escapar de la Tierra? (Datos: la masa de una molécula de oxígeno es 5.34×10^{-26} kg, la masa de una molécula de nitrógeno es 4.68×10^{-26} kg, y la de una molécula de helio es 6.68×10^{-27} kg.)

CAPÍTULO

9 CALOR

HECHOS DE FÍSICA

- Con una temperatura en la piel de 34°C (93.2°F), una persona sentada en una habitación a 23°C (73.4°F) perderá unos 100 J de calor por segundo, una salida de energía equivalente aproximadamente a la de una bombilla de luz de 100 W. Por ello una habitación cerrada llena de gente tiende a calentarse.
- Un par de pulgadas de fibra de vidrio en el ático logra evitar la pérdida de calor hasta en un 90% (véase el ejemplo 9.7).
- Si la Tierra no tuviera atmósfera (ni tampoco efecto invernadero), su temperatura superficial promedio sería de 30°C (86°F) más baja de lo que es actualmente. Eso provocaría que el agua líquida se congelara y que la vida tal como la conocemos ahora se extinguiera.
- La mayoría de los metales son excelentes conductores térmicos. Sin embargo, el hierro y el acero son conductores relativamente deficientes; conducen apenas el 12% de lo que conduce el cobre.
- El poliestireno es uno de los mejores aislantes térmicos. Conduce sólo el 25% en comparación con la lana en condiciones similares.
- Durante una carrera en un día caluroso, un ciclista profesional evapora tanto como siete litros de agua en tres horas al liberarse del calor generado por esta vigorosa actividad.

El calor es fundamental para nuestra existencia. Nuestro cuerpo debe equilibrar con delicadeza las pérdidas y ganancias de calor para mantenerse dentro del estrecho rango de temperaturas que la vida requiere. Estos equilibrios térmicos son delicados, y cualquier perturbación podría originar graves consecuencias. En una persona, una enfermedad puede alterar el equilibrio térmico y producir escalofríos o fiebre.

Para mantener nuestra salud, nos ejercitamos haciendo trabajo mecánico como levantar pesas o practicar el ciclismo, entre otras actividades. Nuestro cuerpo convierte la energía (potencial química) de los alimentos en trabajo mecánico; sin embargo, este proceso no es perfecto. Esto es, el cuerpo no puede convertir toda la energía de los alimentos en trabajo mecánico —de hecho, sería menos del 20%, dependiendo de qué grupos de músculos realicen el trabajo—. El resto se convierte en calor. Los músculos de las piernas son los más grandes y más eficientes al efectuar trabajo mecánico; por ejemplo, montar bicicleta y correr son procesos relativamente eficientes. Los músculos de los brazos y de los hombros son menos eficientes; por eso, remover la nieve con una pala es un ejercicio de baja eficiencia. El cuerpo debe tener mecanismos especiales de enfriamiento para deshacerse del exceso de calor generado durante el ejercicio intenso. El mecanismo más eficiente para ello es la transpiración o la evaporación del agua. Los corredores de maratón tratan de inducir el enfriamiento y la evaporación echándose agua sobre la cabeza.

En una escala mayor, el calor es muy importante para el ecosistema de nuestro planeta. La temperatura promedio de la Tierra, tan vital para nuestro entorno y la supervivencia de los organismos que lo habitan, se mantiene gracias a un equilibrio por intercambio de calor. Diariamente nos calienta la gran cantidad de energía del Sol que llega a la atmósfera y a la superficie terrestres. Los científicos están preocupados porque una acumulación de gases "de invernadero" —un producto de nuestra sociedad industrial— en la atmósfera eleve considerablemente la temperatura promedio del planeta. Un cambio así podría tener un efecto negativo sobre todos los seres vivos.

En un nivel más práctico, la mayoría de nosotros sabe que hay que tener mucho cuidado al tomar un objeto que haya estado recientemente en contacto con una flama o con otra fuente de calor. Aunque el fondo de cobre de una cacerola de acero sobre la estufa quizás esté muy caliente, el asa de acero de la cacerola sólo estará cálida al tacto. En ocasiones, el contacto directo no es necesario para transmitir el calor; pero, ¿cómo se transfirió el calor? ¿Y por qué el asa de acero no está tan caliente como la cacerola? Usted aprenderá que esto tiene que ver con la conducción térmica. Cada día, enormes cantidades de energía solar llegan a la atmósfera y la superficie de nuestro planeta, y después son radiadas hacia el espacio exterior.

En este capítulo, estudiaremos qué es calor y cómo se mide, y examinaremos los diversos mecanismos por los cuales pasa calor de un objeto a otro. Estos conocimientos nos permitirán explicar muchos fenómenos cotidianos y nos ayudarán a entender la conversión de energía térmica en trabajo mecánico útil.

9.1 Definición y unidades de calor

OBJETIVOS: *a*) Definir calor, *b*) distinguir las distintas unidades de calor y *c*) definir el equivalente mecánico del calor.

Al igual que el trabajo, el calor implica una transferencia de energía. En el siglo XIX, se creía que el calor describía la cantidad de energía que un objeto posee; sin embargo, ello no es así. Más bien, **calor** es el término que usamos para describir un tipo de *transferencia* de energía. Cuando hablamos de "calor" o "energía calorífica", nos referimos a la cantidad de energía que se agrega o se quita a la energía interna total de un objeto, por causa de una diferencia de temperatura.

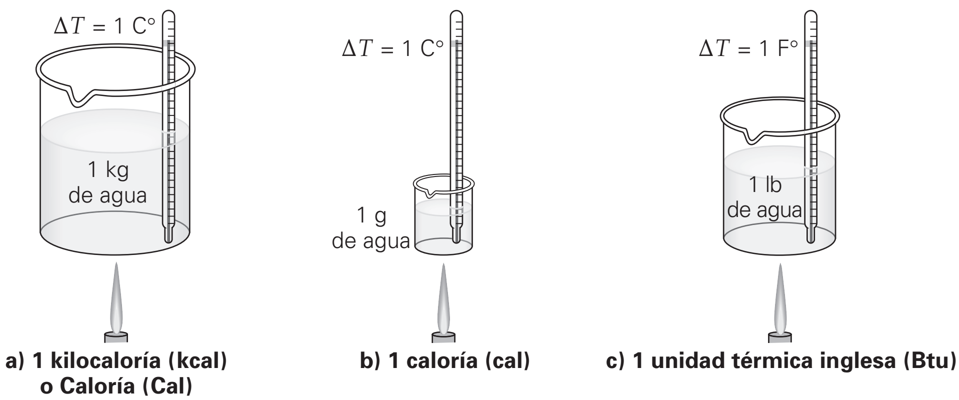
Puesto que el calor es energía *en tránsito*, la medimos en unidades estándar de energía. Como siempre, usaremos unidades SI (el joule), pero también definiremos otras unidades de calor de uso común, como complemento. Una de las principales es la **kilocaloría (kcal)** (▼figura 9.1a):

> Definimos una kilocaloría (kcal) como la cantidad de calor necesaria para elevar la temperatura de 1 kg de agua en 1 C° (de 14.5 a 15.5°C).

(La kilocaloría se conoce técnicamente como "kilocaloría de 15°".) Se especifica el intervalo de temperatura porque la energía requerida varía un poco con la temperatura, aunque dicha variación es tan pequeña que podemos ignorarla.

Para describir las cantidades más pequeñas de calor suele usarse la **caloría (cal)** (1 kcal = 1000 cal). Una caloría es la cantidad de calor necesaria para elevar la temperatura de 1 g de agua en 1 C° (de 14.5 a 15.5°C) (figura 9.1b).

Un uso muy conocido de la unidad mayor, la kilocaloría, es la especificación del contenido energético de los alimentos. En este contexto, la palabra suele abreviarse a *Caloría* (Cal). Quienes siguen una dieta están contando en realidad kilocalorías. Esta cantidad se refiere a la energía que está disponible para convertirse en calor, para realizar movimiento mecánico, para mantener la temperatura del cuerpo o para aumentar la masa corporal. (Véase el ejemplo 9.1.) La C mayúscula distingue a la Caloría-kilogramo, o kilocaloría, de la caloría-gramo, o caloría, más pequeña. A veces se les denomina "Caloría grande" y "caloría pequeña". (En algunos países, se usa el joule para especificar el contenido energético de los alimentos, véase la ▸figura 9.2.)



▶ **FIGURA 9.1 Unidades de calor** ***a)*** Una kilocaloría eleva la temperatura de 1 kg de agua en 1 C°. ***b)*** Una caloría eleva 1 C° la temperatura de 1 g de agua. ***c)*** Una Btu eleva 1 F° la temperatura de 1 lb de agua. (No está a escala.)

Una unidad de calor que a veces se usa en la industria estadounidense es la **unidad térmica inglesa (Btu)**. Una Btu es la cantidad de calor requerida para elevar la temperatura de 1 lb de agua en 1 F° (de 63 a 64°F; figura 9.1c), y 1 Btu = 252 cal = 0.252 kcal. Las especificaciones de los acondicionadores de aire y los calefactores eléctricos a menudo se expresan en Btu por hora, es decir, en tasa de potencia. Por ejemplo, los acondicionadores de aire que se instalan en las ventanas varían entre 4000 y 25 000 Btu/h. Esto especifica la rapidez con que el aparato puede extraer calor.

▲ **FIGURA 9.2** ¡Es un joule! En Australia, las bebidas dietéticas se anuncian como “bajas en joules”. En Alemania, el etiquetado es un poco más específico: “Menos de 4 kilojoules (1 kcal) en 0.3 litros.” Compare este etiquetado con el de las bebidas dietéticas en su país.

El equivalente mecánico del calor

La idea de que el calor es en realidad una transferencia de energía es resultado de los trabajos de muchos científicos. Entre las primeras observaciones se cuentan las efectuadas por Benjamin Thompson (conde de Rumford), 1753-1814, mientras supervisaba el barrenado de cañones en Alemania. Rumford notó que el agua que se introducía en el barreno del cañón (para evitar un sobrecalentamiento al perforar) se evaporaba y tenía que reponerse. La teoría del calor en esa época lo consideraba un “fluido calórico” que fluía de los objetos calientes a los fríos. Rumford efectuó varios experimentos para detectar el “fluido calórico” midiendo cambios en el peso de sustancias calentadas. Puesto que jamás detectó cambios de peso, Rumford concluyó que el trabajo mecánico por fricción era lo que calentaba el agua.

Posteriormente, el científico inglés James Joule demostró cuantitativamente tal conclusión. (En honor a él se denomina así a la unidad de energía; véase la sección 3.6.) Utilizando el dispositivo que se muestra en la ▸figura 9.3, Joule demostró que, cuando se efectuaba cierta cantidad de trabajo mecánico, el agua se calentaba, lo cual se notaba en un aumento de su temperatura. Joule descubrió que, por cada 4186 J de trabajo efectuado, la temperatura del agua aumentaba 1 C° por kg, o bien, que 4186 J equivalía a 1 kcal:

$$1 \text{ kcal} = 4186 \text{ J} = 4.186 \text{ kJ} \quad \text{o bien} \quad 1 \text{ cal} = 4.186 \text{ J}$$

Esta relación se denomina **equivalente mecánico del calor**. El ejemplo 9.1 ilustra un uso cotidiano de estos factores de conversión.

Ejemplo 9.1 ■ A bajar ese pastel de cumpleaños: el equivalente mecánico del calor al rescate

En una fiesta de cumpleaños, una estudiante comió una rebanada de pastel (400 Cal). Para evitar que esa energía se le almacene como grasa, ella asistió a una sesión de ejercicio en bicicleta estacionaria el día siguiente. Este ejercicio requiere que el cuerpo efectúe trabajo con una tasa promedio de 200 watts. ¿Cuánto tiempo deberá pedalear la estudiante para logras su objetivo de “quemar” las Calorías del pastel?

Razonamiento. Potencia es la rapidez con que ella efectúa trabajo, y el watt (W) es la unidad SI (1 W = 1 J/s; sección 3.6). Para calcular el tiempo necesario para efectuar este trabajo, expresamos el contenido energético alimenticio en joules y usamos la definición de potencia promedio, $\bar{P} = W/t$ (trabajo/tiempo).

Solución. El trabajo requerido para “quemar” el contenido energético del pastel es de, al menos, 400 Cal. Hacemos una lista de los datos a la vez que los convertimos a unidades SI. (Recuerde que Cal significa kcal.) Entonces,

Dado: $W = (400 \text{ kcal})\left(\dfrac{4186 \text{ J}}{\text{kcal}}\right) = 1.67 \times 10^6 \text{ J}$

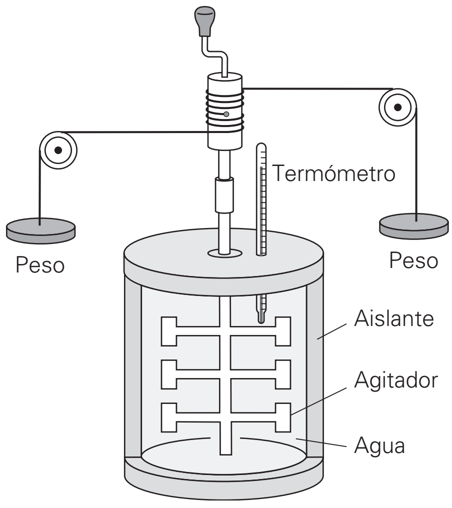
$\bar{P} = 200 \text{ W} = 200 \text{ J/s}$

Encuentre: tiempo t para “quemar” 400 Cal

Reacomodamos la ecuación de la potencia promedio,

$$t = \frac{W}{\bar{P}} = \frac{1.67 \times 10^6 \text{ J}}{200 \text{ J/s}} = 8.35 \times 10^3 \text{ s} = 139 \text{ min} = 2.32 \text{ h}$$

Ejercicio de refuerzo. Si las 400 Cal de este ejemplo se usaran para aumentar la energía potencial gravitacional de la estudiante, ¿a qué altura subiría? (Suponga que su masa es de 60 kg.) (*Las respuestas de todos los Ejercicios de refuerzo se dan al final del libro.*)



▲ **FIGURA 9.3 Aparato de Joule para determinar el equivalente mecánico del calor** Al descender los pesos, las aspas agitan el agua; y la energía mecánica, o trabajo, se convierte en energía calorífica que eleva la temperatura del agua. Por cada 4186 J de trabajo realizado, la temperatura del agua aumenta 1 C° por kilogramo. Por lo tanto, 4186 J equivalen a 1 kcal.

9.2 Calor específico y calorimetría

OBJETIVOS: *a*) Definir calor específico y *b*) explicar cómo se mide el calor específico de materiales por calorimetría.

Calor específico de sólidos y líquidos

En el capítulo 8 vimos que, cuando se agrega calor a un sólido o a un líquido, la energía podría aumentar la energía cinética molecular promedio (cambio de temperatura), y también la energía potencial asociada con los enlaces moleculares. Las distintas sustancias tienen diferentes configuraciones moleculares y patrones de enlace. Por lo tanto, si se añade la misma cantidad de calor a masas iguales de diferentes sustancias, los cambios de temperatura producidos generalmente *no* serán iguales.

La cantidad de calor (Q) necesaria para cambiar la temperatura de una sustancia es proporcional a la masa (m) de la sustancia y al cambio en su temperatura (ΔT). Es decir, $Q \propto m\Delta T$, en forma de ecuación, con una constante de proporcionalidad c,

$$Q = cm\Delta T \qquad \text{o bien} \qquad c = \frac{Q}{m\Delta T} \qquad \textit{calor específico} \qquad (9.1)$$

Aquí, $\Delta T = T_f - T_i$ es el cambio de temperatura del objeto y c es la *capacidad calorífica específica* o **calor específico**. Las unidades SI de calor específico son J/(kg · K) o J/(kg · C°). El calor específico es característico del tipo de sustancia. Así, el calor específico nos da una indicación de la configuración molecular interna y de los enlaces de un material.

Observe que físicamente el calor específico es el calor (transferencia) necesario para elevar (o disminuir) la temperatura de 1 kg de una sustancia en 1 C°. En la tabla 9.1 se da el calor específico de algunas sustancias comunes. El calor específico varía ligeramente con la temperatura; pero a temperaturas normales puede considerarse constante.

Cuanto mayor sea el calor específico de una sustancia, más energía será preciso transferir o quitar (por kilogramo de masa) para cambiar su temperatura en una magnitud dada. Es decir, una sustancia con calor específico alto necesita más calor para un cambio de temperatura y masa, que una con menor calor específico. En la tabla 9.1 ve-

TABLA 9.1 Calor específico de diversas sustancias (sólidos y líquidos) a 20°C y 1 atm

	Calor específico (c)	
Sustancias	J/(kg · C°)	kcal/(kg · C°) o cal/(g · C°)
Sólidos		
Aluminio	920	0.220
Cobre	390	0.0932
Vidrio	840	0.201
Hielo (−10°C)	2100	0.500
Hierro o acero	460	0.110
Plomo	130	0.0311
Suelo (valor promedio)	1050	0.251
Madera (valor promedio)	1680	0.401
Cuerpo humano (valor promedio)	3500	0.84
Líquidos		
Alcohol etílico	2450	0.585
Glicerina	2410	0.576
Mercurio	139	0.0332
Agua (15°C)	4186	1.000
Gases		
Vapor de agua (H_2O)	2000	0.48

mos que los metales tienen calores específicos considerablemente menores que el del agua. Por ello, se requiere poco calor para producir un aumento de temperatura relativamente grande en los objetos metálicos, en comparación con la misma masa de agua.

En comparación con la mayoría de los materiales comunes, el agua tiene un calor específico grande, de 4186 J/(kg · C°) = 1.00 kcal/(kg · C°). Si el lector alguna vez se ha quemado la lengua con una papa al horno o con el queso de una pizza, ha sido víctima del alto calor específico del agua. Estos alimentos tienen un alto contenido de agua y por ello una gran capacidad calorífica, de manera que no se enfrían tan rápido como otros alimentos más secos. El elevado calor específico del agua también es responsable del clima templado que hay en los lugares cercanos a grandes cuerpos de agua. (Véase la sección 9.4 para más detalles.)

Observe que la ecuación 9.1 indica que, cuando hay un aumento de temperatura, ΔT es positivo ($T_f > T_i$) y Q es positivo. Esta condición corresponde a la *adición* de energía a un sistema u objeto. En cambio, ΔT y Q son negativos cuando *se quita* energía a un sistema u objeto. Usaremos esta convención de signos en todo el libro.

Ejemplo 9.2 ■ Cómo eliminar el delicioso pastel de cumpleaños: ¿el calor específico al rescate?

En la fiesta de cumpleaños del ejemplo 9.1, otra estudiante se comió una rebanada de pastel (400 Cal). Para evitar que esta energía se acumule como grasa, decide tomar agua helada a 0°C. Ella piensa que el agua helada ingerida se calentará hasta llegar a su temperatura corporal normal de 37°C y absorberá la energía. ¿Cuánta agua helada tendría que tomar para absorber la energía generada metabolizando el pastel de cumpleaños?

Razonamiento. El calor para subir la temperatura de cierta masa de agua helada de 0 a 37°C es igual a las 400 Cal de energía calórica, metabolizada del pastel de cumpleaños. Puesto que se conocen el calor, el calor específico y el cambio de temperatura del agua helada, calculamos la masa requerida de agua helada usando la ecuación 9.1.

Solución. El calor requerido para calentar el agua helada es de 400 Cal. Se listan los datos y se hace la conversión de unidades al SI. (Recuerde que Cal significa kcal.)

Dado: $Q = (400\ \text{kcal})\left(\dfrac{4186\ \text{J}}{\text{kcal}}\right) = 1.67 \times 10^6\ \text{J}$ *Encuentre:* Masa m de agua para "deshacerse" de 400 Cal

$T_i = 0°\text{C}$

$T_f = 37°\text{C}$

$c = 4.186\ \text{kJ/(kg} \cdot \text{C°)}$ (de la tabla 9.1)

A partir de la ecuación 9.1, $Q = cm\Delta T = cm(T_f - T_i)$. Al despejar m se obtiene

$$m = \frac{Q}{c\Delta T} = \frac{1.67 \times 10^6\ \text{J}}{[4186\ \text{J/(kg} \cdot \text{C°)}](37°\text{C} - 0°\text{C})} = 10.8\ \text{kg}$$

Esta masa de agua ocupa casi 3 galones o 12 L, demasiada para beberse. (¿Puede usted demostrar esto?)

Ejercicio de refuerzo. En este ejemplo, ¿cómo cambiará la respuesta si ella tomara agua helada a una temperatura de 5°C, en vez de 0°C?

Ejemplo integrado 9.3 ■ Clase de cocina 101: estudio de calores específicos al hervir agua

Para preparar pasta, llevamos una olla con agua de la temperatura ambiente (20°C) a su punto de ebullición (100°C). La olla tiene una masa de 0.900 kg, está hecha de acero y contiene 3.00 kg de agua. *a*) ¿Qué de lo siguiente es cierto? 1) La olla requiere más calor que el agua, 2) el agua requiere más calor que la olla o 3) ambas requieren la misma cantidad de calor. *b*) Determine el calor que requieren tanto el agua como la olla, así como la razón Q_{agua}/Q_{olla}.

a) Razonamiento conceptual. El aumento de temperatura es el mismo para el agua y la olla, lo único que determina la diferencia en el calor requerido es el producto de la masa y el calor específico. Hay que calentar 3 kg de agua. Esta masa es más de tres veces mayor que la masa de la olla. Por la tabla 9.1, sabemos que el calor específico del agua es unas nueve veces mayor que el del acero. Por lo tanto, ambos factores indican que el agua requerirá mucho más calor que la olla, así que la respuesta es 2.

(continúa en la siguiente página)

b) Razonamiento cuantitativo y solución. Los calores pueden calcularse con la ecuación 9.1, después de buscar en tablas los calores específicos. Es fácil determinar el cambio de temperatura a partir de los valores inicial y final.
Hacemos una lista de los datos:

Dado:
$m_{olla} = 0.900$ kg
$m_{agua} = 3.00$ kg
$c_{olla} = 460$ J/kg·C° (de la tabla 9.1)
$c_{agua} = 4186$ J/kg·C° (de la tabla 9.1)
$\Delta T = T_f - T_i = 100°C - 20°C = 80$ C°

Encuentre: el calor para el agua y la olla y la razón Q_{agua}/Q_{olla}

En general, la cantidad de calor requerida está dada por $Q = cm\Delta T$. El aumento de temperatura (ΔT) para ambos objetos es de 80 C°. Por lo tanto, el calor requerido para el agua es

$$Q_{agua} = c_{agua} m_{agua} \Delta T_{agua}$$
$$= [4186 \text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{C}°)](3.00 \text{ kg})(80 \text{ C}°) = 1.00 \times 10^6 \text{ J}$$

y el calor requerido para la olla es

$$Q_{olla} = c_{olla} m_{olla} \Delta T_{olla}$$
$$= [460 \text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{C}°)](0.900 \text{ kg})(80 \text{ C}°) = 3.31 \times 10^4 \text{ J}$$

Ya que

$$\frac{Q_{agua}}{Q_{olla}} = \frac{1.00 \times 10^6 \text{ J}}{3.31 \times 10^4 \text{ J}} = 30.2$$

el agua requiere 30 veces más calor, ya que tiene más masa y mayor calor específico.

Ejercicio de refuerzo. *a*) En este ejemplo, si la olla tuviera la misma masa pero fuera de aluminio, ¿habría una razón de calor (agua/olla) menor o mayor que la respuesta con la olla de acero? Explique. *b*) Verifique su respuesta.

Calorimetría

Calorimetría es la técnica de medición cuantitativa de intercambio de calor. Tales mediciones se efectúan con un instrumento llamado *calorímetro*, que por lo general es un recipiente aislado que permite una pérdida de calor mínima al entorno (idealmente, ninguna). En la ◂figura 9.4 se muestra un calorímetro de laboratorio sencillo.

El calor específico de una sustancia se puede determinar midiendo las masas y los cambios de temperatura de los objetos y usando la ecuación 9.1.* Por lo general la incógnita es el calor específico, c. Se coloca una sustancia de masa y temperatura conocidas en una cantidad de agua dentro de un calorímetro. El agua tiene diferente temperatura que la sustancia (generalmente menor). Entonces se aplica el principio de conservación de la energía para determinar c, el calor específico de la sustancia. Este procedimiento se conoce como *método de mezclas*. El ejemplo 9.4 ilustra el uso del procedimiento. Este tipo de problemas de intercambio de calor son sólo cuestión de "contabilidad térmica", donde interviene la conservación de la energía. Si algo pierde calor ($Q < 0$), otro objeto deberá ganar una cantidad igual de calor ($Q > 0$). Esto quiere decir que la suma algebraica de todo el calor transferido debe ser igual a cero, $\Sigma Q_i = 0$, despreciando el intercambio de calor con el ambiente.

▲ **FIGURA 9.4 Dispositivo de calorimetría** El vaso para calorimetría (centro, con anillo negro aislante) entra en el recipiente grande. La tapa con el termómetro y el agitador aparecen a la derecha. Se calientan municiones o trozos de metal en el vaso pequeño (con mango), el cual se inserta en el agujero en la parte superior del generador de vapor que está en el trípode.

Ejemplo 9.4 ■ Calorimetría: el método de mezclas

En el laboratorio de física ciertos estudiantes deben determinar experimentalmente el calor específico del cobre. Calientan 0.150 kg de granalla de cobre hasta 100°C en agua hirviente, la dejan ahí un momento y luego la vierten con cuidado en el vaso de un calorímetro (figura 9.4) que contiene 0.200 kg de agua a 20.0°C. La temperatura final de la mezcla en el vaso es 25.0°C. Si el vaso de aluminio tiene una masa de 0.045 kg, calcule el calor específico del cobre. (Suponga que no hay intercambio de calor con el entorno.)

* En esta sección, en la calorimetría *no* intervendrán cambios de fase, como hielo que se derrite o agua que hierve. Estos efectos se tratarán en la sección 9.3.

Razonamiento. Interviene la conservación de energía calorífica: $\Sigma Q_i = 0$, tomando en cuenta los signos positivo y negativo correctos. En problemas de calorimetría, es importante identificar y rotular todas las cantidades con los signos adecuados. La identificación de pérdidas y ganancias de calor es fundamental. El lector probablemente usará este método en el laboratorio.

Solución. Usaremos los subíndices Cu, agua y Al para referirnos al cobre, al agua y al vaso de aluminio del calorímetro, respectivamente; y los subíndices *h*, *i* y *f* para denotar las temperaturas de la granalla metálica caliente, del agua (y el vaso) que inicialmente están a temperatura ambiente, y la temperatura final del sistema, respectivamente. Con esta notación, tenemos,

Dado: $m_{Cu} = 0.150$ kg

$m_{agua} = 0.200$ kg

$c_{agua} = 4186$ J/(kg·C°) (de la tabla 9.1)

$m_{Al} = 0.0450$ kg

$c_{Al} = 920$ J/(kg·C°) (de la tabla 9.1)

$T_h = 100°C$, $T_i = 20.0°C$ y $T_f = 25.0°C$

Encuentre: c_{Cu} (calor específico)

Si el sistema no pierde calor con el ambiente, su energía total se conservará: $\Sigma Q_i = 0$, y

$$\Sigma Q_i = Q_{agua} + Q_{Al} + Q_{Cu} = 0$$

Sustituimos estos calores en la relación de la ecuación 9.1,

$$c_{agua}m_{agua}\Delta T_{agua} + c_{Al}m_{Al}\Delta T_{Al} + c_{Cu}m_{Cu}\Delta T_{Cu} = 0$$

o bien,

$$c_{agua}m_{agua}(T_f - T_i) + c_{Al}m_{Al}(T_f - T_i) + c_{Cu}m_{Cu}(T_f - T_h) = 0$$

Aquí, el agua y el vaso de aluminio, que inicialmente estaban a T_i, se calientan a T_f, así que $\Delta T_{agua} = \Delta T_{A1} = (T_f - T_i)$; y el cobre que inicialmente estaba a T_h se enfría a T_f, así que $\Delta T_{Cu} = (T_f - T_h)$, que es una cantidad negativa e indica una disminución de temperatura para el cobre. Si despejamos c_{Cu}, obtendremos

$$\begin{aligned} c_{Cu} &= -\frac{(c_{agua}m_{agua} + c_{Al}m_{Al})(T_f - T_i)}{m_{Cu}(T_f - T_h)} \\ &= -\frac{\{[4186\text{ J/(kg}\cdot\text{C°)}](0.200\text{ kg}) + [920\text{ J/(kg}\cdot\text{C°)}](0.0450\text{ kg})\}(25.0°\text{C} - 20.0°\text{C})}{(0.150\text{ kg})(25.0°\text{C} - 100°\text{C})} \\ &= 390\text{ J/(kg}\cdot\text{C°)} \end{aligned}$$

Observe que el uso correcto de los signos produjo una respuesta positiva para c_{Cu}, como debe ser. Por ejemplo, si el término Q_{Cu} de la segunda ecuación no hubiera tenido el signo correcto, la respuesta habría sido negativa: una señal de que hubo un error inicial en el signo.

Ejercicio de refuerzo. En este ejemplo, ¿a qué temperatura final de equilibrio se llegaría si el calorímetro (agua y vaso) hubieran estado inicialmente a 30°C?

Calor específico de gases

Cuando se les agrega o quita calor, la mayoría de los materiales se expanden o se contraen. Durante la expansión, por ejemplo, los materiales efectúan trabajo sobre la atmósfera. Para casi todos los sólidos y líquidos, tal trabajo es insignificante, ya que los cambios de volumen son muy pequeños (capítulo 8) y, por ello, no lo incluimos al analizar el calor específico de sólidos y líquidos.

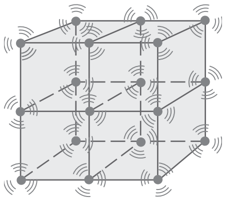
En cambio, la expansión y contracción de los gases *puede* ser significativa. Por ello, es importante especificar las *condiciones* en las que se transfiere calor a un gas. Si se agrega calor a un gas a volumen constante (en un recipiente *rígido*), el gas no efectúa trabajo. (¿Por qué?) En este caso, todo el calor se dedica a aumentar la energía interna del gas y, por ende, a aumentar su temperatura. Por otro lado, si se agrega la misma cantidad de calor a presión constante (un recipiente *no rígido* que permita un cambio de volumen), una porción de calor se convertirá en trabajo al expandirse el gas. Por ello, no todo el calor pasará a la energía interna del gas. Este proceso hace que el cambio de temperatura sea *menor* que durante el proceso a volumen constante.

Para denotar estas cantidades físicas que se mantienen constantes mientras se agrega o quita calor a un gas, usamos una notación de subíndices: c_p significa "calor específico en condiciones de presión (p) constante" y c_v significa "calor específico en condiciones de volumen (v) constante". El calor específico del vapor de agua (H_2O) dado en la tabla 9.1 es el calor específico bajo presión constante (c_p).

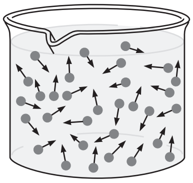
Un importante resultado es que para un gas particular, c_p, siempre es mayor que c_v. Esto es verdad porque para una masa específica de gas, $c \propto Q/\Delta T$. Para un valor dado de Q, ΔT_v será tan grande como sea posible, y c_v será menor que c_p. En otras palabras, $\Delta T_v > \Delta T_p$. Los calores específicos de los gases desempeñan un papel importante en los procesos termodinámicos adiabáticos. (Véase la sección 10.3.)

9.3 Cambios de fase y calor latente

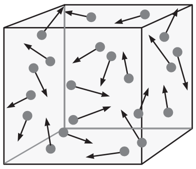
OBJETIVOS: *a*) Comparar y contrastar las tres fases comunes de la materia y *b*) relacionar el calor latente con los cambios de fase.



a) Sólida



b) Líquida



c) Gaseosa

▲ **FIGURA 9.5** Tres fases de la materia ***a)*** Las moléculas de un sólido se mantienen unidas por enlaces; esto hace que el sólido tenga forma y volumen definidos. ***b)*** Las moléculas de un líquido se pueden mover más libremente, por lo que los líquidos tiene volumen definido y adquieren la forma de su recipiente. ***c)*** Las moléculas de un gas interactúan débilmente y están separadas por distancias relativamente grandes; por ello, los gases no tienen forma ni volumen definidos, a menos que estén confinados en un recipiente.

Nota: a veces decimos que sólidos, líquido y gaseoso son los estados de la materia, en vez de las fases; sin embargo, en física el *estado* de un sistema tiene un significado distinto, como veremos en el capítulo 10.

La materia normalmente existe en una de tres *fases*: sólida, líquida o gaseosa (◂figura 9.5). Sin embargo, esta división en tres fases comunes es tan sólo aproximada porque hay otras fases, como la de plasma y la de superconductores. La fase en que una sustancia está depende de su energía interna (que se manifiesta en su temperatura) y de la presión a la que está sometida. No obstante, lo que seguramente se nos ocurre para cambiar la fase de una sustancia es agregarle o quitarle calor.

En la **fase sólida**, las moléculas se mantienen unidas por fuerzas de atracción, o enlaces (figura 9.5a). La adición de calor incrementa el movimiento en torno a las posiciones de equilibrio de las moléculas. Si se añade bastante calor como para que las moléculas tengan la energía suficiente para romper los enlaces intermoleculares, el sólido sufre un cambio de fase y se convierte en líquido. La temperatura a la que se presenta este cambio de fase se denomina **punto de fusión**. La temperatura a la que un líquido se vuelve sólido se denomina **punto de congelación**. En general, estas temperaturas son la misma para una sustancia dada, pero quizás haya una pequeña diferencia.

En la **fase líquida**, las moléculas de una sustancia tienen relativa libertad de movimiento, por lo cual un líquido adquiere la forma de su recipiente (figura 9.5b). En ciertos líquidos, podría haber una estructura localmente ordenada, lo que da origen a cristales líquidos, como los que se utilizan en las pantallas LCD de las calculadoras y las computadoras (véase capítulo 9 de *Física 12*).

La adición de más calor incrementa el movimiento de las moléculas de un líquido. Cuando las moléculas tienen suficiente energía como para separarse, el líquido pasa a la **fase gaseosa (o de vapor)**.* Este cambio podría darse lentamente, por *evaporación* (p. 315), o rápidamente a una temperatura dada llamada **punto de ebullición**. La temperatura a la que un gas se condensa para convertirse en líquido se denomina **punto de condensación**.

Algunos sólidos, como el hielo seco (dióxido de carbono sólido), la naftalina y ciertos aromatizantes, pasan directamente de la fase sólida a la gaseosa a presión estándar. A este proceso se le llama **sublimación**. Al igual que la tasa de evaporación, la tasa de sublimación aumenta con la temperatura. El cambio de fase de gas a sólido se llama *deposición* o *sedimentación*. La escarcha, por ejemplo, es vapor de agua (gas) solidificado que se deposita en el césped, las ventanas de los automóviles y otros objetos. La escarcha *no* es rocío congelado, como algunos considerarían erróneamente.

Calor latente

En general, cuando se transfiere calor a una sustancia, la temperatura de la sustancia aumenta al incrementarse la energía cinética promedio por molécula. Sin embargo, cuando se agrega (o se extrae) calor durante un cambio de fase, la temperatura de la sustancia *no* cambia. Por ejemplo, si se añade calor a cierta cantidad de hielo que está a −10°C, la temperatura del hielo aumenta hasta llegar al punto de fusión (0°C). En este punto, la adición de más calor no elevará la temperatura del hielo, sino que hará que se funda, es decir, que cambie de fase. (El calor debe agregarse lentamente para que el hielo y el agua fundida permanezcan en equilibrio térmico; de otra manera, el agua helada podría calentarse arriba de los 0°C, aun cuando el hielo permaneciera a 0°C.) Sólo hasta que el hielo se ha fundido totalmente, la adición de más calor hará que aumente la temperatu-

* A veces se usan los términos *vapor* y *fase de vapor* como idénticos al término *fase gaseosa*. Estrictamente hablando, *vapor* se refiere a la fase gaseosa de una sustancia en contacto con su fase líquida.

ra del agua. Se presenta una situación similar durante el cambio de fase de líquido a gas en el punto de ebullición. La adición de más calor a agua en ebullición únicamente causa más vaporización. Sólo aumentará la temperatura *después* de que el agua se haya evaporado totalmente, y se producirá *vapor de agua sobrecalentado*.

Nota: tenga en cuenta que el hielo puede estar a temperaturas por debajo de 0°C y el vapor puede estar por arriba de 100°C.

Durante un cambio de fase, el calor se utiliza en romper enlaces y separa moléculas (acrecentando así sus energías potenciales, más que cinéticas), y no en aumentar la temperatura. El calor que interviene en un cambio de fase se denomina **calor latente (*L*)**,* y se define como la magnitud del calor requerido por unidad de masa para inducir un cambio de fase:

$$L = \frac{|Q|}{m} \quad \textit{calor latente} \tag{9.2}$$

donde m es la masa de la sustancia. El calor latente tiene unidades de joules sobre kilogramo (J/kg) en el SI, o kilocalorías sobre kilogramo (kcal/kg).

El calor latente para un cambio de fase de sólido a líquido se denomina **calor latente** *de fusión* (L_f); y el de un cambio de fase de líquido a gas se conoce como **calor latente de vaporización** (L_v). Es común llamar a estas cantidades simplemente *calor de fusión* y *calor de vaporización*. En la tabla 9.2 se presentan los calores latentes de algunas sustancias, junto con sus puntos de fusión y de ebullición. (El calor latente para el cambio de fase de sólido a gas, menos común, se denomina *calor latente de sublimación*, L_s.) Como esperaríamos, el calor latente (en joules por kilogramo) es la cantidad de energía por kilogramo *que se cede* cuando el cambio de fase ocurre en la dirección opuesta, de líquido a sólido o de gas a líquido.

Obtenemos una forma más útil de la ecuación 9.3 si despejamos Q e incluimos un signo más/menos para las dos posibles direcciones de flujo del calor:

$$Q = \pm mL \quad \textit{(signos con calor latente)} \tag{9.3}$$

Esta ecuación resulta más práctica para resolver problemas, ya que en los problemas de calorimetría, por lo general nos interesa aplicar la conservación de la energía en la forma $\Sigma Q_i = 0$. Expresamos de manera explícita el signo (±) porque puede fluir calor hacia (+) o desde (−) el objeto o sistema de interés.

Al resolver problemas de calorimetría con cambios de fase, es muy importante usar el signo correcto, de acuerdo con nuestras convenciones de signo (▼figura 9.6). Por ejemplo, si se está condensando agua, de vapor a gotitas, el agua está perdiendo calor, así que el signo empleado debe ser *menos*.

TABLA 9.2 Temperatura de cambios de fase y calores latentes para diversas sustancias (a 1 atm)

Sustancia	Punto de fusión	L_f J/kg	L_f kcal/kg	Punto de ebullición	L_v J/kg	L_v kcal/kg
Alcohol etílico	−114°C	1.0×10^5	25	78°C	8.5×10^5	204
Oro	1063°C	0.645×10^5	15.4	2660°C	15.8×10^5	377
Helio†	—	—	—	−269°C	0.21×10^5	5
Plomo	328°C	0.25×10^5	5.9	1744°C	8.67×10^5	207
Mercurio	−39°C	0.12×10^5	2.8	357°C	2.7×10^5	65
Nitrógeno	−210°C	0.26×10^5	6.1	−196°C	2.0×10^5	48
Oxígeno	−219°C	0.14×10^5	3.3	−183°C	2.1×10^5	51
Tungsteno	3410°C	1.8×10^5	44	5900°C	48.2×10^5	1150
Agua	0°C	3.33×10^5	80	100°C	22.6×10^5	540

† No es sólido a 1 atm de presión; el punto de fusión es de −272°C a 26 atm.

* La palabra *latente* viene del vocablo del latín que significa "oculto".

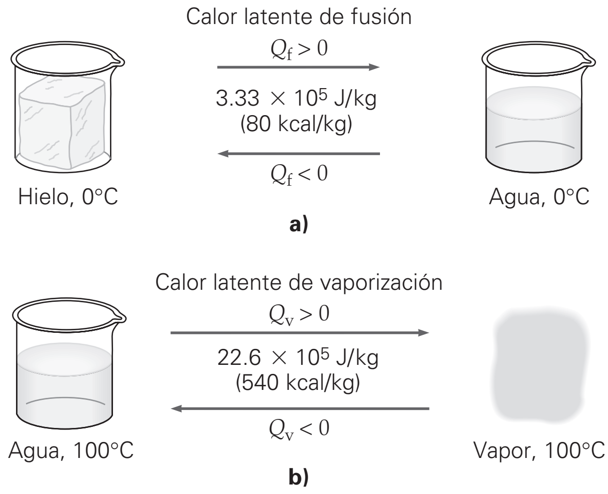


FIGURA 9.6 Cambios de fase y calores latentes ***a)*** A 0°C, deben agregarse 3.33×10^5 J a 1 kg de hielo o eliminarse de 1 kg de agua líquida para cambiar su fase. ***b)*** A 100°C, deben agregarse 22.6×10^5 J a 1 kg de agua líquida o eliminarse de 1 kg de vapor para cambiar su fase.

Sugerencia para resolver problemas

En la sección 9.2 vimos que, si no hay cambios de fase, la expresión del calor, $Q = mc\Delta T$ da automáticamente el signo correcto de Q, por el signo de ΔT. Sin embargo, durante un cambio de fase no hay ΔT, así que *corresponde a quien resuelve el problema elegir el signo correcto*.

En el caso del agua, los calores latentes de fusión y de vaporización son

$$L_f = 3.33 \times 10^5 \text{ J/kg}$$
$$L_v = 22.6 \times 10^5 \text{ J/kg}$$

La siguiente sección Aprenda dibujando, expresada numéricamente en el ejemplo 9.5, muestra explícitamente los dos tipos de términos de calor (específico y latente) que es preciso calcular en la situación general en que un objeto sufra un cambio de temperatura *y* un cambio de fase.

Ejemplo 9.5 ■ De hielo frío a vapor caliente

Se agrega calor a 1.00 kg de hielo frío a −10°C. ¿Cuánto calor se requiere para cambiar el hielo frío a vapor caliente a 110°C?

Razonamiento. Hay cinco pasos por realizar: 1) calentar el hielo a su punto de fusión (calor específico del hielo), 2) fundir el hielo a agua helada a 0°C (calor latente, un cambio de fase), 3) calentar el agua líquida (calor específico del agua líquida), 4) evaporar el agua a 100°C (calor latente, un cambio de fase) y 5) calentar el vapor (calor específico del vapor de agua). La idea clave aquí es que la temperatura no se modifica durante un cambio de fase. [Consulte la sección Aprender dibujando en la página 313.]

Solución.

Dado:

$$\begin{aligned} m &= 1.00 \text{ kg} \\ T_i &= -10°\text{C} \\ T_f &= 110°\text{C} \\ L_f &= 3.33 \times 10^5 \text{ J/kg (de la tabla 9.2)} \\ L_v &= 22.6 \times 10^5 \text{ J/kg (de la tabla 9.2)} \\ c_{\text{hielo}} &= 2100 \text{ J/(kg·C°) (de la tabla 9.1)} \\ c_{\text{agua}} &= 4186 \text{ J/(kg·C°) (de la tabla 9.1)} \\ c_{\text{vapor}} &= 2000 \text{ J/(kg·C°) (de la tabla 9.1)} \end{aligned}$$

Encuentre: Q_{total} (calor total)

(1) $Q_1 = c_{\text{hielo}} m \Delta T_1 = [2100 \text{ J/(kg·C°)}](1.00 \text{ kg})[0°\text{C} - (-10°\text{C})]$ *(calentamiento del hielo)*
$= +2.10 \times 10^4 \text{ J}$

(2) $Q_2 = +mL_v = (1.00 \text{ kg})(3.33 \times 10^5 \text{ J/kg}) = +3.33 \times 10^5 \text{ J}$ *(fusión del hielo)*

(3) $Q_3 = c_{\text{agua}} m \Delta T_2 = [4186 \text{ J/(kg·C°)}](1.00 \text{ kg})(100°\text{C} - 0°\text{C})$ *(calentamiento del agua)*
$= +4.19 \times 10^5 \text{ J}$

(4) $Q_4 = +mL_v = (1.00 \text{ kg})(22.6 \times 10^5 \text{ J/kg}) = +2.26 \times 10^6 \text{ J}$ *(evaporación del agua)*

(5) $Q_5 = c_{\text{vapor}} m \Delta T_3 = [2000 \text{ J/(kg·C°)}](1.00 \text{ kg})(110°\text{C} - 100°\text{C})$ *(calentamiento del vapor)*
$= +2.00 \times 10^4 \text{ J}$

El calor total requerido es

$$Q_{total} = \Sigma Q_i = 2.1 \times 10^4 \text{ J} + 3.33 \times 10^5 \text{ J} + 4.19 \times 10^5 \text{ J} + 2.26 \times 10^6 \text{ J} + 2.00 \times 10^4 \text{ J}$$
$$= 3.05 \times 10^6 \text{ J}$$

El calor latente de vaporización es, por mucho, el mayor. En realidad es mayor que la suma de los otros cuatro términos.

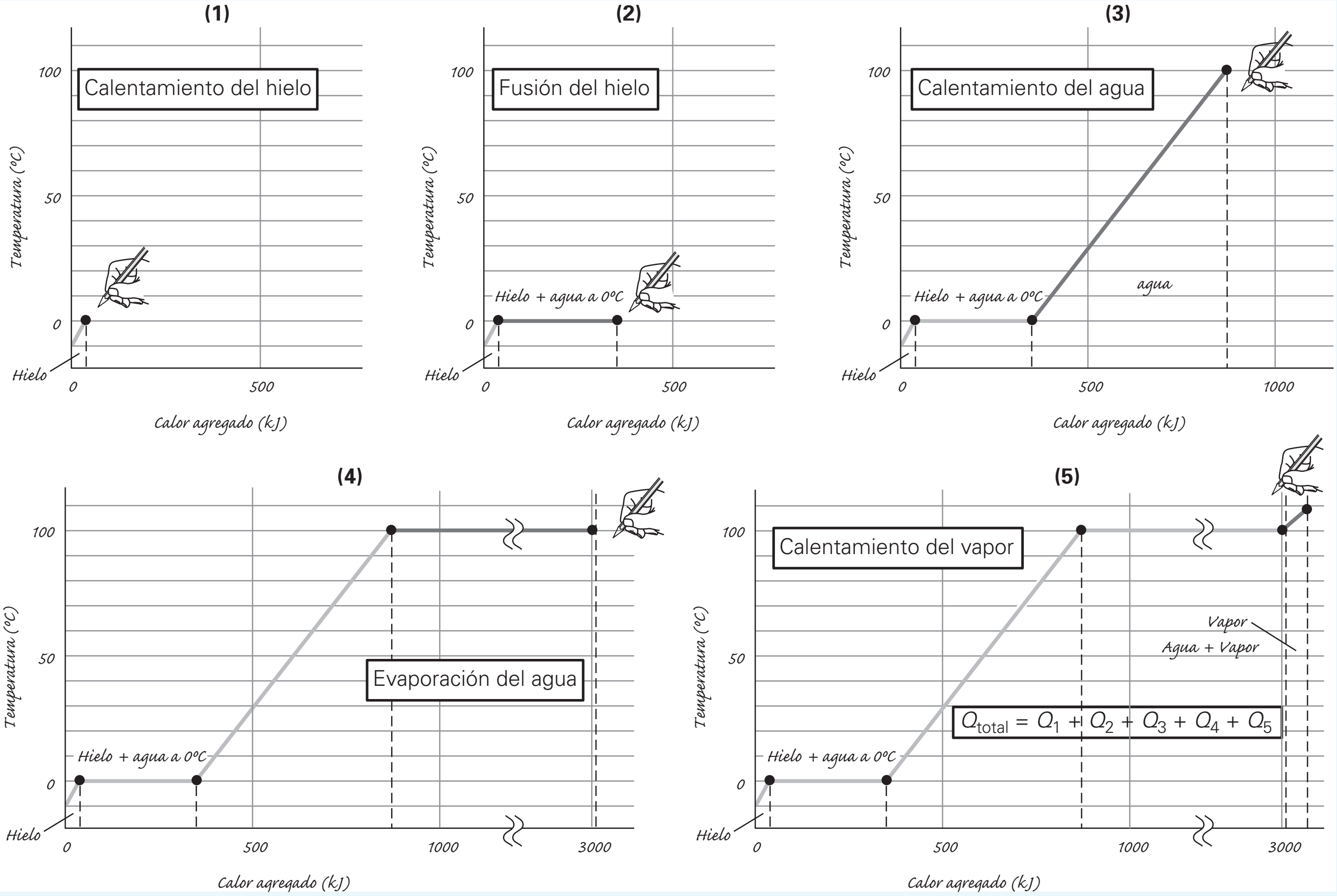
Ejercicio de refuerzo. ¿Cuánto calor debe eliminar un congelador del agua líquida (inicialmente a 20°C) para formar 0.250 kg de hielo a −10°C?

Sugerencia para resolver problemas

Hay que calcular el calor latente en cada cambio de fase. Un error común es usar la ecuación del calor específico con un intervalo de temperatura *que incluye* un cambio de fase. Tampoco debemos suponer que un cambio de fase fue completo sin verificarlo numéricamente. (Véase el ejemplo 9.6.)

APRENDER DIBUJANDO — DE HIELO FRÍO A VAPOR CALIENTE

Resultará útil enfocarse en la fusión y la evaporación del agua de forma gráfica. Para calentar un trozo de hielo frío a −10°C hasta convertirlo en vapor caliente a 110°C, son necesarios cinco cálculos de calor específico y calor latente. (La mayoría de los congeladores están a una temperatura aproximada de −10°C.) En el cambio de fase (0 y 100°C) se agrega calor sin que haya un cambio en la temperatura. Una vez que se completa cada cambio de fase, agregar más calor provoca que la temperatura aumente. No todas las pendientes de las líneas en los dibujos son iguales, lo cual indica que los calores específicos de las diversas fases son diferentes. (¿Por qué diferentes pendientes indican distintos calores específicos?) Los números se tomaron del ejemplo 9.5.



Técnicamente el punto de fusión de 0°C y el punto de ebullición de 100°C del agua ocurren a 1 atm de presión. En general, las temperaturas de cambio de fase varían con la presión. Por ejemplo, el punto de ebullición del agua baja al disminuir la presión. A gran altura, donde la presión atmosférica es menor, el punto de ebullición del agua es más bajo. Por ejemplo, en la cima del pico Pike, en Colorado, que está a una altura de 4300 m, la presión atmosférica es de aproximadamente 0.79 atm y el agua hierve a cerca de 94°C, en vez de a 100°C. Al ser más baja la temperatura, los alimentos tardan más en cocerse. Podemos usar una olla de presión para *reducir* el tiempo de cocción; al aumentar la presión, la olla de presión eleva el punto de ebullición.

El punto de congelación del agua *disminuye* al aumentar la presión. Esta relación inversa sólo es característica de muy pocas sustancias, entre ellas el agua (sección 8.4), que se expanden al congelarse.

Ejemplo 9.6 ■ Calorimetría práctica: uso de cambios de fase para salvar vidas

Los transplantes de órganos se están volviendo algo muy común. En muchos casos, es preciso extirpar un órgano saludable a un donante que falleció y transportarlo en avión a donde está el receptor. Para que el órgano no se deteriore en ese lapso, se le cubre con hielo en un recipiente aislado. Suponga que un hígado tiene una masa de 0.500 kg e inicialmente está a 29°C. El calor específico del hígado humano es de 3500 J/(kg · C°). El hígado está rodeado por 2.00 kg de hielo que inicialmente estaba a −10°C. Calcule la temperatura final de equilibrio.

Razonamiento. Evidentemente, el hígado se enfriará y el hielo se calentará. Sin embargo, no queda claro qué temperatura alcanzará el hielo. Si llega al punto de congelamiento, comenzará a derretirse, y entonces tendremos que considerar un cambio de fase. Si todo el hielo se funde, deberemos considerar además el calor adicional requerido para calentar esa agua a una temperatura superior a 0°C. Por lo tanto, debemos tener cuidado, porque *no podemos* suponer que todo el hielo se funde, ni siquiera que llega a su punto de fusión. Entonces, no podremos escribir la ecuación de calorimetría (conservación de energía) en tanto no hayamos determinado qué términos incluye. Primero necesitamos examinar las *posibles* transferencias de calor. Sólo así podremos determinar la temperatura final.

Solución. Hacemos una lista de los datos y de la información obtenida de tablas,

Dado: $m_l = 0.500$ kg ***Encuentre:*** La temperatura final del sistema

$m_{\text{hielo}} = 2.00$ kg

$c_l = 3500$ J/(kg·C°)

$c_{\text{hielo}} = 2100$ J/(kg·C°) (de la tabla 9.1)

$L_f = 3.33 \times 10^5$ J/(kg·C°) (de la tabla 9.2)

La cantidad de calor requerida para calentar el hielo de −10 a 0°C sería

$$Q_{\text{hielo}} = c_{\text{hielo}} m_{\text{hielo}} \Delta T_{\text{hielo}} = [2100\ \text{J/(kg}\cdot\text{C°)}](2.00\ \text{kg})(+10\ \text{C°}) = +4.20 \times 10^4\ \text{J}$$

Puesto que este calor debe provenir del hígado, es preciso calcular cuánto calor puede obtenerse como *máximo* del hígado, enfriándolo desde 29 hasta 0°C:

$$Q_{l,\text{máx}} = c_l m_l \Delta T_{l,\text{máx}} = [3500\ \text{J/(kg}\cdot\text{C°)}](0.500\ \text{kg})(-29\ \text{C°}) = -5.08 \times 10^4\ \text{J}$$

Esto *es* suficiente para elevar la temperatura del hielo hasta 0°C. Si sólo 4.20×10^4 J de este calor fluye hacia el hielo (llevándolo a 0°C), el hígado no estará aún a 0°C. ¿Qué tanto hielo se derrite? Esto depende de qué tanto calor pueda transferirle el hígado.

¿Cuánto calor adicional (Q') se extraería del hígado si su temperatura bajara a 0°C? Este valor es la cantidad máxima menos el calor que calentó el hielo, es decir,

$$\begin{aligned} Q' &= |Q_{l,\text{máx}}| - 4.20 \times 10^4\ \text{J} \\ &= 5.08 \times 10^4\ \text{J} - 4.20 \times 10^4\ \text{J} = 8.8 \times 10^3\ \text{J} \end{aligned}$$

Vamos a comparar esta cantidad con la magnitud del calor que se necesitaría para fundir totalmente el hielo ($|Q_{\text{fundir}}|$) para decidir si alcanza. El calor requerido para fundir *todo* el hielo es

$$|Q_{\text{fundir}}| = +m_{\text{hielo}} L_{\text{hielo}} = +(2.00\ \text{kg})(3.33 \times 10^5\ \text{J/kg}) = +6.66 \times 10^5\ \text{J}$$

Puesto que esta cantidad de calor es mucho mayor que la que el hígado puede aportar, sólo se funde una parte del hielo. En el proceso, la temperatura del hígado baja a 0°C y el resto del hielo está a 0°C. Puesto que todo en el "calorímetro" está a la misma temperatura, deja de fluir calor, y la temperatura final del sistema es 0°C. Por lo tanto, el resultado final es que el hígado está en un recipiente junto al hielo y algo de agua líquida, todo a 0°C. Puesto que el recipiente está bien aislado, evita el flujo de calor hacia su interior, lo cual elevaría la temperatura del hígado. De manera que se espera que el órgano deberá llegar a su destino en buen estado.

Ejercicio de refuerzo. *a*) En este ejemplo, ¿qué tanto hielo se derrite? *b*) Si el hielo hubiera estado originalmente en su punto de fusión (0°C), ¿qué temperatura de equilibrio se habría alcanzado?

Sugerencia para resolver problemas

Observe que en el ejemplo 9.6 *no* sustituirnos números directamente en la ecuación $\Sigma Q_i = 0$ suponiendo que se funde todo el hielo. De hecho, si lo hubiéramos hecho, habríamos seguido un camino equivocado. En problemas de calorimetría donde *intervienen cambios de fase*, se debe seguir un cuidadoso procedimiento "contable" numérico, paso a paso, hasta que todos los componentes del sistema estén a la misma temperatura. En ese punto, el problema se habrá resuelto, ya que no puede haber más intercambios de calor.

Evaporación

La **evaporación** del agua de un recipiente abierto es relativamente tardada para hacerse evidente. Este fenómeno puede explicarse en términos de la teoría cinética (sección 8.5). Las moléculas de un líquido están en movimiento con diferentes rapideces. Una molécula que se mueve con gran rapidez cerca de la superficie podría abandonar momentáneamente el líquido. Si su velocidad no es muy grande, la molécula volverá al líquido por las fuerzas de atracción que ejercen las otras moléculas. No obstante, habrá ocasiones en que una molécula tenga suficiente rapidez para abandonar definitivamente el líquido. Cuanto más alta sea la temperatura del líquido, más factible será este fenómeno.

Las moléculas que escapan se llevan consigo su energía. Puesto que las moléculas con energía superior al promedio son precisamente las que más posibilidades tienen de escapar, la energía molecular promedio y, por lo tanto, la temperatura del líquido restante, disminuirá. Por ello, *la evaporación es un proceso de enfriamiento* para el objeto del cual escapan las moléculas. Es probable que el lector haya notado este fenómeno al secarse después de tomar un baño o una ducha. En la sección A fondo 9.1, de la página 316, sobre regulación fisiológica de la temperatura corporal se explica más sobre lo anterior.

9.4 Transferencia de calor

OBJETIVOS: *a*) Describir los tres mecanismos de transferencia de calor y *b*) dar ejemplos prácticos de cada uno.

La transferencia de calor es un tema importante y tiene muchas aplicaciones prácticas. El calor puede desplazarse de un lugar a otro por tres mecanismos diferentes: conducción, convección o radiación.

Conducción

Una olla de café en una estufa se mantiene caliente porque se conduce calor desde el quemador a través del fondo de la olla. El proceso de **conducción** es el resultado de interacciones moleculares. Las moléculas de una parte de un objeto que está a una temperatura más alta vibran con mayor rapidez. Esas moléculas chocan contra las moléculas menos energéticas situadas hacia la parte más fría del objeto, y les transfieren una parte de su energía. Así, se transfiere energía por conducción desde una región con temperatura más alta hacia una región con temperatura más baja. Se trata de una transferencia como resultado de una diferencia de temperaturas.

Los sólidos se pueden dividir en dos categorías generales: metales y no metales. Por lo general, los metales son buenos conductores del calor, es decir, son **conductores térmicos**. Los metales tienen un gran número de electrones que pueden moverse libremente (no están unidos de forma permanente a una molécula ni a un átomo en particular). Estos electrones libres (más que la interacción de átomos adyacentes) son los principales responsables de la buena conducción térmica de los metales. Los no metales, como la madera y la tela, tienen un número relativamente pequeño de electrones libres. La ausencia de este mecanismo de transferencia los hace malos conductores del calor, en comparación con los metales. Un mal conductor del calor se denomina **aislante térmico**.

A FONDO 9.1 REGULACIÓN FISIOLÓGICA DE LA TEMPERATURA CORPORAL

Al tener sangre caliente, los seres humanos debemos mantener un estrecho rango de temperatura corporal. (Véase la sección A fondo 8.1, p. 279.) El valor generalmente aceptado para la temperatura corporal normal promedio es de 37.0°C (98.6°F). Sin embargo, la temperatura corporal puede ser tan baja como 35.5°C (96°F) en las primeras horas de la mañana en un día frío, y tan alta como 39.5°C (103°F) cuando se realiza intenso ejercicio en un día caluroso. Para las mujeres, la temperatura corporal en reposo se eleva levemente después de la ovulación, como resultado de un aumento en la hormona progesterona. Esto sirve para predecir en qué día ocurrirá la ovulación en el siguiente ciclo.

Cuando la temperatura ambiente es más baja que la temperatura corporal, el cuerpo pierde calor. Si el cuerpo pierde demasiado calor, un mecanismo circulatorio provoca una reducción del flujo sanguíneo hacia la piel para reducir la pérdida de calor. Una respuesta fisiológica a este mecanismo es tiritar para incrementar la generación de calor (y, por lo tanto, calentar el cuerpo) "quemando" las reservas corporales de carbohidratos o grasas. Si la temperatura corporal desciende por debajo de 33°C (91.4°F), se presenta *hipotermia*, que puede causar severos daños térmicos a los órganos e incluso la muerte.

En el otro extremo, si el cuerpo está sometido a temperaturas ambientales más altas que la temperatura corporal, asociadas con ejercicio intenso, el cuerpo se sobrecalienta. La insolación es una elevación prolongada de la temperatura corporal por encima de los 40°C (104°F). Si el cuerpo se sobrecalienta, los vasos sanguíneos que llegan a la piel se dilatan, llevando más sangre caliente a la piel, y haciendo imposible que el interior del cuerpo y los órganos permanezcan frescos. (La cara de la persona se enrojece.)

Por lo general, la radiación, la conducción, la convección natural (que se explican en la sección 9.4) y posiblemente la escasa evaporación de la transpiración en la piel son suficientes para mantener una pérdida de calor a una tasa que conserva nuestra temperatura corporal en un rango de seguridad. Sin embargo, cuando la temperatura ambiental se eleva demasiado, estos mecanismos no pueden hacer el trabajo de manera plena. Para evitar la insolación, como un último recurso (y el más eficiente), el cuerpo suda copiosamente. La evaporación del agua de nuestra piel elimina una gran cantidad de calor, gracias al gran valor del calor latente de la evaporación del agua.

La evaporación baja la temperatura de la transpiración en nuestro cuerpo, que entonces podrá extraer el calor de la piel y, por lo tanto, enfriar el cuerpo. Se requiere la eliminación de un mínimo de 2.26×10^6 J de calor del cuerpo para evaporar un kilogramo (litro) de agua.* Para el cuerpo de una persona de 75 kg, que está constituido primordialmente de agua, la pérdida de calor por la evaporación de 1 kg de agua podría bajar la temperatura corporal tanto como

$$\Delta T = \frac{Q}{cm} = \frac{2.26 \times 10^6 \text{ J}}{[4186 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{C}°)](75 \text{ kg})} = 7.2 \text{ C}°$$

En una carrera durante un día caluroso, un ciclista profesional podría evaporar hasta 7.0 kg de agua en 3.5 h. Esta pérdida de calor a través del sudor es el mecanismo que hace posible que el cuerpo mantenga su temperatura en un rango de seguridad.

En un día de verano, una persona que se pone de pie frente a un ventilador quizá comente qué "fresco" se siente el aire. Pero el ventilador sólo está soplando el aire caliente de un lugar a otro. El aire se siente fresco porque está relativamente más seco (tiene baja humedad en comparación con el cuerpo sudoroso) y, por lo tanto, su flujo promueve la evaporación, que elimina la energía de calor latente.

* El calor latente real de evaporación de la transpiración es aproximadamente de 2.42×10^6 J (mayor que el valor de 2.26×10^6 J utilizado aquí para una temperatura de 100°C).

En general, la capacidad de una sustancia para conducir calor depende de su fase. Los gases son malos conductores térmicos; sus moléculas están relativamente separadas y por ello los choques son poco frecuentes. Los líquidos y sólidos son mejores conductores térmicos que los gases, ya que sus moléculas están más juntas y pueden interactuar con mayor facilidad.

Por lo general, la conducción de calor se describe cuantitativamente como la *tasa* de flujo de calor *con el tiempo* ($\Delta Q/\Delta t$) en un material para una diferencia de temperatura dada (ΔT), como se ilustra en la ▸figura 9.7. Se ha establecido experimentalmente que la tasa de flujo de calor a través de una sustancia depende de la diferencia de temperatura entre sus fronteras. La conducción de calor también depende del tamaño y la forma del objeto, así como de su composición. En nuestro análisis del flujo de calor, por claridad utilizaremos una plancha uniforme de la sustancia.

Experimentalmente, se ha comprobado que la tasa de flujo de calor ($\Delta Q/\Delta t$ en J/s) a través de una plancha de material es directamente proporcional al área superficial del material (A) y a la diferencia de temperatura en sus extremos, e inversamente proporcional a su espesor (d). Es decir,

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} \propto \frac{A\Delta T}{d}$$

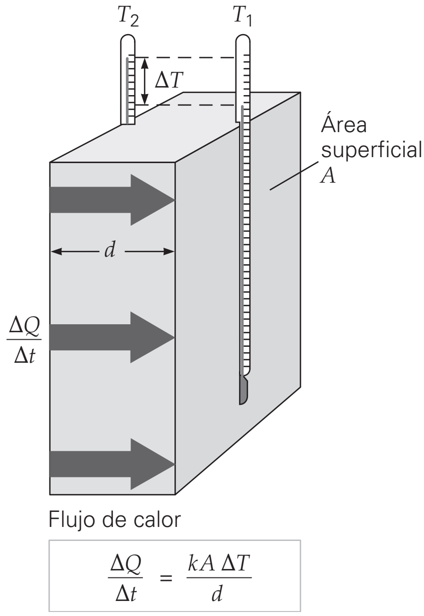
El uso de una constante de proporcionalidad k nos permite escribir la relación en forma de ecuación:

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{kA\Delta T}{d} \quad \textit{(sólo conducción)} \tag{9.4}$$

La constante k, llamada **conductividad térmica**, caracteriza la capacidad de un material para conducir calor y sólo depende del tipo de material. Cuanto mayor sea el valor

TABLA 9.3 Conductividades térmicas de algunas sustancias

Sustancias	*Conductividad térmica, k* J/(m·s·C°) *o* W/(m·C°)	kcal/(m·s·C°)
Metales		
Aluminio	240	5.73×10^{-2}
Cobre	390	9.32×10^{-2}
Hierro y acero	46	1.1×10^{-2}
Plata	420	10×10^{-2}
Líquidos		
Aceite de transformador	0.18	4.3×10^{-5}
Agua	0.57	14×10^{-5}
Gases		
Aire	0.024	0.57×10^{-5}
Hidrógeno	0.17	4.1×10^{-5}
Oxígeno	0.024	0.57×10^{-5}
Otros materiales		
Ladrillo	0.71	17×10^{-5}
Concreto	1.3	31×10^{-5}
Algodón	0.075	1.8×10^{-5}
Aglomerado	0.059	1.4×10^{-5}
Loseta	0.67	16×10^{-5}
Vidrio (típico)	0.84	20×10^{-5}
Lana de vidrio	0.042	1.0×10^{-5}
Plumaje de ganso	0.025	0.59×10^{-5}
Tejidos humanos (promedio)	0.20	4.8×10^{-5}
Hielo	2.2	53×10^{-5}
Espuma de poliestireno	0.042	1.0×10^{-5}
Madera, roble	0.15	3.6×10^{-5}
Madera, pino	0.12	2.9×10^{-5}
Vacío	0	0

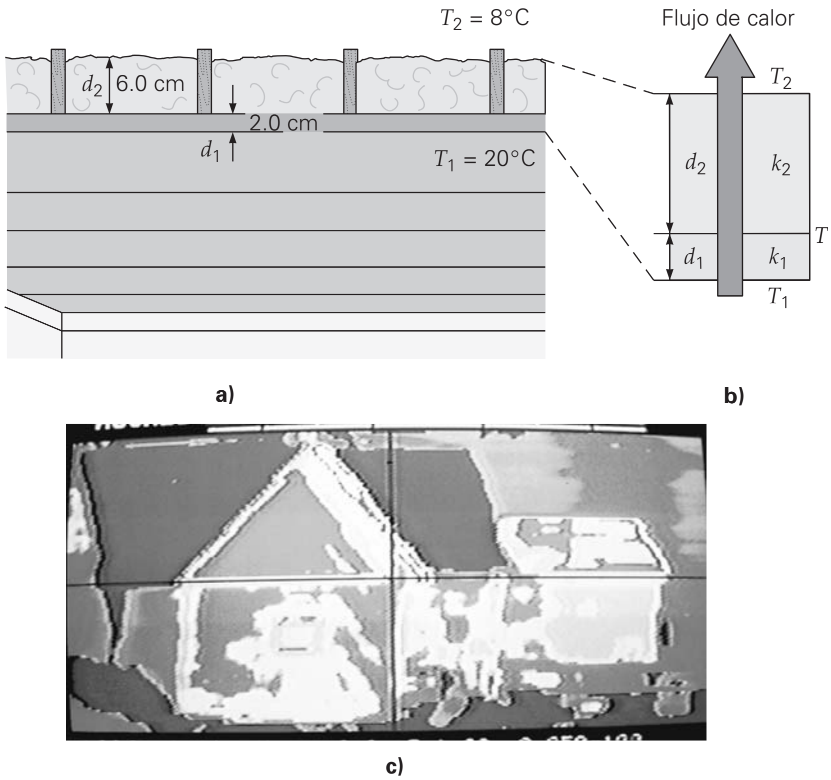


▲ **FIGURA 9.7 Conducción térmica** La conducción de calor se caracteriza por la tasa de flujo de calor con el tiempo ($\Delta Q/\Delta t$) en un material a través del cual hay una diferencia de temperatura de ΔT. En el caso de una plancha de material, $\Delta Q/\Delta t$ es directamente proporcional al área transversal (A) y a la conductividad térmica (k) del material, e inversamente proporcional al espesor de la plancha (d).

▼ **FIGURA 9.8 Ollas con fondo de cobre** La base de algunas ollas y cazuelas de acero inoxidable lleva una capa de cobre. La elevada conductividad térmica de este metal hace que el calor del quemador se distribuya rápida y uniformemente; la baja conductividad térmica del acero inoxidable mantiene el calor en el recipiente en sí y, de esta manera, las asas no están muy calientes al sujetarlas. (La conductividad térmica del acero inoxidable es sólo el 12% de la del cobre.)

de k para un material, más rápidamente conducirá calor, si todos los demás factores permanecen iguales. Las unidades de k son J/(m · s · C°) = W/(m · C°). En la tabla 9.3 se dan las conductividades térmicas de diversas sustancias. Estos valores varían un poco con la temperatura, pero pueden considerarse constantes dentro del intervalo normal de temperaturas.

Comparemos las conductividades térmicas relativamente altas de los buenos conductores térmicos, los metales, con las conductividades térmicas relativamente bajas de algunos buenos aislantes, como la espuma de poliestireno y la madera. Algunas ollas de acero inoxidable tienen un recubrimiento de cobre en su base (▸figura 9.8). Por ser un buen conductor de calor, el cobre promueve la distribución del calor en el fondo del recipiente, y la cocción es más uniforme. En cambio, las espumas de poliestireno son buenos aislantes principalmente porque contienen muchas burbujas de aire, que reducen las pérdidas por conducción y convección (p. 319). Si usted se para descalzo con un pie sobre loseta del piso y con el otro sobre una alfombra, sentirá que la loseta está "más fría" que la alfombra. Sin embargo, tanto la loseta como la alfombra tienen en realidad la misma temperatura. La razón es que la loseta es un mucho mejor conductor térmico, por lo que extrae o conduce calor de su pie mejor que la alfombra, haciendo que usted sienta que la loseta está más fría.



▶ **FIGURA 9.9 Aislantes y conductividad térmica** ***a***), ***b***) Los desvanes deben aislarse para evitar la pérdida de calor por conducción. Véase el ejemplo 9.7 y la sección A fondo 9.2 (página 320): Física, la industria de la construcción y la conservación de la energía. ***c***) Este termograma de una casa nos permite visualizar la pérdida de calor de la casa. El azul representa las áreas donde la tasa de fuga de calor es más baja; el blanco, el rosa y el rojo indican áreas con pérdidas de calor cada vez más alta. (Las áreas rojas tienen la mayor pérdida) ¿Qué recomendaría al dueño de esta casa para ahorrar tanto dinero como energía? Compare esta figura con la figura 9.15. (Véase el pliego a color al final del libro.)

Ejemplo 9.7 ■ Aislamiento térmico: prevención de la pérdida de energía

Una habitación con techo de pino que mide 3.0 m × 5.0 m × 2.0 cm de espesor tiene arriba una capa de lana de vidrio como aislante con un espesor de 6.0 cm (▲figura 9.9a). En un día frío, la temperatura dentro de la habitación, a la altura del techo, es de 20°C, y la temperatura en el desván arriba de la capa aislante es de 8°C. Suponiendo que las temperaturas se mantienen constantes con un flujo constante de calor, ¿cuánta energía ahorra la capa de aislantes en 1 hora? Suponga que sólo hay pérdidas por conducción.

Razonamiento. Tenemos dos materiales, así que deberemos considerar la ecuación 9.4 para dos conductividades térmicas (k) distintas. Queremos determinar $\Delta Q/\Delta t$ para la combinación, de manera obtengamos ΔQ para $\Delta t = 1.0$ h. La situación es un tanto complicada, porque el calor fluye a través de dos materiales. No obstante, sabemos que, si la tasa es constante, *los flujos de calor deben ser iguales a través de los materiales* (¿por qué?). Para calcular la energía ahorrada en 1 hora, tendremos que calcular cuánto calor se conduce en este tiempo con y sin la capa de aislante.

Solución. Después de calcular algunas de las cantidades de la ecuación 9.4 y efectuar conversiones al anotar los datos, tenemos,

Dado:

$$A = 3.0 \text{ m} \times 5.0 \text{ m} = 15 \text{ m}^2$$
$$d_1 = 2.0 \text{ cm} = 0.020 \text{ m}$$
$$d_2 = 6.0 \text{ cm} = 0.060 \text{ m}$$
$$\Delta T = T_1 - T_2 = 20°\text{C} - 8.0°\text{C} = 12 \text{ C°}$$
$$\Delta t = 1.0 \text{ h} = 3.6 \times 10^3 \text{ s}$$
$$\left.\begin{array}{l} k_1 = 0.12 \text{ J/(m·s·C°)(madera, pino)} \\ k_2 = 0.042 \text{ J/(m·s·C°)(lana de vidrio)} \end{array}\right\} \text{(de la tabla 9.3)}$$

Encuentre: energía ahorrada en una hora

(Al resolver problemas en los que se dan muchas cantidades, como éste, es más importante aún rotular todos los datos correctamente.)

Primero, consideremos cuánto calor se perdería en una 1 por conducción a través del techo de madera sin aislante. Puesto que conocemos Δt, podemos reacomodar la ecuación 9.4*

* La ecuación 9.4 puede extenderse a cualquier número de capas o planchas de materiales: $\Delta Q/\Delta t = A(T_2 - T_1)/\Sigma(d_i/k_i)$. (Véase la sección A fondo 9.2 sobre aislantes en la construcción de edificios, p. 320.)

para obtener ΔQ_c (calor conducido a través del techo sólo de madera, suponiendo la misma ΔT):

$$\Delta Q_c = \left(\frac{k_1 A \Delta T}{d_1}\right)\Delta t = \left\{\frac{[0.12\ \text{J}/(\text{m}\cdot\text{s}\cdot\text{C}^\circ)](15\ \text{m}^2)(12\ \text{C}^\circ)}{0.020\ \text{m}}\right\}(3.6\times 10^3\ \text{s}) = 3.9\times 10^6\ \text{J}$$

Ahora necesitamos averiguar cuánto calor se pierde por conducción a través del techo *y* la capa de aislante juntos. Sea T la temperatura en la interfaz de los materiales, y T_2 y T_1, las temperaturas alta y baja (figura 9.9b), respectivamente. Entonces

$$\frac{\Delta Q_1}{\Delta t} = \frac{k_1 A(T_1 - T)}{d_1} \quad \text{y} \quad \frac{\Delta Q_2}{\Delta t} = \frac{k_2 A(T - T_2)}{d_2}$$

No conocemos T, pero si la conducción es constante, las tasas de flujo serán iguales en ambos materiales, es decir, $\Delta Q_1/\Delta t = \Delta Q_2/\Delta t$, o bien,

$$\frac{k_1 A(T_1 - T)}{d_1} = \frac{k_2 A(T - T_2)}{d_2}$$

Las A se cancelan. Ahora despejamos T:

$$\begin{aligned} T &= \frac{k_1 d_2 T_1 + k_2 d_1 T_2}{k_1 d_2 + k_2 d_1} \\ &= \frac{[0.12\ \text{J}/(\text{m}\cdot\text{s}\cdot\text{C}^\circ)](0.060\ \text{m})(20.0^\circ\text{C}) + [0.042\ \text{J}/(\text{m}\cdot\text{s}\cdot\text{C}^\circ)](0.020\ \text{m})(8.0^\circ\text{C})}{[0.12\ \text{J}/(\text{m}\cdot\text{s}\cdot\text{C}^\circ)](0.060\ \text{m}) + [0.042\ \text{J}/(\text{m}\cdot\text{s}\cdot\text{C}^\circ)](0.020\ \text{m})} \\ &= 18.7^\circ\text{C} \end{aligned}$$

Puesto que la tasa de flujo es la misma en la madera y el aislante, podemos calcularla con la expresión para cualquiera de los dos materiales. Usemos la del techo de madera. Hay que tener cuidado de usar la ΔT correcta. La temperatura en la interfaz madera-aislante es 18.7°C, así que,

$$\Delta T_{\text{madera}} = |T_1 - T| = |20^\circ\text{C} - 18.7^\circ\text{C}| = 1.3^\circ\text{C}$$

Por lo tanto, la tasa de flujo de calor es

$$\frac{\Delta Q_1}{\Delta t} = \frac{k_1 A|\Delta T_{\text{madera}}|}{d_1} = \frac{[0.12\ \text{J}/(\text{m}\cdot\text{s}\cdot\text{C}^\circ)](15\ \text{m}^2)(1.3\ \text{C}^\circ)}{0.020\ \text{m}} = 1.2\times 10^2\ \text{J/s (o W)}$$

En 1 hora, la pérdida de calor con aislante instalado es

$$\Delta Q_1 = \frac{\Delta Q_1}{\Delta t}\times \Delta t = (1.2\times 10^2\ \text{J/s})(3600\ \text{s}) = 4.3\times 10^5\ \text{J}$$

Este valor representa una merma en la pérdida de calor de

$$\Delta Q_c - \Delta Q_1 = 3.9\times 10^6\ \text{J} - 4.3\times 10^5\ \text{J} = 3.5\times 10^6\ \text{J}$$

Esta cantidad representa un ahorro de $\dfrac{3.5\times 10^6\ \text{J}}{3.9\times 10^6\ \text{J}}\times(100\%) = 90\%$.

Ejercicio de refuerzo. Verifique que la tasa de flujo de calor sea la misma a través del aislante y a través de la madera (1.2×10^2 J/s) en este ejemplo.

Convección

En general, en comparación con los sólidos, los líquidos y los gases no son buenos conductores térmicos. Sin embargo, la movilidad de las moléculas de los fluidos permite la transferencia de calor por otro proceso: convección. (Tenga en cuenta que un fluido puede ser tanto un líquido como un gas.) La **convección** es transferencia de calor como resultado de una transferencia de masa, que puede ser natural o forzada.

Hay ciclos de *convección natural* en los líquidos y los gases. Por ejemplo, cuando agua fría entra en contacto con un objeto caliente, como el fondo de una olla en una estufa, el objeto transfiere calor por conducción al agua adyacente a la olla. El agua, no obstante, se lleva consigo el calor por convección natural, y se establece un ciclo donde agua de arriba, más fría (y más densa), sustituye al agua tibia (menos densa) que está subiendo. Tales ciclos son importantes en los procesos atmosféricos, como se ilustra en

A FONDO 9.2 FÍSICA, LA INDUSTRIA DE LA CONSTRUCCIÓN Y LA CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA

En las últimas décadas, muchos propietarios de casas en Estados Unidos han descubierto que resulta más económico instalar mejores aislantes. Para cuantificar las propiedades aislantes de diversos materiales, las industrias de los aislantes y de la construcción no usan la conductividad térmica k, sino una magnitud llamada *resistencia térmica*, relacionada con el *recíproco* de k.

Para saber cómo se relacionan estas dos cantidades, considere la ecuación 9.4 reescrita así

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \left(\frac{k}{d}\right) A \Delta T = \left(\frac{1}{R_t}\right) A \Delta T$$

donde la *resistencia térmica* es $R_t = d/k$. Observe que R_t no sólo depende de las propiedades del material (expresadas en la conductividad térmica k), sino también de su espesor d. R_t es una medida de qué tan "resistente" al flujo de calor es la plancha de material.

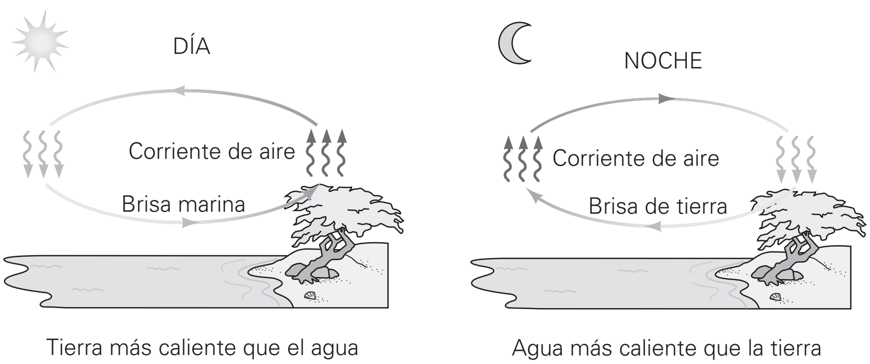
La tasa de flujo de calor es proporcional al área del material y a la diferencia de temperatura. Una mayor área implica más calor conducido y, desde luego, las diferencias de temperatura son la causa fundamental del flujo de calor en el primer lugar. Sin embargo, hay que observar también que la tasa de flujo de calor $\Delta Q/\Delta t$ tiene una relación inversa con la resistencia térmica: una mayor resistencia implica un menor flujo de calor. Mayor resistencia tiene que ver con el uso de material *más grueso* con una conductividad *baja*.

Para el propietario, la lección es evidente. Si quiere reducir el flujo de calor (y, por lo tanto, la pérdida de energía en el invierno y la ganancia de calor en el verano), deberá reducir las áreas de baja resistencia térmica, como las ventanas, o al menos deberá aumentar su resistencia cambiando a vidrios dobles o triples. Esto también es válido para las paredes, cuya resistencia térmica puede aumentarse agregando o mejorando los aislantes. Por último, sería fundamental modificar los requisitos en cuanto a temperatura interior (cambiar $\Delta T = |T_{\text{exterior}} - T_{\text{interior}}|$). En verano, se debe ajustar el termostato del aire acondicionado a una temperatura más alta (disminuyendo ΔT al aumentar T_{interior}); y en invierno, se debe bajar el ajuste del termostato del sistema de calefacción (disminuyendo ΔT al reducir T_{interior}).

Los aislantes y los materiales de construcción se clasifican según su "valor R", es decir, su resistencia térmica. En Estados Unidos, las unidades de R_t son $\text{ft}^2 \cdot \text{h} \cdot \text{F}°/\text{Btu}$. Si bien estas unidades no parecen fáciles de manejar, lo importante es que son proporcionales a la resistencia térmica del material. Así, un aislante para pared con un valor de R-31 (lo cual significa $R_t = 31\ \text{ft}^2 \cdot \text{h} \cdot \text{F}°/\text{Btu}$) es aproximadamente 1.6 veces (o bien, 31/19) menos conductor que un aislante con un valor de R-19. En la imagen de la figura 1 podemos comparar diversos tipos de aislantes.

FIGURA 1 Diferencias de valor R Para mantas de aislante hechas con el mismo material, los valores R son proporcionales al espesor del material.

la ▼figura 9.10. Durante el día, el suelo se calienta más rápidamente que los grandes cuerpos de agua, como quizá habrá usted notado cuando fue a la playa. Este fenómeno ocurre porque el agua tiene mayor calor específico que la tierra y también porque las corrientes de convección dispersan el calor absorbido en el gran volumen de agua. El aire en contacto con el suelo cálido se calienta y se expande, lo cual lo hace menos denso. Por ello, el aire caliente se eleva (corrientes de aire), para ocupar el espacio, otras masas de aire (vientos) se mueven horizontalmente y crean la brisa marina que sentimos cerca de los cuerpos grandes de agua. El aire más frío desciende y se establece un ciclo de convección térmica que transfiere calor desde la tierra. Durante la noche, el suelo pierde su calor más rápidamente que el agua, y la superficie del agua está más caliente que la tierra. El resultado es que el ciclo se invierte. Puesto que las corrientes de chorro predominantes sobre el Hemisferio Norte son básicamente de oeste a este, las regiones costeras occidentales por lo general tienen climas más templados que las



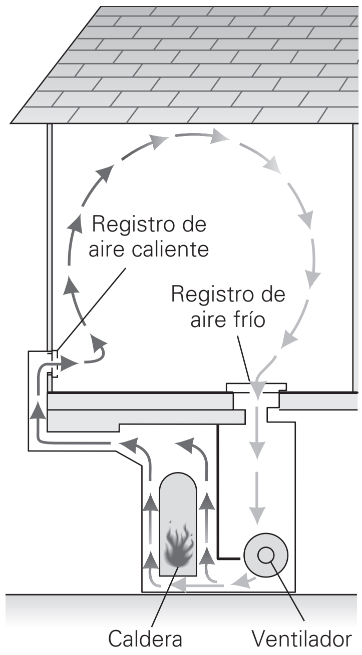
▶ **FIGURA 9.10 Ciclos de convección** Durante el día, los ciclos de convección naturales dan pie a brisas marinas cerca de grandes cuerpos de agua. De noche, se invierte el patrón de circulación, y soplan brisas de tierra. Las diferencias de temperatura entre la tierra y el agua son resultado de la diferencia entre sus calores específicos. El agua tiene un calor específico mucho mayor, por lo que la tierra se calienta con mucha mayor rapidez durante el día. De noche, la tierra se enfría más rápidamente, mientras que el agua conserva más tiempo el calor, gracias a su mayor calor específico.

regiones costeras orientales. Los vientos mueven el aire oceánico con temperatura más constante hacia la costa oriental. En pequeña escala por lo general hay menores fluctuaciones de temperatura en la costa oeste que unas cuantas millas tierra adentro, donde predominan las condiciones desérticas.

En la *convección forzada*, el fluido se mueve mecánicamente. Esta condición produce transferencia sin que haya diferencia de temperatura. De hecho, podemos transferir energía calorífica de una región de baja temperatura a una de alta temperatura, como en un refrigerador, en el que la convección forzada de flujo enfriador saca energía del interior del aparato. (El refrigerante en circulación transporta energía calorífica del interior del refrigerador y lo cede al entorno, como veremos en la sección 10.5.)

Otros ejemplos comunes de convección forzada son los sistemas domésticos de calefacción por aire forzado (▸figura 9.11), el sistema circulatorio humano y el sistema de enfriamiento del motor de un automóvil. El cuerpo humano no usa toda la energía que obtiene de los alimentos; se pierde una buena cantidad en forma de calor. (Por lo regular hay una diferencia de temperatura entre el cuerpo y su entorno.) Para mantener la temperatura del cuerpo en su nivel normal, la energía calorífica generada internamente se transfiere a la piel por circulación sanguínea. De la piel, la energía se conduce al aire o se pierde por radiación (el otro mecanismo de transferencia de calor, que veremos más adelante). Este sistema circulatorio es altamente ajustable; el flujo sanguíneo puede incrementarse o disminuir para áreas específicas de acuerdo con los requerimientos.

Agua o algún otro refrigerante circula (se bombea) por el sistema de enfriamiento de la mayoría de los automóviles. (Algunos motores más pequeños se enfrían con aire.) El refrigerante lleva el calor del motor al radiador (una forma de *intercambiador de calor*), de donde se lo lleva el flujo forzado de aire producido por el ventilador y el movimiento del automóvil. El nombre *radiador* es engañoso: casi todo el calor se disipa por convección forzada, no por radiación.



▲ **FIGURA 9.11 Convección forzada** Las casas generalmente se calientan por convección forzada. Registros o rejas en los pisos o paredes permiten que entre aire calentado y que el aire frío vuelva a la fuente de calor. (¿Puede usted explicar por qué los registros están cerca del piso?) En las casas viejas, agua caliente fluye por tuberías instaladas a lo largo de la base de las paredes, y la convección natural distribuye el calor verticalmente hacia arriba.

Ejemplo conceptual 9.8 ■ Aislante de espuma: ¿mejor que el aire?

Es común inyectar aislante de espuma de polímero en el espacio entre las paredes interior y exterior de una casa. Puesto que el aire es mejor aislante térmico que la espuma, ¿por qué se necesita el aislante de espuma? *a*) Para evitar pérdida de calor por conducción, *b*) para evitar pérdida de calor por convección o *c*) para hacer la pared a prueba de fuego.

Razonamiento y respuesta. Las espumas de polímero suelen ser combustibles, así que *c* no será la respuesta. El aire es mal conductor térmico, peor incluso que la espuma de polímero (véase la tabla 9.3), así que la respuesta no puede ser *a*. Sin embargo, al ser un gas, el aire está sujeto a convección en *el espacio entre las paredes*. En invierno, el aire cercano a la pared interior, más caliente, se calienta y sube, estableciendo así dentro del espacio un ciclo de convección que transfiere calor a la fría pared exterior. En verano, con aire acondicionado, se invierte el ciclo de pérdida de calor. La espuma bloquea el movimiento del aire y por ende detiene los ciclos de convección. Por lo tanto, la respuesta es *b*.

Ejercicio de refuerzo. La ropa interior y las frazadas térmicas tienen un tejido abierto con muchos agujeros pequeños. ¿No serían más eficaces si el material fuera más espeso?

Radiación

La conducción y la convección requieren algún material como medio de transporte. El tercer mecanismo de transferencia de calor no requiere un medio; se llama **radiación**, y se refiere a la transferencia de energía por ondas electromagnéticas (capítulo 6 de *Física 12*). El calor del Sol llega a la Tierra por radiación, cruzando el espacio vacío. La luz visible y otras formas de radiación electromagnética se conocen como *energía radiante*.

Seguramente usted ha experimentado transferencia de calor por radiación si se ha parado frente a una fogata (▾figura 9.12a). Se puede sentir el calor en las manos destapadas y el rostro. Esta transferencia de calor no se debe a convección ni a conducción, porque el aire calentado asciende y es mal conductor. El material ardiente emite radiación visible, pero casi todo el efecto de calentamiento proviene de la **radiación infrarroja** invisible emitida por las brasas. Sentimos esta radiación porque la absorben las moléculas de agua de nuestra piel. (Los tejidos corporales contienen cerca de 85% de agua.) La molécula de agua tiene una vibración interna cuya frecuencia coincide con la de la radiación infrarroja y, por lo tanto, esa radiación se absorbe fácilmente. (Este efecto se denomina *absorción por resonancia*. La onda electromagnética impulsa la

Nota: la resonancia se estudia en la sección 11.5.

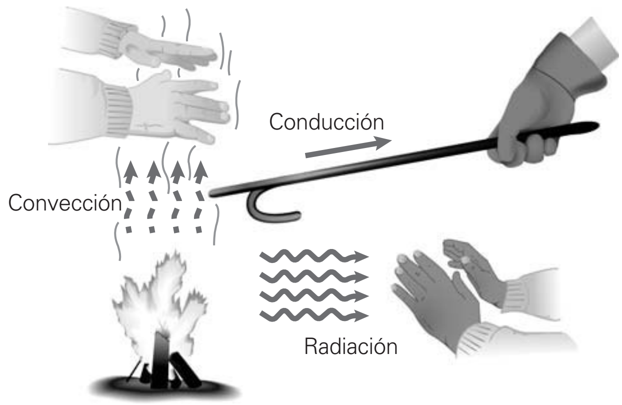


FIGURA 9.12 Calentamiento por conducción, convección y radiación Las manos arriba de las llamas se calientan por la convección de aire caliente que sube (y por algo de radiación). La mano con guante se calienta por conducción. Las manos a la derecha de la flama se calientan por radiación.

FIGURA 9.13 Una aplicación práctica de la transferencia de calor por radiación Una tetera tibetana se calienta enfocando la luz solar con un reflector metálico.

vibración molecular y se transfiere energía a la molécula, de forma parecida a cuando empujamos un columpio.) La transferencia de calor por radiación puede desempeñar un papel práctico en la vida cotidiana (figura 9.13).

A veces se describe la radiación infrarroja como "rayos de calor". Quizás usted haya visto las lámparas de infrarrojo que se usan para mantener la comida caliente en algunas cafeterías. La transferencia de calor por radiación infrarroja también es importante para mantener la calidez del planeta, por un mecanismo llamado *efecto invernadero*. Este importante tema ecológico se trata en la sección A fondo 9.3 de la p. 324 sobre el efecto invernadero.

Aunque la radiación infrarroja es invisible para el ojo humano, se le puede detectar usando otros medios. Los detectores infrarrojos miden la temperatura a distancia (figura 9.14). También hay cámaras que usan una película especial sensible al infrarrojo. Una imagen captada en esa película consiste en áreas claras y oscuras contrastantes, que corresponden a regiones de alta y baja temperaturas, respectivamente. En la industria y la medicina se usan instrumentos especiales que aplican esta técnica de *termografía*; las imágenes que producen se llaman *termogramas* (figura 9.15).

Una nueva aplicación de los termogramas es en el área de la seguridad. El sistema consiste en una cámara de infrarrojo y una computadora que identifica individuos con base en el patrón de calor único que emiten los vasos sanguíneos del rostro. La cámara fotografía la radiación del rostro de una persona y compara la imagen con una previamente almacenada en la memoria de la computadora.

Se ha comprobado que la rapidez con la que un objeto irradia energía es proporcional a la cuarta potencia de la temperatura absoluta del objeto (T^4). Esta relación se expresa en una ecuación llamada **ley de Stefan**:

$$P = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \sigma A e T^4 \quad \textit{(sólo radiación)} \tag{9.5}$$

FIGURA 9.14 Detección del SARS Durante el brote del síndrome respiratorio agudo severo (SARS) registrado en 2003, se utilizaron termómetros de rayos infrarrojos para medir la temperatura corporal.

donde P es la potencia radiada en watts (W) o en joules sobre segundo (J/s). A es el área superficial del objeto y T es la temperatura en la escala Kelvin. El símbolo σ (la letra griega sigma) es la *constante de Stefan-Boltzmann:* $\sigma = 5.67 \times 10^{8}\ \mathrm{W/(m^2 \cdot K^4)}$. La **emisividad** ($e$) es un número adimensional entre 0 y 1 característico del material. Las superficies oscuras tienen una emisividad cercana a 1; mientras que las brillantes tienen una emisividad cercana a 0. La emisividad de la piel humana es de aproximadamente 0.70.

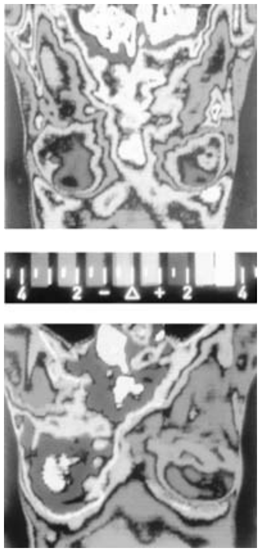
Las superficies oscuras no sólo son mejores emisoras de radiación; también son buenas absorbedoras. Esto es razonable porque, para mantener una temperatura constante, la energía incidente absorbida debe ser igual a la energía emitida. *Por lo tanto, un buen absorbedor es también un buen emisor.* Un absorbedor (y emisor) ideal, o perfecto, se denomina **cuerpo negro** ($e = 1.0$). Las superficies brillantes son malas absorbedoras, ya que casi toda la radiación incidente se refleja. La ▼figura 9.16 ilustra lo fácil que es demostrar este hecho. (¿Entiende el lector por qué es mejor usar ropa de colores claros en verano y de colores oscuros en invierno?)

Cuando un objeto está en equilibrio térmico con su entorno, su temperatura es constante; por lo tanto, deberá estar emitiendo y absorbiendo radiación con la misma rapidez. Pero si la temperatura del objeto y la de su entorno son distintas, habrá un flujo neto de energía radiante. Si un objeto está a una temperatura T y su entorno está a una temperatura T_s, la tasa neta de ganancia o pérdida de energía por unidad de tiempo (potencia) está dada por

$$P_{\text{neta}} = \sigma A e (T_s^4 - T^4) \tag{9.6}$$

Note que si T_s es menor que T, entonces P (que es $\Delta Q/\Delta t$) será negativa, lo que indica una pérdida neta de energía, en congruencia con nuestra convención de signo para el flujo de calor. Hay que tener presente que las temperaturas empleadas para calcular potencia radiada son las temperaturas absolutas en kelvins.

En el capítulo 10 definimos el calor como la transferencia neta de energía térmica debida a una diferencia de temperatura. La palabra *neta* aquí es importante. Es posible tener transferencia de energía entre un objeto y su entorno, o entre objetos, a la misma temperatura. Cabe señalar que, si $T_s = T$ (es decir, si no hay diferencia de temperatura), hay un intercambio continuo de energía radiante (se sigue cumpliendo la ecuación 9.6), pero *no* hay un cambio neto de energía interna del objeto.



▲ **FIGURA 9.15 Termografía aplicada** Se pueden usar termogramas para detectar cáncer de mama porque las regiones con tumores tienen una temperatura superior a la normal. La fotografía superior muestra un termograma de una mujer sin cáncer de mama. La fotografía inferior corresponde a una mujer con cáncer de mama. Los "puntos calientes" de esta imagen indican al médico dónde está el cáncer. (Véase el pliego a color al final del libro.)

Ejemplo 9.9 ■ Calor corporal: transferencia de energía radiante

Suponga que su piel tiene una emisividad de 0.70, una temperatura de 34°C y una área total de 1.5 m². ¿Cuánta energía neta por segundo radiará esta área de su piel si la temperatura ambiente es de 20°C?

Razonamiento. Nos dan todo para calcular P_{neta} con la ecuación 9.6. La transferencia neta de energía radiante se efectúa entre la piel y el entorno. Recuerde que debe trabajar en kelvins.

Solución.

Dado: $T_s = 20°\mathrm{C} + 273 = 293\ \mathrm{K}$
$T = 34°\mathrm{C} + 273 = 307\ \mathrm{K}$
$e = 0.70$
$A = 1.5\ \mathrm{m^2}$
$\sigma = 5.67 \times 10^{-8}\ \mathrm{W/(m^2 \cdot K^4)}$(conocido)

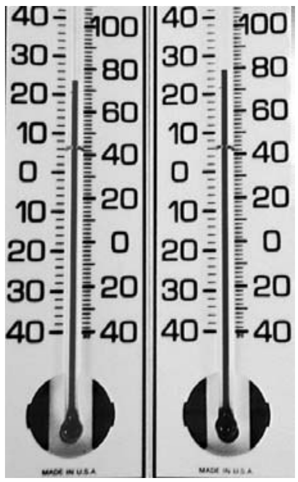
Encuentre: P_{neta} (potencia neta)

Usamos directamente la ecuación 9.6 y obtenemos

$$\begin{aligned} P_{\text{neta}} &= \sigma A e (T_s^4 - T^4) \\ &= [5.67 \times 10^{-8}\ \mathrm{W/(m^2 \cdot K^4)}](1.5\ \mathrm{m^2})(0.70)[(293\ \mathrm{K})^4 - (307\ \mathrm{K})^4] \\ &= -90\ \mathrm{W}\ (\text{o } -90\ \mathrm{J/s}) \end{aligned}$$

Así, cada segundo se irradian o pierden (como indica el valor negativo) 90 J de energía. Esto es, ¡el cuerpo humano pierde calor con una rapidez que es cercana a la de una bombilla de luz de 100 W! De manera que no se sorprenda cuando una habitación llena de gente se empiece a calentar.

Ejercicio de refuerzo. *a*) En este ejemplo, suponga que la piel se expuso a una temperatura ambiente de sólo 10°C. Calcule la tasa de pérdida de calor. *b*) Los elefantes tienen una masa corporal enorme e ingieren a diario grandes cantidades de calorías como alimentos. ¿Puede explicar el lector cómo sus enormes y planas orejas (de gran área superficial) podrían ayudarles a estabilizar su temperatura corporal?



▲ **FIGURA 9.16 Buen absorbedor** Los objetos negros generalmente son buenos absorbedores de radiación. El bulbo del termómetro de la derecha se ha pintado de negro. Observe la diferencia en las lecturas de temperatura.

A FONDO 9.3 EL EFECTO INVERNADERO

El *efecto invernadero* ayuda a regular la temperatura promedio a largo plazo de la Tierra, que ha sido relativamente constante durante algunos siglos. Gracias a este fenómeno, una porción de la radiación solar (visible en su mayoría) que recibimos llega a la superficie del planeta y lo calienta. La Tierra, a la vez, vuelve a radiar energía en forma de radiación infrarroja (IR). El equilibrio entre absorción y radiación es un importante factor en la estabilización de la temperatura terrestre.

Este equilibrio se ve afectado por la concentración de gases de *invernadero* —primordialmente vapor de agua, dióxido de carbono (CO_2) y metano— en la atmósfera. Cuando la radiación infrarroja que la Tierra irradia atraviesa la atmósfera, los gases de invernadero la absorben parcialmente. Estos gases son absorbedores selectivos: absorben radiación de ciertas longitudes de onda (IR) pero no de otras (figura 1a).

Si se absorbe radiación IR, la atmósfera se calienta y por consiguiente se calienta la Tierra. Si la atmósfera no absorbiera la radiación IR, la vida en la Tierra no sería posible, ya que la temperatura superficial promedio sería muy fría: −18°C , en vez de los actuales 15°C.

¿Por qué se llama *efecto invernadero* a este fenómeno? El motivo es que la atmósfera funciona como el vidrio de los invernaderos. Es decir, las propiedades de absorción y transmisión del vidrio son similares a las de los gases de invernadero de la atmósfera: en general, la radiación visible se transmite, pero la radiación infrarroja se absorbe selectivamente (figura 1b). Todos hemos observado el efecto calefactor de luz solar que pasa por vidrio, por ejemplo, en un automóvil cerrado en un día soleado pero frío. De forma similar, un invernadero se calienta porque absorbe luz solar y atrapa la radiación infrarroja que se vuelve a radiar. Por ello, el interior es cálido en un día soleado, incluso durante el invierno. (Las paredes y el techo de vidrio también evitan que el aire caliente escape hacia arriba. En la práctica, esta eliminación de la pérdida de calor por convección es el principal factor para el mantenimiento de una temperatura elevada en un invernadero.)

El problema es que, en la Tierra, las actividades humanas desde el inicio de la Revolución Industrial han acentuado el calentamiento de invernadero. Al quemarse combustibles de hidrocarburos (gas, petróleo, carbón, etc.) para calefacción y procesos industriales, se descargan a la atmósfera enormes cantidades de CO_2 y otros gases de invernadero, donde podrían atrapar cada vez más radiación IR. Hay preocupación por el resultado de que esta tendencia vaya a ser —o de hecho ya sea— un *calentamiento global*: un aumento en la temperatura promedio de la Tierra que podría afectar drásticamente el entorno. Por ejemplo, se alteraría el clima en muchas regiones del planeta, y sería muy difícil predecir los efectos sobre la producción agrícola y el abasto mundial de alimentos. Un aumento general de la temperatura podría hacer que se derritan parcialmente los casquetes polares de hielo. De manera que el nivel del mar subiría, inundando las regiones bajas y poniendo en peligro los puertos y centros de población costeros.

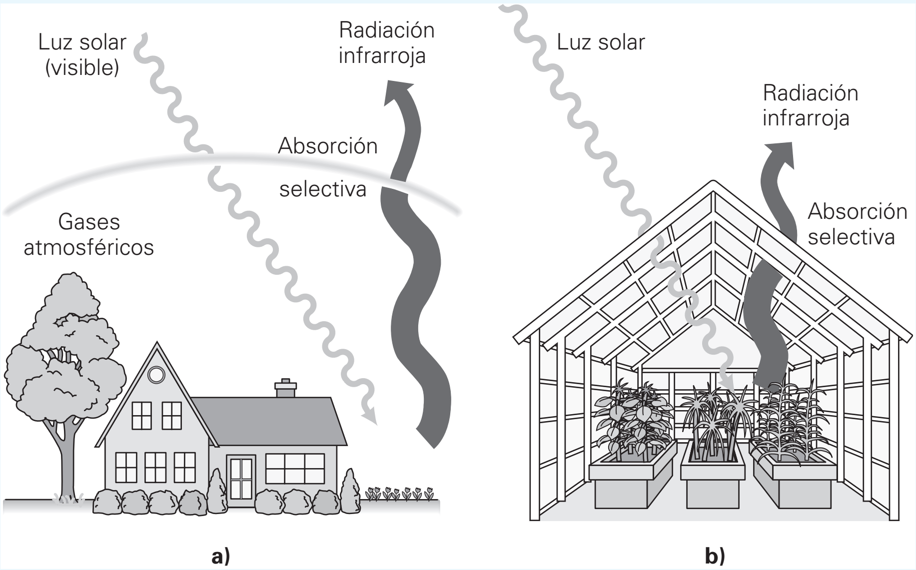


FIGURA 1 El efecto invernadero
a) Los gases de invernadero de la atmósfera, principalmente vapor de agua, metano y dióxido de carbono, son absorbedores selectivos con propiedades de absorción similares al vidrio que se usa en los invernaderos. La luz visible se transmite y calienta la superficie terrestre; mientras que una parte de la radiación infrarroja que se retransmite se absorbe en la atmósfera y queda atrapada en ella. ***b)*** Los invernaderos operan de forma similar.

Sugerencia para resolver problemas

Observe que en el ejemplo 9.9 vemos que primero se calcularon las cuartas potencias de las temperaturas y luego se obtuvo su diferencia. No es correcto calcular primero la diferencia de temperaturas y elevarla luego a la cuarta potencia: $T_s^4 - T^4 \neq (T_s - T)^4$.

Consideremos un ejemplo práctico de transferencia de calor que se está volviendo cada vez más común a medida de que se incrementan los costos de la energía: los paneles solares.

Ejemplo conceptual 9.10 ■ Paneles solares: reducción de la transferencia de calor

Se usan paneles solares para recolectar energía solar y calentar agua con ella, la cual es útil para calentar una casa durante la noche. El interior de los paneles es negro (¿por qué?) y por él corren las tuberías que llevan el agua. Los paneles tienen una tapa de vidrio. Sin embargo, el vidrio ordinario absorbe la mayor parte de la radiación ultravioleta del Sol. Esta absorción reduce el efecto de calentamiento. ¿No sería mejor no tapar los paneles con vidrio?

Razonamiento y respuesta. El vidrio absorbe algo de energía, pero tiene un propósito útil y ahorra mucho más energía de la que absorbe. Al calentarse el interior negro y las tuberías del panel, podría haber pérdida de calor por radiación (infrarroja) y por convección. El vidrio impide esta pérdida gracias al efecto invernadero. Absorbe gran parte de la radiación infrarroja y mantiene la convección dentro del panel solar. (Véase la sección A fondo sobre el efecto invernadero.)

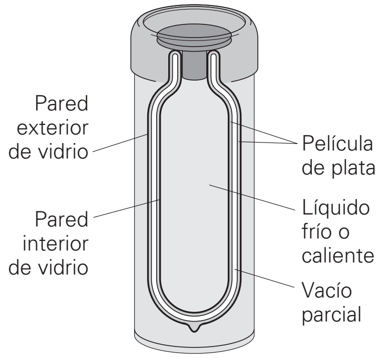
Ejercicio de refuerzo. ¿Hay algún motivo práctico para poner cortinas en las ventanas (aparte de cuidar la intimidad)?

Examinemos otros ejemplos de transferencia de calor en la vida real. En primavera, una helada tardía podría matar los capullos de los árboles frutales de un huerto. Para reducir la transferencia de calor, algunos fruticultores rocían los árboles con agua para formar hielo antes de una helada intensa. ¿Cómo pueden salvarse los capullos con hielo? El hielo es un conductor térmico relativamente malo (y barato), así que tiene un efecto aislante. Evita que la temperatura de los capullos baje a menos de 0°C, y así los protege.

Otro método para proteger los huertos contra heladas es con braseros: recipientes donde se quema material para crear una densa nube de humo. Durante la noche, cuando el suelo, calentado por el Sol, se enfría por radiación, la nube absorbe este calor y lo vuelve a radiar al suelo. Así, el suelo tarda más tiempo en enfriarse, y con suerte no alcanzará temperaturas de congelación antes de que el Sol salga otra vez. (Recuerde que la escarcha es la condensación directa de vapor de agua del aire, no rocío congelado.)

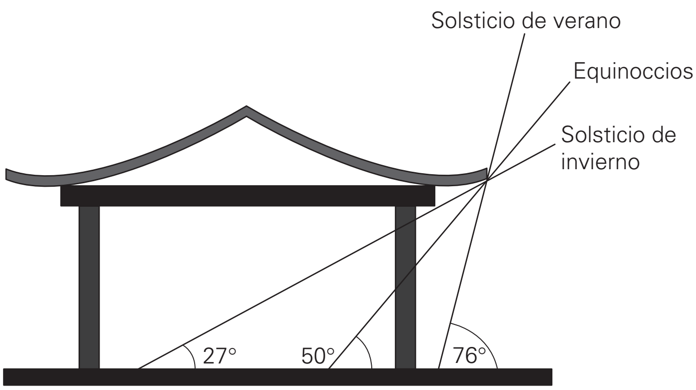
Una botella termo (▸figura 9.17) conserva la temperatura de las bebidas frías y calientes. Consiste en un recipiente parcialmente vacío de doble pared plateada (interior de espejo). La botella está fabricada para reducir al mínimo los tres mecanismos de transferencia de calor. El recipiente parcialmente vacío de doble pared contrarresta la conducción y convección, pues ambos procesos dependen de un medio para transferir el calor (las paredes dobles tienen más la función de mantener la región parcialmente vacía que la de reducir la conducción y convección). El interior de espejo reduce al mínimo la pérdida por radiación. Asimismo, el tapón en la parte superior de los termos detiene la convección en la parte superior del líquido.

Examinemos la ▾figura 9.18. ¿Por qué alguien habría de usar ropa oscura en el desierto? Hemos visto que los objetos oscuros absorben radiación (figura 9.16). ¿No sería mejor ropa blanca? La ropa negra sin duda absorbe más energía radiante y calienta el aire interior cercano al cuerpo. Sin embargo, observe que la vestimenta está



▲ **FIGURA 9.17 Aislamiento térmico** La botella termo reduce al mínimo los tres mecanismos de transferencia de calor.

◀ **FIGURA 9.18 ¿Vestimenta oscura en el desierto?** Los objetos oscuros absorben más radiación que los claros, y se calientan más. ¿Qué pasa aquí? La explicación se da en el texto.



a)

b)

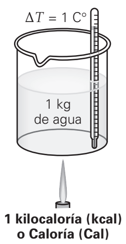
▲ **FIGURA 9.19 Aspectos de diseño solar pasivo en la China antigua** ***a)*** En verano, cuando el ángulo del Sol es grande, los aleros dan sombra a la construcción. Los ladrillos y las paredes de la casa son gruesos para reducir el flujo de calor por conducción al interior. En invierno, el ángulo del Sol es bajo, por lo que los rayos solares entran a la vivienda, en especial con la ayuda de los aleros curvos y ascendentes. Las hojas de los árboles caducifolios cercanos ofrecen sombra adicional en verano, pero permiten la entrada de luz solar cuando han perdido sus hojas en invierno. ***b)*** Imagen de una construcción como la descrita, en Beijing, China, en diciembre.

abierta por abajo. El aire caliente se eleva (porque es menos denso) y sale por el área del cuello; en tanto que el aire exterior, más fresco, entra por abajo: circulación de aire por convección natural.

Por último, considere algunos de los factores térmicos implicados en el diseño de una casa solar “pasiva”, que se utilizaron hace mucho tiempo en la China antigua (▲figura 9.19). El término *pasiva* significa que los elementos de diseño no requieren el uso activo de energía para conservar esta última. En Beijing, China, por ejemplo, los ángulos de la luz solar son 76°, 50° y 27° por encima del horizonte en el solsticio de verano, los equinoccios de primavera y otoño, y el solsticio de invierno, respectivamente. Con una adecuada combinación de la altura de las columnas y del largo de los aleros del techo, se permite que en el invierno *entre* la máxima cantidad de luz solar a la construcción; pero la mayoría de la luz solar *no* entrará a la vivienda en el verano. Los aleros de los techos también están curveados hacia arriba, no sólo con fines estéticos, sino también para dejar que entre la máxima cantidad de luz en el invierno. Los árboles plantados en el lado sur de la construcción también desempeñan un papel importante, tanto en verano como en invierno. En el verano, las hojas bloquean y filtran la luz solar; en el invierno, las ramas libres de hojas dejan pasar la luz solar.

Repaso del capítulo

- El **calor (Q)** es la energía intercambiada entre los objetos, casi siempre por estar a diferentes temperaturas.



- El **calor específico (c)** de los sólidos y líquidos nos dice cuánto calor se necesita para elevar la temperatura de 1 kg de un material específico en 1 C°. Es característico del tipo de material y su definición es

$$Q = cm\Delta T \qquad \text{o bien,} \qquad c = \frac{Q}{m\Delta T} \tag{9.1}$$

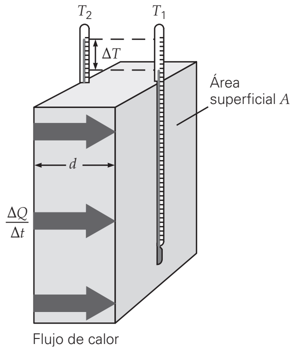
- **Calorimetría** es una técnica que usa la transferencia de calor entre objetos; su objetivo más común consiste en medir calores específicos de materiales. Se basa en la conservación de la energía, $\Sigma Q_i = 0$, suponiendo que no hay pérdidas ni ganancias de calor con el entorno.

- **Calor latente (L)** es el calor requerido para cambiar la fase de un objeto por kilogramo de masa. Durante el cambio de fase, la temperatura del sistema no cambia. Su definición general es

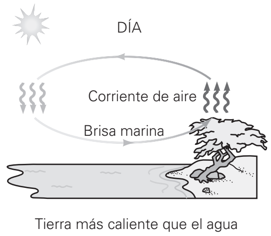
$$L = \frac{|Q|}{m} \qquad \text{o bien,} \qquad Q = \pm mL \qquad (9.2, 9.3)$$

- La transferencia de calor por contacto directo entre objetos que están a diferente temperatura se denomina conducción. La tasa de flujo de calor por conducción a través de una plancha de material está dada por

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{kA\Delta T}{d} \tag{9.4}$$



- La **convección** se refiere a transferencia de calor por movimiento masivo de las moléculas de un gas o un líquido. Lo que impulsa la *convección natural* son las diferencias de densidad originadas por diferencias de temperatura. En la *convección forzada*, el movimiento es mecánico.



- La **radiación** se refiere a calor transferido por radiación electromagnética entre objetos que tienen temperaturas diferentes, por lo general el objeto y su entorno. La tasa de transferencia está dada por

$$P_{\text{neta}} = \sigma Ae(T_s^4 - T^4) \tag{9.6}$$

donde σ es la constante de Stefan-Boltzmann, cuyo valor es 5.67×10^{-8} W/(m^2 · K^4).

Ejercicios*

Los ejercicios designados **OM** *son preguntas de opción múltiple; los* **PC** *son preguntas conceptuales; y los* **EI** *son ejercicios integrados. A lo largo del texto, muchas secciones de ejercicios incluirán ejercicios "apareados". Estos pares de ejercicios, que se identifican con* números subrayados*, pretenden ayudar al lector a resolver problemas y aprender. La respuesta a los ejercicios de número impar se da al final del libro.*

9.1 Definición y unidades de calor

1. **OM** La unidad SI de energía calorífica es *a*) caloría, *b*) kilocaloría, *c*) Btu o *d*) joule.

2. **OM** ¿Cuál de las siguientes es la mayor unidad de energía calorífica? *a*) caloría, *b*) Btu, *c*) joule o *d*) kilojoule.

3. **PC** Explique la diferencia entre una caloría y una Caloría.

4. **PC** Si alguien dice que un objeto caliente contiene más calor que uno frío, ¿estaría usted de acuerdo? ¿Por qué?

5. ● Una persona inicia una dieta de 1500 Cal/día con la finalidad de perder peso. ¿Cuál sería en joules esta ingesta calórica?

6. ● Un acondicionador de aire de ventana consume 20 000 Btu/h. ¿Cuál será su consumo en watts?

7. ●● Una tasa metabólica normal de una persona común (la rapidez a la cual el alimento y la energía almacena-da se convierten en calor, movimiento, etc.) es de aproximadamente 4×10^5 J/h; el contenido energético promedio de una Big Mac es de 600 Calorías. Si una persona viviera sólo a base de Big Macs, ¿cuántas tendría que comer al día para mantener constante su peso corporal?

8. ●● Un estudiante ingirió 2800 Cal durante la cena del día de Acción de Gracias y quiere "quemar" toda esa energía levantando una masa de 20 kg una distancia de 1.0 m. Suponga que él levanta la masa con una velocidad constante y que no se efectúa trabajo al descender tal masa. *a*) ¿Cuántas veces deberá levantar la masa? *b*) Si puede levantar y bajar la masa una vez cada 5.0 s, ¿cuánto tiempo le tomará este ejercicio?

9.2 Calor específico y calorimetría

9. **OM** La cantidad de calor necesaria para cambiar en 1 C° la temperatura de 1 kg de una sustancia es *a*) su calor específico, *b*) su calor latente, *c*) su calor de combustión o *d*) su equivalente mecánico del calor.

10. **OM** Para los gases, ¿cuál de las siguientes opciones es verdadera acerca del calor específico bajo presión constante, c_p, y calor específico bajo volumen constante, c_v? *a*) $c_p > c_v$, *b*) $c_p = c_v$ o *c*) $c_p < c_v$.

11. **OM** Se añaden cantidades iguales de calor Q a dos objetos que tienen la misma masa. Si el objeto 1 experimentó un cambio de temperatura mayor que el objeto 2, $\Delta T_1 > \Delta T_2$, entonces *a*) $c_1 > c_2$, *b*) $c_1 < c_2$, *c*) $c_1 = c_2$.

12. **PC** Si usted vive cerca de un lago, ¿qué se calienta más durante un día de verano: el agua o la ribera del lago? ¿Cuál se enfría más en una noche de invierno? Explique sus respuestas.

* Desprecie las pérdidas de calor al entorno en los ejercicios, a menos que se indique lo contrario, y considere que todas las temperaturas son exactas.

13. **PC** Se añaden iguales cantidades de calor a dos objetos distintos que están a la misma temperatura inicial. ¿Qué factores pueden hacer que la temperatura final de los dos objetos sea diferente?

14. **PC** Miles de personas han practicado la caminata sobre fuego. (Por favor, ¡no lo intente usted en casa!) En la caminata sobre fuego, las personas caminan con los pies descalzos sobre un lecho de carbones al rojo vivo (con temperatura por encima de los 2000°F). ¿Cómo es posible esto? [*Sugerencia:* considere que los tejidos humanos están compuestos en buena parte de agua.]

15. **EI** ● La temperatura de un bloque de plomo y uno de cobre, ambos de 1.0 kg y a 20°C, debe elevarse a 100°C. *a*) ¿El cobre requiere 1) más calor, 2) la misma cantidad de calor o 3) menos calor que el plomo? ¿Por qué? *b*) Calcule la diferencia entre el calor que requieren los dos bloques para comprobar su respuesta en *a*.

16. ● Una bolita de 5.0 g de aluminio a 20°C gana 200 J de calor. ¿Cuál será su temperatura final?

17. ● ¿Cuántos joules de calor deben añadirse a 5.0 kg de agua a 20°C para llevarla a su punto de ebullición?

18. ● La sangre transporta el exceso de calor del interior a la superficie del cuerpo, donde se dispersa el calor. Si 0.250 kg de sangre a una temperatura de 37.0°C fluye hacia la superficie y pierde 1500 J de calor, ¿cuál será la temperatura de la sangre cuando fluye de regreso al interior? Suponga que la sangre tiene el mismo calor específico que el agua.

19. **EI** ●● Cantidades iguales de calor se añaden a un bloque de aluminio y a un bloque de cobre con masas diferentes, para alcanzar el mismo incremento de temperatura. *a*) La masa del bloque de aluminio es 1) mayor, 2) la misma, 3) menor que la masa del bloque de cobre. ¿Por qué? Si la masa del bloque de cobre es de 3.00 kg, ¿cuál será la masa del bloque de aluminio?

20. ●● Un motor moderno construido de aleación contiene 25 kg de aluminio y 80 kg de hierro. ¿Cuánto calor absorbe el motor cuando su temperatura aumenta de 20°C a 120°C al calentarse hasta la temperatura de operación?

21. ●● Una taza de vidrio de 0.200 kg a 20°C se llena con 0.40 kg de agua caliente a 90°C. Despreciando las pérdidas de calor al entorno, calcule la temperatura de equilibrio del agua.

22. ●● Una taza de 0.250 kg a 20°C se llena con 0.250 kg de café hirviente. La taza y el café alcanzan el equilibrio térmico a 80°C. Si no se pierde calor al entorno, ¿qué calor específico tiene el material de la taza? [*Sugerencia:* considere que el café es prácticamente agua hirviente.]

23. ●● Una cuchara de aluminio a 100°C se coloca en un vaso de espuma de poliestireno que contiene 0.200 kg de agua a 20°C. Si la temperatura final de equilibrio es de 30°C y no se pierde calor al vaso mismo ni al entorno, ¿qué masa tiene la cuchara de aluminio?

24. **EI** ●● Cantidades iguales de calor se agregan a diferentes cantidades de cobre y plomo. La temperatura del cobre aumenta en 5.0 C°; y la del plomo, en 10 C°. *a*) El plomo tiene 1) mayor masa que el cobre, 2) la misma masa que el cobre, o 3) menos masa que el cobre. *b*) Calcule la razón de masas plomo/cobre para comprobar su respuesta en *a*.

25. **EI** ●● Inicialmente a 20°C, 0.50 kg de aluminio y 0.50 kg de hierro se calientan a 100°C. *a*) El aluminio gana 1) más calor que el hierro, 2) la misma cantidad de calor que el hierro, 3) menos calor que el hierro. ¿Por qué? *b*) Calcule la diferencia en el calor requerido para comprobar su respuesta en *a*.

26. ●● Para determinar el calor específico de una nueva aleación metálica, 0.150 kg de la sustancia se calientan a 400°C y luego se colocan en un vaso de calorímetro de aluminio de 0.200 kg, que contiene 0.400 kg de agua a 10.0°C. Si la temperatura final de la mezcla es de 30.5°C, ¿qué calor específico tiene la aleación? (Ignore el agitador y el termómetro del calorímetro.)

27. **EI** ●● En un experimento de calorimetría, 0.50 kg de un metal a 100°C se añaden a 0.50 kg de agua a 20°C en un vaso de calorímetro de aluminio, cuya masa es de 0.250 kg. *a*) Si un poco de agua salpica y sale del vaso al agregar el metal, el calor específico medido será 1) mayor, 2) igual o 3) menor que el valor calculado para el caso en que no se salpique agua. ¿Por qué? *b*) Si la temperatura final de la mezcla es de 25°C, y no se salpica agua, ¿qué calor espe-cífico tendrá el metal?

28. ●● Un estudiante que efectúa un experimento vierte 0.150 kg de perdigones de cobre calientes en un vaso de calorímetro de aluminio de 0.375 kg que contiene 0.200 kg de agua a 25°C. La mezcla (y el vaso) alcanzan el equilibrio térmico a los 28°C. ¿A qué temperatura estaban inicialmente los perdigones?

29. ●● ¿A qué tasa promedio tendría que eliminarse el calor de 1.5 L de *a*) agua y *b*) mercurio, para reducir la temperatura del líquido de 20°C a su punto de congelación en 3.0 min?

30. ●● Cuando está en reposo, una persona emite calor a una tasa aproximada de 100 W. Si la persona se sumerge en una tina que contiene 500 kg de agua a 27°C y su calor llega sólo al agua, ¿cuántas horas tardará esta última en aumentar su temperatura a 28°C?

31. ●●● Unas bolitas de plomo cuya masa total es de 0.60 kg se calientan a 100°C y luego se colocan en un envase de aluminio bien aislado, cuya masa es de 0.20 kg, que contiene 0.50 kg de agua inicialmente a 17.3°C. ¿Cuál será la temperatura de equilibrio de la mezcla?

32. ●●● Un estudiante mezcla 1.0 L de agua a 40°C con 1.0 L de alcohol etílico a 20°C. Suponiendo que no se pierde calor hacia el recipiente ni hacia el entorno, ¿qué temperatura final tendrá la mezcla? [*Sugerencia:* véase la tabla 9.1.]

9.3 Cambios de fase y calor latente

33. **OM** Las unidades SI de calor latente son *a*) 1/C°, *b*) J/(kg · C°), *c*)J/C° o *d*)J/kg.

34. **OM** El calor latente siempre *a*) forma parte del calor específico, *b*) está relacionado con el calor específico, *c*) es igual al equivalente mecánico del calor o *d*) interviene en un cambio de fase.

35. **OM** Cuando una sustancia experimenta un cambio de fase, el calor agregado cambia *a*) la temperatura, *b*) la energía cinética, *c*) la energía potencial, *d*) la masa de la sustancia.

36. **PC** Usted vigila la temperatura de unos cubos de hielo fríos (−5.0°C) en un vaso, mientras se calientan el hielo y el vaso. Inicialmente, la temperatura aumenta, pero deja de aumentar a los 0°C. Después de un rato, comienza a aumentar otra vez. ¿Está descompuesto el termómetro? Explique.

37. **PC** En general, una quemada con vapor de agua a 100°C es más severa que con la misma masa de agua caliente a 100°C. ¿Por qué?

38. **PC** Cuando exhalamos en invierno, nuestro aliento se ve como vapor de agua. Explique esto.

39. ● ¿Cuánto calor se requiere para evaporar 0.50 kg de agua que inicialmente está a 100°C?

40. **EI** ● *a*) La conversión de 1.0 kg de agua a 100°C en vapor de agua a 100°C requiere 1) más calor, 2) la misma cantidad de calor o 3) menos calor que convertir 1.0 kg de hielo a 0°C en agua a 0°C. ¿Por qué? *b*) Calcule la diferencia de calores para comprobar su respuesta en *a*.

41. ● Primero calcule el calor que necesita eliminarse para convertir 1.0 kg de vapor a 100°C en agua a 40°C, y luego calcule el calor que debe eliminarse para reducir la temperatura del agua de 100 a 40°C. Compare los dos resultados. ¿Le sorprenden?

42. ● Un artista desea fundir plomo para hacer una estatua. ¿Cuánto calor debe agregarse a 0.75 kg de plomo a 20°C para hacer que se funda por completo?

43. ● Se hierve agua para agregar humedad al aire en el invierno y ayudar a que una persona con congestión nasal respire mejor. Calcule el calor requerido para evaporar 0.50 L de agua que inicialmente está a 50°C.

44. ● ¿Cuánto calor se requiere para evaporar 0.50 L de nitrógeno líquido a −196°C? (La densidad del nitrógeno líquido es de 0.80×10^3 kg/m^3.)

45. **EI** ●● Hay que eliminar calor para condensar vapor de mercurio a una temperatura de 630 K en mercurio líquido. *a*) Este calor implica 1) sólo calor específico, 2) sólo calor latente o 3) tanto calor específico como latente. Explique su respuesta. *b*) Si la masa del vapor de mercurio es de 15 g, ¿cuánto calor debe eliminarse?

46. ●● Cuánto hielo (a 0°C) debe agregarse a 1.0 kg de agua a 100°C para tener únicamente líquido a 20°C?

47. ●● Si 0.050 kg de hielo a 0°C se agregan a 0.300 kg de agua a 25°C en un vaso de calorímetro de aluminio de 0.100 kg, ¿qué temperatura final tendrá el agua?

48. **EI** ●● Una frotada con alcohol puede reducir rápidamente la temperatura corporal (de la piel). *a*) Esto se debe a 1) la temperatura más fría del alcohol, 2) la evaporación del alcohol, 3) el elevado calor específico del cuerpo humano. *b*) Para disminuir la temperatura corporal de una persona de 65 kg en 1.0C°, ¿qué masa de alcohol debe evaporarse de su piel? Ignore el calor implicado en elevar la temperatura del alcohol a su punto de ebullición (¿por qué?), y considere el cuerpo humano como si se tratara de agua.

49. ●● Vapor de agua a 100°C se burbujea en 0.250 kg de agua a 20°C en un vaso de calorímetro, donde se condensa en forma de líquido. ¿Cuánto vapor se habrá agregado cuando el agua del vaso llegue a 60°C? (Ignore el efecto del vaso.)

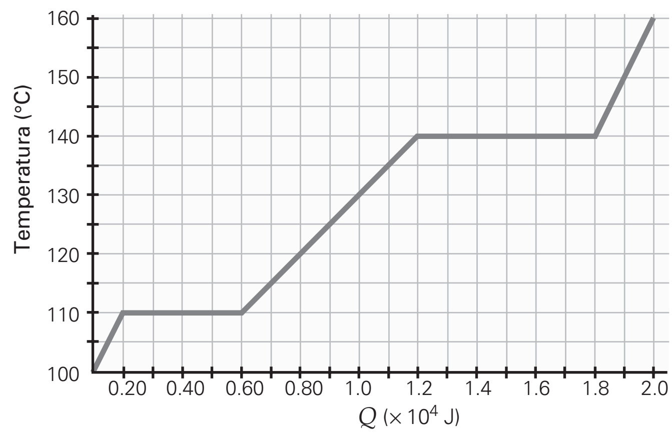
50. ●● Hielo (inicialmente a 0°C) se agrega a 0.75 L de té a 20°C para hacer el té helado más frío posible. Si se agrega suficiente hielo como para que la mezcla sea exclusivamente líquido, ¿cuánto líquido habrá en la jarra cuando ello ocurra?

51. ●● Un volumen de 0.50 L de agua a 16°C se coloca en una bandeja de aluminio para cubitos de hielo, cuya masa es de 0.250 kg y que está a esa misma temperatura. ¿Cuánta energía tendrá que quitar un refrigerador al sistema para convertir el agua en hielo a −8.0°C?

52. **EI** ●● La evaporación de agua en la piel es un mecanismo importante para controlar la temperatura del cuerpo. *a*) Ello se debe a que 1) el agua tiene un alto calor específico, 2) el agua tiene un alto calor de evaporación, 3) el agua contiene más calor cuando está caliente o 4) el agua es un buen conductor del calor. *b*) En una competencia de ciclismo intensivo de 3.5 h, un atleta puede perder hasta 7.0 kg de agua a través del sudor. Calcule el calor perdido por el atleta en el proceso.

53. **EI** ●●● Un trozo de hielo de 0.50 kg a −10°C se coloca en una masa igual de agua a 10°C. *a*) Cuando se alcanza el equilibrio térmico entre ambos, 1) todo el hielo se derrite, 2) parte del hielo se derrite, 3) el hielo no se derrite. *b*) ¿Cuánto hielo se derrite?

54. ●●● Un kilogramo de una sustancia da la gráfica de T contra Q que se muestra en la ▼figura 9.20. *a*) Determine



▲ **FIGURA 9.20 Temperatura contra calor**
Véase el ejercicio 54.

los puntos de fusión y de ebullición. En unidades SI exprese *b*) los calores específicos de la sustancia en sus distintas fases y *c*) los calores latentes de la sustancia en los distintos cambios de fase.

55. ●●● Algunos materiales cerámicos se vuelven superconductores si se les sumerge en nitrógeno líquido. En un experimento, un trozo de 0.150 kg de uno de esos materiales a 20°C se enfría colocándolo en nitrógeno líquido, que está en su punto de ebullición, en un recipiente perfectamente aislado, el cual permite al N_2 gaseoso escapar inmediatamente. ¿Cuántos litros de nitrógeno líquido se evaporarán en esta operación? (Suponga que el calor específico del material cerámico es igual al del vidrio, y tome como densidad del nitrógeno líquido 0.80×10^3 kg/m^3.)

9.4 Transferencia de calor

56. **OM** En el calentamiento de la atmósfera terrestre interviene *a*) conducción, *b*) convección, *c*) radiación o *d*) todo lo anterior.

57. **OM** ¿Cuál de los siguientes es el mecanismo de transferencia de calor dominante para que la Tierra reciba energía del Sol?: *a*) conducción, *b*) convección, *c*) radiación, *d*) todos los anteriores.

58. **OM** El agua es muy mal conductor del calor, pero una olla llena de agua puede calentarse más rápidamente de lo que usted supondría a primera vista. Tal disminución en el tiempo se debe principalmente a la transferencia de calor por *a*) conducción, *b*) convección, *c*) radiación, *d*) todos los anteriores.

59. **PC** Dos bandejas para hacer cubitos de hielo, una de plástico y una metálica, se sacan del mismo congelador, a la misma temperatura inicial. Sin embargo, la de metal se siente más fría al tacto. ¿Por qué?

60. **PC** ¿Por qué es necesaria la advertencia que se observa en el letrero de la carretera de la ▼figura 9.21?

▲ **FIGURA 9.21 Una fría advertencia** Véase el ejercicio 60.

61. **PC** Los osos polares tienen un excelente sistema de aislamiento térmico. (A veces, ni siquiera las cámaras de infrarrojo pueden detectarlos.) El pelaje del oso polar está hueco. Explique cómo ayuda esto a los osos a mantener su temperatura corporal en el frío invierno.

62. **EI** ● Suponga que un piso de baldosas y uno de roble tienen la misma temperatura y espesor. *a*) En comparación con el piso de roble, el de baldosas extrae calor de nuestros pies 1) más rápidamente, 2) con la misma rapidez o 3) más lentamente. ¿Por qué? *b*) Calcule la razón de la tasa de flujo de calor del piso de baldosas entre la del piso de roble.

63. ● El vidrio de una ventana mide 2.00 m × 1.50 m, y tiene 4.00 mm de espesor. ¿Cuánto calor fluye a través del vidrio en 1.00 h, si hay una diferencia de temperatura de 2 C° entre las superficies interior y exterior? (Considere únicamente la conducción.)

64. ● Suponga que un ganso tiene una capa de plumas de 2.0 cm de grosor (en promedio) y un área de superficie corporal de 0.15 m^2. ¿Cuál será la tasa de pérdida de calor (sólo por conducción), si el ganso con una temperatura corporal de 41°C está a la intemperie en un día invernal, cuando la temperatura del aire es de 2°C?

65. ● Suponga que su piel tiene una emisividad de 0.70, una temperatura normal de 34°C y una área total expuesta de 0.25 m^2. ¿Cuánta energía térmica pierde cada segundo debido a la radiación, si la temperatura exterior es de 22°C?

66. ● La moneda de cinco centavos de Estados Unidos, el penique, tiene una masa de 5.1 g, un volumen de 0.719 cm^3 y una área de superficie total de 8.54 cm^2. Suponga que un penique es un radiador ideal; ¿cuánta energía radiante por segundo proviene del penique, si tiene una temperatura de 20°C?

67. **EI** ●● Una barra de aluminio y una de cobre tienen la misma área transversal y la misma diferencia de temperatura entre sus extremos, y conducen calor con la misma rapidez. *a*) La barra de cobre es 1) más larga, 2) de la misma longitud o 3) más corta, que la de aluminio. ¿Por qué? *b*) Calcule la razón de longitudes entre la barra de cobre y la de aluminio.

68. ●● Suponiendo que el cuerpo humano tiene una capa de piel de 1.0 cm de espesor y una área superficial de 1.5 m^2, calcule la rapidez con que se conducirá calor del interior del cuerpo a la superficie, si la temperatura de la piel es de 34°C. (Suponga una temperatura corporal normal de 37°C en el interior.)

69. ●● Una tetera de cobre con base circular de 30.0 cm de diámetro tiene un espesor uniforme de 2.50 mm. Descansa sobre un quemador cuya temperatura es de 150°C. *a*) Si la tetera está llena de agua en ebullición, calcule la tasa de conducción de calor a través de su base. *b*) Suponiendo que el calor del quemador es el único aporte de calor, ¿cuánta agua se evaporará en 5.0 min? ¿Es razonable su respuesta? Si no, explique por qué.

70. **EI** ●● La emisividad de un objeto es 0.60. *a*) En comparación con un cuerpo negro perfecto a la misma temperatura, este objeto radiará 1) más, 2) igual o 3) menos potencia. ¿Por qué? *b*) Calcule la razón de la potencia radiada por el cuerpo negro y la radiada por el objeto.

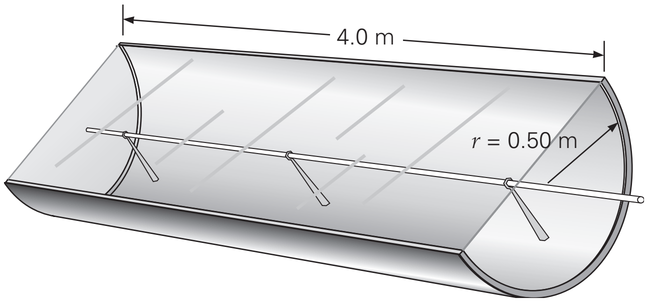
71. ●● El filamento de una lámpara radia 100 W de potencia cuando la temperatura del entorno es de 20°C, y sólo 99.5 W cuando dicha temperatura es de 30°C. Si la temperatura del filamento es la misma en ambos casos, ¿qué temperatura es ésa en la escala Celsius?

72. **EI ●●** El aislante térmico usado en construcción suele especificarse en términos de su *valor R*, definido como d/k, donde d es el espesor del aislante en pulgadas y k es la conductividad térmica. (Véase la sección A fondo 9.2 de la p. 320.) Por ejemplo, 3.0 pulg de espuma plástica tendrían un valor R de $3.0/0.30 = 10$, donde $k = 0.30$ Btu $\cdot$ pulg/(ft$^2 \cdot$ h $\cdot$ F°). Este valor se expresa como R-10. *a*) Un mejor aislante tendrá un valor R: 1) alto, 2.) bajo, 3) cero. Explique. *b*) ¿Qué espesor de 1) espuma de pliestireno y 2) ladrillo daría un valor de R-10?

73. **EI ●●** Un trozo de madera de pino de 14 pulg de espesor tiene un valor R de 19. *a*) Si la lana de vidrio tiene el mismo valor R, su espesor debería ser 1) mayor, 2) igual o 3) menor que 14 pulg. ¿Por qué? *b*) Calcule el espesor necesario para un trozo de lana de vidrio. (Véase el ejercicio 72 y la sección A fondo 9. 2 de la p. 320.)

74. **EI ●●** *a*) Si se duplica la temperatura Kelvin de un objeto, su potencia irradiada se incrementa 1) 2 veces, 2) 4 veces, 3) 8 veces, 4) 16 veces. Explique su respuesta. *b*) Si su temperatura aumenta de 20 a 40°C, ¿por cuánto cambia la potencia irradiada?

75. **●●** Para calentamiento solar se usan colectores como el que se muestra en la ▾figura 9.22. En las horas en que hay luz solar, la intensidad promedio de la radiación solar en la parte superior de la atmósfera es de aproximadamente 1400 W/m^2. Cerca del 50% de tal radiación solar llega la Tierra durante el día. (El resto se refleja, se dispersa, se absorbe, etc.) ¿Cuánta energía térmica captará, en promedio, el colector cilíndrico de la figura durante 10 horas de captación en el día?



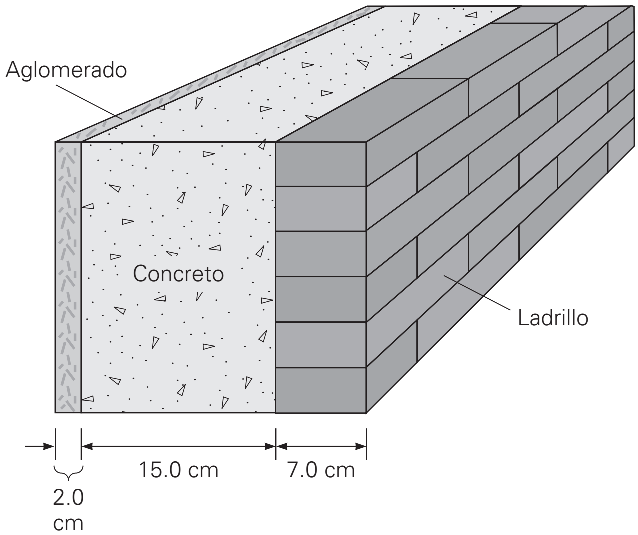
▲ **FIGURA 9.22 Colector solar y calentamiento solar**
Véase el ejercicio 75.

Para los ejercicios 76 a 81 lea el ejemplo 9.7 y la nota al pie de la p. 318.

76. **●●●** Una ventana panorámica mide 2.0 m × 3.0 m. Con qué rapidez se conducirá calor a través de la ventana, si la temperatura de la habitación es de 20°C y la exterior es de 0°C, *a*) si la ventana tiene vidrio sencillo de 4.0 mm de espesor y *b*) si la ventana tiene vidrio térmico (dos vidrios de 2.0 mm de espesor cada uno separados por un espacio de aire de 1.0 mm)? (Suponga que hay una diferencia de temperatura constante y considere únicamente conducción.)

77. **●●●** La temperatura natural más baja registrada en la Tierra fue en Vostok, una estación antártica rusa, donde el termómetro marcó −89.4°C (−129°F) el 21 de julio de 1983. Una persona común tiene una temperatura corporal de 37.0°C, un tejido epitelial de 0.0250 m de grosor y un área superficial total de piel de 1.50 m^2. Suponga que una persona así trae puestos una chamarra y un pantalón de pluma de ganso de 0.100 m de grosor que le cubren todo el cuerpo. *a*) ¿Cuál sería la tasa de pérdida de calor de un ser humano desnudo? *b*) ¿Cuál sería la tasa de pérdida de calor de un ser humano que trae puestos la chamarra y el pantalón de pluma de ganso?

78. **●●●** La pared de una casa consiste en un bloque sólido de concreto con una capa externa de ladrillos y una capa interna de aglomerado, como se muestra en la ▾figura 9.23. Si la temperatura exterior en un día frío es de −10°C y la temperatura interior es de 20°C, ¿cuánta energía se conducirá en 1.0 h a través de una pared con dimensiones de 3.5 m × 5.0 m?



▲ **FIGURA 9.23 Conductividad térmica y pérdida de calor**
Véase el ejercicio 78.

79. **●●●** Suponga que quiere reducir a la mitad la pérdida de calor a través de la pared del ejercicio 78 instalando aislante. ¿Qué espesor de espuma de poliestireno habría que colocar entre el aglomerado y el concreto para cumplir con su objetivo?

80. **●●●** Un cilindro de acero de 5.0 cm de radio y 4.0 cm de longitud se coloca en contacto térmico de extremo a extremo, con un cilindro de cobre de las mismas dimensiones. Si los extremos libres de los dos cilindros se mantienen a temperaturas constantes de 95°C (acero) y 15°C (cobre), ¿cuánto calor fluirá a través de los cilindros en 20 min?

81. **●●●** En el ejercicio 80, ¿qué temperatura hay en la interfaz de los cilindros?

Ejercicios adicionales

82. Un trozo de hielo de 0.60 kg a −10°C se coloca en 0.30 kg de agua a 50°C. ¿Cuánto líquido habrá cuando el sistema alcance el equilibrio térmico?

83. Una gran hielera de poliestireno tiene una área superficial de 1.0 m^2 y un espesor de 2.5 cm. Si dentro se almacenan 5.0 kg de hielo a 0°C y la temperatura exterior es constante a 35°C, ¿cuánto tiempo tardará en derretirse todo el hielo? (Considere sólo la conducción.)

84. Después de participar en el salto del barril, un patinador sobre hielo de 65 kg que viaja a 25 km/h llega al reposo. Si el 40% del calor de fricción generado por las cuchillas de los patines derrite el hielo (suponiendo que está a 0°C), ¿cuánto hielo se derretirá? ¿A dónde va el otro 60% de la energía?

85. Una bala de plomo de 0.030 kg golpea un plato de acero; ambos están inicialmente a 20°C. La bala se funde y salpica en el impacto. (Ya se ha fotografiado esta acción.) Suponiendo que el 80% de la energía cinética de la bala se convierte en calor para fundirla, ¿cuál será la rapidez mínima que debe llevar para fundirse en el impacto?

86. Una cascada tiene 75 m de altura. Si 30% de energía potencial gravitacional del agua se transforma en calor, ¿en cuánto aumentará la temperatura del agua al llegar a la base de la cascada desde la parte superior? [*Sugerencia:* considere 1 kg de agua que cae por la cascada.]

87. Una ciclista cuya piel tiene una área total de 1.5 m^2 está montando una bicicleta en un día en que la temperatura del aire es de 20°C, y la temperatura de su piel es de 34°C. La ciclista realiza un trabajo de unos 100 W (moviendo los pedales), pero su eficiencia es de apenas 20%, en términos de convertir la energía en trabajo mecánico. Estime la cantidad de agua que esta ciclista debe evaporar por hora (a través del sudor), para deshacerse del calor excesivo que su cuerpo produce. Suponga que la emisividad de la piel es de 0.70.

CAPÍTULO 10

TERMODINÁMICA

HECHOS DE FÍSICA

- Un automóvil con una eficiencia termodinámica típica del 20% perderá aproximadamente un tercio de la energía de la combustión de gasolina a través del escape, otro tercio por medio del refrigerante y lanzará una décima parte a los alrededores.
- En Europa, el 35% de los automóviles de pasajeros que se venden tienen motor diesel. En 2004 el porcentaje se incrementó al 60% para automóviles de pasajeros con tamaños de motor que oscilan entre 2.5 y 3.3 L. Esto se debe principalmente a la mayor eficiencia de los motores diesel y al menor precio del combustible diesel. En Norteamérica, sólo entre el 2 y 3% de los vehículos de pasajeros que se venden anualmente tienen motores diesel.
- La eficiencia del cuerpo humano, medida por la salida de trabajo contra el consumo de energía, llega a ser tan alta como el 20% cuando se utilizan grupos de grandes músculos, como los de las piernas; en cambio, la eficiencia oscila entre el 3 y 5% cuando sólo se utilizan grupos de pequeños músculos, como los de los brazos.
- Los ciclistas profesionales realizan trabajo a una tasa por arriba de 2 hp (aproximadamente 1500 W) en ráfagas de intensa actividad.

En ciertos puntos del planeta, el agua de manantiales termales profundos asciende a la superficie. En el parque nacional Yellowstone, el resultado son estanques en ebullición y géiseres como el Old Faithful, que se muestra en la imagen. En Islandia, el agua caliente entibia el mar y puede crear cálidas lagunas rodeadas por glaciares. Tan extraordinarios lugares son imanes para los vacacionistas.

Sin embargo, los usos de tales fuentes termales van más allá de la recreación. Las casas y las empresas de la capital de Islandia, Reykiavik, usan esas aguas como calefacción. Además, siempre que hay una diferencia de temperatura, existe la posibilidad de obtener trabajo útil. Por ejemplo, las plantas de energía geotérmica aprovechan la energía de los géiseres como recurso renovable, para generar electricidad casi sin contaminar. En este capítulo aprenderemos en qué condiciones, y con qué eficiencia, es posible aprovechar el calor para efectuar trabajo, en el cuerpo humano y en máquinas tan distintas como motores de automóvil y congeladores domésticos. Veremos que las leyes que rigen tales conversiones de energía se cuentan entre las más generales y trascendentales de la física.

Como su nombre indica, la **termodinámica** estudia la transferencia (dinámica) de calor (del vocablo griego *therme* que significa “calor”). El desarrollo de la termodinámica se inició hace unos 200 años y fue resultado de los intentos por crear máquinas de calor. La máquina de vapor fue uno de los primeros dispositivos de este tipo, y fue diseñado para convertir el calor en trabajo mecánico. Las máquinas de vapor de las fábricas y locomotoras impulsaron la Revolución Industrial que transformó el mundo. Aunque aquí nos ocuparemos primordialmente del calor y del trabajo, la termodinámica es una ciencia muy amplia que incluye mucho más que la teoría de las máquinas de calor. En este capítulo, conoceremos las leyes en que se basa la termodinámica, así como el concepto de entropía.

10.1 Sistemas, estados y procesos termodinámicos

OBJETIVOS: *a*) Definir los sistemas termodinámicos y sus estados y *b*) explicar cómo los procesos térmicos afectan dichos sistemas.

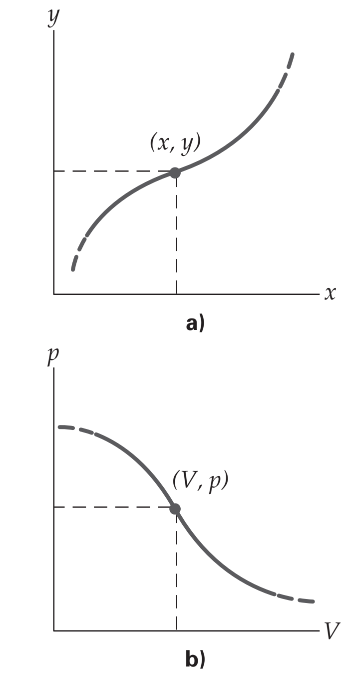
La termodinámica es una ciencia que describe sistemas con tal número de partículas —pensemos en el número de moléculas que hay en una muestra de gas— que es imposible usar la dinámica ordinaria (leyes de Newton) para estudiarlos. Por ello, aunque la física subyacente es la misma que para los demás sistemas, generalmente usamos otras variables (macroscópicas), como presión y temperatura, para describir los sistemas termodinámicos en su totalidad. Debido a esta diferencia de lenguaje, es importante familiarizarse desde el principio con sus términos y definiciones.

En termodinámica, el término **sistema** se refiere a una cantidad definida de materia encerrada por fronteras o superficies, ya sean reales o imaginarias. Por ejemplo, una cantidad de gas en el pistón de un motor tiene fronteras reales, mientras que las fronteras que encierran un metro cúbico de aire en un recinto son imaginarias. No es necesario que las fronteras de un sistema tengan forma definida ni que encierren un volumen fijo. Por ejemplo, un cilindro de motor experimenta un cambio de volumen cuando el pistón se mueve.

Hay ocasiones en que es necesario considerar sistemas entre los que se transfiere materia. No obstante, por lo regular consideraremos sistemas de masa constante. Algo más importante será el intercambio de energía entre un sistema y su entorno. Tal intercambio podría efectuarse por transferencia de calor o por la realización de trabajo mecánico, o por ambas. Por ejemplo, si calentamos un globo (le transferimos calor), puede expandirse y efectuar trabajo sobre la superficie que lo limita (su "piel" exterior de látex) y sobre la atmósfera, ejerciendo una fuerza a lo largo de una distancia, como vimos en el capítulo 3.

Si es imposible transferir calor entre un sistema y su entorno, hablamos de un **sistema térmicamente aislado**. No obstante, podría efectuarse trabajo sobre un sistema así, y ello implicaría una transferencia de energía. Por ejemplo, un cilindro térmicamente aislado (quizá rodeado por un grueso aislante) lleno de gas puede comprimirse con una fuerza externa aplicada a su pistón. Así, se efectúa trabajo sobre el sistema, y sabemos que el trabajo es una forma de transferir energía.

Cuando entra o sale calor en un sistema, se absorbe o se cede calor al entorno, o a un **depósito de calor**. Este último es un sistema grande, separado, cuya capacidad de calor se supone ilimitada. Se puede sacar una cantidad ilimitada de calor de un depósito de calor, o añadirse a él, sin alterar significativamente su temperatura. Por ejemplo, si vertimos un vaso de agua caliente en un lago frío, el aumento de temperatura del lago no será perceptible. El lago frío es un depósito de calor a baja temperatura.



▲ **FIGURA 10.1** Graficación de estados ***a*)** En un plano cartesiano, las coordenadas (x, y) representan un punto individual. *b*) Asimismo, en una gráfica o diagrama p-V, las coordenadas (V, p) representan un estado específico de un sistema. [Es común decir diagrama p-V, en vez de V-p, porque se trata de una gráfica de p contra V.]

Estado de un sistema

Así como hay ecuaciones de cinemática para describir el movimiento de un objeto, hay **ecuaciones de estado** para describir las condiciones de los sistemas termodinámicos. Una ecuación así expresa una relación matemática entre las variables termodinámicas de un sistema. La ley de los gases ideales, $pV = nRT$ (sección 8.3) es un ejemplo de ecuación de estado. Esta expresión establece una relación entre la presión (p), el volumen (V), la temperatura absoluta (T) y el número de moles (n, o bien, el número de moléculas, N, pues en la sección 8.3 vimos que $N = nN_A$) de un gas. Estas cantidades de los gases ideales son ejemplos de *variables de estado*. Evidentemente, diferentes estados tienen diferentes valores para estas variables.

En el caso de un gas ideal, un conjunto de estas tres variables (p, V y T) que satisface la ley de los gases ideales especifica totalmente su estado, en tanto el sistema esté en equilibrio térmico y tenga una temperatura uniforme. Se dice que tal sistema está en *estado* definido. Resulta conveniente graficar los estados utilizando las coordenadas termodinámicas (p, V, T), de forma análoga a como graficamos con las coordenadas cartesianas (x, y, z). En la ◂figura 10.1 se muestra una gráfica bidimensional general de ese tipo.

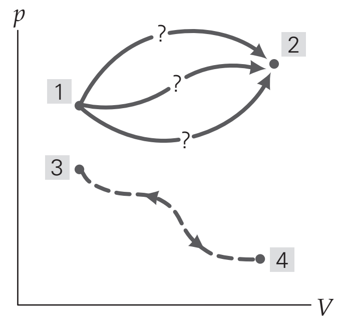
Así como las coordenadas (x, y) especifican puntos individuales en una gráfica cartesiana, las coordenadas (V, p) especifican *estados* individuales en la gráfica o diagrama p-V. Ello se debe a que en la ley de los gases ideales, $pV = nRT$, se despeja la temperatura de un gas si se conocen su presión y volumen, así como el número de moléculas o moles en la muestra. En otras palabras, en un diagrama *p-V*, cada "coordenada" da directamente la presión y el volumen de un gas, e indirectamente su temperatura. Así, para describir totalmente un gas, sólo necesitamos una gráfica *p-V*. Sin embargo, en algunos casos se recomienda estudiar otras curvas, como la *p-T* o la *T-V*. (La figura 10.lb ilustra un fenómeno que ya conocemos: la expansión que sufre un gas cuando se reduce su presión.)

Nota: dado que *p*, *V* y *T* están relacionadas por la ley de los gases ideales, si se especifica el valor de cualesquiera dos de estas variables, automáticamente se determinará el valor de la tercera.

Procesos

Un **proceso** es cualquier *cambio* en el estado —las coordenadas termodinámicas— de un sistema. Por ejemplo, cuando un gas ideal se somete a un proceso en general, todas sus variables de estado (*p, V, T*) cambiarán. Suponga que un gas que inicialmente está en el estado 1, descrito por las variables de estado (p_1, V_1, T_1) cambia a un segundo estado, el estado 2. En general, el estado 2 se describirá con un conjunto distinto de variables de estado (p_2, V_2, T_2). Un sistema que ha sufrido un cambio de estado ya se sometió a un *proceso termodinámico*.

Los procesos se clasifican como reversibles e irreversibles. Suponga que se permite que un sistema de gas en equilibrio (con valores *p*, *V* y *T* conocidos) se expanda rápidamente cuando se reduce la presión a la que está sometido. El estado del sistema cambiará de forma rápida e impredecible; pero tarde o temprano el sistema volverá a un estado de equilibrio distinto, con otro conjunto de coordenadas termodinámicas. En un diagrama *p-V* (▸figura 10.2), podríamos mostrar los estados inicial y final (rotulados 1 y 2, respectivamente), aunque *no* lo que sucedió entre ellos. Este tipo de proceso, cuyos pasos intermedios no son estados de equilibrio, se denomina **proceso irreversible**. El término "irreversible" no implica que el sistema no es capaz de regresar a su estado inicial; tan sólo implica que no es posible volver por el mismo camino exactamente, debido a las condiciones de no equilibrio que existieron. Una explosión es un ejemplo de un proceso irreversible.



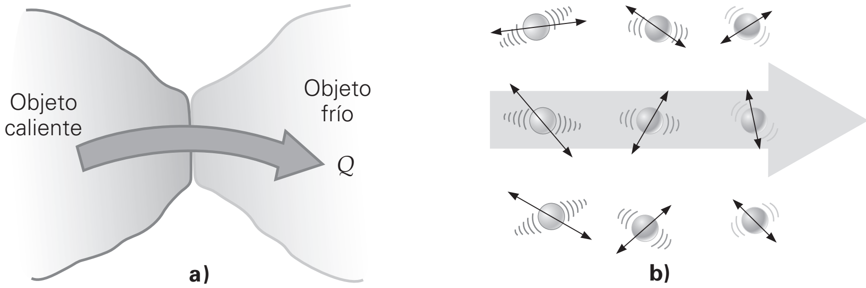
▲ **FIGURA 10.2 Caminos de los procesos reversibles e irreversibles** Si un gas pasa rápidamente del estado 1 al 2, el proceso es irreversible porque no sabemos qué "camino" siguió. En cambio, si llevamos al gas por una serie de estados de equilibrio muy cercanos entre sí (como al ir del estado 3 al estado 4), el proceso es reversible (del estado 4 al estado 3) en principio. Reversible significa "reproducible con exactitud".

En cambio, si el gas cambia de estado muy lentamente, de manera que pase de un estado de equilibrio a otro cercano y, finalmente, llegue al estado final (figura 10.2, estados inicial y final 3 y 4, respectivamente), conoceremos el camino del proceso. En una situación así, el sistema podría llevarse otra vez a sus condiciones iniciales "recorriendo" el camino en la dirección opuesta, volviendo a crear todos los estados intermedios (también en muchos pasos pequeños) en el camino. Decimos que un **proceso** así es **reversible**. En la práctica, no es posible tener un proceso perfectamente reversible. Todos los procesos termodinámicos reales son irreversibles en mayor o menor grado, porque siguen caminos complejos con muchos estados intermedios que no están en equilibrio. No obstante, el concepto de proceso reversible ideal es útil y será nuestra herramienta primordial en el estudio de la termodinámica de los gases ideales.

10.2 Primera ley de la termodinámica

OBJETIVOS: *a*) Explicar la relación entre energía interna, calor y trabajo expresada por la primera ley de la termodinámica y *b*) aprender la técnica para calcular el trabajo efectuado por gases.

Al estudiar mecánica (capítulo 5) vimos que el trabajo describe la transferencia de energía de un objeto a otro mediante la aplicación de una fuerza. Por ejemplo, cuando empujamos una silla que inicialmente estaba en reposo, parte del trabajo que efectuamos (al ejercer una fuerza a lo largo de una distancia) sobre la silla incrementa su energía cinética. Al mismo tiempo, perdemos una cantidad de energía (química) almacenada en nuestro cuerpo, igual a la cantidad de trabajo que efectuamos. Este tipo de trabajo se efectúa de forma *ordenada*, es decir, se aplican diversas fuerzas, en direcciones bien definidas, sobre un objeto de interés. Por ejemplo, cuando permitimos que se expanda un gas (encerrado en un cilindro provisto de un pistón), efectúa trabajo sobre el pistón a expensas de una parte de su energía interna. En el capítulo 8 vimos que hay una segunda forma de modificar la energía de un sistema: agregándole o quitándole energía térmica. Un objeto caliente pierde energía interna cuando su calor se transfiere a un objeto frío, el cual gana energía interna. Este proceso modifica las energías internas de ambos objetos, aunque de manera opuesta.



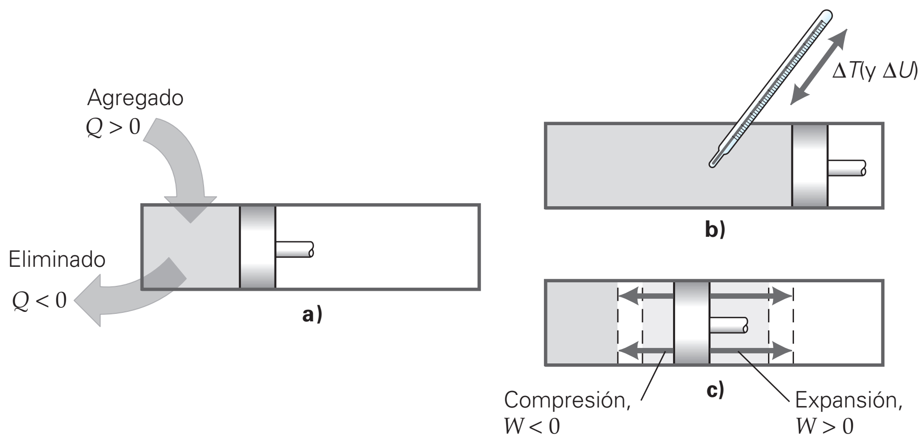
▶ **FIGURA 10.3 Flujo de calor (por conducción) en la escala atómica** ***a)*** Macroscópicamente, se transfiere calor por conducción del objeto caliente al frío. ***b)*** En la escala atómica, la conducción de calor se explica como una transferencia de energía, de los átomos más energéticos (en el objeto más caliente) a los menos energéticos (en el objeto más frío). Esta transferencia de energía de un átomo a su vecino origina la transferencia de calor que observamos en el inciso *a*.

Aunque no podemos ver el proceso real, la transferencia de calor en realidad es el mismo concepto de trabajo que conocemos de la mecánica, pero en un nivel microscópico (atómico). Durante un proceso de conducción, por ejemplo, se transfiere energía de un objeto sólido caliente a un objeto sólido más frío, porque los átomos del objeto caliente, que se mueven con mayor rapidez, efectúan trabajo sobre los átomos más lentos del objeto más frío (▲figura 10.3). Luego, esta energía se transfiere a las profundidades del objeto frío, al efectuarse más trabajo sobre los átomos vecinos (que vibran más lentamente). Este proceso continuo es el "flujo" o "transferencia" de energía que observamos macroscópicamente como transferencia de calor.

La **primera ley de la termodinámica** describe la relación entre el trabajo, el calor y la energía interna de un sistema. Esta ley es otro planteamiento de la *conservación de la energía* en términos de variables termodinámicas. Relaciona el cambio de energía interna (ΔU) *de un sistema* con el trabajo (W) efectuado *por ese sistema* y la energía calorífica (Q) transferida *a ese sistema o desde él*. Dependiendo de las condiciones, la transferencia de calor Q puede generar un cambio en la energía interna del sistema, ΔU. Sin embargo, debido a la transferencia de calor, el sistema podría efectuar trabajo sobre el entorno. Así, el calor transferido a un sistema puede ir a dar a dos lugares: a un cambio en la energía interna del sistema o a trabajo efectuado por el sistema, o a ambos. Por ello, la primera ley de la termodinámica suele escribirse como

$$Q = \Delta U + W \tag{10.1}$$

Como siempre, es importante recordar qué significan los símbolos y lo que denotan sus convenciones de signos (véase la ▼figura 10.4). Q es el calor neto *agregado o quitado a un sistema*, ΔU es el cambio de energía interna *del sistema* y W es el trabajo efectuado *por el sistema* (sobre el entorno).* Por ejemplo, un gas puede absorber 1000 J de calor y efectuar 400 J de trabajo sobre el ambiente, dejando 600 J como aumento de la energía interna del gas. Si el gas efectuara más de 400 J de trabajo, llegaría menos energía a la energía interna del gas. La primera ley *no* da los valores de ΔU o de W en los procesos. Estas cantidades dependen, como veremos, de las condiciones del sistema o del proce-



▶ **FIGURA 10.4 Convenciones de signo para Q, W y ΔU** ***a)*** Si fluye calor hacia un sistema, Q es positiva. El calor que fluye hacia afuera se toma como negativo. ***b)*** Se puede averiguar experimentalmente si la energía interna de un gas cambia tomando su temperatura, suponiendo que no hay cambio de fase. Puesto que la temperatura determina la energía interna, un aumento o una disminución en una de esas cantidades implica un aumento o disminución similar en la otra. ***c)*** Si un gas se expande, efectúa trabajo positivo; si se comprime, realiza trabajo negativo.

* En algunos libros de química e ingeniería, la primera ley de la termodinámica se escribe $Q = \Delta U - W'$. Las dos ecuaciones son equivalentes, pero hacen distinto hincapié. En esta expresión, W' se refiere al trabajo efectuado *por el entorno sobre el sistema*, así que es el negativo de nuestro trabajo W (¿por qué?), es decir, $W = -W'$. Quienes descubrieron la primera ley estaban interesados en construir máquinas de calor (secciones 10.5 y 10.6). Lo que querían averiguar era cuánto trabajo W efectuaba el sistema, no W'. Puesto que nosotros también queremos entender cómo funcionan las máquinas de calor, adoptaremos aquí la definición histórica: *W es el trabajo efectuado por el sistema*.

so específico que interviene (presión y volumen constantes, etc.) conforme se transfiere la energía calorífica (sección 10.3).

Es importante destacar que el flujo de calor *no* es necesario para cambiar la temperatura. Cuando se destapa una botella de bebida gaseosa, como se muestra en la ▸figura 10.5, el gas en el interior de la botella se expande porque está a una presión más elevada que la atmósfera. Al hacerlo, realiza trabajo (positivo) en el entrono (los gases atmosféricos), de manera que disminuye su energía interna. Esto se debe a que el flujo neto de calor es cero en este proceso. Como $\Delta U = Q - W$, entonces ΔU es negativo (U disminuye) si $Q = 0$ y W es positivo. Esta reducción en la energía interna provocará que el vapor de agua en el gas embotellado se condense en una nube de diminutas gotas de agua líquida.

Considere la aplicación de la primera ley de la termodinámica al ejercicio y a la pérdida de peso.

▲ **FIGURA 10.5 La temperatura desciende sin eliminar el calor** El gas realiza trabajo positivo sobre el aire exterior al abrirse la botella. Esto da como resultado una disminución tanto de la energía interna como de la temperatura.

Ejemplo 10.1 ■ Equilibrio de energía: ejercitarse usando la física

Un trabajador de 65 kg levanta carbón con una pala durante 3.0 h. En el proceso de remover el carbón, el trabajador realiza trabajo a una tasa promedio de 20 W y emite calor al ambiente a una tasa promedio de 480 W. Ignorando la pérdida de agua por la evaporación de la transpiración de su piel, ¿cuánta grasa perdió el trabajador? El valor energético de la grasa (E_f) es 9.3 kcal/g.

Razonamiento. Puesto que se conocen el tiempo durante el cual el trabajador remueve el carbón con la pala, la tasa de trabajo realizado (potencia) y la tasa de pérdida de calor, podemos calcular el trabajo total realizado y el calor. Luego, podrá determinarse el cambio en la energía interna mediante la primera ley de la termodinámica. Este cambio en la energía interna (un decremento) da por resultado una pérdida de grasa.

Solución. Se listan los valores dados y la potencia se convierte a trabajo y calor.

Dado:
$$W = Pt = (20\text{ J/s})(3.0\text{ h})(3600\text{ s/h}) = 2.16 \times 10^5\text{ J}$$
$$Q = -(480\text{ J/s})(3.0\text{ h})(3600\text{ s/h}) = -5.18 \times 10^6\text{ J}$$
(Q es negativa porque se pierde calor)
$$E_f = 9.3\text{ kcal/g}$$
$$= 9.3 \times 10^3\text{ kcal/kg} = (9.3 \times 10^3\text{ kcal/kg})(4186\text{ J/kcal})$$
$$= 3.89 \times 10^7\text{ J/kg}$$

Encuentre: masa de la grasa que se quema

A partir de la primera ley de la termodinámica, $Q = \Delta U + W$, se tiene

$$\Delta U = Q - W = -5.18 \times 10^6\text{ J} - 2.16 \times 10^5\text{ J} = -5.40 \times 10^6\text{ J}$$

Por lo tanto, la masa de la grasa que se pierde es

$$m = \frac{|\Delta U|}{E_f} = \frac{5.40 \times 10^6\text{ J}}{3.89 \times 10^7\text{ J/kg}} = 0.14\text{ kg}$$

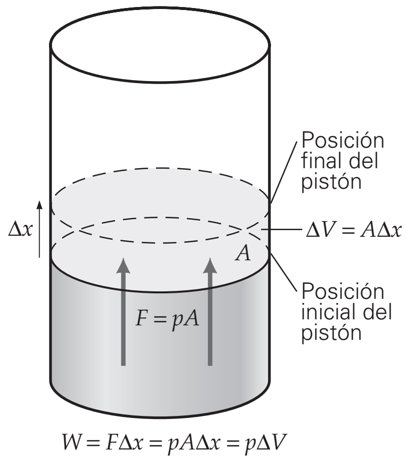
Eso es aproximadamente un tercio de libra, o unas 5 onzas.

Ejercicio de refuerzo. ¿Cuánta grasa perdería el trabajador si jugara básquetbol, realizando trabajo a una tasa de 120 W y generando calor a una tasa de 600 W? *(Las respuestas a todos los ejercicios de refuerzo se encuentran al final del libro.)*

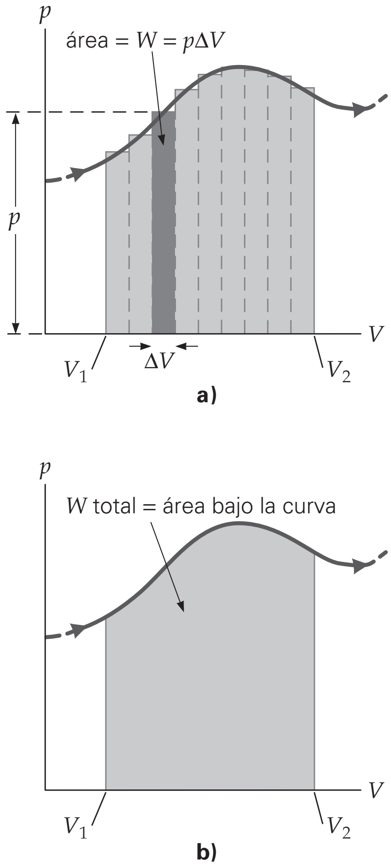
Al aplicar la primera ley de la termodinámica, es en extremo importante usar correctamente los signos (véase la figura 10.4). Es fácil recordar los signos del trabajo, si tenemos presente que el trabajo positivo es efectuado por una fuerza que generalmente actúa en la dirección del desplazamiento, como cuando un gas se expande. Asimismo, un trabajo negativo implica que la fuerza actúa generalmente en la dirección opuesta al desplazamiento, como cuando un gas se contrae.

Pero, ¿cómo calculamos el trabajo efectuado por el gas? Para responder, consideremos un pistón cilíndrico cuya área transversal es A, el cual contiene una muestra conocida de gas (▸figura 10.6). Imaginemos que se permite al gas expandirse una distancia muy pequeña Δx. Si el volumen del gas no sufre un cambio apreciable, la presión se mantendrá constante. Al mover el pistón de forma lenta y continua hacia afuera, el gas efectúa trabajo positivo sobre el pistón. Entonces, por la definición de trabajo,

$$W = F\Delta x \cos\theta = F\Delta x \cos 0° = F\Delta x$$



▲ **FIGURA 10.6 Trabajo en términos termodinámicos** Si un gas tiene una expansión muy pequeña y lenta, su presión se mantiene constante. El pequeño trabajo efectuado por el gas es $p\Delta V$.



▲ **FIGURA 10.7 Trabajo termodinámico como área bajo la curva del proceso** ***a)*** Si un gas se expande considerablemente, el trabajo efectuado podrá calcularse considerando la expansión en incrementos pequeños, cada uno de los cuales produce una cantidad de trabajo pequeña. Determinamos el trabajo total (aproximado) sumando todas las franjas rectangulares. ***b)*** Si el número de franjas rectangulares es muy grande, cada franja será muy delgada, y el cálculo del área será más exacto. El trabajo efectuado es igual al área entre la curva del proceso y el eje V.

En términos de presión, $p = F/A$, o bien, $F = pA$. Sustituimos F para obtener

$$W = pA\Delta x$$

$A\Delta x$ es el volumen de un cilindro recto con área de base A y altura Δx. Aquí, ese volumen representa el cambio de volumen del gas, $\Delta V = A\Delta x$. Por lo tanto,

$$W = p\Delta V$$

El trabajo efectuado en la figura 10.6 es positivo porque ΔV es positivo. Si el gas se contrae, el trabajo es negativo porque el cambio de volumen es negativo ($\Delta V = V_2 - V_1 < 0$).

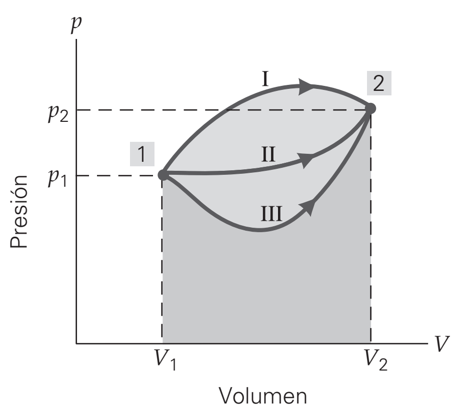
Desde luego, el cambio de volumen de un gas no siempre es pequeño, y por lo regular la presión a la que está sometido no es constante. De hecho, los cambios de volumen y presión pueden ser considerables. ¿Cómo hacemos los cálculos en tales circunstancias? La respuesta se muestra en la ◂figura 10.7. Ahí, tenemos un camino reversible en un diagrama p-V. Vemos que, durante cada pequeño paso, la presión se mantiene aproximadamente constante. Por lo tanto, para cada paso, aproximamos el trabajo efectuado mediante $p\Delta V$. Gráficamente, esta cantidad es el área de un pequeño rectángulo angosto que se extiende desde la curva del proceso hacia el eje V. Sin embargo, a medida que cambia el volumen, también cambia la presión. Por lo tanto, para aproximar el trabajo *total*, sumamos estas pequeñas cantidades de trabajo: $W \approx \Sigma(p\Delta V)$. Para obtener un valor exacto, veamos el área como formada por un gran número de rectángulos muy delgados. Si el número de rectángulos se vuelve infinitamente grande, el espesor de cada rectángulo se aproxima a cero. Este proceso implica cálculo, así que está más allá del alcance de este libro. No obstante, debería ser evidente que:

El trabajo efectuado por un sistema es igual al área bajo la curva del proceso en un diagrama p-V.

Antes de tratar tipos específicos de procesos, cabe señalar que hay una diferencia fundamental entre U y tanto Q como W. Cualquier sistema "contiene" cierta cantidad de energía interna U. Sin embargo, es erróneo decir que un sistema "posee" ciertas "cantidades" de calor o trabajo, pues estas cantidades representan *transferencias* de energía, no energías totales. Otra distinción es que, a diferencia de ΔU, tanto Q como W dependen de la forma en que el gas llega de su estado inicial a su estado final. El calor añadido o quitado a un sistema *depende de las condiciones* en que la transferencia se efectúa (sección 9.2). También es evidente, por la representación del área bajo la curva, que el trabajo *depende del camino* (▾figura 10.8). Por ejemplo, se efectúa más trabajo si el proceso ocurre a presiones más altas. Esta situación se representa con una área mayor, cuando una fuerza más grande efectúa más trabajo con el mismo cambio de volumen.

Por ejemplo, contrastemos estas propiedades con las de ΔU de un gas ideal. Para obtener ΔU, sólo necesitamos conocer la energía interna en cada extremo del camino. Ello se debe a que, para un gas ideal (con un número fijo de moles), la energía interna únicamente depende de la temperatura absoluta del gas. En ese caso (véase el capítulo 8), $U \propto nRT$; por lo tanto, $\Delta U = U_2 - U_1$ sólo depende de ΔT. En síntesis, el cambio de energía interna, ΔU, es *independiente* del camino del proceso, mientras que tanto Q como W *dependen* del camino.

▸ **FIGURA 10.8 El trabajo termodinámico depende de la curva del proceso** Esta gráfica muestra el trabajo efectuado por un gas que sufre la misma expansión mediante tres procesos distintos. El trabajo efectuado en el proceso I es mayor que el efectuado por el proceso II, que a la vez es mayor que el del proceso III. Fundamentalmente, aplicar una fuerza (presión) más grande, a lo largo de la misma distancia (cambio de volumen), requiere más trabajo. El proceso I incluye las áreas superior, intermedia e inferior; el proceso II incluye sólo las áreas intermedia e inferior; y el proceso III incluye sólo el área inferior



10.3 Procesos termodinámicos para un gas ideal

OBJETIVOS: *a*) Describir y entender los cuatro procesos termodinámicos fundamentales con un gas ideal y *b*) analizar el trabajo efectuado, el flujo de calor y el cambio de energía interna durante cada uno de esos procesos.

La primera ley de la termodinámica puede aplicarse a varios procesos de un sistema formado por un gas ideal. Observe que en tres de los procesos, se mantiene constante una variable termodinámica. El nombre de esos procesos tiene el prefijo *iso-* (del vocablo griego *isos* que significa "igual").

Proceso isotérmico Es un proceso a temperatura constante (*iso* = igual, *térmico* = de temperatura). En este caso, el camino del proceso se denomina *isoterma*, o curva de temperatura constante. (Véase la ▾figura 10.9.) La ley de los gases ideales puede escribirse como $p = nRT/V$. Puesto que el gas permanece a temperatura constante, nRT es una constante. Por lo tanto, p es inversamente proporcional a V; es decir, $p \propto 1/V$, lo cual corresponde a una hipérbola. (Recordemos que la ecuación de la hipérbola es $y = a/x$, es decir, $y \propto 1/x$, y se grafica como una curva descendente en los ejes x-y.)

Nota: *Isotérmico* "a temperatura constante".

Durante la expansión del estado 1 (inicial) al estado 2 (final) en la figura 10.9, se agrega calor al sistema, y tanto la presión como el volumen varían de manera que la temperatura se mantenga constante. El gas en expansión efectúa trabajo positivo. En una isoterma, $\Delta T = 0$, así que $\Delta U = 0$. El calor agregado al gas es exactamente igual al trabajo efectuado por el gas, y nada del calor se invierte en aumentar la energía interna del gas. Véase la sección Aprender dibujando "Apoyarse en isotermas" de la p. 345.

En términos de la primera ley de la termodinámica, escribimos

$$Q = \Delta U + W = 0 + W$$

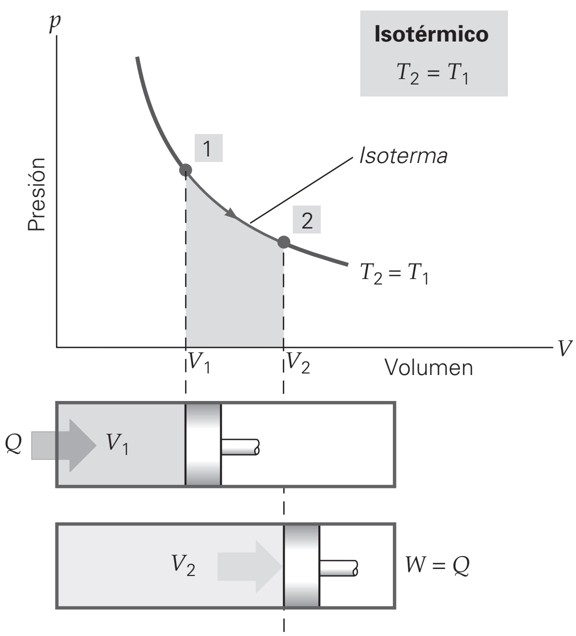
o bien,

$$Q = W \quad \textit{(proceso isotérmico de gas ideal)} \tag{10.2}$$

La magnitud del trabajo efectuado sobre el gas es igual al área bajo la curva (cuya determinación requiere de cálculo integral). La expresaremos simplemente así:

$$W_{\text{isotérmico}} = nRT \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) \quad \textit{(proceso isotérmico de gas ideal)} \tag{10.3}$$

Puesto que el producto nRT es constante a lo largo de una isoterma dada, el trabajo efectuado depende de la razón de los volúmenes inicial y final.



◀ **FIGURA 10.9 Proceso isotérmico (a temperatura constante)** Todo el calor añadido al gas se invierte en efectuar trabajo (el gas en expansión mueve el pistón): puesto que $\Delta T = 0$, entonces $\Delta U = 0$ y, por la primera ley de la termodinámica, $Q = W$. Como siempre, el trabajo es igual al área (sombreada) bajo la isoterma del diagrama p-V.

Sugerencia para resolver problemas

En la ecuación 10.3, la función "ln" significa *logaritmo natural*. Recuerde que los *logaritmos comunes* ("log") usan la base 10 (véase el Apéndice I). En ese caso, el exponente de la base 10 es el logaritmo del número en cuestión. Por ejemplo, puesto que $100 = 10^2$, el logaritmo de 100 es 2, o bien, en forma de ecuación $\log 100 = 2$. En general, si $y = 10^x$, x es el logaritmo de y, o bien, $x = \log y$. El logaritmo natural es similar, excepto que usa una base distinta, e, que es un número irracional ($e \approx 2.7183$). Para verificarlo, encuentre el logaritmo natural de 100 empleando su calculadora. (La respuesta es $\ln 100 = 4.605$).

Nota: *isobárico* significa "a presión constante".

Proceso isobárico. Es un proceso a presión constante (*iso* = igual, *bar* = presión).* En la ▼figura 10.10 se ilustra un proceso isobárico para un gas ideal. En un diagrama p-V, un proceso isobárico se representa con una línea horizontal llamada *isobara*. Cuando se añade o quita calor a un gas ideal a presión constante, el cociente V/T no cambia (ya que $V/T = nR/p$ = constante). Al expandirse el gas calentado, su temperatura aumenta, y el gas pasa a una isoterma a mayor temperatura. Este aumento de temperatura significa que la energía interna del gas aumenta, porque $\Delta U \propto \Delta T$.

Como se aprecia en la isobara de la figura 10.10, el área que representa el trabajo es rectangular. Por lo tanto, el trabajo es relativamente fácil de calcular (longitud por anchura):

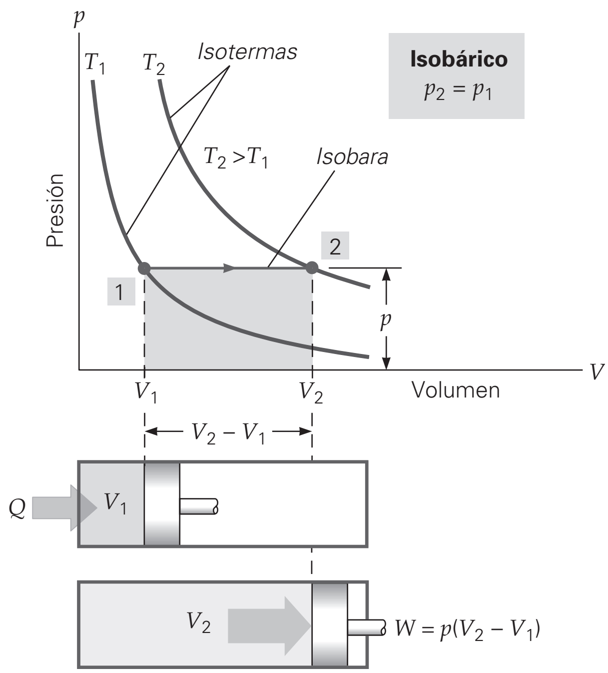
$$W_{\text{isobárico}} = p(V_2 - V_1) = p\Delta V \quad \textit{(proceso isobárico con gas ideal)} \qquad (10.4)$$

Por ejemplo, cuando se agrega o quita calor a un gas en condiciones isobáricas, la energía interna del gas cambia *y* el gas se expande o contrae, efectuando trabajo positivo o negativo, respectivamente. (Véase los signos en el ejemplo integrado 10.2.) Escribimos esta relación empleando la primera ley de la termodinámica, con la expresión de trabajo adecuada para condiciones isobáricas (ecuación 10.4):

$$Q = \Delta U + W = \Delta U + p\Delta V \quad \textit{(proceso isobárico con gas ideal)} \qquad (10.5)$$

Para una comparación detallada del proceso isobárico y el proceso isotérmico, considere el siguiente ejemplo integrado.

▶ **FIGURA 10.10 Proceso isobárico (a presión constante)** El calor añadido al gas en el pistón sin fricción se convierte en trabajo efectuado por el gas, y también modifica la energía interna del gas: $Q = \Delta U + W$. El trabajo es igual al área bajo la isobara (del estado 1 al estado 2 aquí, que aparece sombreada) en el diagrama p-V. Observe las dos isotermas. No forman parte del proceso isobárico, sino que nos ayudan a percibir que la temperatura aumenta durante la expansión isobárica.



* La presión se mide en bars o minibars.

Ejemplo integrado 10.2 ■ Isotermas contra isobaras: ¿cuál área?

Dos moles de un gas ideal monoatómico, que inicialmente están a 0°C y 1.00 atm, se expanden al doble de su volumen original, siguiendo dos procesos distintos. Primero se expanden isotérmicamente y, después, partiendo del mismo estado inicial, isobáricamente. *a*) ¿Durante cuál proceso el gas efectúa más trabajo: 1) el isotérmico, 2) el isobárico o 3) efectúa el mismo trabajo durante ambos procesos? Explique. *b*) Para comprobar su respuesta, determine el trabajo efectuado por el gas en cada caso.

a) Razonamiento conceptual. Como se muestra en la ▸figura 10.11, ambos procesos implican una expansión. La isobara es horizontal, en tanto que la isoterma es una hipérbola decreciente. De manera que el gas efectúa más trabajo durante la expansión isobárica (mayor área bajo la curva). Básicamente, esto se debe a que el proceso isobárico se efectúa a una presión más alta (constante) que el proceso isotérmico (donde la presión baja conforme se expande el gas). En ambos casos, el trabajo es positivo. (¿Cómo lo sabemos?) Por lo tanto, la respuesta correcta al inciso *a* es que el proceso isobárico efectúa más trabajo.

b) Razonamiento cuantitativo y solución. Podemos usar las ecuaciones 10.3 y 10.4, si conocemos los volúmenes. Calculamos tales cantidades con base en la ley de los gases ideales.

Hacemos una lista de los datos:

Dado: $p_1 = 1.00 \text{ atm} = 1.01 \times 10^5 \text{ N/m}^2$
$T_1 = 0°\text{C} = 273 \text{ K}$
$n = 2.00 \text{ mol}$ (véase la sección 8.3)
$V_2 = 2V_1$

Encuentre: el trabajo efectuado durante los procesos isotérmico e isobárico

Para el proceso isotérmico, usamos la ecuación 10.3 (el logaritmo natural de la razón de volúmenes es ln 2 = 0.693):

$$W_{\text{isotérmico}} = nRT \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = (2.00 \text{ mol})[8.31 \text{ J/(mol}\cdot\text{K)}](273 \text{ K})(\ln 2)$$
$$= +3.14 \times 10^3 \text{ J}$$

Para el proceso isobárico, necesitamos conocer los dos volúmenes. Por la ley de los gases ideales,

$$V_1 = \frac{nRT_1}{p_1} = \frac{(2.00 \text{ mol})[8.31 \text{ J/(mol}\cdot\text{K)}](273 \text{ K})}{1.01 \times 10^5 \text{ N/m}^2}$$
$$= 4.49 \times 10^{-2} \text{ m}^3$$

así que

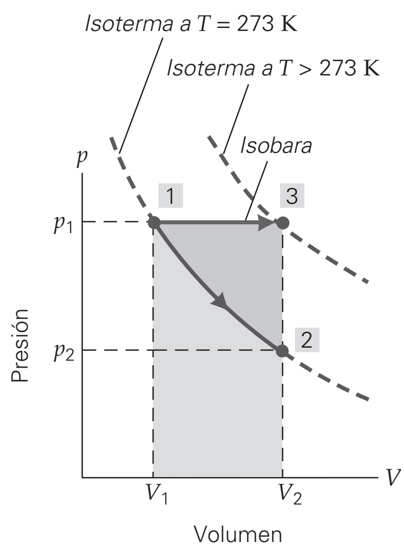
$$V_2 = 2V_1 = 8.98 \times 10^{-2} \text{ m}^3$$

El trabajo se calcula con la ecuación 10.4:

$$W_{\text{isobárico}} = p(V_2 - V_1)$$
$$= (1.01 \times 10^5 \text{ N/m}^2)(8.98 \times 10^{-2} \text{ m}^3 - 4.49 \times 10^{-2} \text{ m}^3) = +4.53 \times 10^3 \text{ J}$$

Este trabajo es mayor que el isotérmico, como se esperaría por el inciso *a*.

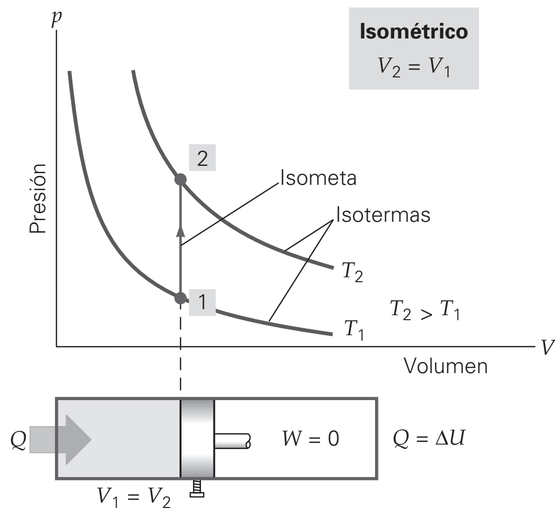
Ejercicio de refuerzo. Calcule el flujo de calor en cada proceso de este ejemplo.



▲ **FIGURA 10.11 Comparación de trabajo** En el Ejemplo integrado 10.2, el gas efectúa trabajo positivo al expandirse. Efectúa más trabajo en condiciones isobáricas (del estado 1 al estado 3) que en condiciones isotérmicas (del estado 1 al estado 2), porque la presión se mantiene constante a lo largo de la isobara, aunque disminuye a lo largo de la isoterma. (Compare las áreas bajo las curvas.)

Proceso isométrico. (De *isovolumétrico*), también llamado *proceso isocórico*, es un proceso a volumen constante. Como se muestra en la ▾figura 10.12, el camino del proceso en un diagrama *p*-*V* es una línea vertical, llamada *isometa*. No se efectúa trabajo, por-

Nota: *isobárico* significa "a presión constante".



◀ **FIGURA 10.12 Proceso isométrico (con volumen constante)** Todo el calor que se agrega al gas se invierte en aumentar su energía interna, pues no se efectúa trabajo ($W = 0$); por lo tanto, $Q = \Delta U$. (En el pistón observe el tornillo fijador que le impide moverse.) De nuevo, aunque las isotermas no intervienen en el proceso isométrico, visualmente nos indican que la temperatura del gas se incrementa.

que el área bajo una curva así es cero. (No hay desplazamiento, así que no hay cambio de volumen.) Puesto que el gas no puede efectuar trabajo, si se añade calor, éste debe invertirse completamente en aumentar la energía interna del gas y, por ende, su temperatura. En términos de la primera ley de la termodinámica,

$$Q = \Delta U + W = \Delta U + 0 = \Delta U$$

así que

$$Q = \Delta U \quad \textit{(proceso isométrico con gas ideal)} \tag{10.6}$$

Considere el siguiente ejemplo de un proceso isométrico en acción.

Ejemplo 10.3 ■ Ejercicio isométrico práctico: cómo *no* reciclar una lata de aerosol

Muchas latas de aerosol "vacías" contienen restos de gases impulsores a una presión aproximada de 1 atm (supondremos 1.00 atm) a 20°C. La lata lleva la advertencia: "No queme ni perfore esta lata." *a*) Explique por qué es peligroso quemar una lata de éstas. *b*) Calcule el cambio en la energía interna de un gas así, si se le agregan 500 J de calor y eleva su temperatura hasta 2000°F. *c*) ¿Qué presión final tendrá el gas?

Razonamiento. Este proceso es isovolumétrico; por lo cual todo el calor se invierte en aumentar la energía interna del gas. Se espera que aumente la presión, y es ahí donde radica el peligro. Determinamos la presión final con la ley de los gases ideales.

Solución. Hacemos una lista con los datos y convertimos las temperaturas dadas a kelvin. (Para el razonamiento cualitativo, de nuevo se recomienda consultar la sección Aprender dibujando de la p. 345.)

Dado:
$p_1 = 1.00 \text{ atm} = 1.01 \times 10^5 \text{ N/m}^2$
$V_1 = V_2$
$T_1 = 20°\text{C} = 293 \text{ K}$
$T_2 = 2000°\text{F} = 1.09 \times 10^3 \,°\text{C}$
$= 1.37 \times 10^3 \text{ K}$
$Q = +500 \text{ J}$

Encuentre:
a) Explique el peligro de calentar la lata
b) ΔU (cambio en la energía interna)
c) p_2 (presión final del gas)

a) Cuando se agrega calor, todo se invierte en aumentar la energía interna del gas. Con volumen constante, la presión es proporcional a la temperatura, así que la presión final será mayor que 1 atm. El peligro es que el recipiente haga explosión, y se desintegre en fragmentos metálicos como una granada, si se excede su presión máxima de diseño.

b) Para calcular el cambio en la energía interna, usamos la primera ley de la termodinámica. Recuerde que el trabajo efectuado en un proceso isométrico es cero. (¿Por qué?)

$$\Delta U = Q - W = Q - 0 = Q = +500 \text{ J}$$

c) La presión final del gas se determina directamente de la ley de los gases ideales:

$$\frac{p_2V_2}{T_2} = \frac{p_1V_1}{T_1} \quad \text{o bien} \quad p_2 = p_1\left(\frac{V_1}{V_2}\right)\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = (1 \text{ atm})\left(\frac{V_1}{V_1}\right)\left(\frac{1.37 \times 10^3 \text{ K}}{293 \text{ K}}\right) = 4.68 \text{ atm}$$

Ejercicio de refuerzo. Suponga que la lata se diseñó de manera que aguante presiones de hasta 3.5 atm. ¿Qué temperatura máxima resistirá antes de hacer explosión?

Nota: en la práctica, *adiabático* significa *rápido*, es decir, antes de que una cantidad significativa de calor pueda entrar o salir ($Q = 0$).

Proceso adiabático. Aquí no se transfiere calor hacia el interior ni hacia el exterior del sistema. Es decir, $Q = 0$ (▸figura 10.13). (El vocablo griego *adiabatos* significa "impasable".) Esta condición se satisface en un sistema térmicamente aislado, rodeado por completo de un aislante "perfecto". Se trata de una situación ideal, ya que hay algo de transferencia de calor incluso con los mejores materiales, si esperamos el tiempo suficiente. Por lo tanto, en la vida real, sólo podemos aproximar los procesos adiabáticos. Por ejemplo, pueden efectuarse procesos casi adiabáticos si los cambios son lo bastante rápidos y no hay tiempo para que una cantidad significativa de calor entre en el sistema o salga de él. En otras palabras, los procesos *rápidos* pueden aproximar las condiciones adiabáticas.

La curva para este proceso se llama *adiabata*. Durante un proceso adiabático, cambian las tres coordenadas termodinámicas (p, V, T). Por ejemplo, si se reduce la presión a la que está sometido el gas, éste se expande. Sin embargo, no fluye calor hacia el gas. Al no haber un ingreso de calor que compense, se efectúa el trabajo a expensas de la energía interna del gas. Por lo tanto, ΔU debe ser negativo. Como la energía interna y, en consecuencia, la temperatura disminuyen, tal expansión es un proceso de enfriamiento. Asimismo, una compresión adiabática es un proceso de calentamiento (aumento de temperatura).

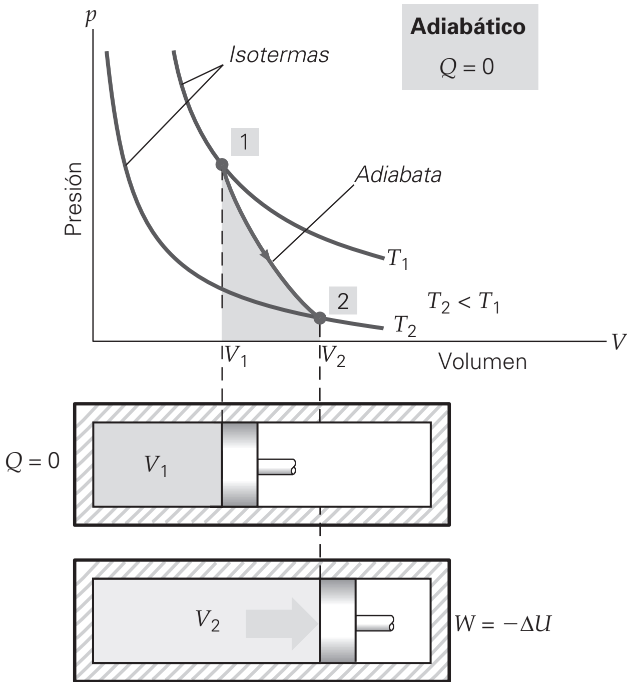


FIGURA 10.13 Proceso adiabático (sin transferencia de calor) En un proceso adiabático (que se representa aquí con un cilindro bien aislado), no se agrega ni quita calor al sistema; por lo tanto, $Q = 0$. Durante la expansión (que se muestra aquí), el gas efectúa trabajo positivo a expensas de su energía interna: $W = -\Delta U$. En el proceso, cambian la presión, el volumen y la temperatura. El trabajo efectuado por el gas es el área sombreada entre la adiabata y el eje V.

Por la primera ley de la termodinámica, describimos un proceso adiabático como

$$Q = 0 = \Delta U + W$$

o bien,

$$\Delta U = -W \quad \textit{(proceso adiabático)} \tag{10.7}$$

Para que nuestra descripción de los procesos adiabáticos sea completa, plantearemos otras relaciones que se dan en tales procesos. En éstos, un factor importante es la razón de los calores específicos molares del gas, definida por una cantidad adimensional $\gamma = c_p/c_v$, donde c_p y c_v son calores específicos a presión y a volumen constantes, respectivamente. Para los dos tipos comunes de moléculas de gas, monoatómica y diatómica, los valores aproximados de g son 1.67 y 1.40, respectivamente. El volumen y la presión en dos puntos cualesquiera de una adiabata están relacionados por

$$p_1V_1^\gamma = p_2V_2^\gamma \quad \textit{(proceso adiabático con gas ideal)} \tag{10.8}$$

El trabajo efectuado por un gas ideal durante un proceso adiabático es

$$W_{\text{adiabático}} = \frac{p_1V_1 - p_2V_2}{\gamma - 1} \quad \textit{(proceso adiabático con gas ideal)} \tag{10.9}$$

Ejemplo conceptual 10.4 ■ Exhalación: ¿soplo frío o caliente?

El aire en nuestros pulmones está tibio. Esto puede comprobarse colocando el antebrazo desnudo cerca de la boca y exhalando con la boca bien abierta. Si soplamos con los labios fruncidos (muy juntos), el aire se sentirá *a*) más caliente, *b*) más frío o *c*) igual.

Razonamiento y respuesta. En este caso iremos de la respuesta al razonamiento, porque es fácil determinar la respuesta correcta experimentalmente. Pruébelo; quizá le sorprenda comprobar que la respuesta es *b*.

Lo interesante es *por qué* sucede así. Cuando exhalamos sobre el brazo con la boca abierta, sentimos una bocanada de aire tibio (aproximadamente a la temperatura corporal). En cambio, cuando soplamos con los labios fruncidos, comprimimos la corriente de aire. Al salir, entonces, el aire se expande y efectúa un trabajo positivo sobre la atmósfera. El proceso es aproximadamente adiabático, porque se efectúa en poco tiempo. Por la primera ley, puesto que $Q = 0$, $\Delta U = -W$; por lo tanto, ΔU es negativo y la temperatura baja. El trabajo se efectúa a expensas de la energía interna del aire.

Ejercicio de refuerzo. Incluso en el invierno, con nieve en las laderas, en las montañas Rocallosas no es extraño sentir ráfagas de aire cálido que bajan por las laderas. (Estas ráfagas se llaman *vientos Chinook.*) Explique cómo estos vientos tendrían un aumento significativo de temperatura cuando todavía hay nieve y hielo en el suelo.

El siguiente ejemplo integrado sirve para aclarar las confusiones que a veces surgen entre isotermas y adiabatas.

Ejemplo integrado 10.5 ■ Adiabatas contra isotermas: dos procesos distintos que a menudo se confunden

Una muestra de helio se expande al triple de su volumen inicial; en un caso lo hace adiabáticamente, y en otro, isotérmicamente. En ambos casos, parte del mismo estado inicial. La muestra contiene 2.00 moles de helio a 20°C y 1.00 atm. *a*) ¿Durante qué proceso el gas efectúa más trabajo? 1) Durante el proceso adiabático, 2) durante el isotérmico o 3) se efectúa el mismo trabajo en ambos procesos. *b*) Calcule el trabajo efectuado en cada proceso para verificar su razonamiento en el inciso *a*. La tasa o razón de calor específico, o valor γ, del helio 1.67.

a) Razonamiento conceptual. Para determinar gráficamente qué proceso implica más trabajo, examinamos las áreas bajo las curvas de proceso (véase la figura 10.13). El área bajo la curva del proceso isotérmico es mayor; por lo tanto, el gas efectúa más trabajo durante su expansión isotérmica y la respuesta correcta es 2). Físicamente, la expansión isotérmica implica más trabajo porque las presiones siempre son mayores durante tal expansión que durante la adiabática.

b) Razonamiento cuantitativo y solución. Para determinar el trabajo isotérmico, necesitamos los volúmenes inicial y final, que pueden determinarse usando la ley de los gases ideales. Para el trabajo adiabático, es importante la razón de calores específicos, así como la presión y el volumen finales. La presión final puede calcularse con la ecuación 10.8, y la ley de los gases ideales nos permite determinar el volumen final.

Hacemos una lista de los valores dados y convertimos la temperatura dada a kelvins:

Dado:
$p_1 = 1.00 \text{ atm} = 1.01 \times 10^5 \text{ N/m}^2$
$n = 2.00 \text{ mol}$
$T_1 = 20°\text{C} + 273 = 293 \text{ K}$
$V_2 = 3V_1$
$\gamma = 1.67$

Encuentre: trabajo efectuado durante cada proceso

Nos dan los datos necesarios para calcular el trabajo isotérmico a partir de la ecuación 10.3. Puesto que la razón de volúmenes es 3, y ln 3 = 1.10, tenemos

$$W_{\text{isotérmico}} = nRT \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$
$$= (2.00 \text{ mol})[8.31 \text{ J/(mol}\cdot\text{K)}](293 \text{ K})(\ln 3) = +5.35 \times 10^3 \text{ J}$$

Para el proceso adiabático, usando la ecuación 10.9 calculamos el trabajo; sin embargo, primero necesitamos la presión y el volumen finales. La presión final puede calcularse escribiendo la ecuación 10.8 en forma de razón:

$$p_2 = p_1\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma} = p_1\left(\frac{V_1}{3V_1}\right)^{\gamma} = p_1\left(\frac{1}{3}\right)^{1.67} = 0.160p_1$$
$$= (0.160)(1.01 \times 10^5 \text{ N/m}^2) = 1.62 \times 10^4 \text{ N/m}^2$$

El volumen inicial se determina a partir de la ley de los gases ideales:

$$V_1 = \frac{nRT_1}{p_1} = \frac{(2.00 \text{ mol})[8.31 \text{ J/(mol}\cdot\text{K)}](293 \text{ K})}{1.01 \times 10^5 \text{ N/m}^2}$$
$$= 4.82 \times 10^{-2} \text{ m}^3$$

Por lo tanto, $V_2 = 3V_1 = 1.45 \times 10^{-1} \text{ m}^3$. Ahora aplicamos la ecuación 10.9:

$$W_{\text{adiabático}} = \frac{p_1V_1 - p_2V_2}{\gamma - 1}$$
$$= \frac{(1.01 \times 10^5 \text{ N/m}^2)(4.82 \times 10^{-2} \text{ m}^3) - (1.62 \times 10^4 \text{ N/m}^2)(1.45 \times 10^{-1} \text{ m}^3)}{1.67 - 1}$$
$$= +3.76 \times 10^3 \text{ J}$$

Como esperábamos, este resultado es menor que el trabajo isotérmico.

Ejercicio de refuerzo. En este ejemplo, *a*) calcule la temperatura final del gas en la expansión adiabática. *b*) Durante la expansión adiabática, determine el cambio de energía interna del gas, utilizando la expresión para la energía interna de un gas monoatómico. ¿Es igual al negativo del trabajo efectuado (calculado en el ejemplo)? Explique.

TABLA 10.1 Procesos termodinámicos importantes

Proceso	*Característica*	*Resultado*	*La primera ley de la termodinámica*
Isotérmico	T = constante	$\Delta U = 0$	$Q = W$
Isobárico	p = constante	$W = p\Delta V$	$Q = \Delta U + p\Delta V$
Isométrico	V = constante	$W = 0$	$Q = \Delta U$
Adiabático	$Q = 0$		$\Delta U = -W$

Como un resumen final para estos procesos termodinámicos, sus características y consecuencias se listan en la tabla 10.1.

APRENDER DIBUJANDO — APOYARSE EN ISOTERMAS

Al analizar procesos termodinámicos, a veces es difícil no perder de vista los signos del flujo de calor (Q), el trabajo (W) y el cambio de energía interna (ΔU). Un método útil para llevar esta contabilidad es superponer una serie de isotermas a la gráfica p-V con la que se está trabajando (como en las figuras 10.9 a 10.13). Este método es útil, aunque en la situación que se está estudiando no intervengan procesos isotérmicos.

Antes de comenzar, recordemos que en un proceso isotérmico la temperatura se mantiene constante.

1. En un proceso isotérmico con un gas ideal, ΔU es cero. (¿Por qué?)
2. Puesto que T es constante, pV también deberá ser constante, ya que por la ley de los gases ideales (ecuación 8.3), $pV = nRT$ = constante. El álgebra nos dice que $p = k/V$ es la ecuación de una hipérbola. Por lo tanto, en un diagrama p-V, un proceso isotérmico se describe con una hipérbola. Cuanto más lejos de los ejes esté una hipérbola, mayor será la temperatura que representa (figura 1).

   Para aprovechar estas propiedades, seguimos estos pasos:

- Dibujamos un conjunto de isotermas para una serie creciente de temperaturas en la gráfica p-V (figura 1).
- Luego dibujamos el proceso que estamos analizando; por ejemplo, la isobara que se muestra en la figura 2. [Sabemos que isometa = volumen constante (línea vertical), isobara = presión constante (línea horizontal) y adiabata = cero flujo de calor (curva descendente, más empinada que una isoterma).]
- Ahora usamos las gráficas para determinar los signos de W y ΔU. W está representado por el área bajo la curva p-V del proceso en cuestión, en tanto que su signo depende de si el gas se expandió (positivo) o se comprimió (negativo). El signo de ΔT será evidente por las isotermas, pues sirven como escala de temperatura. Por ejemplo, una elevación de T implica un aumento de U.
- Por último, determinamos el signo de Q a partir de la primera ley de la termodinámica, $Q = \Delta U + W$. El signo de Q nos dirá si entró calor al sistema o salió de él.

El ejemplo de la figura 2 muestra lo potente que es este enfoque visual. En él, debemos decidir si durante una expansión isobárica entra calor en un gas o sale de él. Una expansión implica que el gas efectúa trabajo positivo. Sin embargo, ¿qué dirección tiene el flujo de calor (o es cero)? Al dibujar la isobara, vemos que cruza las isotermas yendo de baja temperatura hacia alta temperatura. Por lo tanto, hay un aumento de temperatura, y ΔU es positivo. Por $Q = \Delta U + W$, vemos que Q es la suma de dos cantidades positivas, ΔU y W. Entonces, Q deberá ser positiva, o bien, entra calor en el gas.

Como ejercicio, intente analizar un proceso isométrico utilizando este enfoque gráfico. Véase también los Ejemplos integrados 10.2 y 10.5.

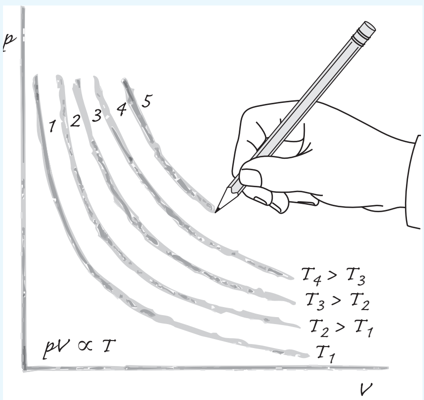


FIGURA 1 Isotermas en una gráfica *p*-*V*

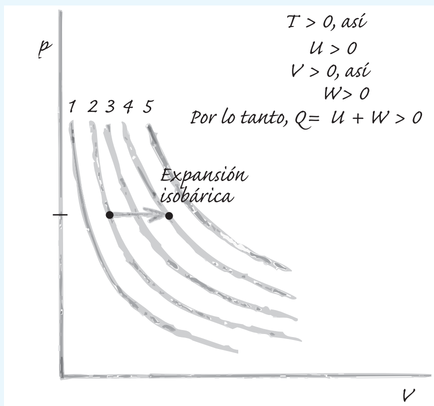


FIGURA 2 Una expansión isobárica

10.4 Segunda ley de la termodinámica y entropía

OBJETIVOS: *a*) Plantear y explicar la segunda ley de la termodinámica en varias formas y *b*) explicar el concepto de entropía.

Suponga que un trozo de metal caliente se coloca en un recipiente aislado que contiene agua fría. Se transferirá calor del metal al agua y al final ambos llegarán a un equilibrio térmico en alguna temperatura intermedia. En un sistema térmicamente aislado, la energía total del sistema es constante. ¿Podría haberse transferido calor del agua fría al metal caliente, en vez de al revés? Semejante proceso no sucedería naturalmente; pero si así fuera, la energía total del sistema se mantendría constante y este proceso inverso "imposible" *no* violaría la conservación de la energía ni la primera ley de la termodinámica.

Es evidente que debe haber otro principio que especifique la *dirección* en que se puede efectuar un proceso. Este principio se encarna en la **segunda ley de la termodinámica**, que indica que ciertos procesos no suceden, o que nunca se ha observado que sucedan, aunque sean congruentes con la primera ley.

Hay muchos planteamientos equivalentes de la segunda ley, redactados según su aplicación. Uno que podría aplicarse a la situación mencionada es el siguiente:

El calor no fluye espontáneamente de un cuerpo más frío a uno más caliente.

Un planteamiento equivalente de la segunda ley tiene que ver con ciclos térmicos. Un *ciclo térmico* típico consiste en varios procesos térmicos distintos, después de los cuales el sistema regresa a las mismas condiciones en que estaba al inicio. Si el sistema es un gas, éste es el mismo estado *p-V-T* del que partió. La segunda ley, planteada en términos de un ciclo térmico (operando como máquina de calor; véase la sección 10.5), es como sigue:

En un ciclo térmico, la energía calorífica no puede transformarse totalmente en trabajo mecánico.

Nota: es posible construir máquinas reales que prácticamente no tengan fricción; pero de cualquier forma su eficiencia no llega al 100%. El límite de la segunda ley no se refiere a pérdidas por fricción.

En general, la segunda ley de la termodinámica es válida para todas las formas de energía. Se le considera cierta porque nadie ha encontrado jamás una excepción a ella. Si no fuera válida, sería posible construir una máquina de movimiento perpetuo. Una máquina así podría transformar primero totalmente el calor en trabajo y movimiento (energía mecánica), sin pérdida alguna de energía. Luego, la energía mecánica podría transformarse otra vez en calor y utilizarse para calentar el depósito del cual originalmente se obtuvo el calor (también sin pérdidas). Como los procesos se podrían repetir indefinidamente, la máquina operaría perpetuamente, transformando la energía de una forma a otra. No se pierde ni se gana energía neta, así que esta situación *no* viola la primera ley. Sin embargo, es obvio que todas las máquinas reales tienen una eficiencia menor que el 100%, es decir, el trabajo producido siempre es menor que la energía aportada. Por lo tanto, otro planteamiento de la segunda ley es:

Es imposible construir una máquina funcional de movimiento perpetuo.

Se ha intentado sin éxito construir máquinas así.*

Sería conveniente tener alguna forma de expresar la *dirección* de un proceso en términos de las propiedades termodinámicas de un sistema. Una de esas propiedades es la temperatura. Al analizar un proceso de transferencia de calor por conducción, nece-

* Aunque no pueden existir máquinas de movimiento perpetuo, se sabe que existen movimientos (casi) perpetuos; por ejemplo, los planetas han estado girando en torno al Sol durante cerca de 5 mil millones de años.

sitamos conocer la temperatura del sistema y la de su entorno. Si conocemos la diferencia de temperatura entre los dos procesos, diremos en qué dirección se efectuará espontáneamente la transferencia de calor. Otra cantidad útil, sobre todo al tratar las máquinas de calor, es la entropía.

Entropía

El primero en describir una propiedad que indica la *dirección natural* de un proceso fue el físico alemán Rudolf Clausius (1822-1888). Dicha propiedad es la **entropía**, que es un concepto multifacético, con muchas interpretaciones físicas distintas:

- La entropía es una medida de la capacidad de un sistema para efectuar trabajo útil. Cuando un sistema pierde capacidad para efectuar trabajo, aumenta su entropía.
- La entropía determina la dirección del tiempo. Es la "flecha del tiempo" que indica el flujo hacia adelante de los sucesos y distingue los sucesos pasados de los futuros.
- La entropía es una medida del desorden. Un sistema tiende naturalmente hacia un mayor desorden. Cuanto más orden haya, más baja será la entropía del sistema.
- Está aumentando la entropía del Universo.

Todos estos planteamientos (y otros) son interpretaciones igualmente válidas de la entropía y son físicamente equivalentes, como veremos en los siguientes análisis. Sin embargo, primero vamos a introducir la definición de cambio en la entropía. El cambio en la entropía de un sistema (ΔS), cuando a un proceso reversible a temperatura constante se le añade o quita una cantidad de calor (Q) es

$$\Delta S = \frac{Q}{T} \quad \textit{(cambio de entropía a temperatura constante)} \qquad (10.10)$$

Unidad SI de entropía: joule sobre kelvin (J/K)

Nota: ΔS es positivo si un sistema absorbe calor ($Q > 0$), y negativo si pierde calor ($Q < 0$). El signo de ΔS está determinado por el de Q.

Nota: siempre use kelvin al calcular la entropía. ¿Qué sucedería si usara la temperatura Celsius para calcular ΔS durante un cambio de fase de hielo a agua a 0°C?

Si la temperatura cambia durante el proceso, el cálculo del cambio de entropía requiere matemáticas avanzadas. Nuestro análisis se limitará a procesos isotérmicos o aquellos donde intervienen cambios de temperatura pequeños. En este último caso, aproximaremos los cambios de entropía utilizando temperaturas promedio, como en el ejemplo 10.7. No obstante, antes examinaremos un ejemplo de cambio de entropía y cómo se interpreta.

Ejemplo 10.6 ■ Cambio de entropía: un proceso isotérmico

Mientras realiza ejercicio físico a 34°C, un atleta pierde 0.400 kg de agua por hora a través de la evaporación de la transpiración de su piel. Calcule el cambio de entropía en el agua conforme se evapora. El calor latente de la evaporación por transpiración es de aproximadamente 24.2×10^5 J/kg.

Razonamiento. Se da un cambio de fase a temperatura constante; por lo tanto, aplicamos la ecuación 10.10 ($\Delta S = Q/T$) después de convertir a kelvins. La ecuación 9.2 ($Q = mL_v$) nos permite calcular la cantidad de calor agregado.

Solución. Por el enunciado del problema, tenemos

Dado: $m = 0.400$ kg
$T = 34°\text{C} + 273 = 307$ K
$L_v = 24.2 \times 10^5$ J/kg

Encuentre: ΔS (cambio de entropía)

Puesto que hay un cambio de fase, el agua absorbe calor latente:

$$Q = mL_v = (0.400 \text{ kg})(24.2 \times 10^5 \text{ J/kg}) = 9.68 \times 10^5 \text{ J}$$

Entonces,

$$\Delta S = \frac{Q}{T} = \frac{+9.68 \times 10^5 \text{ J}}{307 \text{ K}} = +3.15 \times 10^3 \text{ J/K}$$

Q es positivo porque se agrega calor al sistema. Por lo tanto, el cambio de entropía también es positivo: aumenta la entropía del agua. Este resultado es razonable porque un estado gaseoso es más aleatorio (desordenado) que un estado líquido.

Ejercicio de refuerzo. ¿Cuánto cambiará la entropía de una muestra de 1.00 kg de agua cuando se congela a 0°C?

Ejemplo 10.7 ■ Cuchara tibia en agua fría: ¿aumenta o disminuye la entropía del sistema?

Una cuchara metálica a 24°C se sumerge en 1.00 kg de agua a 18°C. El sistema (cuchara y agua) está térmicamente aislado y alcanza el equilibrio a una temperatura de 20°C. *a*) Determine el cambio aproximado en la entropía del sistema. *b*) Repita el cálculo suponiendo, aunque sea imposible, que la temperatura del agua bajó a 16°C y la temperatura de la cuchara subió a 28°C. Comente cómo la entropía nos indica que la situación del inciso *b* no puede darse.

Razonamiento. El sistema está térmicamente aislado, así que sólo hay intercambio de calor entre la cuchara y el agua, es decir, $Q_m + Q_w = 0$, donde los subíndices m y w se refieren al metal y al agua, respectivamente. Podemos determinar Q_w porque conocemos la masa de agua, su calor específico y el cambio de temperatura. Por lo tanto, podremos determinar ambos valores de Q (iguales, pero de signo opuesto). Estrictamente hablando, no podríamos usar la ecuación 10.10 porque sólo es válida para procesos a temperatura constante. Sin embargo, los cambios de temperatura aquí son pequeños, de manera que podemos obtener una buena aproximación a ΔS utilizando la temperatura *promedio* de cada objeto $\overline{T}$.

Solución. Denotamos *inicial* con "i" y *final* con "f":

Dado:
$T_{m,i} = 24°C$
$T_{w,i} = 18°C$
$m_w = 1.00$ kg
$c_w = 4186\ \text{J/(kg·C°)}$ (de la tabla 9.1)
a) $T_f = 20°C$
b) $T_{m,f} = 28°C$; $T_{w,f} = 16°C$

Encuentre:
a) ΔS (cambio de entropía del sistema en una situación realista)
b) ΔS (cambio de entropía del sistema en una situación irreal)

a) Necesitamos la cantidad de calor transferida (Q) para despejar ΔS. Con $\Delta T_w = T_f - T_{w,i} = 20°C - 18°C = +2.0\ C°$, el calor que el agua gana es

$$Q_w = c_w m_w \Delta T = [4186\ \text{J/(kg·C°)}](1.00\ \text{kg})(2.0\ \text{C°}) = +8.37 \times 10^3\ \text{J}$$

por la ecuación 9.1. Esta cantidad también es la magnitud del calor *perdido* por el metal. Por lo tanto,

$$Q_m = -8.37 \times 10^3\ \text{J}$$

Las temperaturas promedio son:

$$\overline{T}_w = \frac{T_{w,i} + T_f}{2} = \frac{18°C + 20°C}{2} = 19°C = 292\ \text{K}$$
$$\overline{T}_m = \frac{T_{m,i} + T_f}{2} = \frac{24°C + 20°C}{2} = 22°C = 295\ \text{K}$$

Ahora usamos estas temperaturas medias y la ecuación 10.10 para calcular los cambios de entropía aproximados para el agua y el metal:

$$\Delta S_w \approx \frac{Q_w}{\overline{T}_w} = \frac{+8.37 \times 10^3\ \text{J}}{292\ \text{K}} = +28.7\ \text{J/K}$$
$$\Delta S_m \approx \frac{Q_m}{\overline{T}_m} = \frac{-8.37 \times 10^3\ \text{J}}{295\ \text{K}} = -28.4\ \text{J/K}$$

El cambio de entropía del *sistema* es la suma de estos cambios, o bien,

$$\Delta S = \Delta S_w + \Delta S_m \approx +28.7\ \text{J/K} - 28.4\ \text{J/K} = +0.3\ \text{J/K}$$

La entropía del metal disminuyó porque perdió calor. La entropía del agua aumentó más de lo que la temperatura del metal disminuyó, así que, en total, se incrementó la entropía del sistema.

b) Aunque esta situación conserva la energía, infringe la segunda ley de la termodinámica. Para ver esta trasgresión en términos de entropía, repitamos el cálculo anterior, utilizando el segundo conjunto de valores. Con $\Delta T_w = T_f - T_{w,i} = 16°C - 18°C = -2.0\ C°$, el calor que el agua pierde es

$$Q_w = c_w m_w \Delta T = [4186\ \text{J/(kg·C°)}](1.00\ \text{kg})(-2.0\ \text{C°}) = -8.37 \times 10^3\ \text{J}$$

Una vez más, usamos las temperaturas promedio, $\overline{T}_w = 17°C = 290$ K y $\overline{T}_m = 26°C = 299$ K, para calcular los cambios de entropía aproximados para el agua y la cuchara metálica:

$$\Delta S_w \approx \frac{Q_w}{\overline{T}_w} = \frac{-8.37 \times 10^3\ \text{J}}{290\ \text{K}} = -28.9\ \text{J/K}$$
$$\Delta S_m \approx \frac{Q_m}{\overline{T}_m} = \frac{+8.37 \times 10^3\ \text{J}}{299\ \text{K}} = +28.0\ \text{J/K}$$

El cambio de entropía del *sistema* es:

$$\Delta S = \Delta S_w + \Delta S_m \approx -28.9\ \text{J/K} + 28.0\ \text{J/K} = -0.9\ \text{J/K}$$

En este escenario irreal, la entropía del metal aumentó, pero la del agua disminuyó más de lo que la del metal aumentó, de manera que disminuyó la entropía total del sistema.

Ejercicio de refuerzo. ¿Qué temperaturas iniciales debería haber en este ejemplo para que el cambio total de entropía del sistema fuera cero? Explíquelo en términos de transferencias de calor.

Observe que el cambio de entropía del sistema del ejemplo 10.7a es positivo, ya que el proceso es *natural*. Es decir, es un proceso que siempre se observa. En general, la dirección de cualquier proceso es hacia un aumento de la entropía total del sistema. Es decir, *la entropía de un sistema aislado nunca disminuye*. Otra forma de expresar esta observación es diciendo que *la entropía de un sistema aislado aumenta en todos los procesos naturales* $(\Delta S > 0)$. Al llegar a una temperatura intermedia, el agua y la cuchara del ejemplo 10.7a intervienen en un proceso natural. En el inciso *b* del mismo ejemplo, el proceso nunca se observaría, y la disminución en la entropía del sistema lo indica. Asimismo, agua a temperatura ambiente en una bandeja para cubitos de hielo aislada no se convertirá de forma natural (espontánea) en hielo.

Sin embargo, si un sistema *no* está aislado, su entropía podría disminuir. Por ejemplo, si la bandeja llena de agua se coloca en un congelador, el agua se congelará, y su entropía disminuirá. No obstante, habrá *un aumento mayor de entropía en alguna otra parte* del Universo. En este caso, el congelador calentará la cocina al hacer el hielo, y aumentará la entropía total del sistema (hielo + cocina).

Nota: en todo proceso natural, tiende a incrementarse la entropía de un sistema cerrado.

Por lo tanto, la segunda ley de la termodinámica podría plantearse en términos de entropía (para procesos que se dan naturalmente) de la siguiente forma:

En todo proceso *natural*, la entropía total del Universo aumenta.

Hay procesos en que la entropía es constante. Evidentemente, los procesos adiabáticos son de ese tipo, ya que $Q = 0$. En este caso, $\Delta S = Q/T = 0$. Asimismo, cualquier expansión isotérmica reversible que va seguida inmediatamente de una compresión isotérmica siguiendo el mismo camino tiene un cambio neto de entropía igual a cero, pues ambos flujos de calor son iguales pero de signo opuesto, y las temperaturas también son las mismas; por lo tanto, $\Delta S = Q/T + (-Q/T) = 0$. Puesto que, en algunas circunstancias, *sí* es posible tener $\Delta S = 0$, generalizamos el planteamiento anterior de la segunda ley de la termodinámica para incluir todos los procesos posibles:

Nota: la energía total no puede crearse ni destruirse; la entropía total puede crearse, pero no destruirse.

Durante *cualquier* proceso, la entropía del Universo sólo puede aumentar o permanecer constante $(\Delta S \geq 0)$.

Para apreciar una de las múltiples interpretaciones alternativas (e equivalentes) de la entropía, considere los planteamientos anteriores rescritos en términos de orden y desorden. Aquí, interpretamos la entropía como una medida del desorden de un sistema. Por lo tanto, un valor mayor de entropía implica más desorden (o, de forma equivalente, menos orden):

Todos los procesos naturales tienden a un estado de mayor desorden.

Podemos deducir una definición práctica de orden y desorden de situaciones cotidianas. Suponga que estamos elaborando una ensalada con pasta y tenemos jitomates picados listos para mezclarlos con la pasta ya cocida. Antes de mezclar la pasta y los jitomates, hay cierta cantidad de orden, es decir, los ingredientes están separados. Al mezclarlos, los ingredientes separados se convierten en un solo platillo, y hay menos orden (o más desorden, si se prefiere). La ensalada de pasta, una vez mezclada, nunca se separará en ingredientes individuales por su cuenta (es decir, por un proceso natural, espontáneo). Desde luego que podríamos extraer los trozos de jitomate, pero ello no sería un proceso natural. Asimismo, unos anteojos rotos no se pegan otra vez por sí mismos. Los gases de una mezcla tampoco se separan repentinamente, quedando cada

A FONDO 10.1 VIDA, ORDEN Y LA SEGUNDA LEY

La segunda ley de la termodinámica es uno de los cimientos de la física y opera universalmente: la entropía total del Universo aumenta en cada proceso natural. Sin embargo, aunque es indudable que la vida es un proceso natural, hay un aumento evidente de orden durante el desarrollo del embrión humano para convertirse en un adulto maduro. Además, en prácticamente todos los procesos vitales, continuamente se sintetizan moléculas y estructuras celulares más grandes y complejas, a partir de componentes más simples. ¿Implica esto que los seres vivos están exentos de la segunda ley?

Para contestar esta pregunta, debemos tener en cuenta que las células *no* son sistemas cerrados. Intervienen en intercambios continuos de materia y energía con su entorno. Las células vivas efectúan constantemente intercambios y conversiones de energía, de una forma a otra, regidas por la primera ley de la termodinámica. Por ejemplo, las células convierten energía potencial química en energía cinética (movimiento) y en energía eléctrica (la base de los impulsos nerviosos). Muchas células vegetales convierten la energía de la luz solar en energía química a través de la fotosíntesis (figura 1a). Hemos tratado de imitar a la naturaleza para aprovechar la energía de la luz solar (figura 1b).

En todos los procesos biológicos, los sistemas vivos mantienen o incluso incrementan su organización al tiempo que causan una disminución aun mayor en el orden de su entorno. Los seres vivos están en un estado de baja entropía, y requieren energía en la forma de alimentos y oxígeno para mantenerse en dicho estado. Una disminución *local* de la entropía no viola la segunda ley, si en el proceso aumenta la entropía *total* del Universo.

a) b)

FIGURA 1 Colectores solares *a)* Todos los días las plantas verdes captan grandes cantidades de energía solar y lo han estado haciendo durante cientos de millones de años. La energía química que almacenan en forma de azúcares y otras moléculas complejas es utilizada por casi todos los organismos del planeta, para mantener e incrementar el estado altamente organizado que llamamos vida. ***b)*** La humanidad ha creado dispositivos (como estos concentradores reflejantes de energía solar) para captar algo de la energía de la luz solar.

especie aparte. A veces describimos el desorden como una medida de la aleatoriedad de un sistema. En la ensalada de pasta, una vez que los ingredientes se mezclaron bien, los trozos están distribuidos al azar en toda la ensalada.

Para entender mejor esta interpretación de la entropía, considere la sección A fondo 10.1: Vida, orden y la segunda ley.

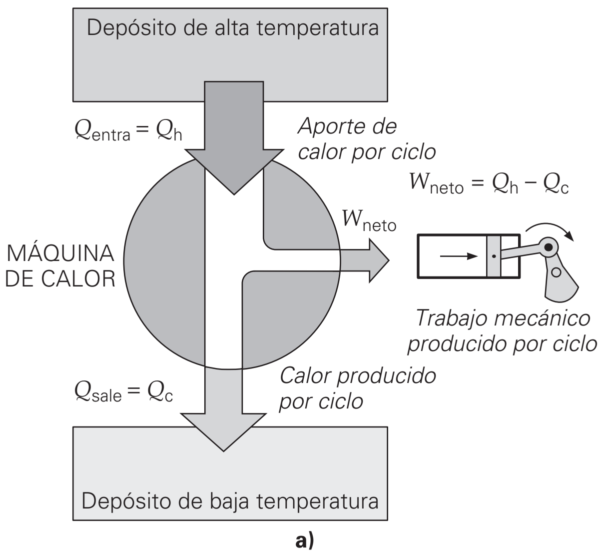
10.5 Máquinas de calor y bombas térmicas

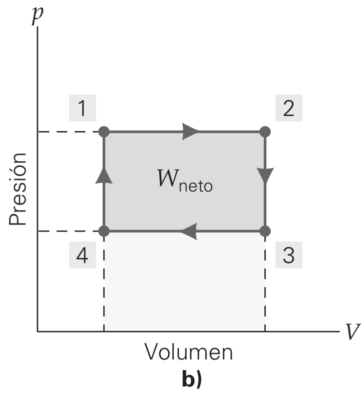
OBJETIVOS: *a*) Explicar el concepto de máquina de calor y calcular la eficiencia térmica y *b*) explicar el concepto de bomba térmica y calcular el coeficiente de desempeño.

Una **máquina de calor** es cualquier dispositivo que convierte energía calorífica en trabajo. Puesto que la segunda ley de la termodinámica prohíbe las máquinas de movimiento perpetuo, necesariamente una parte del calor suministrado a una máquina de calor se perderá y no se convertirá en trabajo. (No nos ocuparemos aquí de los pormenores de los componentes mecánicos de las máquinas, como pistones y cilindros.)

Para nuestros propósitos, una máquina de calor es un dispositivo que toma calor de una fuente de alta temperatura (un depósito caliente), convierte una parte de él en trabajo útil y transfiere el resto a su entorno (un depósito frío o de baja temperatura). Por ejemplo, casi todas las turbinas que generan electricidad (capítulo 6 de *Física 12*) son máquinas de calor que usan calor de diversas fuentes, como la quema de combustibles químicos ("fósiles"): petróleo, gas o hulla; reacciones nucleares y la energía térmica que ya está presente bajo la superficie de la Tierra (véase la imagen al inicio del capítulo). Esas turbinas podrían enfriarse con agua de un río, por ejemplo, perdiendo así calor a ese depósito de baja temperatura. En la ▸figura 10.14a se muestra una máquina de calor generalizada.

Conviene recordar nuestra convención de signos antes de comenzar a estudiar las máquinas de calor. Aquí, nos interesa primordialmente el trabajo W efectuado *por el*





◀ **FIGURA 10.14 Máquina de calor** ***a)*** Flujo de energía en una máquina de calor cíclica generalizada. Note que la anchura de la flecha que representa Q_h (flujo de calor desde un depósito caliente) es igual a las anchuras combinadas de las flechas que representan W_{neto} y Q_c (flujo de calor hacia un depósito frío), lo que refleja la conservación de la energía: $Q_h = Q_c + W_{neto}$. ***b)*** Este proceso cíclico específico consiste en dos isóbaras y dos isometas. El trabajo neto producido por ciclo es el área del rectángulo formado por los caminos del proceso. (Véase el ejemplo 10.10 para un análisis de este ciclo específico.)

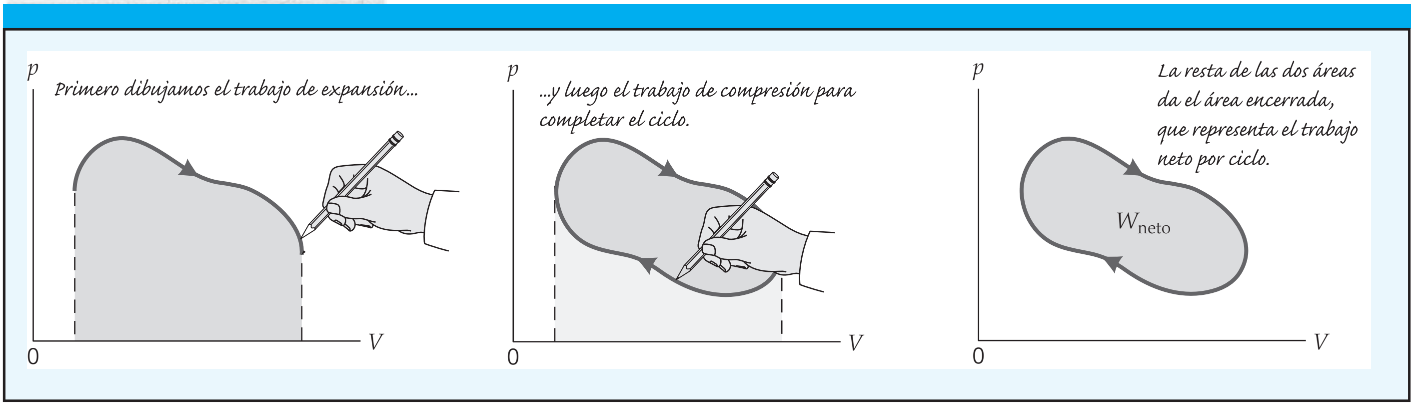
gas sobre el entorno. Durante una expansión, el gas efectúa trabajo positivo. Asimismo, durante una compresión, el trabajo efectuado *por el gas* es negativo. También, supondremos que la "sustancia de trabajo" (el material que absorbe el calor y efectúa el trabajo) se comporta como un gas ideal. Los principios de la física en que se basan las máquinas de calor son los mismos, sea cual fuere la sustancia de trabajo. Sin embargo, el uso de gases ideales facilita las matemáticas.

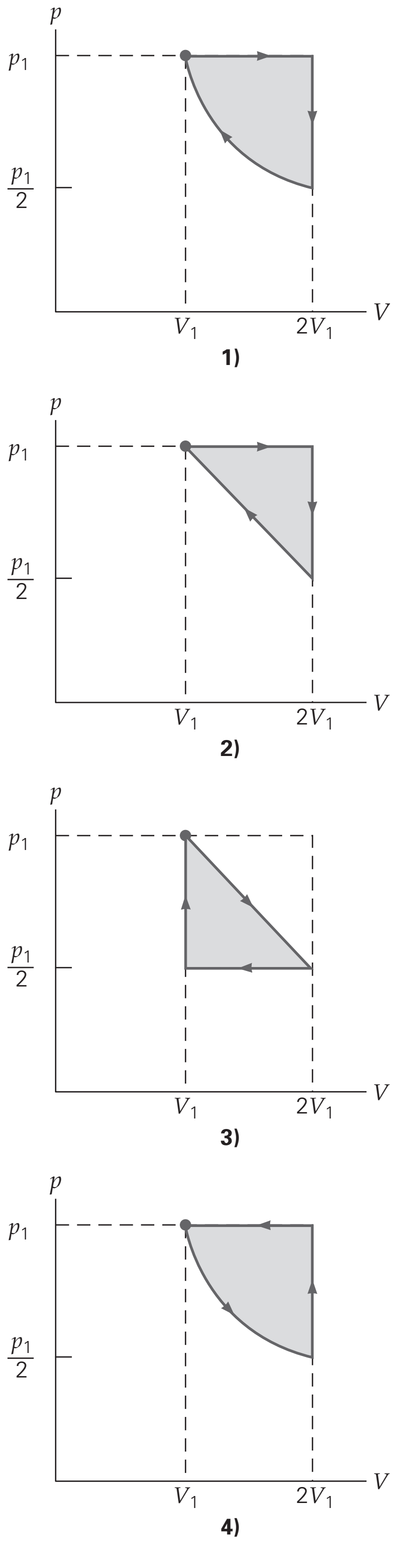
La adición de calor a un gas puede producir trabajo. Sin embargo, dado que generalmente se quiere una producción *continua*, las máquinas de calor prácticas funcionan en un **ciclo térmico**, es decir, con una serie de procesos que regresan el sistema a su condición original. Las máquinas de calor cíclicas incluyen las máquinas de vapor y los motores de combustión interna, como los de los automóviles.

En la figura 10.14b se muestra un ciclo termodinámico rectangular idealizado. Consiste en dos isobaras y dos isometas. Cuando se efectúan estos procesos en el orden indicado, el sistema pasa por un ciclo (1-2-3-4-1) y vuelve a su condición original. Cuando el gas se expande (de 1 a 2), realiza un trabajo (positivo) igual al área bajo la isobara. Trabajo positivo es precisamente lo que se desea obtener de una máquina. (Pensemos en una barredora de hojas que empuja aire hacia un lado o un pistón automotriz que mueve el cigüeñal.) Sin embargo, debe haber una compresión (de 3 a 4) del gas para que vuelva a sus condiciones iniciales. Durante esta fase, el trabajo efectuado por el gas es negativo, lo cual *no* es el propósito de un motor. En cierto sentido, una parte del trabajo positivo efectuado por el gas "se cancela" por el trabajo negativo efectuado durante la compresión.

En este análisis, resulta evidente que la cualidad importante en el diseño de una máquina no es la cantidad de trabajo de expansión, sino más bien el *trabajo neto* W_{neto} por ciclo. Esta cantidad se representa gráficamente como el área encerrada por las curvas de proceso que constituyen el ciclo en la siguiente sección Aprender dibujando.

APRENDER DIBUJANDO — REPRESENTACIÓN DEL TRABAJO EN CICLOS TÉRMICOS





▲ **FIGURA 10.15 Comparación de ciclos de máquina de calor** Comparación del trabajo neto efectuado por ciclo, empleando métodos gráficos (visuales). (Véase la sección Aprender dibujando en la p. 350 y en el Ejemplo conceptual 10.8, para mayores detalles.)

En la figura 10.14, el área es rectangular. Cuando los caminos no son rectas, podría ser difícil calcular numéricamente las áreas, aunque el concepto es el mismo.

Antes de hablar de eficiencia de las máquinas, veamos un ejemplo conceptual que emplee tales técnicas gráficas.

Ejemplo conceptual 10.8 ■ Trabajo neto: cuestión de comparar áreas

Se encarga a un grupo de ingenieros diseñar una máquina de calor. Se han reducido las opciones a cuatro ciclos (◂figura 10.15) y hay que decidir cuál generará mayor trabajo neto. ¿Podría usted ayudarles a decidir? Ordene los ciclos *de menor a mayor*, según el trabajo neto por ciclo. Suponga en todos los casos que el gas parte de la misma condición inicial y que en todas las expansiones hay un aumento del volumen inicial al doble.

Los ciclos a considerar son: 1) El gas se expande isobáricamente y luego su presión se reduce a la mitad isométricamente. Después, se le comprime isotérmicamente hasta su estado original. 2) El gas se expande (de nuevo) isobáricamente y luego su presión se reduce a la mitad isométricamente. Luego, se le comprime siguiendo un camino recto (en un diagrama *p*-*V*) hasta su estado original. 3) Se reduce a la mitad la presión del gas (aumentando al doble su volumen), siguiendo un camino recto (en un diagrama *p*-*V*). Luego se le comprime isobáricamente hasta su volumen original. Por último, se eleva su presión isométricamente para que vuelva a su estado original. 4) El gas se expande isotérmicamente y entonces su presión aumenta al doble isométricamente. Al final, se le regresa isobáricamente a su estado original.

Razonamiento y respuesta. La clave aquí es traducir las palabras en áreas gráficas y líneas de procesos, como se ilustra en la figura 10.15. Ahí, se dibujaron los ciclos (a escala) y se compararon las áreas encerradas.

1. Una expansión isobárica se dibuja con una línea horizontal a la derecha y representa trabajo positivo efectuado por el gas. La compresión isométrica se dibuja con una línea vertical y no efectúa trabajo. En este punto, la temperatura tiene el valor inicial, ya que la presión se redujo a la mitad y el volumen se duplicó, de manera que $p_f V_f = (p_i/2)(2V_i) = p_i V_i = nRT_i$. Por lo tanto, un proceso isotérmico regresa el gas a su estado inicial.
2. Éste es igual al inciso 1 para los dos primeros procesos, aunque el retorno *no* es isotérmico.
3. Durante el primer proceso, el gas efectúa trabajo positivo. Se expande siguiendo una línea recta que termina a la temperatura inicial. (¿Cómo lo sabemos?) La compresión isobárica se representa con una línea horizontal hacia la izquierda. El proceso final es un aumento isométrico vertical de presión para volver a las condiciones iniciales, durante la cual se efectúa cero trabajo.
4. Primero hay una expansión isotérmica para reducir a la mitad la presión inicial y aumentar al doble el volumen inicial. Aquí, el gas efectúa trabajo positivo. Luego, un aumento de presión vuelve el gas a su presión inicial, pero no requiere trabajo. Por último, la compresión isobárica restaura el gas a sus condiciones iniciales.

En primer lugar, debería quedar claro que el ciclo 4 no es una máquina de calor, pues se requiere más trabajo para comprimir el gas que el trabajo que éste efectúa sobre el entorno, y la persona que sugirió este ciclo debería volver a tomar este curso de física.

El ciclo 1 efectúa más trabajo que el 2. También es evidente que el ciclo 2 y el ciclo 3 efectúan la misma cantidad de trabajo neto, aunque lo hacen de distinta manera. Por lo tanto, el ganador es el ciclo 1, con 2 y 3 empatados en segundo lugar.

Ejercicio de refuerzo. *a*) En este ejemplo, describa qué cambios haría al ciclo 2 para convertirlo en el ganador. (*Sugerencia:* hay muchas formas de lograrlo.)

Eficiencia térmica

La eficiencia térmica es un parámetro importante para evaluar las máquinas de calor. La **eficiencia térmica** (ε) de una máquina de calor se define como

$$\varepsilon = \frac{\text{trabajo útil}}{\text{aporte de calor}} = \frac{W_{\text{neto}}}{Q_{\text{entra}}} \quad \textit{eficiencia térmica de una máquina de calor} \qquad (10.11)$$

La eficiencia nos dice cuánto trabajo útil (W_{neto}) efectúa la máquina en comparación con el aporte de calor que recibe (Q_{entra}). Por ejemplo, los motores de los automóviles modernos tienen una eficiencia del 20 al 25%. Esto significa que sólo cerca de la cuarta parte del calor generado al encender la mezcla aire-gasolina se convierte realmente en trabajo mecánico, que a la vez hace girar las ruedas del coche, etc. O bien, podríamos decir que el motor desperdicia casi tres cuartas partes del calor, que en última instancia va a dar a la atmósfera a través del sistema de escape, del sistema de radiador y del metal del motor.

Para un ciclo de una máquina de calor ideal, W_{neto} se determina aplicando la primera ley de la termodinámica al ciclo completo. Recuerde que, según nuestra convención de signos para el calor, Q_{sale} es negativo. En nuestro análisis de las máquinas y bombas de calor, *todos los símbolos de calor (Q) representarán únicamente magnitud*. Por ello, Q_{sale} se escribe como $-Q_c$ (el negativo de una cantidad positiva Q_c para indicar un flujo *desde* el motor hacia un depósito frío). Q_{entra} es positivo por nuestra convención de signo y aparece como $+Q_h$ (para indicar el flujo *al* motor desde el quemado del gas).

Nota: representación del trabajo en ciclos térmicos. Aquí, todos los Q son positivos; el calor que entra o sale se indicará con un signo $+$ o $-$, respectivamente.

Al aplicar la primera ley de la termodinámica a la parte de expansión del ciclo y expresar el trabajo efectuado por el gas como $W = +W_{exp}$, tenemos $\Delta U_h = +Q_h - W_{exp}$. Para la parte de compresión del ciclo, el trabajo efectuado por el gas se muestra explícitamente como negativo ($W = -W_{comp}$ y $\Delta U_c = -Q_c + W_{comp}$). Sumamos estas ecuaciones, teniendo presente que, para un gas ideal, $\Delta U_{ciclo} = \Delta U_h + \Delta U_c = 0$ (¿por qué?),

$$0 = (Q_h - Q_c) + (W_{comp} - W_{exp})$$

o bien,

$$W_{exp} - W_{comp} = Q_h - Q_c$$

Sin embargo, $W_{neto} = W_{exp} - W_{comp}$, así que el resultado final es (recuerde que Q representa magnitud aquí)

$$W_{neto} = Q_h - Q_c$$

Así pues, la eficiencia térmica de una máquina de calor se escribe en términos de los flujos de calor como

$$\varepsilon = \frac{W_{neto}}{Q_h} = \frac{Q_h - Q_c}{Q_h} = 1 - \frac{Q_c}{Q_h} \qquad \textit{eficiencia de una máquina de calor con gas ideal} \qquad (10.12)$$

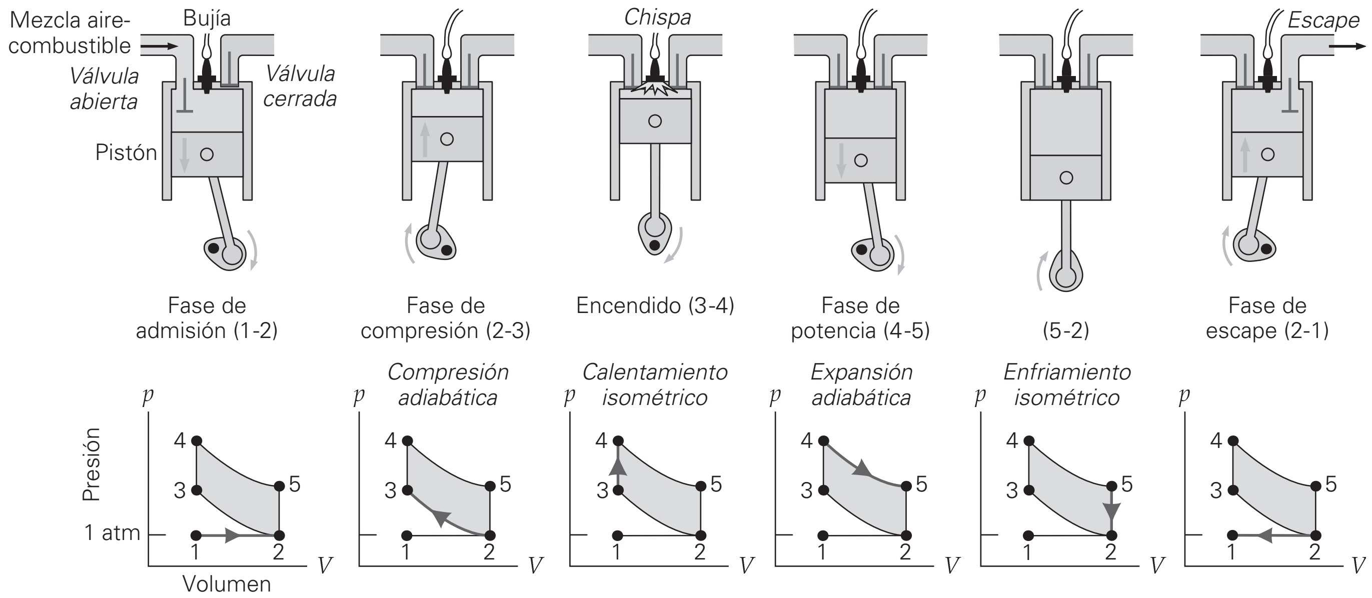
Al igual que la eficiencia mecánica, la eficiencia térmica es una fracción adimensional y suele expresarse como porcentaje. La ecuación 10.12 indica que una máquina de calor podría tener una eficiencia del 100% si Q_c fuera cero. Esta condición implicaría que no se pierde energía calorífica y que todo el calor aportado (depósito caliente) se convierte en trabajo útil. Sin embargo, esta situación es imposible según la segunda ley de la termodinámica. En 1851, esta observación llevó a Lord Kelvin (quien desarrolló la escala de temperatura que estudiamos en la sección 8.3) a plantear la segunda ley en una forma distinta, pero físicamente equivalente:

> Ninguna máquina de calor cíclica puede convertir su aporte de calor totalmente en trabajo.

La ecuación 10.12 nos indica que, para obtener el máximo de trabajo por ciclo de una máquina de calor, debemos reducir al mínimo Q_c/Q_h, lo cual aumenta la eficiencia.

La mayoría de los automóviles con motor de gasolina utilizan un *ciclo de cuatro tiempos*. Una aproximación a este importante ciclo incluye los pasos que se muestran en la ▼ figura 10.16, junto con un diagrama *p-V* del proceso termodinámico que compone el ciclo. Este ciclo teórico se denomina *ciclo de Otto*, en honor al ingeniero alemán, Nikolaus Otto (1832-1891), quien construyó uno de los primeros motores de gasolina exitosos.

Durante la fase de admisión (1-2), una expansión isobárica, la mezcla de aire y combustible entra a presión atmosférica a través de la válvula de admisión abierta, conforme el pistón desciende. Esta mezcla es adiabáticamente (rápidamente) comprimida en la fase de compresión (2-3). A este paso le sigue la quema del combustible (3-4, cuando la bujía se enciende, provocando un aumento en la presión isométrica).



▲ **FIGURA 10.16 El ciclo de cuatro tiempos de una máquina de calor** Pasos de proceso del ciclo Otto de cuatro tiempos. El pistón sube y baja dos veces en cada ciclo, haciendo un total de cuatro tiempos por ciclo.

A continuación, ocurre una expansión adiabática durante la fase de potencia (4-5). Después de este paso se produce un enfriamiento isométrico del sistema, cuando el pistón se encuentra en su posición más baja (5-2). La fase final, la de escape, se efectúa a lo largo de la etapa isobárica del ciclo de Otto (2-1). Note que se requieren dos movimientos del pistón hacia arriba y hacia abajo para producir una fase de potencia.

Ejemplo 10.9 ■ Eficiencia térmica: lo que obtenemos de lo que aportamos

El pequeño motor de gasolina de una barredora de hojas absorbe 800 J de energía calorífica de un depósito de alta temperatura (la mezcla gasolina-aire encendida) y transfiere 700 J a un depósito de baja temperatura (el aire exterior, a través de las aletas de enfriamiento). ¿Cuál es la eficiencia térmica del motor?

Razonamiento. Usamos la definición de eficiencia térmica de una máquina de calor (ecuación 10.11) si podemos determinar W_{neto}. (Recordemos que las Q son magnitudes de calor.)

Solución.

Dado: $Q_h = 800\ \text{J}$, $Q_c = 700\ \text{J}$ *Encuentre:* ε (eficiencia térmica)

El trabajo neto efectuado por la máquina en cada ciclo es

$$W_{neto} = Q_h - Q_c = 800\ \text{J} - 700\ \text{J} = 100\ \text{J}$$

Por lo tanto, la eficiencia térmica es

$$\varepsilon = \frac{W_{neto}}{Q_h} = \frac{100\ \text{J}}{800\ \text{J}} = 0.125\ (\text{o } 12.5\%)$$

Ejercicio de refuerzo. *a*) ¿Qué trabajo neto produciría en cada ciclo la máquina de este ejemplo, si la eficiencia aumentara al 15% y el calor aportado por ciclo se aumentara a 1000? *b*) ¿Cuánto calor escaparía en este caso?

Para saber cómo se calcula la eficiencia de un ciclo con gas ideal usando las leyes de la termodinámica, considere el siguiente ejemplo.

Ejemplo 10.10 ■ Eficiencia térmica: aplicación de la definición básica

Suponga que tenemos 0.100 moles de un gas ideal monoatómico que sigue el ciclo dado en la figura 10.14b, y que la presión y la temperatura en la parte inferior izquierda de esa figura son 1.00 atm y 20°C, respectivamente. Suponga además que la presión aumenta al doble durante el incremento isométrico de presión, y que el volumen aumenta al doble durante la expansión isobárica. ¿Qué eficiencia térmica tendría este ciclo?

Razonamiento. Podemos aplicar la definición de eficiencia térmica de una máquina de calor (ecuación 10.11); sin embargo, hay que tener cuidado, ya que podrían ocurrir intercambios de calor durante dos o más procesos del ciclo. Para determinar el aporte de calor durante la expansión isobárica, necesitamos conocer el cambio de energía interna y, por lo tanto, el cambio de temperatura, así que es probable que vayamos a necesitar las temperaturas en las cuatro esquinas del ciclo.

Solución. Rotulemos las cuatro esquinas con números, como se muestra en la figura 10.14b. Hacemos una lista de los datos y los convertimos a unidades SI:

Dado: $p_4 = p_3 = 1.00\text{ atm} = 1.01 \times 10^5\text{ N/m}^2$ ***Encuentre:*** ε (eficiencia térmica)
$n = 0.100\text{ mol}$
$T_4 = 20°\text{C} = 293\text{ K}$
$p_1 = p_2 = 2.00\text{ atm} = 2.02 \times 10^5\text{ N/m}^2$
$V_2 = V_3 = 2V_4 = 2V_1$

Primero, calculamos los volúmenes y las temperaturas en las esquinas, utilizando la ley de los gases ideales:

$$V_4 = V_1 = \frac{nRT_1}{p_1} = \frac{(0.100\text{ mol})[8.31\text{ J/(mol}\cdot\text{K)}](293\text{ K})}{1.01 \times 10^5\text{ N/m}^2} = 2.41 \times 10^{-3}\text{ m}^3$$

Por lo tanto,

$$V_2 = V_3 = 2V_1 = 4.82 \times 10^{-3}\text{ m}^3$$

Durante los procesos isométricos, la temperatura (absoluta en la escala Kelvin) es directamente proporcional a la presión; durante los procesos isobáricos, la temperatura es directamente proporcional al volumen. Entonces,

$$T_1 = 2T_4 = 586\text{ K}$$
$$T_2 = 2T_1 = 1172\text{ K}$$
$$T_3 = \tfrac{1}{2}T_2 = 586\text{ K}$$

Ahora podemos calcular las transferencias de calor. $W = 0$ durante el proceso 4-1 y, para un gas monoatómico, $\Delta U = \frac{3}{2}nR\Delta T$. Por consiguiente:

$$Q_{41} = \Delta U_{41} = \tfrac{3}{2}nR\Delta T_{41} = \tfrac{3}{2}(0.100\text{ mol})[8.31\text{ J/(mol}\cdot\text{K)}](586\text{ K} - 293\text{ K}) = +365\text{ J}$$

Durante el proceso 1-2, el gas se expande y aumenta su energía interna. El trabajo efectuado por el gas es

$$W_{12} = p_1\,\Delta V_{12} = (2.02 \times 10^5\text{ N/m}^2)(4.82 \times 10^{-3}\text{ m}^3 - 2.41 \times 10^{-3}\text{ m}^3) = +487\text{ J}$$

Puesto que se efectuó trabajo *y* aumentó la energía interna,

$$\begin{aligned} Q_{12} &= \Delta U_{12} + W_{12} = \tfrac{3}{2}nR\Delta T_{12} + 487\text{ J} \\ &= \tfrac{3}{2}(0.100\text{ mol})[8.31\text{ J/(mol}\cdot\text{K)}](1172\text{ K} - 586\text{ K}) + 487\text{ J} \\ &= +730\text{ J} + 487\text{ J} = +1.22 \times 10^3\text{ J} \end{aligned}$$

Así que el aporte total de calor por ciclo Q_h es tan sólo

$$Q_h = Q_{41} + Q_{12} = 1.59 \times 10^3\text{ J}$$

Para obtener el trabajo neto, necesitamos el área encerrada por el ciclo. Por lo tanto,

$$W_{neto} = (\Delta p_{23})(\Delta V_{12}) = (1.01 \times 10^5\text{ N/m}^2)(2.41 \times 10^{-3}\text{ m}^3) = +243\text{ J}$$

y la eficiencia es

$$\varepsilon = \frac{W_{neto}}{Q_h} = \frac{243\text{ J}}{1.59 \times 10^3\text{ J}} = 0.153\text{ o }15.3\%$$

Ejercicio de refuerzo. Determine el calor total producido (Q_c) en este ejemplo calculando los Q que intervienen en los procesos 2-3 y 3-4, y sumándolos. La respuesta deberá coincidir con el valor de Q_c que se obtiene por una simple resta, utilizando los resultados del ejemplo. ¿Coincide?

A FONDO 10.2 LA TERMODINÁMICA Y EL CUERPO HUMANO

Al igual que los cuerpos de todos los demás organismos, el cuerpo humano no es un sistema cerrado. Debemos consumir alimentos y oxígeno para sobrevivir. Tanto la primera como la segunda leyes de la termodinámica tienen interesantes implicaciones para estos procesos.

El cuerpo humano metaboliza la energía química almacenada en los alimentos y/o los tejidos adiposos del cuerpo. Éste es un proceso muy eficiente, porque, normalmente, el 95% del contenido energético de los alimentos se metaboliza. Parte de esta energía metabolizada se convierte en trabajo, W, para hacer circular la sangre, realizar las tareas diarias, etc. El resto se lanza al ambiente en forma de calor, Q. Para un hombre normal de 65 kg, se necesitan alrededor de 80 J de trabajo por segundo sólo para mantener en funcionamiento las diversas partes del cuerpo, como el hígado, el cerebro y los músculos.

La primera ley de la termodinámica, o la ley de la conservación de la energía, puede escribirse como $\Delta U = Q - W$.

Aquí, ΔU es el cambio en la energía interna del cuerpo, que podría venir de dos contribuciones. Una es a partir de los alimentos que se consumen, y la otra proviene de la grasa que almacena el cuerpo en los tejidos adiposos. Así, tenemos que $\Delta U = \Delta U_{\text{alimentos}} + \Delta U_{\text{grasa}}$. De ahí que ΔU sea una cantidad negativa, ya que conforme la energía almacenada en los alimentos y la grasa se convierte en calor y trabajo, nuestro cuerpo tiene menos energía almacenada (hasta que, de nuevo, se consume alimento). Como Q es pérdida de calor hacia el ambiente, también es una cantidad negativa.

El cuerpo humano es un ejemplo de una máquina de calor biológica. La fuente de energía de esta máquina es la energía metabolizada a partir de los alimentos y los tejidos adiposos. Parte de esta energía se convierte en trabajo, y el resto se expulsa hacia el ambiente en forma de calor. Esta situación es directamente análoga a una máquina que toma calor de un depósito caliente, realiza trabajo mecánico y expulsa el exceso de calor hacia el ambiente. Así, la eficiencia del cuerpo humano es

$$\varepsilon = \frac{\text{salida de trabajo}}{\text{entrada de energía}} = \frac{W}{|\Delta U|}$$

Puesto que W, Q y ΔU varían considerablemente de una actividad a otra, la eficiencia a menudo se determina utilizando la tasa de tiempo de estas cantidades, esto es, el trabajo por unidad de tiempo (potencia P), $W/\Delta t$, y la energía consumida por unidad de tiempo (tasa metabólica) $|\Delta U|/\Delta t$:

$$\varepsilon = \frac{W}{|\Delta U|} = \frac{W/\Delta t}{(|\Delta U|/\Delta t)} = \frac{P}{(|\Delta U|/\Delta t)}$$

La potencia utilizada durante una actividad particular, como correr o montar bicicleta, se mide con un dispositivo llamado *dinamómetro*. Se ha descubierto que la tasa metabólica es directamente proporcional a la tasa de consumo de oxígeno, de manera que es factible medir esta tasa $(|\Delta U|/\Delta t)$ utilizando dispositivos que registran la respiración, como el que se observa en la figura 1. Así, es posible determinar la eficiencia del cuerpo para desempeñar diferentes actividades midiendo la tasa de consumo de oxígeno asociada con cada actividad por separado.

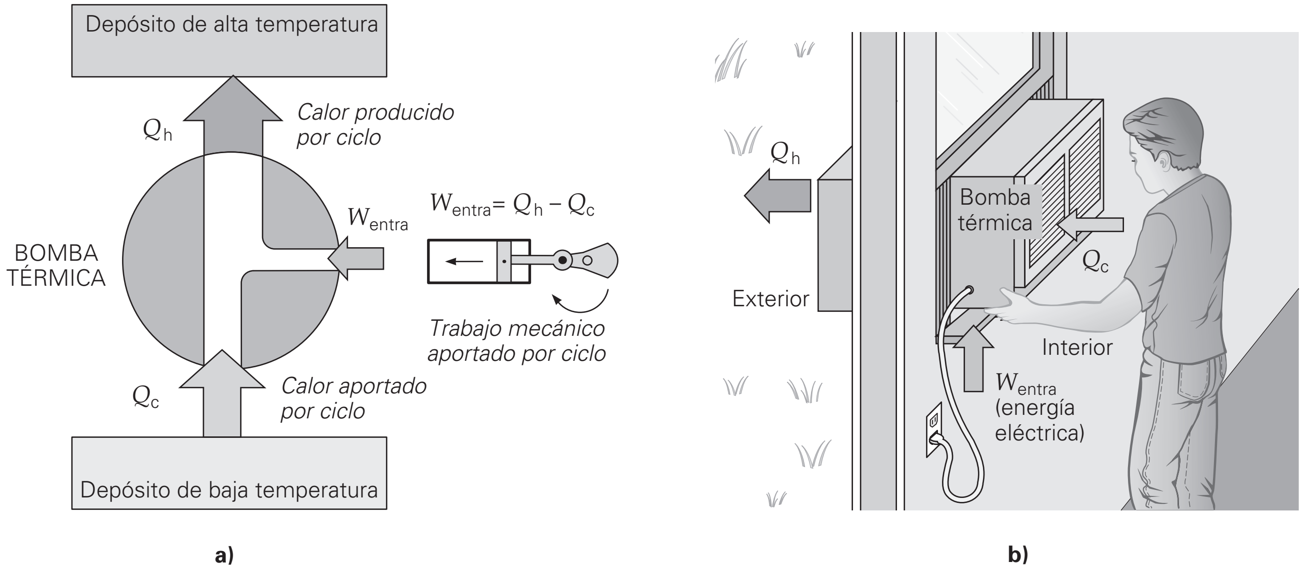
La mayoría de la eficiencia del cuerpo humano depende de la actividad muscular y de qué músculos se utilicen. Los músculos de mayor tamaño en el cuerpo son los de las piernas, de manera que si en una actividad se utilizan tales músculos, la eficiencia asociada con la actividad es relativamente alta. Por ejemplo, algunos ciclistas profesionales logran alcanzar una eficiencia tan alta como el 20%, generando más de 2 hp de potencia en ráfagas cortas de intensa actividad. Por el contrario, los músculos de los brazos son relativamente pequeños, así que actividades como hacer pesas tienen una eficiencia menor del 5%. Al igual que cualquier otra máquina de calor, el cuerpo humano nunca alcanza el 100% de eficiencia. Cuando la gente hace ejercicio, se genera mucho calor que se desperdicia; por eso debe deshacerse de él a través de procesos como la transpiración, para evitar el sobrecalentamiento. Lea más sobre la regulación fisiológica de la temperatura corporal en la sección A fondo 9.1 (p. 316) del capítulo 9.

FIGURA 1 Medición de la energía consumida y el trabajo realizado Un dispositivo que registra la respiración y un dinamómetro permiten conocer tanto la potencia como la tasa metabólica de esta ciclista.

Bombas térmicas: refrigeradores, acondicionadores de aire y bombas de calor

La función que desempeña una bomba térmica es básicamente opuesta a la de una máquina de calor. El término **bomba térmica** es genérico y se aplica a *cualquier* dispositivo, incluidos refrigeradores, acondicionadores de aire y bombas de calor, que transfiere energía calorífica de un depósito de baja temperatura a uno de alta temperatura (▶figura 10.17a). Para que se efectúe una transferencia así, es preciso aportar trabajo. Puesto que la segunda ley de la termodinámica indica que el calor no fluye *espontáneamente* de un cuerpo frío a uno caliente, es necesario aportar los medios para que se efectúe ese proceso, es decir, obtener trabajo del entorno.

Nota: en la acepción que se le da aquí, el término *bomba térmica* es general y no se refiere específicamente a los dispositivos que suelen usarse para calentar edificios. Esos dispositivos se llaman *bombas de calor*.



▲ **FIGURA 10.17 Bombas térmicas** ***a***) Diagrama de flujo de energía para una bomba térmica cíclica generalizada. La anchura de la flecha que representa Q_h, el calor transferido al depósito de alta temperatura, es igual a las anchuras combinadas de las flechas que representan W_{entra} y Q_c, lo cual refleja la conservación de la energía: $Q_h = W_{entra} + Q_c$. ***b)*** Un acondicionador de aire es un ejemplo de bomba térmica. Utilizando el trabajo aportado, transfiere calor (Q_c) de un depósito de baja temperatura (el interior de la casa) a un depósito de alta temperatura (el exterior).

Un ejemplo conocido de bomba térmica es el acondicionador de aire. Con trabajo aportado por energía eléctrica, se transfiere calor del interior de la casa (depósito de baja temperatura) al exterior de la casa (depósito de alta temperatura), como se ilustra en la figura 10.17b. Un refrigerador (▸figura 10.18) funciona exactamente con los mismos principios y procesos. Con el trabajo efectuado por la compresora (W_{entra}), el calor (Q_c) se transfiere a la bobina del evaporador dentro del refrigerador. Después, la combinación de este calor y trabajo (Q_h) se expulsa al exterior del refrigerador a través del condensador.

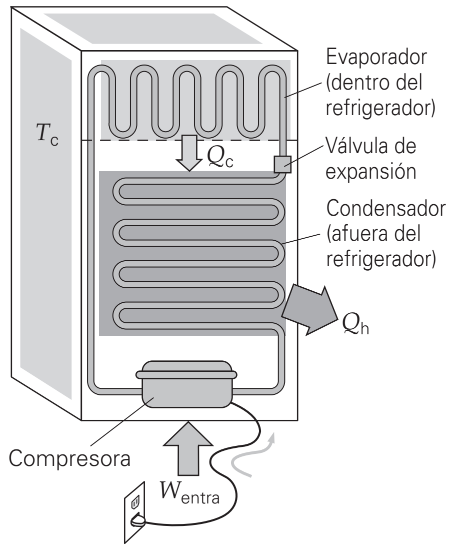
En esencia, un refrigerador o un acondicionador de aire bombean calor *contra* un gradiente de temperatura o “cuesta arriba”. (Pensemos en bombear agua hacia la cima de una colina contra la fuerza de gravedad.) La eficiencia de enfriamiento de esta operación se basa en la cantidad de calor *extraída* del depósito a baja temperatura (el refrigerador, el congelador o el interior de la casa), Q_c, relativa al trabajo W_{entra} necesario para hacerlo. Puesto que un refrigerador práctico opera en un ciclo para extraer continuamente calor, $\Delta U = 0$ para el ciclo. Entonces, por la conservación de la energía (primera ley de la termodinámica), $Q_c + W_{entra} = Q_h$, donde Q_h es el calor expulsado al depósito de alta temperatura o al exterior.

La medida del desempeño de un refrigerador o acondicionador de aire se define de distinta manera que la de una máquina de calor, por la diferencia en sus funciones. Para los aparatos que enfrían, la eficiencia se expresa con un **coeficiente de desempeño (CDD)**. Puesto que lo que se busca es extraer la mayor cantidad de calor (Q_c, para enfriar cosas o mantenerlas frías) por unidad de trabajo aportado (W_{entra}), el coeficiente de desempeño para un refrigerador o acondicionador de aire (CDD_{ref}) es la razón de esas dos cantidades:

$$CDD_{ref} = \frac{Q_c}{W_{entra}} = \frac{Q_c}{Q_h - Q_c} \quad \textit{(refrigerador o acondicionador de aire)} \qquad (10.13)$$

Así pues, cuanto mayor sea el CDD, mejor será el desempeño; es decir, se extrae más calor por unidad de trabajo efectuado. Durante el funcionamiento normal de un refrigerador, el aporte de trabajo es menor que el calor extraído, así que el CDD es mayor que 1. Los CDD de refrigeradores representativos varían entre 3 y 5, dependiendo de las condiciones de operación y los detalles de diseño mecánico. Este intervalo implica que la cantidad de calor extraída del depósito frío (el refrigerador, congelador o interior de la casa) es de tres a cinco veces la cantidad de trabajo necesaria para extraerlo.

Cualquier máquina que transfiere calor en la dirección opuesta a la del flujo natural se denomina *bomba térmica*. El término **bomba de calor** se aplica específicamente a dispositivos comerciales empleados para enfriar casas y oficinas durante el verano, así como para calentarlas en el invierno. El funcionamiento durante el verano es el de un acondicionador de aire. En este modo, el aparato enfría el interior de la casa y calienta el



▲ **FIGURA 10.18 Funcionamiento de un refrigerador** El refrigerante se lleva calor (Q_c) del interior como calor latente. Esta energía calorífica y el trabajo aportado (W_{entra}) se descargan desde el condensador hacia el entorno (Q_h). Podemos ver un refrigerador como un extractor de calor (Q_c) de una región que ya está fría (su interior), o bien, como bomba de calor que agrega calor (Q_h) a una área que ya está caliente (la cocina).

exterior. En su modo de calefacción para el invierno, una bomba de calor calienta el interior y enfría el exterior, generalmente tomando energía calorífica del aire frío o del suelo.

Al considerar una bomba de calor en su modo de calefacción, lo que interesa es la *producción* de calor (para calentar algo o mantenerlo caliente), así que el CDD en este caso se define de manera diferente que el de un refrigerador o acondicionador de aire. Como se esperaría, es la razón de Q_h entre W_{entra} (la calefacción que se obtiene a cambio del trabajo aportado), o bien,

$$COP_{hp} = \frac{Q_h}{W_{entra}} = \frac{Q_h}{Q_h - Q_c} \quad \textit{(bomba de calor en modo de calentamiento)} \quad (10.14)$$

donde, una vez más, hemos usado $Q_c + W_{entra} = Q_c$. Los CDD de bombas de calor representativas varían entre 2 y 4, también dependiendo de las condiciones de operación y del diseño.

En comparación con la calefacción eléctrica, las bombas de calor son muy eficientes. Por cada unidad de energía eléctrica consumida, una bomba de calor por lo regular bombea de 1.5 a 3 veces más calor que el proporcionado por los sistemas de calefacción eléctrica directa. Algunas bombas de calor utilizan agua de depósitos subterráneos, pozos o tuberías enterradas como depósito de calor a baja temperatura. Tales bombas de calor son más eficientes que las que usan el aire exterior, porque el calor específico del agua es mayor que el del aire, y la diferencia en la temperatura promedio entre el agua y el aire interior suele ser más pequeña.

Ejemplo 10.11 ■ Acondicionamiento de aire/bomba de calor: un sistema ambidextro

Un acondicionador de aire que opera en verano extrae 100 J de calor del interior de una casa por cada 40 J de energía eléctrica que consume. Determine *a*) el CDD del dispositivo y *b*) su CDD si opera como bomba de calor en invierno. Suponga que puede transferir la misma cantidad de calor con el mismo consumo de electricidad, sin importar en qué dirección opere.

Razonamiento. Conocemos el aporte de trabajo y de calor en el inciso *a*, así que aplicamos la definición de CDD de un refrigerador (ecuación 10.13). Para la operación inversa, lo importante es la producción de calor, cantidad que deberemos obtener de la conservación de la energía.

Solución.

Dado: $Q_c = 100\text{ J}$, $W_{entra} = 40\text{ J}$ ***Encuentre:*** *a*) COP_{ref} *b*) COP_{hp}

a) Por la ecuación 10.13, el CDD para esta máquina cuando opera como acondicionador de aire es

$$CDD_{ref} = \frac{Q_c}{W_{entra}} = \frac{100\text{ J}}{40\text{ J}} = 2.5$$

b) Cuando la máquina opera como bomba de calor, el calor pertinente es el producido, que puede calcularse con base en la conservación de la energía:

$$Q_h = Q_c + W_{entra} = 100\text{ J} + 40\text{ J} = 140\text{ J}$$

Por lo tanto, el CDD de esta máquina que opera como bomba de calor en invierno es, por la ecuación 10.14,

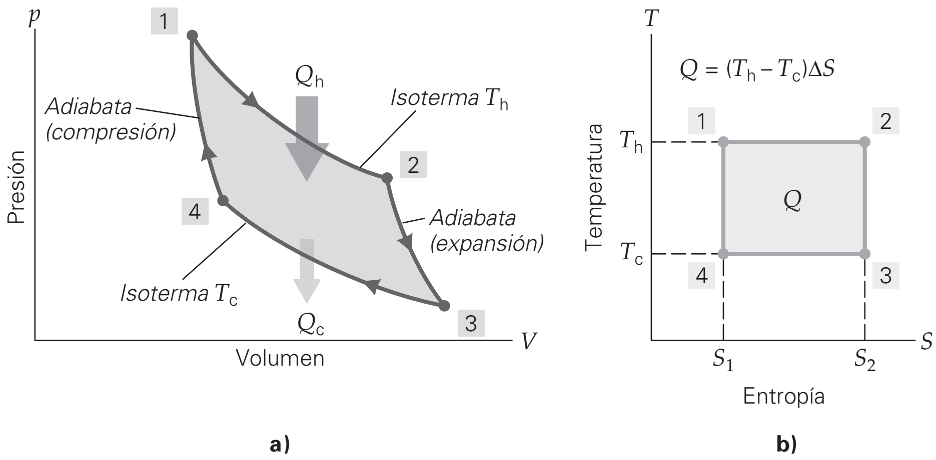
$$CDD_{hp} = \frac{Q_h}{W_{entra}} = \frac{140\text{ J}}{40\text{ J}} = 3.5$$

Ejercicio de refuerzo. *a*) Suponga que la máquina de este ejemplo se rediseña de forma que efectúe las mismas operaciones, pero con un consumo de trabajo 25% menor. ¿Qué valores tendría entonces el CDD? *b*) ¿Cuál CDD tendría un incremento porcentual mayor?

10.6 Ciclo de Carnot y máquinas de calor ideales

OBJETIVOS: *a*) Explicar la aplicación del ciclo de Carnot a las máquinas de calor, *b*) calcular la eficiencia ideal de Carnot y *c*) plantear la tercera ley de la termodinámica.

El planteamiento de la segunda ley de la termodinámica hecho por Lord Kelvin indica que cualquier máquina de calor *cíclica*, sin importar su diseño, siempre despide algo



◀ **FIGURA 10.19** **El ciclo de Carnot** ***a)*** El ciclo de Carnot consiste en dos isotermas y dos adiabatas. Se absorbe calor durante la expansión isotérmica y se despide calor durante la compresión isotérmica. ***b)*** En un diagrama *T-S*, el ciclo de Carnot forma un rectángulo, cuya área es igual a *Q*.

de energía calorífica (sección 10.5). Pero, ¿cuánta energía debe perderse en el proceso? En otras palabras, ¿qué eficiencia *máxima* puede tener una máquina de calor? Al diseñar una máquina de calor, los ingenieros se esfuerzan por hacerla lo más eficiente posible; no obstante, debe haber algún límite teórico que, por la segunda ley, será menor que el 100 por ciento.

El ingeniero francés Sadi Carnot (1796-1832) estudió dicho límite. Lo primero que buscó fue el ciclo termodinámico que usaría una máquina de calor *ideal*, es decir, el ciclo más eficiente. Carnot descubrió que la máquina de calor ideal absorbe calor de un depósito de alta temperatura *constante* (T_h) y despide calor hacia un depósito de baja temperatura *constante* (T_c). Idealmente, estos dos procesos son isotérmicos y reversibles, y podrían representarse como dos isotermas en un diagrama *p-V*. Sin embargo, ¿qué procesos completan el ciclo? Carnot demostró que tales procesos tanto adiabáticos como reversibles. De acuerdo con la sección 10.3, las curvas correspondientes en un diagrama *p-V* se llaman adiabatas y son más empinadas que las isotermas (▲figura 10.19a). Una máquina de calor irreversible que opere entre dos depósitos de calor a temperaturas constantes no puede tener una eficiencia mayor, que la de una máquina de calor reversible que opere entre las mismas dos temperaturas.

Así pues, el **ciclo de Carnot** ideal consiste en dos isotermas y dos adiabatas y se le puede representar de forma más conveniente en un diagrama *T-S*, donde forma un rectángulo (figura 10.19b). El área bajo la isoterma superior (1-2) es el calor agregado al sistema desde el depósito de alta temperatura: $Q_h = T_h\Delta S$. Asimismo, el área bajo la isoterma inferior (3-4) es el calor despedido: $Q_c = T_c\Delta S$. Aquí, Q_h y Q_c son las transferencias de calor a temperaturas *constantes* (T_h y T_c, respectivamente). No hay transferencia de calor ($Q = 0$) durante las ramas adiabáticas del ciclo. (¿Por qué?)

La diferencia entre estas transferencias de calor es el trabajo producido, que es igual al área encerrada por los caminos del proceso (las áreas sombreadas de los diagramas):

$$W_{neto} = Q_h - Q_c = (T_h - T_c)\Delta S$$

Puesto que ΔS es el mismo para ambas isotermas (véase la figura 10.19b, procesos 1-2 y 3-4), podemos usar las expresiones para relacionar las temperaturas y los calores. Es decir, como

$$\Delta S = \frac{Q_h}{T_h} \quad \text{y} \quad \Delta S = \frac{Q_c}{T_c}$$

tenemos

$$\frac{Q_h}{T_h} = \frac{Q_c}{T_c} \quad \text{o} \quad \frac{Q_c}{Q_h} = \frac{T_c}{T_h}$$

Esta ecuación puede servir para expresar la eficiencia de una máquina de calor ideal en términos de temperatura. Por la ecuación 10.12, esta **eficiencia de Carnot** ideal (ε_C) es

$$\varepsilon_C = 1 - \frac{Q_c}{Q_h} = 1 - \frac{T_c}{T_h}$$

o bien,

$$\varepsilon_C = 1 - \frac{T_c}{T_h} \qquad \textit{Eficiencia de Carnot (máquina de calor ideal)} \qquad (10.15)$$

donde la eficiencia fraccionaria suele expresarse como porcentaje. Note que T_c y T_h deben expresarse en kelvin.

Nota: las temperaturas en la eficiencia de Carnot son las absolutas, expresadas en kelvin.

Nota: la eficiencia de Carnot, que nunca puede alcanzarse, es un límite superior ideal.

La eficiencia de Carnot expresa el límite teórico superior de la eficiencia termodinámica de una máquina de calor cíclica que opera entre dos extremos conocidos de temperatura. En la práctica, tal límite es inasequible, pues ningún proceso de máquina real es reversible. No es posible construir una verdadera máquina de Carnot porque los procesos reversibles necesarios únicamente pueden aproximarse.

No obstante, la eficiencia de Carnot ilustra muy bien una idea general: cuanto mayor sea la diferencia entre las temperaturas de los depósitos de calor, mayor será tal eficiencia. Por ejemplo, si T_h es el doble de T_c, o bien, $T_c/T_h = 0.5$, la eficiencia de Carnot es

$$\varepsilon_C = 1 - \frac{T_c}{T_h} = 1 - 0.50 = 0.50\ (\times 100\%) = 50\%$$

En cambio, si T_h es cuatro veces T_c, de manera que $T_c/T_h = 0.25$,

$$\varepsilon_C = 1 - \frac{T_c}{T_h} = 1 - 0.25 = 0.75\ (\times 100\%) = 75\%$$

Puesto que una máquina de calor nunca puede tener una eficiencia térmica del 100%, resulta útil comparar su eficiencia real ε con su eficiencia teórica máxima, la de un ciclo de Carnot, ε_C. Para entender a fondo la importancia de este concepto, conviene estudiar con detenimiento el ejemplo siguiente.

También hay CDD de Carnot para refrigeradores y bombas de calor (véase el ejercicio 98).

Ejemplo 10.12 ■ Eficiencia de Carnot: la verdadera medida de eficiencia para cualquier máquina real

Un ingeniero está diseñando una máquina de calor cíclica que operará entre las temperaturas de 150 y 27°C. *a*) ¿Qué eficiencia teórica máxima puede alcanzar? *b*) Suponga que la máquina, una vez construida, en cada ciclo efectúa 100 J de trabajo con un aporte de 500 J de calor. ¿Qué eficiencia tiene y qué tan cercana está de la eficiencia de Carnot?

Razonamiento. La eficiencia máxima a temperaturas alta y baja específicas está dada por la ecuación 10.15. Recuerde que hay que convertir a temperaturas absolutas. En el inciso *b*, calculamos la eficiencia real y la comparamos con la respuesta del inciso *a*.

Solución.

Dado:
$T_h = 150°C + 273 = 423$ K
$T_c = 27°C + 273 = 300$ K
$W_{neto} = 100$ J
$Q_h = 500$ J

Encuentre:
a) ε_C (eficiencia de Carnot)
b) ε (eficiencia real) y compárela con ε_C

a) Utilizamos la ecuación 10.15 para calcular la eficiencia teórica máxima:

$$\varepsilon_C = 1 - \frac{T_c}{T_h} = 1 - \frac{300\text{ K}}{423\text{ K}} = 0.291\ (\times 100\%) = 29.1\%$$

b) La eficiencia real es, por la ecuación 10.12,

$$\varepsilon = \frac{W_{neto}}{Q_h} = \frac{100\text{ J}}{500\text{ J}} = 0.200\ (\text{o } 20.0\%)$$

Por lo tanto,

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_C} = \frac{0.200}{0.291} = 0.687\ (\text{o } 68.7\%)$$

Dicho de otro modo, la máquina de calor está operando al 68.7% de su máximo teórico. ¡No está mal!

Ejercicio de refuerzo. Si la temperatura operativa alta de la máquina de este ejemplo se aumentara a 200°C, ¿cómo cambiaría la eficiencia teórica?

La tercera ley de la termodinámica

Podemos realizar otra inferencia de la expresión para la eficiencia de Carnot (ecuación 10.15). Parecería posible tener $\varepsilon_C = 100\%$ tan sólo si T_c es cero absoluto. (Véase la sección 8.3.) Sin embargo, nunca se ha llegado al cero absoluto, aunque experimentos a ultra-bajas temperaturas (criogénicos) han llegado a 20 nK (2×10^{-8} K) de esa marca. Al parecer, es imposible reducir la temperatura de un sistema que ya está cercano al cero absoluto en un número finito de pasos. Un planteamiento sencillo de la **tercera ley de la termodinámica** es el siguiente:

> Es imposible llegar al cero absoluto en un número finito de procesos térmicos.

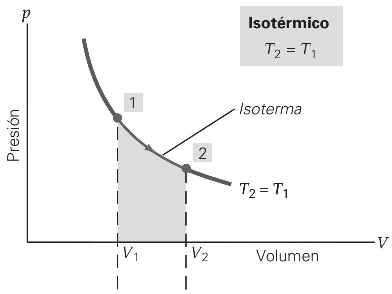
En otras palabras, aunque se han hecho intentos, parece imposible alcanzar experimentalmente el cero absoluto. (Véase la nota al pie de la p. 283, capítulo 8.)

Repaso del capítulo

- La **primera ley de la termodinámica** es un planteamiento de la conservación de la energía para un sistema termodinámico. Expresada en forma de ecuación, relaciona el cambio de la energía interna de un sistema con el flujo de calor y el trabajo efectuado sobre él, y está dada por

$$Q = \Delta U + W \qquad (10.1)$$

- Los **procesos termodinámicos** (con gases) son
  isotérmicos: si se efectúan a temperatura constante
  isobáricos: si se efectúan a presión constante
  isométricos: si se efectúan con volumen constante
  adiabáticos: si no interviene flujo de calor



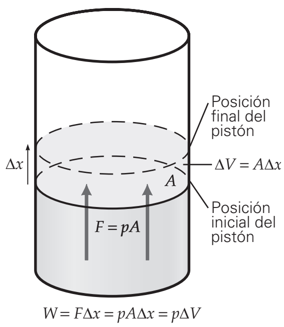
- Las expresiones de **trabajo termodinámico** efectuado por un gas ideal durante varios procesos son:

$$W_{\text{isotérmico}} = nRT \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) \quad \textit{(proceso isotérmico de gas ideal)} \ (10.3)$$

$$W_{\text{isobárico}} = p(V_2 - V_1) = p\Delta V \quad \textit{(proceso isobárico con gas ideal)} \ (10.4)$$

$$W_{\text{adiabático}} = \frac{p_1V_1 - p_2V_2}{\gamma - 1} \quad \textit{(proceso adiabático con gas ideal)} \ (10.9)$$

(En el proceso adiabático, $\gamma = c_p/c_v$ es la razón de los calores específicos, a temperatura y a volumen constantes, respectivamente.)



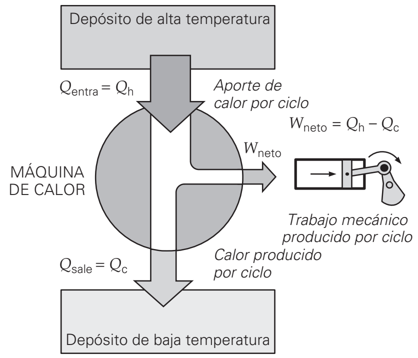
- La **segunda ley de la termodinámica** indica si un proceso se puede realizar naturalmente o no, o bien, indica la dirección que toma un proceso.
- La **entropía** (S) es una medida del desorden de un sistema. El **cambio de entropía** de un objeto a temperatura constante está dado por

$$\Delta S = \frac{Q}{T} \qquad (10.10)$$

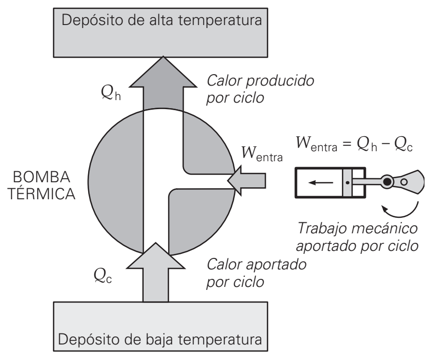
La entropía total del Universo aumenta en todo proceso natural.

- Una **máquina de calor** es un dispositivo que convierte calor en trabajo. Su **eficiencia térmica** ε es la razón del trabajo producido entre el calor aportado:

$$\varepsilon = \frac{W_{\text{neto}}}{Q_h} = \frac{Q_h - Q_c}{Q_h} = 1 - \frac{Q_c}{Q_h} \qquad (10.12)$$

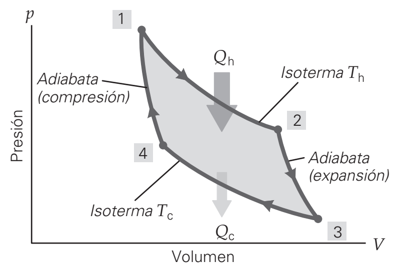


- Una **bomba térmica** es un dispositivo que transfiere energía calorífica de un depósito de baja temperatura a uno de alta temperatura. El coeficiente de desempeño (CDD) es la razón del calor transferido entre el trabajo aportado. El CCD difiere dependiendo de si la bomba térmica se usa como bomba de calor o como acondicionador de aire/refrigerador.



- Un **ciclo de Carnot** es un ciclo teórico de máquina de calor que consiste en dos isotermas y dos adiabatas. Su eficiencia es la más alta que cualquier máquina de calor podría alcanzar, operando entre dos extremos de temperatura. La eficiencia de un ciclo de Carnot es

$$\varepsilon_C = 1 - \frac{T_c}{T_h} \qquad (10.15)$$



Ejercicios*

Los ejercicios designados **OM** *son preguntas de opción múltiple; los* **PC** *son preguntas conceptuales; y los* **EI** *son ejercicios integrados. A lo largo del texto, muchas secciones de ejercicios incluirán ejercicios "apareados". Estos pares de ejercicios, que se identifican con números subrayados, pretenden ayudar al lector a resolver problemas y aprender. La respuesta a los ejercicios de número impar se da al final del libro.*

10.1 Sistemas, estados y procesos termodinámicos

1. **OM** En un diagrama *p-V*, un proceso reversible es un proceso *a*) cuyo camino se conoce, *b*) cuyo camino se desconoce, *c*) para el cual los pasos intermedios son estados no de equilibrio o *d*) nada de lo anterior.

2. **OM** Podría haber un intercambio de calor con el entorno en *a*) un sistema térmicamente aislado, *b*) un sistema totalmente aislado, *c*) un depósito de calor o *d*) nada de lo anterior.

3. **OM** Sólo se conocen los estados inicial y final de los procesos irreversibles en *a*) diagramas *p-V*, *b*) diagramas *p-T*, *c*) diagramas *V-T* o *d*) todos los anteriores.

4. **PC** Explique por qué el proceso de la figura 10.1b *no* es el de un gas ideal a temperatura constante.

5. **PC** ¿Un proceso irreversible significa que el sistema no puede regresar a su estado original? Explique por qué.

10.2 Primera ley de la termodinámica *y* 10.3 Procesos termodinámicos para un gas ideal

6. **OM** No entra ni sale calor del sistema en un proceso *a*) isotérmico, *b*) adiabático, *c*) isobárico o *d*) isométrico.

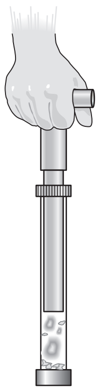
7. **OM** Según la primera ley de la termodinámica, si se efectúa trabajo sobre un sistema, *a*) la energía interna del sistema debe cambiar, *b*) se debe transferir calor desde el sistema, *c*) la energía interna del sistema debe cambiar o se debe transferir calor desde el sistema o ambas cuestiones o *d*) se debe transferir calor al sistema.

* Considere las temperaturas como exactas.

8. **OM** Cuando se añade calor a un sistema de gas ideal durante un proceso de expansión isotérmica, *a*) se efectúa trabajo sobre el sistema, *b*) disminuye la energía interna, *c*) el efecto es el mismo que el de un proceso isométrico o *d*) nada de lo anterior.

9. **PC** En un diagrama *p-V*, dibuje un proceso cíclico que consista en una expansión isotérmica, seguida de una compresión isobárica y de un proceso isométrico, en ese orden.

10. **PC** En la ▼ figura 10.20, el émbolo de una jeringa se empuja rápidamente y se queman los trocitos de papel en el interior. Explique este fenómeno utilizando la primera ley de la termodinámica. (Asimismo, no hay bujías en los motores diesel. ¿Cómo puede encenderse la mezcla aire-combustible?)

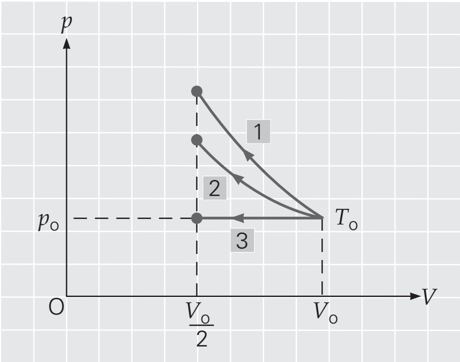


◀ **FIGURA 10.20 Jeringa de fuego** Véase el ejercicio 10.

11. **PC** Comente el calor, el trabajo y el cambio de energía interna de su cuerpo cuando juega un partido de baloncesto.

12. **PC** En un proceso adiabático, no hay intercambio de calor entre el sistema y el ambiente; pero cambia la temperatura de un gas ideal. ¿Cómo puede ser eso? Explique.

13. PC Un gas ideal, que inicialmente está a temperatura T_o, presión p_o y volumen V_o, se comprime a la mitad de su volumen inicial. Como se muestra en la ▼figura 10.21, el proceso 1 es adiabático, el 2 es isotérmico y el 3 es isobárico. Ordene el trabajo efectuado sobre el gas durante los tres proceso, de mayor a menor, y explique cómo hizo el ordenamiento.



▲ **FIGURA 10.21 Procesos termodinámicos**
Véase el ejercicio 13.

14. EI ● Un recipiente rígido contiene 1.0 moles de un gas ideal que recibe lentamente 2.0×10^4 J de calor. *a*) El trabajo efectuado por el gas es 1) positivo, 2) cero o 3) negativo. ¿Por qué? *b*) ¿Cómo cambia la energía interna del gas?

15. EI ● Una cantidad de gas ideal pasa por un proceso cíclico y efectúa 400 J de trabajo neto. *a*) La temperatura del gas al término del ciclo es 1) mayor, 2) igual o 3) menor que cuando comenzó. ¿Por qué? *b*) ¿Se añade o quita calor al sistema, y de cuánto calor estamos hablando?

16. ● Durante un partido de tenis, usted perdió 6.5×10^5 J de calor, y su energía interna también disminuyó en 1.2×10^6 J. ¿Cuánto trabajo efectuó durante el partido?

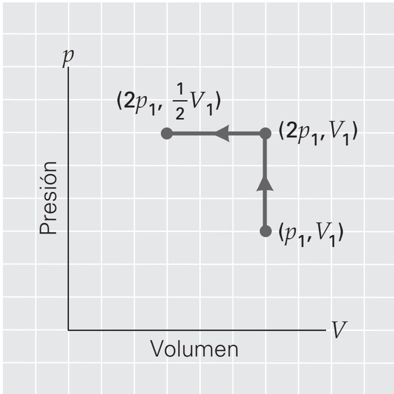
17. EI ● Mientras efectúa 500 J de trabajo, un sistema de gas ideal se expande adiabáticamente a 1.5 veces su volumen. *a*) La temperatura del gas 1) aumenta, 2) no cambia o 3) disminuye. ¿Por qué? *b*) ¿Cuánto cambia la energía interna del gas?

18. EI ● Un sistema de gas ideal se expande de 1.0 m^3 a 3.0 m^3 a presión atmosférica, al tiempo que absorbe 5.0×10^5 J de calor en el proceso. *a*) la temperatura del sistema 1) aumenta, 2) permanece igual o 3) disminuye. ¿Por qué? *b*) ¿Qué cambio sufre la energía interna del sistema?

19. ●● Un gas a baja densidad (es decir, que se comporta como un gas ideal) tiene una presión inicial de 1.65×10^4 Pa y ocupa un volumen de 0.20 m^3. La lenta adición de 8.4×10^3 J de calor al gas hace que se expanda isobáricamente hasta un volumen de 0.40 m^3. *a*) ¿Cuánto trabajo efectúa el gas durante el proceso? *b*) ¿Cambia la energía interna del gas? Si es así, ¿cuánto cambia?

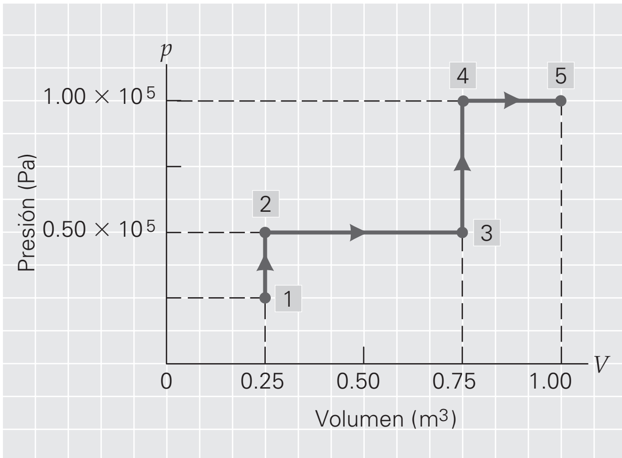
20. ●● Un competidor olímpico en halterofilia levanta 145 kg una distancia vertical de 2.1 m. Al hacerlo, su energía interna disminuye en 6.0×10^4 J. Para su cuerpo, ¿cuánto calor fluye y en qué dirección?

21. EI ●● Un gas ideal se somete a los procesos reversibles que se muestran en la ▼figura 10.22. *a*) ¿El cambio total de energía interna del gas es 1) positivo, 2) cero o 3) negativo? ¿Por qué? *b*) En términos de las variables de estado *p* y *V*, ¿cuánto trabajo efectúa el gas o se efectúa sobre él y *c*) cuánto calor neto se transfiere en el proceso total?



▲ **FIGURA 10.22 Diagrama *p*-*V* para un gas ideal**
Véase el ejercicio 21.

22. ●● Una cantidad fija de gas experimenta los cambios reversibles ilustrados en el diagrama *p*-*V* de la ▼figura 10.23. ¿Cuánto trabajo se efectúa en cada proceso?



▲ **FIGURA 10.23 Un diagrama *p*-*V* y trabajo**
Véanse los ejercicios 22 y 23.

23. ●● Suponga que, después del proceso final de la figura 10.23 (véase el ejercicio 22), la presión del gas se reduce isométricamente de 1.0×10^5 Pa a 0.70×10^5 Pa, y luego el gas se comprime isobáricamente de 1.0 m^3 a 0.80 m^3. Calcule el trabajo total efectuado en todos estos procesos, del 1 al 5.

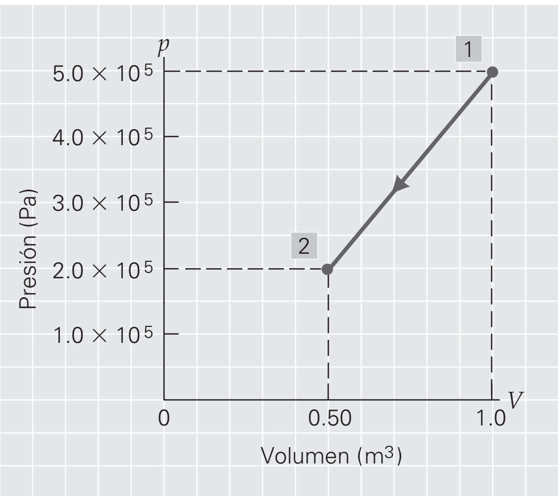
24. **EI ●●** 2.0 moles de un gas ideal se expanden isotérmicamente de un volumen de 20 L a otro de 40 L, mientras su temperatura permanece en 300 K. *a*) El trabajo efectuado por el gas es 1) positivo, 2) negativo, 3) cero. Explique por qué. *b*) ¿Cuál es la magnitud del trabajo?

25. **EI ●●** Un gas está encerrado en un pistón cilíndrico con un radio de 12.0 cm. Lentamente, se agrega calor al gas y la presión se mantiene a 1.00 atm. Durante el proceso, el pistón se mueve 6.00 cm. *a*) Éste es un proceso 1) isotérmico, 2) isobárico, 3) adiabático. Explique su respuesta. *b*) Si el calor que se transfiere al gas durante la expansión es de 420 J, ¿cuál será el cambio en la energía interna del gas?

26. ●● Un gas ideal monoatómico ($\gamma = 1.67$) se comprime adiabáticamente desde una presión de 1.00×10^5 Pa y un volumen de 240 L a un volumen de 40.0 L. *a*) ¿Cuál es la presión final del gas? *b*) ¿Cuánto trabajo se realiza sobre el gas?

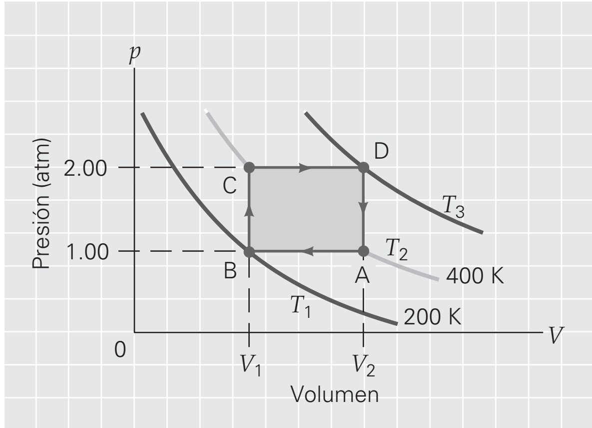
27. **EI ●●●** La temperatura de 2.0 moles de gas ideal se eleva de 150 a 250°C mediante dos procesos distintos. En el proceso I, se agregan 2500 J de calor al gas; en el proceso II, se agregan 3000 J de calor. *a*) ¿En qué caso es mayor el trabajo efectuado: 1) en el proceso I, 2) en el proceso II o 3) es el mismo. Explique por qué. [*Sugerencia:* véase la ecuación 8.16.] *b*) Calcule el cambio en la energía interna y en el trabajo efectuado en cada proceso?

28. **EI ●●●** Un mol de gas ideal se comprime como se muestra en el diagrama *p-V* de la ▾figura 10.24. *a*) ¿El trabajo efectuado por el gas es 1) positivo, 2) cero o 3) negativo? ¿Por qué? *b*) ¿Qué magnitud tiene ese trabajo? *c*) ¿Cuál es el cambio en la temperatura del gas?



▲ **FIGURA 10.24 Proceso de *p*-*V* variable y trabajo** Véase el ejercicio 28.

29. ●●● Un mol de gas ideal se somete al proceso cíclico de la ▸figura 10.25. *a*) Calcule el trabajo que interviene en cada uno de los cuatro procesos. *b*) Determine ΔU, W y Q para el ciclo completo. *c*) Calcule T_3.



▲ **FIGURA 10.25 Un proceso cíclico** Véase el ejercicio 29.

10.4 Segunda ley de la termodinámica y entropía

30. **OM** En cualquier proceso natural, el cambio total en la entropía del Universo no puede ser *a*) negativo, *b*) cero o *c*) positivo.

31. **OM** La segunda ley de la termodinámica *a*) describe el estado de un sistema, *b*) sólo es válida cuando se satisface la primera ley, *c*) descarta las máquinas de movimiento perpetuo o *d*) no es válida para un sistema aislado.

32. **OM** Un gas ideal se comprime isotérmicamente. El cambio en la entropía para este proceso es *a*) positivo, *b*) negativo, *c*) cero, *d*) ninguno de los anteriores.

33. **PC** ¿La entropía de cada uno de estos objetos aumenta o disminuye? *a*) Se derrite *hielo*; *b*) se condensa *vapor de agua*; *c*) se calienta *agua* en una estufa; *d*) se enfrían *alimentos* en un refrigerador.

34. **PC** Cuando una cantidad de agua caliente se mezcla con una cantidad de agua fría, el sistema combinado alcanza el equilibrio térmico a cierta temperatura intermedia. ¿Cómo cambia la entropía del sistema (ambos líquidos)?

35. **PC** Un estudiante desafía la segunda ley de la termodinámica diciendo que la entropía no tiene que aumentar en todas las situaciones, como cuando el agua se congela. ¿Es válido este desafío? ¿Por qué?

36. **PC** ¿Un organismo vivo es un sistema abierto o un sistema aislado? Explique su respuesta.

37. **EI ●** 1.0 kg de hielo se funde por completo en agua líquida a 0°C. *a*) El cambio en la entropía del hielo (agua) en este proceso es 1) positivo, 2) cero, 3) negativo. Explique su respuesta. *b*) ¿Cuál *es* el cambio en la entropía del hielo (agua)?

38. **EI ●** Un proceso implica la condensación de 0.50 kg de vapor de agua a 100°C. *a*) El cambio de entropía del vapor (agua) es 1) positivo, 2) cero o 3) negativo. ¿Por qué? *b*) ¿Cuál *es* el cambio la entropía del vapor (agua)?

39. ● ¿Cuánto cambia la entropía de 0.50 kg de vapor de mercurio ($L_v = 2.7 \times 10^5$ J/kg) al condensarse en su punto de ebullición de 357°C?

40. ●● En una expansión isotérmica a 27°C, un gas ideal realiza 30 J de trabajo. ¿Cuál es el cambio en la entropía del gas?

41. ●● Durante un cambio de fase líquida a sólida de una sustancia, el cambio de entropía es de -4.19×10^3 J/K. Si se extrae 1.67×10^6 J de calor en el proceso, ¿qué punto de congelación tiene la sustancia en grados Celsius?

42. **EI** ●● Un mol de un gas ideal experimenta una compresión isotérmica a 20°C, y se realiza un trabajo de 7.5×10^3 J para comprimirlo. *a*) ¿Qué sucede con la entropía del gas: 1) se incrementa, 2) permanece igual o 3) disminuye? ¿Por qué? *b*) ¿Cuál es el cambio en la entropía del gas?

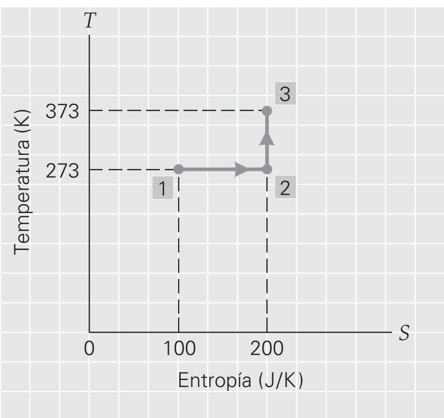
43. **EI** ●● Una cantidad de un gas ideal experimenta una expansión isotérmica reversible a 0°C y realiza 3.0×10^3 J de trabajo sobre su entorno en el proceso. *a*) ¿La entropía del gas 1) se incrementa, 2) permanece igual o 3) disminuye? Explique su respuesta. *b*) ¿Cuál es el cambio en la entropía del gas.

44. **EI** ●● Un sistema aislado consiste en dos depósitos térmicos muy grandes, con temperaturas constantes de 373 y 273 K, respectivamente. Suponga que fluyen espontáneamente 1000 J de calor del depósito frío al caliente. *a*) El cambio total en la entropía del sistema aislado (ambos depósitos) sería 1) positivo, 2) cero, 3) negativo. Explique su respuesta. *b*) ¿Qué cambio total de entropía tendría el sistema aislado?

45. **EI** ●● Dos depósitos de calor, a 200 y 60°C, respectivamente, se ponen en contacto térmico, y fluyen espontáneamente 1.50×10^3 J de calor de uno al otro, sin que la temperatura cambie de manera significativa. *a*) El cambio en la entropía del sistema de los dos depósitos es 1) positivo, 2) cero, 3) negativo. Explique por qué. *b*) ¿Cómo cambia la entropía del sistema de dos depósitos?

46. ●● En invierno, el calor de una casa cuya temperatura interior es de 18°C se fuga a razón de 2.0×10^4 J cada segundo. Si la temperatura exterior es de 0°C. *a*) ¿Cuánto cambia la entropía de la casa cada segundo? *b*) ¿Cuál es el cambio total de entropía por segundo del sistema casa-exterior?

47. **EI** ●●● Un sistema pasa del estado 1 al estado 3 como se muestra en el diagrama *T*-*S* de la ▼figura 10.26. *a*) El calor que se transfiere en el proceso descrito es 1) positivo, 2) cero, 3) negativo. Explique. *b*) Calcule el calor total transferido cuando el sistema pasa del estado 1 al estado 3.



▲ **FIGURA 10.26 Entropía y calor** Véanse los ejercicios 47 y 48.

48. **EI** ●●● Suponga que el sistema descrito por el diagrama *T*-*S* de la figura 10.26 se devuelve a su estado original, el estado 1, con un proceso reversible indicado por una línea recta del estado 3 al 1. *a*) El cambio de entropía del sistema para este proceso cíclico general es 1) positivo, 2) cero, 3) negativo. Explique por qué. *b*) ¿Cuánto calor se transfiere en el proceso cíclico? [*Sugerencia*: véase el ejemplo 10.7.]

49. ●●● Un cubo de hielo de 50.0 g a 0°C se coloca en 500 mL de agua a 20°C. *Determine* el cambio de entropía (una vez que se haya derretido todo el hielo) *a*) para el hielo, *b*) para el agua y *c*) para el sistema hielo-agua.

10.5 Máquinas de calor y bombas térmicas*

50. **OM** Para una máquina de calor cíclica, *a*) $\varepsilon > 1$, *b*) $Q_h = W_{neto}$, *c*) $\Delta U = W_{neto}$, *d*) $Q_h > Q_c$.

51. **OM** Una bomba térmica *a*) se califica por su eficiencia térmica, *b*) requiere aporte de trabajo, *c*) no es consistente con la segunda ley de la termodinámica o *d*) infringe la primera ley de la termodinámica.

52. **OM** ¿Qué determina la eficiencia térmica de una máquina de calor? *a*) $Q_c \times Q_h$; *b*) Q_c/Q_h; *c*) $Q_h - Q_c$; *d*) $Q_h + Q_c$.

53. **PC** ¿Qué pasa con la energía interna de una máquina de calor cíclica después de un ciclo completo?

54. **PC** ¿Dejar abierta la puerta del refrigerador es una forma práctica de refrescar una habitación? ¿Por qué?

55. **PC** El planteamiento de Lord Kelvin de la segunda ley de la termodinámica aplicada a máquinas de calor ("Ninguna máquina de calor que opera en un ciclo puede convertir totalmente su aporte de calor en trabajo") se refiere a su operación *en un ciclo*. ¿Por qué se incluye la frase "en un ciclo"?

56. **PC** La energía producida por una bomba térmica es mayor que la consumida para operar la bomba. ¿Este dispositivo infringe la primera ley de la termodinámica?

57. **PC** En los ciclos normales de convección atmosférica, aire frío a mayor altura se transfiere a un nivel más bajo y más cálido. ¿Esto infringe la segunda ley de la termodinámica? Explique.

58. ● Un motor de gasolina tiene una eficiencia térmica del 28%. Si absorbe 2000 J de calor en cada ciclo, *a*) ¿cuánto trabajo neto efectúa en cada ciclo? *b*) ¿Cuánto calor se disipa en cada ciclo?

59. ● Si una máquina efectúa 200 J de trabajo neto y disipa 600 J de calor por ciclo, ¿cuál es su eficiencia térmica?

60. ● Una máquina de calor con una eficiencia térmica del 20% efectúa 800 J de trabajo neto en cada ciclo. ¿Cuánto calor se pierde al entorno (el depósito de baja temperatura) en cada ciclo?

61. ● Un motor de combustión interna con eficiencia térmica del 15.0% efectúa 2.60×10^4 J de trabajo neto en cada ciclo. ¿Cuánto calor pierde la máquina en cada ciclo?

*Considere exactas las eficiencias.

62. **EI** ● El calor producido por un motor específico es 7.5×10^3 J por ciclo, y el trabajo neto que resulta es 4.0×10^3 J por ciclo. *a*) El aporte de calor es 1) menor que 4.0×10^3 J, 2) entre 4.0×10^3 J y 7.5×10^3 J, 3) mayor que 7.5×10^3 J. Explique su respuesta. *b*) ¿Cuáles son la entrada de calor y la eficiencia térmica del motor?

63. ●● Un motor de gasolina quema combustible que libera 3.3×10^8 J de calor por hora. *a*) ¿Cuál es la entrada de energía durante un periodo de 2.0 h? *b*) Si el motor genera 25 kW de potencia durante este tiempo, ¿cuál será su eficiencia térmica?

64. **EI** ●● Un ingeniero rediseña una máquina de calor y mejora su eficiencia térmica del 20 al 25%. *a*) ¿La razón del calor producido al calor aportado 1) aumenta, 2) no cambia o 3) disminuye? ¿Por qué? *b*) ¿Cuánto *cambia* Q_c/Q_h?

65. **EI** ●● Un motor de vapor debe mejorar su eficiencia térmica del 8.00 al 10.0%, mientras continúa produciendo 4500 J de trabajo útil cada ciclo. *a*) ¿La razón entre la entrada de calor y la salida de calor 1) aumenta, 2) permanece igual o 3) disminuye? Explique su respuesta. *b*) ¿Cuál es su cambio en Q_h/Q_c?

66. ●● Un refrigerador toma calor de su interior frío a razón de 7.5 kW cuando el trabajo requerido se aporta a razón de 2.5 kW. ¿Con qué rapidez se despide calor hacia la cocina?

67. ●● Un refrigerador con un CDD de 2.2 extrae 4.2×10^5 J de calor de su área de almacenamiento en cada ciclo. *a*) ¿Cuánto calor despide en cada ciclo? *b*) Calcule el aporte total de trabajo en joules para 10 ciclos.

68. ●● Una bomba de calor quita 2.0×10^3 J de calor al exterior y suministra 3.5×10^3 J de calor al interior de una casa en cada ciclo. *a*) ¿Cuánto trabajo se requiere por ciclo? *b*) ¿Qué CDD tiene esta bomba?

69. ●● Un acondicionador de aire tiene un CDD de 2.75. Calcule el consumo de potencia de la unidad si debe extraer 1.00×10^7 J de calor del interior de la casa en 20 min?

70. ●● Una máquina de vapor tiene una eficiencia térmica de 30.0%. Si su aporte de calor por ciclo proviene de la condensación de 8.00 kg de vapor de agua a 100°C, *a*) ¿qué trabajo neto producirá por ciclo y *b*) cuánto calor se perderá al entorno en cada ciclo?

71. ●●● Un motor de gasolina tiene una eficiencia térmica del 25.0%. Si el calor se expulsa del motor a una tasa de 1.50×10^6 J por hora, ¿cuánto tiempo tardará el motor en realizar una tarea que requiere una cantidad de trabajo de 3.0×10^6 J?

72. ●●● Una planta que quema hulla produce 900 MW de electricidad y opera con una eficiencia térmica del 25%. *a*) Calcule la tasa de aporte de calor a la planta. *b*) Calcule la tasa de descarga de calor de la planta. *c*) El agua a 15°C de un río cercano se utiliza para enfriar la descarga de calor. Si el agua enfriadora no supera una temperatura de 40°C, ¿cuántos galones de agua enfriadora se necesitarán por minuto?

73. ●●● Una máquina de cuatro tiempos opera según el ciclo Otto. Su producción es de 150 hp a 3600 rpm. *a*) ¿Cuántos ciclos se efectúan en 1 min? *b*) Si la eficiencia térmica de la máquina es del 20%, ¿cuánto calor se le aporta en cada minuto? *c*) ¿Cuánto calor se desecha (por minuto) al entorno?

10.6 Ciclo de Carnot y máquinas de calor ideales

74. **OM** El ciclo de Carnot consiste en *a*) dos procesos isobáricos y dos isotérmicos, *b*) dos procesos isométricos y dos adiabáticos, *c*) dos procesos adiabáticos y dos isotérmicos o *d*) cuatro procesos arbitrarios que vuelven el sistema a su estado inicial.

75. **OM** ¿Qué relación de temperatura de depósitos producirá la mayor eficiencia en una máquina de Carnot? *a*) $T_c = 0.15T_h$, *b*) $T_c = 0.25T_h$, *c*) $T_c = 0.50T_h$ o *d*) $T_c = 0.90T_h$?

76. **OM** Para una máquina de calor que opera entre dos depósitos con temperaturas T_c y T_h, la eficiencia de Carnot es *a*) el máximo valor posible, *b*) el mínimo valor posible, *c*) el valor promedio o *d*) ninguno de los anteriores.

77. **PC** Los motores de automóvil pueden ser enfriados por aire o por agua. ¿Qué tipo de motor se espera que sea más eficiente y por qué?

78. **PC** Si tiene la opción de operar una máquina de calor entre los siguientes dos pares de temperaturas para los depósitos frío y caliente, ¿qué par elegiría y por qué?: 100 y 300°C; 50 y 250°C.

79. **PC** Los motores diesel son mucho más eficientes que los de gasolina. ¿Qué tipo de motor opera a más alta temperatura? ¿Por qué?

80. ● Una máquina de vapor opera entre 100 y 30°C. ¿Qué eficiencia de Carnot tiene la máquina ideal que opera entre esas temperaturas?

81. ● Una máquina de Carnot tiene una eficiencia del 35% y toma calor de un depósito de alta temperatura a 147°C. Calcule la temperatura Celsius del depósito de baja temperatura de esta máquina.

82. ● ¿Qué temperatura tiene el depósito caliente de una máquina de Carnot que tiene una eficiencia del 30% y un depósito frío a 20°C?

83. ● Se ha propuesto usar las diferencias de temperaturas en el océano para operar una máquina de calor que genere electricidad. En las regiones tropicales, la temperatura del agua en la superficie es de aproximadamente 25°C, y a grandes profundidades es cercana a 5°C. *a*) ¿Qué eficiencia teórica máxima tendría una máquina así? *b*) ¿Sería práctica una máquina de calor con una eficiencia tan baja? Explique por qué.

84. ● Un ingeniero quiere operar una máquina de calor con una eficiencia del 40% entre un depósito de alta temperatura a 350°C y uno de baja temperatura. ¿Qué temperatura máxima puede tener el depósito frío para que la máquina resulte práctica?

85. ●● Una máquina de Carnot toma 2.7×10^4 J de calor de un depósito caliente (320°C) en cada ciclo, y desecha una parte a un depósito frío (120°C). ¿Cuánto trabajo efectúa la máquina en cada ciclo?

86. ●● Una máquina de Carnot con una eficiencia del 40% opera con un depósito de baja temperatura a 50°C y despide de 1200 J de calor en cada ciclo. Calcule *a*) el aporte de calor por ciclo y *b*) la temperatura Celsius del depósito de alta temperatura.

87. **EI** ●● Una máquina de Carnot toma calor de un depósito a 327°C y tiene una eficiencia del 30%. La temperatura del escape no se altera y la eficiencia se aumenta al 40%. *a*) La temperatura del depósito caliente es 1) menor, 2) igual, 3) mayor que 327°C. Explique. *b*) ¿Cuál será la nueva temperatura del depósito caliente?

88. ●● Un inventor afirma haber creado una máquina de calor que, en cada ciclo, toma 5.0×10^5 J de calor de un depósito de alta temperatura a 400°C y despide 2.0×10^5 J al entorno, que está a 125°C. ¿Invertiría usted su dinero en la producción de esta máquina? Explique por qué.

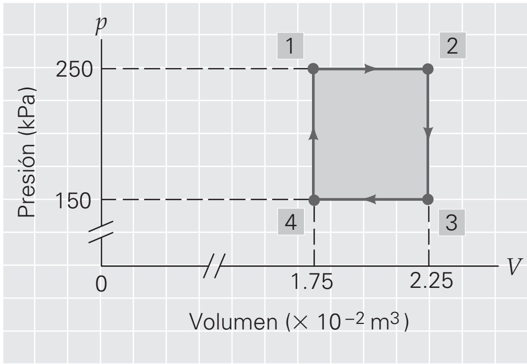
89. ●● Un inventor asegura haber creado una máquina de calor que genera 10.0 kW de potencia con una entrada de calor de 15.0 kW, mientras opera entre depósitos a 27 y 427°C. *a*) ¿Es válida su aseveración? *b*) Para generar 10.0 kW de potencia, ¿cuál será la entrada mínima de calor requerida?

90. ●● Una máquina de calor opera con una eficiencia térmica que es el 45% de la eficiencia de Carnot. Las temperaturas de los depósitos de alta y de baja temperaturas son de 400 y 100°C, respectivamente. Calcule la eficiencia de Carnot y la eficiencia térmica de la máquina.

91. ●● Una máquina de calor tiene una eficiencia térmica que es la mitad de la de una máquina de Carnot, que opera entre las temperaturas de 100 y 375°C. *a*) Calcule la eficiencia de Carnot de esa máquina de calor. *b*) Si la máquina de calor absorbe calor a razón de 50 kW, ¿con qué rapidez despide calor?

92. **EI** ●● La ecuación 10.15 indica que cuanto mayor sea la diferencia de temperatura entre los depósitos de una máquina de calor, mayor será la eficiencia de Carnot de esa máquina. Suponga que puede elegir entre aumentar la temperatura del depósito caliente cierto número de kelvins o reducir la temperatura del depósito frío en ese mismo número de kelvins. *a*) Para tener el máximo incremento en la eficiencia, usted 1) haría más caliente el depósito de alta temperatura o 2) haría más frío el depósito de baja temperatura; o bien, 3) tanto 1 como 2 producen el mismo cambio de eficiencia, así que no importa lo que se elija. ¿Por qué? *b*) Demuestre numéricamente su respuesta al inciso *a*.

93. ●● La sustancia de trabajo de una máquina de calor cíclica es 0.75 kg de un gas ideal. El ciclo consiste en dos procesos isobáricos y dos isométricos ▾figura 10.27. ¿Qué eficiencia tendría una máquina de Carnot que operara con los mismos depósitos de alta y baja temperaturas?



▲ **FIGURA 10.27 Eficiencia térmica** Véase el ejercicio 93.

94. ●● En cada ciclo, una máquina de Carnot toma 800 J de calor de un depósito a alta temperatura y descarga 600 J en uno de baja temperatura. ¿Qué razón de temperaturas tienen los depósitos?

95. **EI**●● Una máquina de Carnot que opera entre depósitos a 27 y 227°C efectúa 1500 J de trabajo en cada ciclo. *a*) El cambio en la entropía de la máquina para cada ciclo es 1) negativo, 2) cero, 3) positivo. ¿Por qué? ¿Cuál es el calor aportado a la máquina?

96. ●● La *temperatura de autoignición* de un combustible se define como la temperatura a la cual la mezcla de combustible y aire podría autoexplotar y quemarse. Por lo tanto, establece un límite superior en la temperatura del depósito caliente en un moderno motor de automóvil. Las temperaturas de autoignición para los combustibles comúnmente disponibles de gasolina y diesel están alrededor de 500 y 600°F, respectivamente. ¿Cuáles son las eficiencias de Carnot máximas de un motor de gasolina y de uno de diesel si la temperatura del depósito frío es de 27°C?

97. ●● A causa de limitaciones de materiales, la temperatura máxima del vapor de agua supercalentado que se usa en una turbina para generar electricidad es de aproximadamente 540°C. *a*) Si el condensador de vapor opera a 20°C, ¿qué eficiencia máxima de Carnot tiene la turbina? *b*) La eficiencia real está entre 35 y 40%. ¿Qué le indica este intervalo?

98. ●●● Hay un coeficiente de desempeño de Carnot (CDD_C) para un refrigerador ideal (Carnot). *a*) Demuestre que esa cantidad está dada por

$$CDD_C = \frac{T_c}{T_h - T_c}$$

b) ¿Qué nos dice esta cantidad en cuanto a ajustar las temperaturas para obtener el máximo de eficiencia de un refrigerador? (¿Puede estimar la ecuación para el CDD_C de una bomba de calor?)

99. ●●● Un vendedor le dice que un nuevo refrigerador con alto CDD extrae, en cada ciclo, 2.6×10^3 J de calor del interior del refrigerador a una temperatura de 5°C y despide 2.8×10^3 J hacia la cocina a 30°C. *a*) Calcule el CDD del refrigerador. *b*) ¿Es posible esta situación? Justifique su respuesta.

100. ●●● Una bomba de calor ideal equivale a una máquina de Carnot que opera en reversa. *a*) Demuestre que el CDD de Carnot de la bomba de calor es

$$\text{CDD}_C = \frac{1}{\varepsilon_C},$$

donde ε_C es la eficiencia de Carnot de la máquina de calor. *b*) Si una máquina de Carnot tienen una eficiencia del 40%, ¿cuál sería el CDD_C cuando funciona en reversa como una bomba de calor? (Véase el ejercicio 98.)

Ejercicios adicionales

101. Cuando un automóvil viaja a 75 mi/h por la carretera, su motor desarrolla 45 hp. Si este motor tiene una eficiencia termodinámica del 25% y 1 gal de gasolina tiene un contenido energético de 1.3×10^8 J, ¿cuál será la eficiencia del combustible (en millas por galón) de este automóvil?

102. Un gramo de agua (cuyo volumen es 1.00 cm^3) a 100°C se convierte en un volumen de 1.67×10^3 cm^3 de vapor a presión atmosférica. ¿Cuál es el cambio en la energía interna del agua (vapor)?

103. En un partido muy reñido, un jugador de baloncesto llega a producir 300 W de potencia. Suponiendo que la eficiencia del "motor" del jugador es del 15% y que el calor se disipa principalmente a través de la evaporación del sudor, ¿cuánta masa de sudor se evapora por hora?

104. Una máquina de Carnot produce 400 J de trabajo por ciclo. Si cada ciclo de 600 J de calor se disipan hacia un depósito frío a 27°C, ¿cómo cambia la entropía del depósito caliente cada ciclo?

105. Una cantidad de un gas ideal a una presión inicial de 2.00 atm experimenta una expansión adiabática a la presión atmosférica. ¿Cuál es la razón de la temperatura final con respecto a la temperatura inicial del gas?

106. Una planta generadora de energía de 100 MW tiene una eficiencia del 40%. Si se utiliza agua para expulsar el calor desperdiciado y la temperatura del agua no debe aumentar en más de 12C°, ¿cuál será la masa de agua que debe fluir a través de la planta cada segundo?

PARTE 3
VIBRACIONES Y ONDAS

CAPÍTULO

11 VIBRACIONES Y ONDAS

HECHOS DE FÍSICA

- Ondas (de diferentes tipos) viajan a través de sólidos, líquidos y gases, así como del vacío.
- Las perturbaciones provocan ondas. Los soldados que marchan para cruzar viejos puentes de madera saben que deben romper el paso y no marchar a una cadencia periódica. Esto podría corresponder con una frecuencia natural del puente, lo cual generaría resonancia y grandes oscilaciones que dañaría el puente e incluso provocaría su derrumbe.
- Las *ondas cerebrales* son diminutos voltajes eléctricos oscilantes en el cerebro. Estas ondas se miden colocando en el cuero cabelludo electrodos que están conectados a un *e*lectro*e*ncefaló*g*rafo (EEG) para obtener un registro (*gráfica*) de las señales eléctricas (*electro*) del cerebro (*encéfalo*). Las señales eléctricas del cerebro se representan en forma de ondas cerebrales, cuya frecuencia depende de la actividad del cerebro.
- Los *maremotos* no están relacionados con las mareas. Es más apropiado utilizar el término japonés *tsunami*, que significa "gran ola en el puerto". Los efectos de un tsunami se intensifican en espacios confinados de bahías y puertos. Las olas se originan por terremotos subterráneos y se desplazan a través del océano con una rapidez que alcanza los 960 km/h, con poca evidencia en la superficie. Cuando un tsunami alcanza una costa poco profunda, la fricción la frena y, al mismo tiempo, la desplaza hacia arriba hasta formar una masa de agua de 5 a 30 m de alto, que choca contra la orilla.

La fotografía muestra lo que la mayoría de la gente pensaría primero cuando oye hablar de onda. Todos conocemos las olas oceánicas y sus parientes más pequeñas, las ondas que se forman en un estanque cuando algo perturba la superficie. Sin embargo, en muchos sentidos, las ondas más importantes para el ser humano, y las que más interesan a los físicos, o son invisibles o no parecen ondas. El sonido, por ejemplo, es una onda. Quizá lo más sorprendente sea que la luz es una onda. De hecho, todas las radiaciones electromagnéticas son ondas: ondas de radio, microondas, rayos X, etc. Cada vez que nos asomamos a un microscopio, nos ponemos un par de anteojos o miramos un arcoiris, estamos experimentando energía ondulatoria en forma de luz. Primero vamos a examinar una descripción básica de las ondas.

En general las ondas están relacionadas con vibraciones u oscilaciones —un movimiento de ida y vuelta—, como el de una masa colgada de un resorte o un péndulo, y para tales movimientos resultan fundamentales las fuerzas restauradoras o momentos de fuerza. En un medio material, la fuerza restauradora la proporcionan fuerzas intermoleculares. Si una molécula se perturba, las fuerzas restauradoras ejercidas por sus vecinas tienden a devolver la molécula a su posición original, así que comienza a oscilar. Al hacerlo, afecta a las moléculas adyacentes, que a la vez comienzan a oscilar. Esto se denomina *propagación*. Pero, ¿qué es lo que propagan las moléculas de un material? La respuesta es *energía*. Una sola perturbación, como cuando damos una sacudida rápida al extremo de una cuerda estirada, produce una *pulsación ondulatoria*. Una perturbación continua, repetitiva, genera una propagación continua de energía que llamamos *movimiento ondulatorio*. Sin embargo, antes de examinar las ondas en medios materiales, nos conviene analizar las oscilaciones de una sola masa.

11.1 Movimiento armónico simple

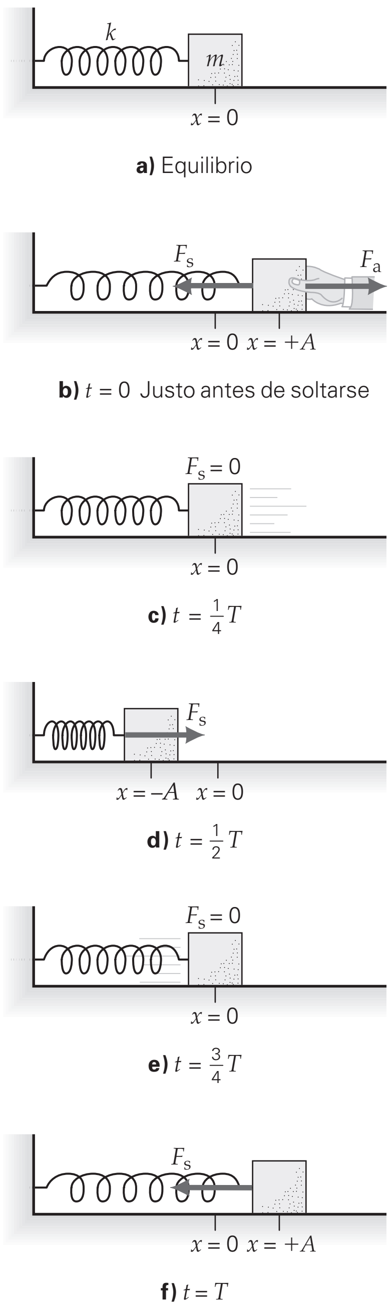
OBJETIVOS: *a*) Describir el movimiento armónico simple y *b*) describir cómo varían la energía y la rapidez en este tipo de movimiento.

El movimiento de un objeto oscilante depende de la fuerza restauradora que hace que el objeto se desplace de ida y vuelta. Conviene iniciar el estudio de este tipo de movimientos considerando el tipo más sencillo de fuerza que actúa a lo largo del eje x: una fuerza directamente proporcional al desplazamiento del objeto respecto al equilibrio. Un ejemplo común es la fuerza de resorte (ideal), descrita por la **ley de Hooke** (sección 3.2),

$$F_s = -kx \qquad (11.1)$$

donde k es la constante del resorte. En el capítulo 3 vimos que el signo menos indica que la fuerza siempre tiene la dirección opuesta al desplazamiento; es decir, la fuerza siempre tiende a *restaurar* el resorte a su posición de equilibrio.

Suponga que un objeto descansa sobre una superficie horizontal sin fricción y está conectado a un resorte como se muestra en la ◀figura 11.1. Cuando el objeto se desplaza hacia un lado de su posición de equilibrio y se suelta, se moverá de un lado a otro; es decir, vibrará u oscilará. Aquí, evidentemente la oscilación o vibración es un *movimiento periódico*: un movimiento que se repite una y otra vez siguiendo el mismo camino. En el caso de oscilaciones lineales, como las de un objeto sujeto a un resorte, el camino podría ser hacia un lado y el otro, o hacia arriba y hacia abajo. En el caso de un péndulo oscilante, el camino es un arco circular hacia uno y otro lados.



▲ **FIGURA 11.1 Movimiento armónico simple (MAS)** Cuando un objeto en un resorte ***a)*** se desplaza respecto a su posición de equilibrio, $x = 0$, y ***b)*** se suelta, el objeto adquiere un MAS (suponiendo que no haya pérdidas por fricción). El tiempo que le toma completar un ciclo es el periodo de oscilación (T). (Aquí, F_s es la fuerza del resorte y F_a es la fuerza aplicada.) ***c)*** En $t = T/4$, el objeto está otra vez en su posición de equilibrio; ***d)*** en $t = T/2$, está en $x = -A$. ***e)*** Durante el siguiente medio ciclo, el movimiento es a la derecha; ***f)*** en $t = T$, el objeto está otra vez en su posición inicial ($t = 0$) como en *b*.

El movimiento bajo la influencia del tipo de fuerza descrita por la ley de Hooke se denomina **movimiento armónico simple (MAS)**, porque la fuerza es la fuerza restauradora más simple y porque el movimiento se puede describir con funciones armónicas (senos y cosenos), como veremos más adelante en este capítulo. La distancia dirigida de un objeto en MAS, respecto a su posición de equilibrio, es el **desplazamiento** del objeto. En la figura 11.1 vemos que el desplazamiento puede ser positivo o negativo, lo cual indica dirección. Los desplazamientos máximos son $+A$ y $-A$ (figura 11.1b, d). La magnitud del desplazamiento máximo, o la distancia máxima de un objeto respecto a su posición de equilibrio, es la **amplitud (*A*)** de la oscilación, una cantidad escalar que expresa la distancia de ambos desplazamientos extremos respecto a la posición de equilibrio.

Además de la amplitud, dos cantidades importantes que describen una oscilación son su periodo y su frecuencia. El **periodo (*T*)** es el tiempo que el objeto tarda en completar un ciclo de movimiento. Un ciclo es un viaje redondo *completo*, es decir, el movimiento durante una oscilación completa. Por ejemplo, si un objeto parte de $x = A$ (figura 11.1b), entonces cuando vuelva a $x = A$ (como en la figura 11.1f) habrá com-pletado un ciclo durante un tiempo que llamamos periodo. Si un objeto está inicialmente en $x = 0$ cuando se le perturba, su segundo regreso a este punto marcará un ciclo. (¿Por qué un segundo regreso?) En todo caso, el objeto recorrería una distancia de $4A$ durante un ciclo. ¿Puede usted demostrar esto?

La **frecuencia (*f*)** es el número de ciclos por segundo. La relación entre frecuencia y periodo es

$$f = \frac{1}{T} \qquad \textit{frecuencia y periodo} \qquad (11.2)$$

Unidad SI de frecuencia: hertz (Hz) o ciclo por segundo (ciclo/s)

La relación inversa se refleja en las unidades. El periodo es el número de segundos por ciclo y la frecuencia es el número de ciclos por segundo. Por ejemplo, si $T = \frac{1}{2}$ ciclo, entonces completa 2 ciclos cada segundo o $f = 2$ ciclos/s.

La unidad estándar de frecuencia es el **hertz (Hz)**, que es un ciclo por segundo.* Por la ecuación 11.2, la frecuencia tiene unidades de recíproco de segundos (1/s o s^{-1}),

* La unidad se llama así en honor al físico alemán Heinrich Hertz (1857-1894), quien fue uno de los primeros investigadores de las ondas electromagnéticas.

TABLA 11.1 Términos empleados para describir el movimiento armónico simple

desplazamiento:	la distancia dirigida de un objeto ($\pm x$) desde su posición de equilibrio.
amplitud (A):	la magnitud del desplazamiento máximo, o la distancia máxima, de un objeto desde su posición de equilibrio.
periodo (T):	el tiempo para completar un ciclo de movimiento.
frecuencia (f):	el número de ciclos por segundo (en hertz o segundos a la inversa, donde $f = 1/T$).

puesto que el periodo es una medida de tiempo. Aunque el ciclo no es realmente una unidad, en algunos casos sería conveniente expresar la frecuencia en ciclos por segundo, para facilitar el análisis de unidades. Esto es similar al uso del radián (rad) para describir movimiento circular en las secciones 5.1 y 5.2.

Los términos que describen el MAS se resumen en la tabla 11.1.

Energía y rapidez de un sistema masa-resorte en MAS

En el capítulo 3 vimos que la energía potencial almacenada en un resorte que se estira o comprime una distancia $\pm x$ respecto al equilibrio (que elegimos como $x = 0$) es

$$U = \tfrac{1}{2}kx^2 \tag{11.3}$$

El *cambio* de energía potencial de un objeto que oscila en un resorte está relacionado con el trabajo efectuado por la fuerza del resorte. Un objeto con masa m que oscila en un resorte también tiene energía cinética. Juntas, las energías cinética y potencial dan la energía mecánica total E del sistema:

$$E = K + U = \tfrac{1}{2}mv^2 + \tfrac{1}{2}kx^2 \tag{11.4}$$

Cuando el objeto está en uno de sus desplazamientos máximos, $+A$ o $-A$, está instantáneamente en reposo, $v = 0$ (▼figura 11.2). Así, toda la energía está en forma de energía potencial ($U_{máx}$) en este punto; es decir,

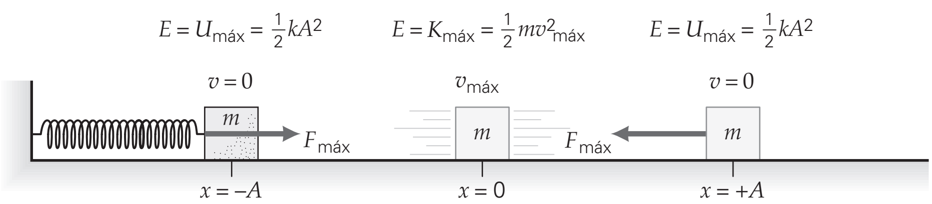
$$E = \tfrac{1}{2}m(0)^2 + \tfrac{1}{2}k(\pm A)^2 = \tfrac{1}{2}kA^2$$

o bien,

$$\boxed{E = \tfrac{1}{2}kA^2} \quad \textit{energía total de un objeto en MAS en un resorte} \tag{11.5}$$

Esto es un resultado general para MAS:

> La energía total de un objeto en movimiento armónico simple es directamente proporcional al cuadrado de la amplitud.



▲ **FIGURA 11.2 Oscilaciones y energía** Para una masa que oscila en MAS en un resorte (sobre una superficie sin fricción), la energía total en las posiciones de amplitud ($\pm A$) es toda energía potencial ($U_{máx}$) y $E = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2$, que es la energía total del sistema. En la posición central ($x = 0$), la energía total es toda energía cinética ($E = \frac{1}{2}mv^2_{máx}$, donde m es la masa del bloque). ¿Cómo se divide la energía total entre $x = 0$ y $x = \pm A$?

La ecuación 11.5 nos permite expresar la velocidad de un objeto que oscila en un resorte en función de la posición:

$$E = K + U \qquad \text{o bien,} \qquad \tfrac{1}{2}kA^2 = \tfrac{1}{2}mv^2 + \tfrac{1}{2}kx^2$$

Despejando v^2 y considerando la raíz cuadrada, obtenemos:

$$v = \pm\sqrt{\frac{k}{m}(A^2 - x^2)} \quad \textit{velocidad de un objeto en MAS} \tag{11.6}$$

donde los signos positivo y negativo indican la dirección de la velocidad. Observe que en $x = \pm A$, la velocidad es cero porque el objeto está instantáneamente en reposo en su desplazamiento máximo respecto al equilibrio.

Vemos que cuando el objeto oscilante pasa por su posición de equilibrio ($x = 0$), su energía potencial es cero. En ese instante, toda la energía es cinética, y el objeto viaja con su rapidez máxima $v_{\text{máx}}$. La expresión para la energía en este caso es

$$E = \tfrac{1}{2}kA^2 = \tfrac{1}{2}mv_{\text{máx}}^2$$

así que,

$$v_{\text{máx}} = \sqrt{\frac{k}{m}}A \quad \textit{rapidez maxima de una masa en un resorte} \tag{11.7}$$

Nota: este análisis se limitará a resortes ligeros, cuya masa puede considerarse insignificante.

En el siguiente ejemplo, y en la sección Aprender dibujando, podremos visualizar el intercambio continuo de energías cinética y potencial.

Ejemplo 11.1 ■ Un bloque y un resorte: movimiento armónico simple

Un bloque con masa de 0.25 kg descansa sobre una superficie sin fricción y está conectado a un resorte ligero cuya constante es de 180 N/m (véase la figura 11.1). Si el bloque se desplaza 15 cm respecto a su posición de equilibrio y se suelta, *a*) ¿qué energía total tendrá el sistema y *b*) qué rapidez tendrá el bloque cuando esté a 10 cm de su posición de equilibrio?

Razonamiento. La energía total depende de la constante del resorte (k) y de la amplitud (A), que se dan. En $x = 10$ cm, la rapidez debería ser menor que la máxima. (¿Por qué?)

Solución. Primero hacemos una lista de los datos y de lo que se pide. El desplazamiento inicial es la amplitud. (¿Por qué?)

Dado: $m = 0.25$ kg
$k = 180$ N/m
$A = 15$ cm $= 0.15$ m
$x = 10$ cm $= 0.10$ m

Encuentre: *a*) E (energía total)
b) v (rapidez)

***a*)** La energía total está dada por la ecuación 11.5:

$$E = \tfrac{1}{2}kA^2 = \tfrac{1}{2}(180\ \text{N/m})(0.15\ \text{m})^2 = 2.0\ \text{J}$$

***b*)** La rapidez instantánea del bloque a una distancia de 10 cm de la posición de equilibrio está dada por la ecuación 11.6, sin signos direccionales:

$$v = \sqrt{\frac{k}{m}(A^2 - x^2)} = \sqrt{\frac{180\ \text{N/m}}{0.25\ \text{kg}}[(0.15\ \text{m})^2 - (0.10\ \text{m})^2]} = \sqrt{9.0\ \text{m}^2/\text{s}^2} = 3.0\ \text{m/s}$$

¿Qué rapidez tendría la masa en $x = -10$ cm?

Ejercicio de refuerzo. En el inciso *b* de este ejemplo, el bloque en $x = 10$ cm está a dos tercios, o 67%, de su desplazamiento máximo. ¿Es entonces su rapidez en ese punto el 67% de su rapidez máxima? Compruebe matemáticamente su respuesta. (*Las respuestas de todos los Ejercicios de refuerzo se dan al final del libro.*)

APRENDER DIBUJANDO — OSCILACIÓN EN UN POZO PARABÓLICO DE POTENCIA

En la figura 1 se muestra una forma de visualizar la conservación de la energía en el movimiento armónico simple. La energía potencial de un sistema masa-resorte puede graficarse como una curva de energía (E) contra posición (x). Puesto que $U = \frac{1}{2}kx^2 \propto x^2$, la curva es una *parábola*.

En ausencia de fuerzas no conservativas, la energía total del sistema, E, es constante. Sin embargo, E es la suma de las energías cinética y potencial. Durante las oscilaciones, hay un intercambio continuo entre las dos formas de energía, aunque su suma continúa siendo constante. Matemáticamente, esta relación se escribe como $E = K + U$. En la figura 2, U (indicada con una flecha azul) está representada por la distancia vertical respecto al eje x.

Puesto que E es constante e independiente de x, se grafica como una línea horizontal. La energía cinética es la parte de la energía total que *no* es energía potencial; es decir, $K = E - U$; la podemos interpretar gráficamente (flecha gris) como la distancia vertical entre la parábola de energía potencial y la línea horizontal de la energía total. Durante la oscilación del objeto sobre el eje x, los intercambios de energía pueden visualizarse como los cambios de longitud de las dos flecha.

En la figura 2 se muestra una posición general, x_1. Ni la energía cinética ni la potencial están en su valor máximo de E ahí. En cambio, los valores máximos se dan en $x = 0$ y $x = \pm A$, respectivamente. El movimiento no puede exceder $x = \pm A$ porque ello implicaría una energía cinética negativa, lo cual es físicamente imposible. (¿Por qué?) Las posiciones de amplitud también se denominan *extremos* del movimiento, ya que son los puntos donde la rapidez es instantáneamente cero y se invierte la dirección del objeto.

Intente contestar las siguientes preguntas (y redacte algunas más) empleando este enfoque gráfico: ¿qué hay que hacer a E para aumentar la amplitud de oscilación, y cómo podría hacerse? ¿Qué sucede con la amplitud de un sistema del mundo real en MAS, en presencia de una fuerza como la fricción, que hace que E disminuya con el tiempo?

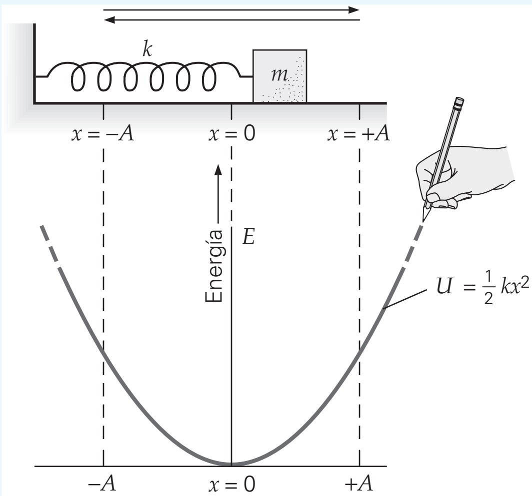


FIGURA 1 “Pozo” de energía potencial de un sistema masa-resorte La energía potencial de un resorte que se estira o comprime respecto a su posición de equilibrio ($x = 0$) es una parábola, porque $U \propto x^2$. En $x = \pm A$, toda la energía del sistema es potencial.

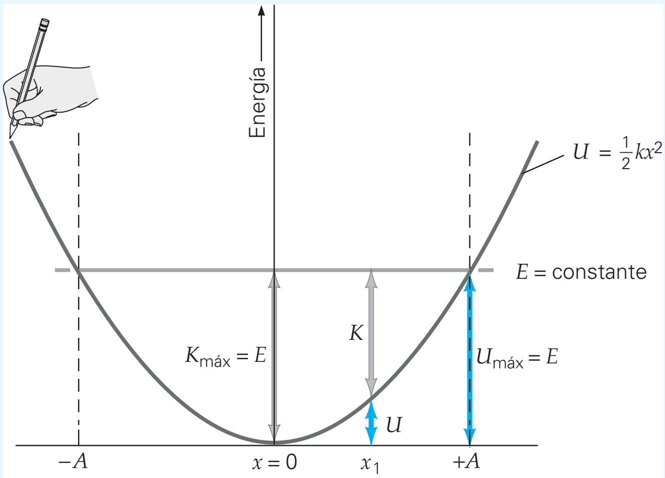
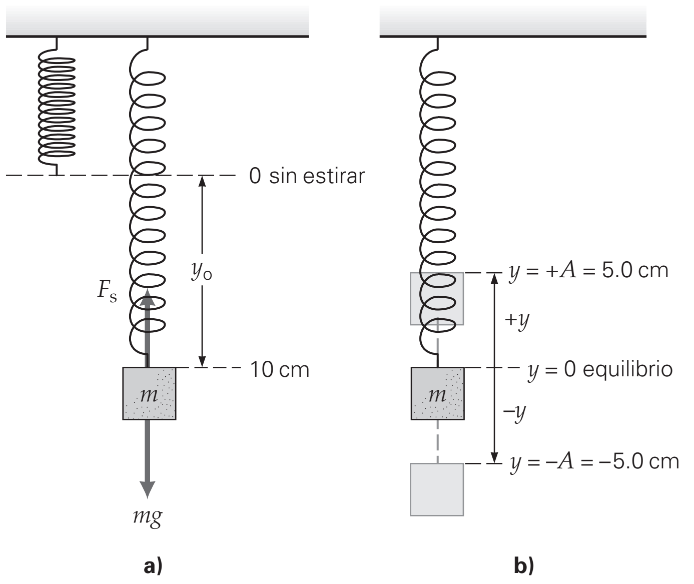


FIGURA 2 Transferencias de energía cuando oscila el sistema masa-resorte La distancia vertical del eje x a la parábola es la energía potencial del sistema. El resto (la distancia vertical entre la parábola y la línea horizontal que representa la energía total constante del sistema E) es la energía cinética del sistema (K).

La constante de un resorte suele determinarse colocando un objeto de masa conocida en el extremo de un resorte y dejando que se estabilice verticalmente en una nueva posición de equilibrio. El siguiente ejemplo muestra algunos resultados representativos.



▲ **FIGURA 11.3 Determinación de la constante del resorte** ***a)*** Cuando un objeto colgado de un resorte está en equilibrio, se anulan las dos fuerzas sobre el objeto, de manera que $F_s = w$, o bien, que $ky_o = mg$. Por lo tanto, es posible calcular la constante del resorte: $k = mg/y_o$. ***b)*** Conviene tomar como punto de referencia cero de un objeto en MAS suspendido de un resorte la nueva posición de equilibrio, pues el movimiento es simétrico en torno a ese punto. (Véase el ejemplo 11.2.)

Ejemplo 11.2 ■ La constante de resorte: determinación experimental

Cuando una masa de 0.50 kg se cuelga de un resorte, éste se estira 10 cm hasta una nueva posición de equilibrio (▲figura 11.3a). *a*) Calcule la constante del resorte. *b*) Luego, se tira de la masa hacia abajo desplazándola 5.0 cm, y se suelta. ¿Qué altura máxima alcanzará la masa oscilante?

Razonamiento. En la posición de equilibrio, la fuerza neta sobre la masa es cero porque $a = 0$. En el inciso *b*, usaremos y negativa para indicar "hacia abajo", como se suele hacer en problemas de movimiento vertical.

Solución.

Dado: $m = 0.50$ kg
$y_o = 10$ cm $= 0.10$ m
$y = -5.0$ cm $= -0.050$ m
(nuevo punto de referencia)

Encuentre: *a*) k (constante de resorte)
b) A (amplitud)

a) Cuando la masa suspendida está en equilibrio (figura 11.3a), la fuerza neta sobre la masa es cero. Por consiguiente, el peso de la masa y la fuerza del resorte son iguales y opuestos. Si igualamos sus magnitudes,

$$F_s = w$$

o bien,

$$ky_o = mg$$

Por lo tanto,

$$k = \frac{mg}{y_o} = \frac{(0.50 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2)}{0.10 \text{ m}} = 49 \text{ N/m}$$

b) Una vez puesta en movimiento, la masa oscila verticalmente en torno a la posición de equilibrio. Puesto que el movimiento es simétrico en torno a este punto, lo designamos como punto de referencia cero de la oscilación (figura 11.3b). El desplazamiento inicial es $-A$, así que la posición más alta de la masa será 5.0 cm arriba de la posición de equilibrio $(+A)$.

Ejercicio de refuerzo. ¿Cuánta energía potencial más tiene el resorte de este ejemplo en la posición más baja de la oscilación, en comparación con la posición más alta?

11.2 Ecuaciones de movimiento

OBJETIVOS: *a*) Entender la ecuación del MAS y *b*) explicar qué significan fase y diferencias de fase.

La **ecuación de movimiento** de un objeto es la ecuación que da la posición del objeto en función del tiempo. Por ejemplo, la ecuación de movimiento con una aceleración rectilínea constante es $x = x_o + v_o t + \frac{1}{2}at^2$, donde v_o es la velocidad inicial. Sin embargo, en el movimiento armónico simple la aceleración no es constante, así que las ecuaciones de cinemática no son válidas para este caso.

Podemos obtener la ecuación de movimiento para un objeto en MAS, a partir de una relación entre los movimientos armónico simple y circular uniforme. Simulamos el MAS con un componente del movimiento circular uniforme, como se ilustra en la ▼figura 11.4. Mientras el objeto iluminado se mueve con movimiento circular uniforme (con rapidez angular constante ω) en un plano vertical, su sombra se mueve hacia arriba y hacia abajo, siguiendo el mismo camino que el objeto en el resorte, que tiene movimiento armónico simple. Puesto que la sombra y el objeto tienen la misma posición en cualquier momento, se sigue que la ecuación de movimiento de la sombra del objeto en movimiento circular es la ecuación de movimiento del objeto que oscila en el resorte.

Del círculo de referencia de la figura 11.4b, la coordenada y (posición) del objeto está dada por

$$y = A \operatorname{sen} \theta$$

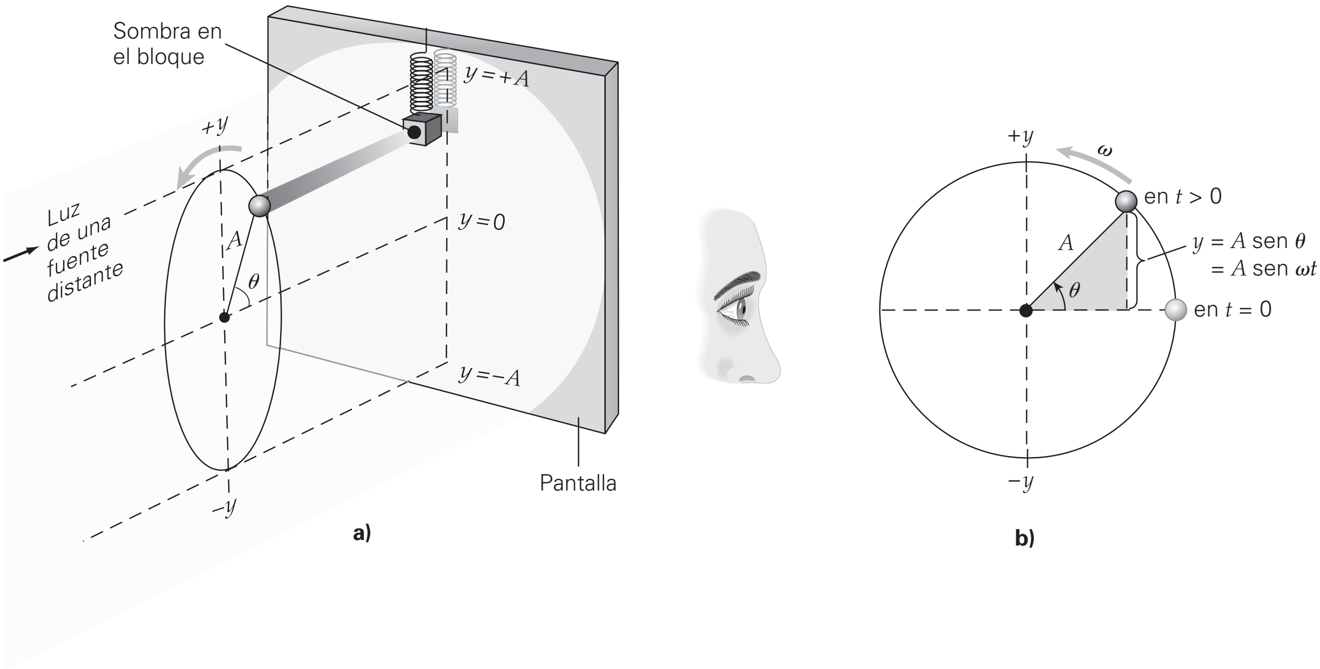
Sin embargo, el objeto se mueve con velocidad angular constante de magnitud ω. En términos de la distancia angular θ, suponiendo que $\theta = 0°$ en $t = 0$, tenemos $\theta = \omega t$, así que

$$y = A \operatorname{sen} \omega t \quad \textit{(MAS para } y_o = 0\textit{, movimiento inicial hacia arriba)} \tag{11.8}$$

Vemos que, al aumentar t desde cero, y aumenta en la dirección positiva, de manera que la ecuación describe el movimiento inicial hacia arriba.

Con la ecuación 11.8 como ecuación de movimiento, la masa *siempre* debe estar inicialmente en $y_o = 0$. Sin embargo, ¿qué tal si la masa colgada del resorte estuviera inicialmente en la posición de amplitud $+A$? En ese caso, la ecuación del seno no describiría

▼ **FIGURA 11.4 Círculo de referencia para el movimiento vertical** ***a)*** La sombra de un objeto en movimiento circular uniforme tiene el mismo movimiento vertical que un objeto que oscila en movimiento armónico simple en un resorte. ***b)*** Por lo tanto, el movimiento puede describirse con $y = A \operatorname{sen} \theta = A \operatorname{sen} \omega t$ (suponiendo $y = 0$ en $t = 0$).



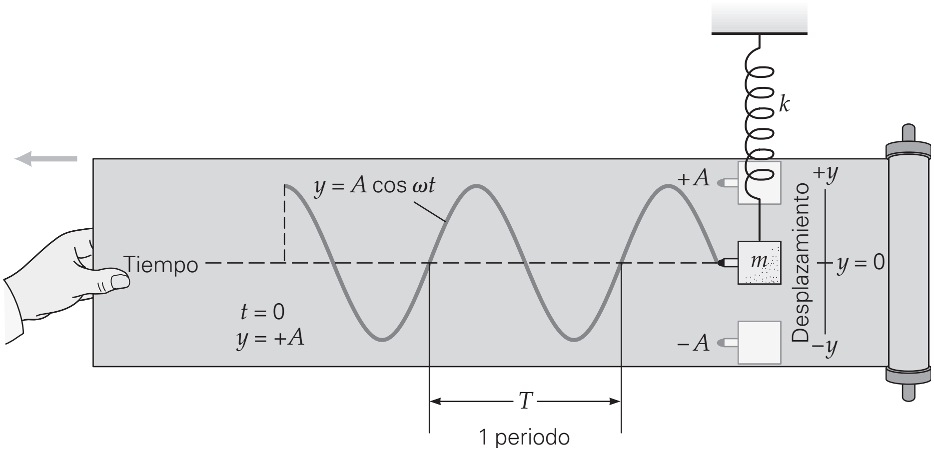


FIGURA 11.5 Ecuación de movimiento senoidal Al paso del tiempo, el objeto oscilante traza una curva senoidal sobre el papel móvil. En este caso, $y = A\cos\omega t$, porque el desplazamiento inicial del objeto es $y_o = +A$.

el movimiento, porque *no* describe la *condición inicial*, $y_o = +A$ en $t = 0$. Por lo tanto, necesitamos otra ecuación de movimiento: $y = A\cos\omega t$. Con esta ecuación, en $t_o = 0$, la masa está en $y_o = A\cos\omega t = A\cos\omega(0) = +A$, así que la ecuación del coseno sí describe correctamente las condiciones iniciales (▲figura 11.5):

$$y = A\cos\omega t \qquad \textit{(movimiento inicial hacia abajo con } y_o = +A\textit{)} \tag{11.9}$$

Aquí, el movimiento inicial es hacia abajo porque, momentos poco después de $t_o = 0$, el valor de y disminuye. Si la amplitud fuera $-A$, la masa estaría inicialmente en esa posición inferior y el movimiento inicial sería hacia arriba.

Por lo tanto, la ecuación de movimiento de un objeto oscilante puede ser una función seno o coseno. Ambas funciones se describen como *senoidales*. Es decir, el movimiento armónico simple se describe con una función senoidal del tiempo.

La rapidez angular ω (en rad/s) del *objeto en el círculo de referencia* (figura 11.4) es la *frecuencia angular* del objeto oscilante, porque $\omega = 2\pi f$, donde f es la frecuencia de revolución o rotación del objeto (sección 5.2). La figura 11.4 muestra que la frecuencia del objeto "en órbita" es igual a la frecuencia de oscilación del objeto colgado del resorte. De manera que si usamos $f = 1/T$, escribimos la ecuación 11.8 como:

$$y = A\,\mathrm{sen}(2\pi f t) = A\,\mathrm{sen}\left(\frac{2\pi t}{T}\right) \qquad \textit{(MAS para } y_o = 0\textit{, movimiento inicial hacia arriba)} \tag{11.10}$$

Note que esta ecuación corresponde al movimiento inicial hacia arriba porque, después de $t_o = 0$, el valor de y aumenta en dirección positiva. Si el movimiento inicial es hacia abajo, el término de amplitud sería $-A$.

Las ecuaciones 11.8 y 11.10 dan tres formas equivalentes de la ecuación de movimiento para un objeto en MAS. Podemos usar la más conveniente de ellas, dependiendo de los parámetros que conozcamos. Por ejemplo, si nos dan el tiempo t en términos del periodo T (digamos, $t_o = 0$, $t_1 = T/4$ y $t_2 = 3T/4$) y nos piden calcular la posición de un objeto en MAS en esos instantes. En un caso así, nos conviene usar la ecuación 11.10:

$$t_o = 0 \qquad y_o = A\,\mathrm{sen}[2\pi(0)/T] = A\,\mathrm{sen}\,0 = 0$$

$$t_1 = \frac{T}{4} \qquad y_1 = A\,\mathrm{sen}[2\pi(T/4)/T] = A\,\mathrm{sen}\,\pi/2 = A$$

$$t_2 = \frac{3T}{4} \qquad y_2 = A\,\mathrm{sen}[2\pi(3T/4)/T] = A\,\mathrm{sen}\,3\pi/2 = -A$$

Los resultados nos indican que el objeto estaba inicialmente en $y = 0$ (equilibrio), lo cual ya sabíamos. Un cuarto de periodo después, estaba en $y = A$, la amplitud de su oscilación; y después de tres cuartos de periodo ($3T/4$) estaba en la posición $-A$, lo cual se esperaba, pues se trata de un movimiento periódico. (¿Dónde estaría el objeto en $T/2$ y en T?)

Por lo tanto, en general, escribimos,

$$y = \pm A \operatorname{sen} \omega t = \pm A \operatorname{sen}(2\pi f t) = \pm A \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi t}{T}\right) \quad \begin{pmatrix} +\ \textit{para movimiento inicial hacia arriba con } y_o = 0; \\ -\ \textit{para movimiento inicial hacia abajo con } y_o = 0 \end{pmatrix} \tag{11.8a}$$

Por un desarrollo similar, la ecuación 11.9 tiene la forma general

$$y = \pm A \cos \omega t = \pm A \cos(2\pi f t) = \pm A \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right) \quad \begin{pmatrix} +\ \textit{para movimiento inicial hacia abajo con } y_o = +A; \\ -\ \textit{para movimiento inicial hacia arriba con } y_o = -A \end{pmatrix} \tag{11.9b}$$

Para constatar lo útil que es el círculo de referencia, usémoslo para calcular el periodo del sistema resorte-objeto. Note que el tiempo en que el objeto del círculo de referencia tarda en efectuar una "órbita" completa es exactamente el tiempo que tarda el objeto en oscilación en completar un ciclo. (Véase la figura 11.4.) Por lo tanto, si conocemos el tiempo de una órbita en el círculo de referencia, tendremos el periodo de oscilación. Puesto que el objeto "en órbita" en el círculo de referencia está en movimiento circular uniforme con rapidez constante igual a la rapidez máxima de oscilación $v_{\text{máx}}$, el objeto recorre una distancia de una circunferencia en un periodo. Entonces, $t = d/v$, donde $t = T$, d es la circunferencia y v es $v_{\text{máx}}$, dada por la ecuación 11.7; es decir,

$$T = \frac{d}{v_{\text{máx}}} = \frac{2\pi A}{\sqrt{k/m}\,A}$$

o bien,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad \textit{periodo de un objeto que oscila en un resorte} \tag{11.11}$$

Como las amplitudes se cancelan en la ecuación 11.11, *el periodo y la frecuencia son independientes de la amplitud del movimiento.* Esta afirmación es una característica general de los osciladores armónicos simples, es decir, los osciladores impulsados por una fuerza restauradora lineal, como la de un resorte que se rige por la ley de Hooke.

Nota: el periodo y la frecuencia son Independientes de la amplitud en MAS.

La ecuación 11.11 nos indica que cuanto mayor sea la masa, más largo será el periodo; y que cuanto mayor sea la constante de resorte (resorte más rígido), más corto será el periodo. Es la *razón* masa/rigidez lo que determina el periodo. Por lo tanto, un aumento en la masa se compensa utilizando un resorte más rígido.

Puesto que $f = 1/T$,

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} \quad \textit{frecuencia de la masa que oscila en un resorte} \tag{11.12}$$

Así, cuanto mayor sea la constante de resorte (resorte más rígido), con mayor frecuencia vibrará el sistema, como era de esperarse.

También, observe que como $\omega = 2\pi f$, escribimos

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \textit{frecuencia angular de una masa que oscila en un resorte} \tag{11.13}$$

Como ejemplo adicional, un péndulo simple (un objeto pequeño y pesado colgado de un cordel) estará en movimiento armónico simple, si el ángulo de oscilación es pequeño. Una buena aproximación del periodo de un péndulo simple con ángulo de oscilación pequeño $\theta \lesssim 10°$ está dada por

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \quad \textit{periodo de un péndulo simple} \tag{11.14}$$

donde L es la longitud del péndulo y g es la aceleración debida a la gravedad. Un reloj de péndulo al que se le está acabando la cuerda sigue marcando correctamente el tiempo porque el periodo no cambia al disminuir la amplitud. Como muestra la ecuación 11.14, el periodo es independiente de la amplitud.

Una diferencia importante entre el periodo del sistema masa-resorte y el del péndulo es que este último es independiente de la masa de la pesa. (Véase las ecuaciones 11.11 y 11.14.) ¿Puede usted explicar por qué? Piense en lo que proporciona la fuerza restauradora para las oscilaciones del péndulo: la gravedad. Por lo tanto, cabe esperar que la aceleración (junto con la velocidad y el periodo) sea independiente de la masa.

Es decir, la fuerza gravitacional automáticamente imparte la misma aceleración a pesas de diferente masa, en péndulos de la misma longitud. Ya vimos que se observan efectos similares en caída libre y con bloques que se deslizan y cilindros que ruedan pendiente abajo (capítulos 2 y 6, respectivamente). El siguiente ejemplo demuestra el uso de la ecuación de movimiento para MAS.

Ejemplo 11.3 ■ Una masa oscilante: aplicación de la ecuación de movimiento

Una masa en un resorte oscila verticalmente con una amplitud de 15 cm, una frecuencia de 0.20 Hz y la ecuación de movimiento está dada por la ecuación 11.8, con $y_o = 0$ en $t_o = 0$ y movimiento inicial hacia arriba. *a*) ¿Cuál es la posición y la dirección de movimiento de la masa en $t = 3.1$ s. *b*) ¿Cuántas oscilaciones (ciclos) efectúa la masa en un tiempo de 12 s?

Razonamiento. El inciso *a* es una aplicación directa de la ecuación 11.8. En el inciso *b*, el número de oscilaciones es el número de ciclos, y recuerde que la frecuencia a veces se expresa como ciclos por segundo. Por lo tanto, si multiplicamos la frecuencia por el tiempo, obtendremos el número de ciclos u oscilaciones.

Solución.

Dado: $A = 15 \text{ cm} = 0.15 \text{ m}$ **Encuentre:** *a*) y (posición y dirección del movimiento)
$f = 0.20 \text{ Hz}$ *b*) n (número de oscilaciones o ciclos)
$y = A \text{ sen } \omega t$ (ecuación 11.8)
a) $t = 3.1$ s ***b***) $t = 12$ s

a) En primer lugar, como nos dan la frecuencia f, nos conviene usar la ecuación de movimiento en la forma $y = A \text{ sen } 2\pi ft$ (ecuación 11.10). Por la ecuación, es evidente que, en $t_o = 0$, $y_o = 0$, así que inicialmente la masa está en la posición cero (de equilibrio). Después, en $t = 3.1$ s,

$$\begin{aligned} y &= A \text{ sen } 2\pi ft \\ &= (0.15 \text{ m}) \text{ sen}[2\pi(0.20 \text{ s}^{-1})(3.1 \text{ s})] \\ &= (0.15 \text{ m}) \text{ sen}(3.9 \text{ rad}) = -0.10 \text{ m} \end{aligned}$$

Por lo tanto, la masa está en $y = -0.10$ m en $t = 3.1$ s. ¿Qué dirección tiene su movimiento? Examinemos el periodo (T) para saber en qué parte del ciclo está la masa. Por la ecuación 11.2,

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{0.20 \text{ Hz}} = 5.0 \text{ s}$$

En $t = 3.1$ s, la masa ha pasado por $3.1 \text{ s}/5.0 \text{ s} = 0.62$, o bien, 62% de un periodo o ciclo, así que se está moviendo hacia abajo [subió $\left(\frac{1}{4}\text{ciclo}\right)$ y regresó $\left(\frac{1}{4}\text{ ciclo}\right)$ a $y_o = 0$ en $\frac{1}{2}$, o 50%, y seguirá hacia abajo durante el siguiente $\frac{1}{4}$ de ciclo].

b) El número de oscilaciones (ciclos) es igual al producto de la frecuencia (ciclos/s) y el tiempo transcurrido (s), y nos dan ambos datos:

$$n = ft = (0.20 \text{ ciclos/s})(12 \text{ s}) = 2.4 \text{ ciclos}$$

o con $f = 1/T$,

$$n = \frac{t}{T} = \frac{12 \text{ s}}{5.0 \text{ s}} = 2.4 \text{ ciclo}$$

(Observe que *ciclo* no es una unidad y que sólo se usa por claridad.)

Por lo tanto, la masa ha pasado por dos ciclos completos y 0.4 de un tercero, lo cual significa que está regresando hacia $y_o = 0$ desde su posición de amplitud $+A$. (¿Por qué?)

Ejercicio de refuerzo. Obtenga lo que se pide en este ejemplo con los tiempos 1) $t = 4.5$ s y 2) $t = 7.5$ s.

Sugerencia para resolver problemas

Note que en el cálculo del inciso *a* del ejemplo 11.3, donde tenemos sen 3.9, el ángulo está en radianes, no grados. *No* olvide ajustar su calculadora a radianes (en vez de grados) para obtener el valor de una función trigonométrica en ecuaciones de movimiento armónico simple o circular.

Ejemplo 11.4 ■ Diversión con un péndulo: frecuencia y periodo

Un joven dinámico lleva a su hermanita a jugar en los columpios del parque. La empuja por atrás en cada retorno. Suponiendo que el columpio se comporta como péndulo simple con una longitud de 2.50 m, *a*) ¿qué frecuencia tendrán las oscilaciones y *b*) qué intervalo habrá entre los impulsos impartidos por el joven?

Razonamiento. *a*) El periodo está dado por la ecuación 11.14, y hay una relación inversa entre la frecuencia y el periodo: $f = 1/T$. *b*) Puesto que el hermano empuja desde un lado en cada retorno, deberá empujar una vez por cada ciclo completo, así que el intervalo entre sus impulsos es igual al periodo del columpio.

Solución.

Dado: $L = 2.50$ m

Encuentre: *a*) f (frecuencia)
b) T (periodo)

***a*)** Podemos obtener el recíproco de la ecuación 11.14 para despejar directamente la frecuencia:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{L}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{9.80 \text{ m/s}^2}{2.50 \text{ m}}} = 0.315 \text{ Hz}$$

***b*)** De manera que calculamos el periodo a partir de la frecuencia:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{0.315 \text{ Hz}} = 3.17 \text{ s}$$

El hermano debe empujar cada 3.17 s para mantener una oscilación constante (y que su hermanita no le reclame).

Ejercicio de refuerzo. En este ejemplo, el hermano mayor, que es aficionado a la física, mide con cuidado el periodo del columpio y obtiene 3.18 s en vez de 3.17 s. Si la longitud de 2.50 m es exacta, ¿qué valor tendrá la aceleración debida a la gravedad en el lugar donde está el parque? Considerando este valor exacto de g, ¿cree usted que el parque esté en el nivel del mar?

Condiciones iniciales y fase

Tal vez el lector se esté preguntando cómo decidir si usará una función seno o coseno para describir un caso específico de movimiento armónico simple. En general, la forma de la función depende del desplazamiento y la velocidad iniciales del objeto: las *condiciones iniciales* del sistema. Estas condiciones iniciales son los valores del desplazamiento y la velocidad en $t = 0$; juntos, nos indican cómo se puso en movimiento inicialmente el sistema.

Examinemos cuatro casos especiales. Si un objeto en MAS vertical tiene un desplazamiento inicial de $y = 0$ en $t = 0$ y se mueve inicialmente hacia arriba, la ecuación de movimiento será $y = A \operatorname{sen} \omega t$ (▼figura 11.6a). Observe que $y = A \cos \omega t$ no satisface la condición inicial, porque $y_o = A \cos \omega t = A \cos \omega(0) = A$, ya que $\cos 0 = 1$.

Nota: las condiciones iniciales incluyen tanto el desplazamiento y_o como la velocidad v_o en $t = 0$.

Suponga que el objeto se suelta inicialmente ($t = 0$) desde su posición de amplitud positiva ($+A$), como el caso de un objeto en un resorte que se muestra en la figura 11.5. Aquí, la ecuación de movimiento es $y = A \cos \omega t$ (figura 11.6b). Esta expresión satisface la condición inicial: $y_o = A \cos \omega(0) = A$.

Los otros dos casos son 1) $y = 0$ en $t = 0$, con el movimiento inicialmente hacia abajo (para un objeto en un resorte) o en la dirección negativa (para MAS horizontal); y 2) $y = -A$ en $t = 0$, es decir, el objeto está inicialmente en su posición de amplitud negativa. Estos movimientos se describen con $y = -A \operatorname{sen} \omega t$ y $y = -A \cos \omega t$, respectivamente, como se ilustra en las figuras 11.6c y 11.6d.

Sólo consideraremos aquí estas cuatro condiciones iniciales. Si yo tiene un valor distinto de 0 o $\pm A$, la ecuación de movimiento es algo complicada. Note que en la figura 11.6 vemos que si las curvas se extienden en la dirección negativa del eje horizontal (líneas punteadas), tienen la misma forma pero se han "desplazado", por decirlo de alguna manera. En *a* y *b*, una curva está 90° $\left(\frac{1}{4}\right.$ de ciclo$\left.\right)$ adelante de la otra; es decir, las curvas están desplazadas entre sí un cuarto de ciclo. Decimos que las oscilaciones tienen una *diferencia de fase* de 90°. En *a* y *c*, las curvas están desplazadas (desfasadas) 180°. (En este caso las oscilaciones son opuestas: cuando una masa está subiendo, la otra está bajando.) ¿Y las oscilaciones en *a* y en *d*?

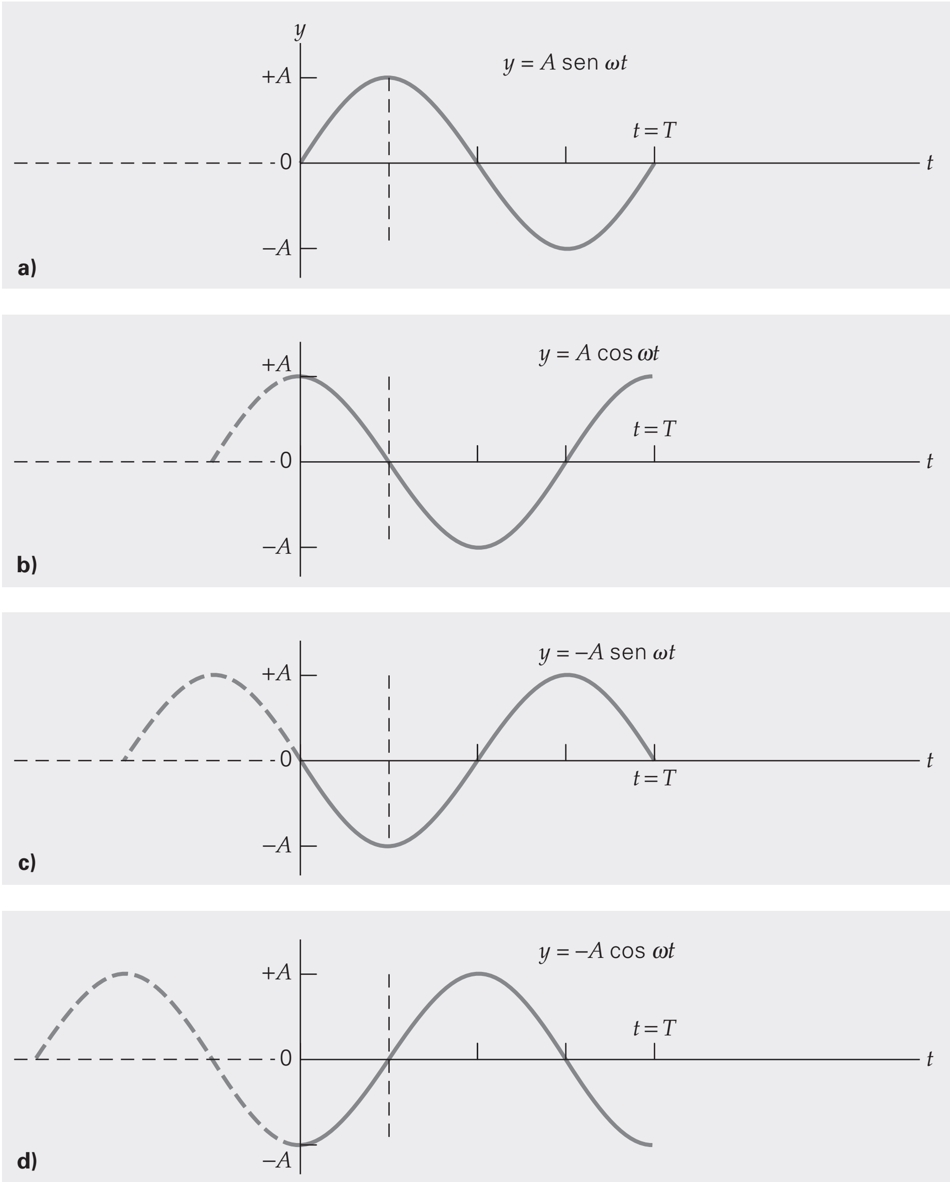


FIGURA 11.6 Condiciones iniciales y ecuaciones de movimiento Las condiciones iniciales (y_o y t_o) determinan la forma de la ecuación de movimiento que, para los casos que se muestran aquí, es un seno o un coseno. Para $t_o = 0$, los desplazamientos iniciales son ***a)*** $y_o = 0$, ***b)*** $y_o = +A$, ***c)*** $y_o = 0$ y ***d)*** $y_o = -A$. Las ecuaciones de movimiento deben ser congruentes con las condiciones iniciales. (Véase la descripción en el texto.)

No mostramos una figura con un desfasamiento de 360° (o 0°) porque sería igual a la del inciso *a*. Cuando dos objetos en MAS tienen la misma ecuación de movimiento, decimos que están oscilando *en fase*, lo cual significa que oscilan juntos con movimientos idénticos. Los objetos con un desplazamiento o diferencia de fase de 180° están *totalmente desfasados*, y siempre irán en direcciones opuestas y estarán en amplitudes opuestas al mismo tiempo.

Velocidad y aceleración en MAS

También podemos obtener expresiones para la velocidad y la aceleración de un objeto en MAS. Utilizando cálculo, es posible demostrar que $v = \Delta y/\Delta t = \Delta(A \text{ sen } \omega t)/\Delta t$, en el límite conforme Δt se aproxima a cero, da la siguiente expresión para la velocidad instantánea:

Nota: Rapidez máxima $v = \omega A$.

$$v = \omega A \cos \omega t \quad \textit{(velocidad vertical si } v_o \textit{ es hacia arriba } t_o = 0, y_o = 0) \tag{11.15}$$

Aquí, los signos que indican dirección están dados por la función coseno.

La aceleración puede obtenerse aplicando la segunda ley de Newton a la fuerza del resorte $F_s = -ky$:

$$a = \frac{F_s}{m} = \frac{-ky}{m} = -\frac{k}{m}A \text{ sen } \omega t$$

Puesto que $\omega = \sqrt{k/m}$,

$$a = -\omega^2 A \text{ sen } \omega t = -\omega^2 y \quad \textit{(aceleración vertical si } v_o \textit{ es hacia arriba en } t_o = 0, y_o = 0\textit{)} \tag{11.16}$$

Observe que las funciones de la velocidad y la aceleración están desfasadas respecto a la del desplazamiento. Puesto que la velocidad está desfasada 90° respecto al desplazamiento, la rapidez es máxima cuando cos $\omega t = \pm 1$ en $y = 0$, es decir, cuando el objeto oscilante está pasando por su posición de equilibrio. La aceleración está desfasada 180° respecto al desplazamiento (como indica el signo menos en el miembro derecho de la ecuación 11.16). Por lo tanto, la magnitud de la aceleración es máxima cuando sen $\omega t = \pm 1$ en $y = \pm A$, es decir, cuando el desplazamiento es máximo o el objeto está en una posición de amplitud. En cualquier posición, excepto la de equilibrio, el signo de dirección de la aceleración es opuesto al del desplazamiento, como debe ser para una aceleración que es resultado de una fuerza restauradora. En la posición de equilibrio, tanto el desplazamiento como la aceleración son cero. (¿Puede el lector ver por qué?)

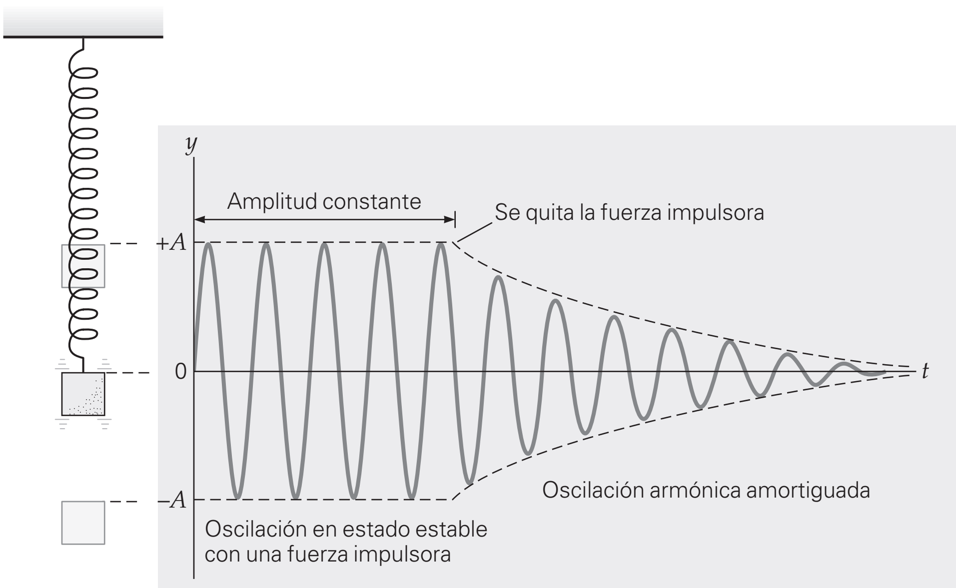
Nota: magnitud máxima de la aceleración $a = \omega^2 A$.

Vemos también que la aceleración en MAS no es constante con el tiempo. Por lo tanto, *no podemos* usar las ecuaciones de cinemática para la aceleración, pues describen una aceleración constante.

Movimiento armónico amortiguado

Un movimiento armónico simple con amplitud constante implica que no hay pérdidas de energía, aunque en las aplicaciones prácticas siempre hay pérdidas por fricción. Entonces, para mantener un movimiento de amplitud constante, es preciso agregar energía al sistema con alguna fuerza impulsora externa, como alguien que empuje el columpio. Sin fuerza impulsora, la amplitud y energía de un oscilador disminuyen con el tiempo y dan pie a un **movimiento armónico amortiguado** (▾figura 11.7a). El

▼ **FIGURA 11.7 Movimiento armónico amortiguado** ***a)*** Cuando una fuerza impulsora agrega a un sistema una energía igual a la que el sistema pierde, la oscilación tiene amplitud constante. Cuando se quita la fuerza impulsora, las oscilaciones decaen (se amortiguan) y la amplitud disminuye de forma no lineal con el tiempo. ***b)*** En algunas aplicaciones, la amortiguación es deseable e incluso se busca, como en los sistemas de suspensión de los automóviles. De lo contrario, los pasajeros sufrirían constantes sacudidas.



a)

b)

tiempo que las oscilaciones tardan en parar depende de la magnitud y del tipo de la fuerza amortiguadora (como la resistencia del aire).

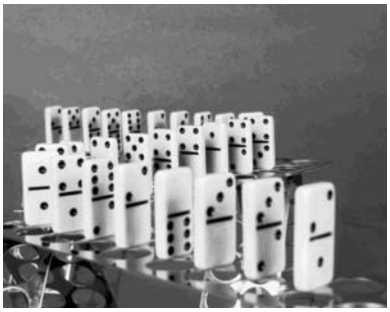
En muchas aplicaciones en las que interviene un movimiento periódico continuo, la amortiguación es indeseable y hace necesario un aporte de energía. En cambio, hay otras situaciones en que la amortiguación es deseable. Por ejemplo, la lectura de una báscula de resorte casera oscila brevemente antes de detenerse en un peso dado. Si estas oscilaciones no se amortiguaran debidamente, continuarían durante un tiempo y tendríamos que esperar un rato para conocer nuestro peso. Los amortiguadores de los sistemas de suspensión de los automóviles amortiguan las oscilaciones producidas por sacudidas (figura 11.7b; véase también la figura 7.9b). Sin estos dispositivos para disipar la energía después de rodar sobre una irregularidad del pavimento, los pasajeros rebotarían continuamente. En California, muchos edificios nuevos incluyen mecanismos de amortiguación (amortiguadores gigantes) para frenar los movimientos oscilatorios causados por ondas sísmicas.

11.3 Movimiento ondulatorio

OBJETIVOS: *a*) Describir el movimiento ondulatorio en términos de diversos parámetros y *b*) identificar diferentes tipos de ondas.

El mundo está lleno de ondas de diversos tipos, como las olas del mar, las ondas sonoras, las ondas sísmicas e incluso la luz. Todas las ondas son resultado de una perturbación: la fuente de la onda. En este capítulo nos ocuparemos de las ondas mecánicas: aquellas que se propagan en algún medio. (Las ondas luminosas, que no requieren un medio para propagarse, se verán con mayor detalle en capítulos posteriores.)

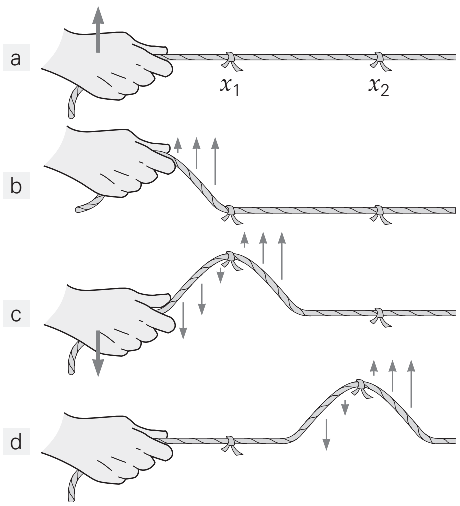
Cuando se perturba un medio, se le imparte energía. Suponga que se añade mecánicamente energía a un material, digamos por impacto o (en el caso de un gas) por compresión. La adición de esa energía pone a vibrar a algunas partículas del medio. Puesto que las partículas están enlazadas por fuerzas intermoleculares, la oscilación de cada partícula afecta la de sus vecinas. La energía añadida se propaga mediante interacciones de las partículas del medio. En la ◂figura 11.8, se muestra una analogía de este proceso, con fichas de dominó como "partículas". Al caer cada ficha, tumba la que está junto a ella y se transfiere energía de una ficha a otra. La perturbación se propaga por el medio.



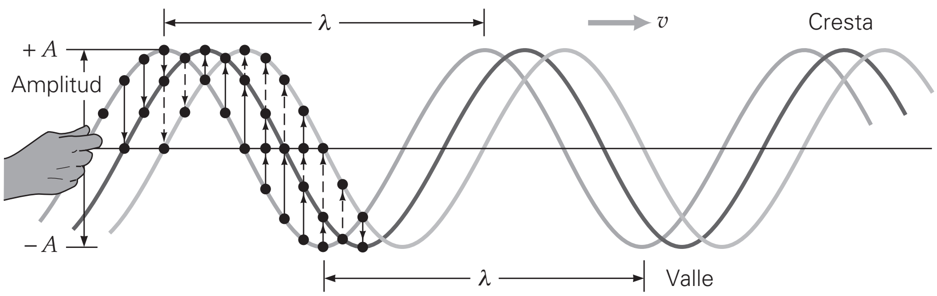
▲ **FIGURA 11.8 Transferencia de energía** La propagación de una perturbación, que transfiere energía por el espacio, se observa en una fila de fichas de dominó que caen.

En este caso, no hay fuerza restauradora entre las fichas, por lo que no oscilan, como hacen las partículas de un medio material continuo. Por ello, la perturbación se desplaza en el espacio, pero no se repite con el tiempo en un lugar dado.

Asimismo, si damos una sacudida rápida al extremo de una cuerda estirada, la perturbación transfiere energía de la mano a la cuerda, como se ilustra en la ▾figura 11.9. Las fuerzas que actúan entre las "partículas" de la cuerda hacen que se muevan en res-



▶ **FIGURA 11.9 Pulsación ondulatoria** La mano perturba la cuerda estirada con un movimiento vertical rápido, en tanto que una pulsación ondulatoria se propaga por la cuerda. (Las flechas representan las velocidades de la mano y de partes de la cuerda en diferentes tiempos y lugares.) Las "partículas" de la cuerda suben y bajan al pasar la pulsación. Por lo tanto, la energía de la pulsación es *tanto* cinética (elástica) *como* potencial (gravitacional).



◀ **FIGURA 11.10** Onda periódica
Una perturbación armónica continua puede establecer una onda senoidal en una cuerda estirada, y la onda viajará por la cuerda con una rapidez v. Note que las "partículas" de la cuerda oscilan verticalmente en movimiento armónico simple. La distancia entre dos puntos sucesivos que están en fase (por ejemplo, dos crestas) en la forma de onda es la longitud de onda λ de la onda. ¿Puede el lector determinar el tiempo transcurrido, como fracción del periodo T, entre la primera onda y la última?

puesta al movimiento de la mano, y una *pulsación ondulatoria* viaja por la cuerda. Cada "partícula" sube y baja al pasar el pulso. Este movimiento de partículas individuales y la propagación de la pulsación ondulatoria en su totalidad puede observarse atando trozos de listón a la cuerda (en x_1 y x_2 en la figura). Cuando la perturbación pasa por el punto x_1, el listón sube y luego baja, junto con las "partículas" de la cuerda. Posteriormente, sucede lo mismo con el listón en x_2, el cual indica que la perturbación energética se está propagando (desplazando) a lo largo de la cuerda.

En un medio material continuo, las partículas interactúan con sus vecinas, y fuerzas restauradoras hacen que las partículas oscilen cuando se les perturba. Así, cualquier perturbación no sólo se propaga por el espacio, sino que podría repetirse una y otra vez en el tiempo en cada posición. Semejante perturbación regular y rítmica, tanto en el tiempo como en el espacio, se llama **onda**, y decimos que la transferencia de energía se efectúa por **movimiento ondulatorio**.

Un movimiento ondulatorio continuo, u *onda periódica*, requiere una perturbación producida por una fuente oscilante (▲figura 11.10). En este caso, las partículas se mueven hacia arriba y hacia abajo continuamente. Si la fuerza impulsora es tal que mantiene una amplitud constante (la fuente oscila en movimiento armónico simple), el movimiento resultante de las partículas también es armónico simple.

Nota: una onda es una combinación de oscilaciones en el espacio y el tiempo.

Semejante movimiento ondulatorio periódico tiene formas senoidales (seno o coseno) tanto en el tiempo como en el espacio. Un movimiento *senoidal* en el espacio implica que, si tomamos una fotografía de la onda en cualquier instante (para "congelarla" en el tiempo), veremos una forma de onda senoidal (como una de las curvas de la figura 11.10). En cambio, si observáramos un solo punto en el espacio al paso de una onda, veríamos una partícula del medio oscilando hacia arriba y hacia abajo *senoidalmente con el tiempo*, como la masa en un resorte que vimos en la sección 11.2. (Por ejemplo, imaginemos que vemos a través de una ranura delgada un punto fijo del papel en movimiento de la figura 11.5. Veríamos el rastro de la onda subir y bajar como una partícula.)

Características de las ondas

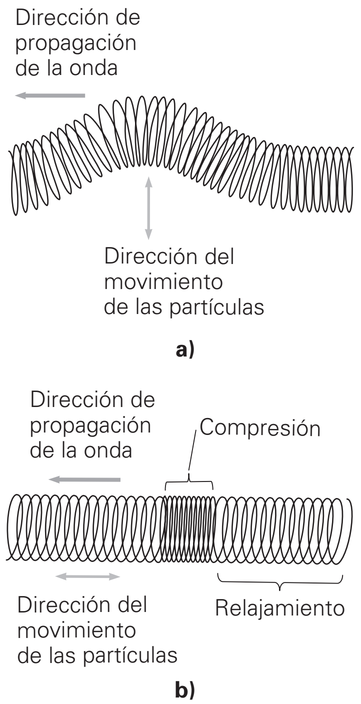
Usamos cantidades específicas para describir las ondas senoidales. Como en el caso de una partícula en movimiento armónico simple, la **amplitud (*A*)** de una onda es la magnitud del desplazamiento máximo, es decir, la distancia máxima respecto a la posición de equilibrio de la partícula (figura 11.10). Esta cantidad corresponde a la altura de una cresta de la onda o la profundidad de un valle. En la sección 11.2 vimos que, en MAS, la energía total del oscilador es proporcional al cuadrado de la amplitud. Asimismo, la energía *transportada* por una onda es proporcional al cuadrado de su amplitud ($E \propto A^2$). No obstante, hay una diferencia importante: una onda es una forma de *transmitir* energía a través del espacio, mientras que la energía de un oscilador está localizada en el espacio.

En el caso de una onda periódica, la distancia entre dos crestas (o valles) sucesivas se llama **longitud de onda (λ)** (figura 11.10). En realidad, es la distancia entre dos partes sucesivas cualesquiera que estén en fase (es decir, en puntos idénticos de la forma de onda); suelen usarse las posiciones de cresta y valle por conveniencia. Observe que la longitud de onda corresponde espacialmente a un ciclo. Debemos tener presente que lo que viaja es la onda, no el medio ni el material.

La **frecuencia (*f*)** de una onda periódica es el número de ciclos por segundo; esto es, el número de formas de onda completas, o longitudes de onda, que pasan por un punto dado durante cada segundo. La frecuencia de la onda es la misma que la frecuencia de la fuente en MAS que la creó.

Decimos que una onda periódica tiene un **periodo (T)**. El periodo $T = 1/f$ es el tiempo que tarda una forma de onda completa (una longitud de onda) en pasar por un punto dado. Como las ondas se mueven, tienen una **rapidez de onda (v)** (o velocidad, si se especifica la dirección de la onda). Cualquier punto dado de la onda (digamos, una cresta) recorre una distancia de una longitud de onda l en un tiempo de un periodo T. Entonces, ya que $v = d/t$ y $f = 1/T$, tenemos

$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda f \qquad \textit{rapidez de onda} \qquad (11.17)$$



▲ **FIGURA 11.11 Ondas transversales y longitudinales** (Se muestran pulsaciones ondulatorias por sencillez) ***a)*** En una onda transversal, el movimiento de las partículas es perpendicular a la dirección de la velocidad de la onda, como se muestra aquí en un resorte donde una onda viaja hacia la izquierda. Las ondas transversales también se llaman *ondas de corte*, porque suministran una fuerza que tiende a cizallar el medio. Las ondas de corte transversales sólo pueden propagarse en los sólidos. (¿Por qué?) ***b)*** En una onda longitudinal, el movimiento de las partículas es paralelo a (*a lo largo de*) la dirección de la velocidad de la onda. Aquí también una pulsación ondulatoria se mueve hacia la izquierda. Las ondas longitudinales también se denominan *ondas de compresión*, ya que la fuerza tiende a comprimir el medio. Las ondas longitudinales de compresión se pueden propagar en todos los medios: sólidos, líquidos y gases. ¿Puede usted explicar el movimiento de la fuente de ambos tipos de ondas?

Vemos que las dimensiones de v son correctas (longitud/tiempo). En general, la rapidez de onda depende de la naturaleza del medio, además de la frecuencia f de la fuente.

Ejemplo 11.5 ■ El muelle de la bahía: cálculo de la rapidez de las olas

Una persona en un muelle observa un conjunto de olas que tienen forma senoidal y una distancia de 1.6 m entre las crestas. Si una ola baña el muelle cada 4.0 s, calcule *a*) la frecuencia y *b*) la rapidez de las olas.

Razonamiento. Conocemos el periodo y la longitud de onda, así que podemos usar la definición de la frecuencia, y la ecuación 11.17 para la rapidez de una onda.

Solución. La distancia entre crestas es la longitud de onda, así que tenemos la siguiente información:

Dado: $\lambda = 1.6$ m, $T = 4.0$ s ***Encuentre:*** *a*) f (frecuencia) *b*) v (rapidez de onda)

a) El bañado del muelle indica la llegada de una cresta de onda; por lo tanto, 4.0 s es el periodo de la onda: el tiempo que tarda en recorrer una longitud de onda (la distancia de cresta a cresta). Entonces,

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{4.0\ \text{s}} = 0.25\ \text{s}^{-1} = 0.25\ \text{Hz}$$

b) Podemos usar la frecuencia o el periodo en la ecuación 11.17 para calcular la rapidez de la onda:

$$v = \lambda f = (1.6\ \text{m})(0.25\ \text{s}^{-1}) = 0.40\ \text{m/s}$$

o bien,

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{1.6\ \text{m}}{4.0\ \text{s}} = 0.40\ \text{m/s}$$

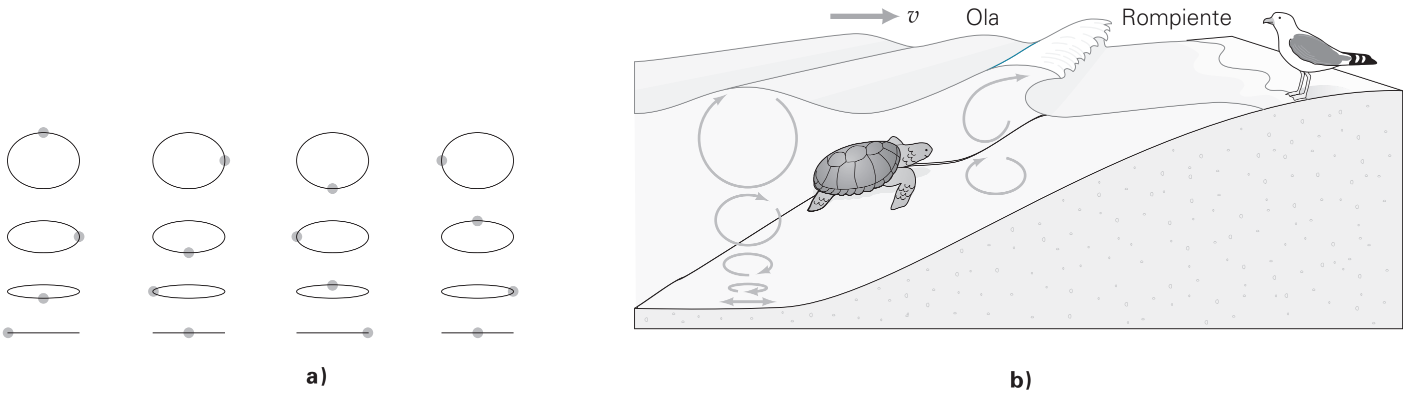
Ejercicio de refuerzo. Otro día, la misma persona mide la rapidez de las olas senoidales y obtiene 0.25 m/s. *a*) ¿Qué distancia recorre una cresta de onda en 2.0 s? *b*) Si la distancia entre crestas sucesivas es de 2.5 m, ¿qué frecuencia tienen estas ondas?

Tipos de onda

En general, las ondas se pueden dividir en dos tipos, dependiendo de la dirección en que oscilan las partículas relativas a la velocidad de la onda. En una **onda transversal**, el movimiento de las partículas es perpendicular a la dirección de la velocidad de la onda. La onda producida en una cuerda estirada (figura 11.10) es un ejemplo de onda transversal, lo mismo que la onda que se muestra en la ◂figura 11.11a. Las ondas transversales también se conocen como *ondas de corte*, porque la perturbación suministra una fuerza que tiende a cortar o cizallar el medio: separar perpendicularmente capas del medio a la dirección de la velocidad de la onda. Las ondas de corte sólo pueden propagarse en sólidos, pues los líquidos y gases no se cortan. Es decir, los líquidos y gases no tienen fuerzas restauradoras de magnitud suficiente entre sus partículas, como para propagar una onda transversal.

En una **onda longitudinal**, la oscilación de las partículas es paralela a la dirección de la velocidad de la onda. Se produce una onda longitudinal en un resorte estirado moviendo las espirales hacia adelante y hacia atrás, a lo largo del eje del resorte (figura 11.11b). Pulsaciones alternantes de compresión y relajamiento viajan a lo largo del resorte. Las ondas longitudinales también se denominan *ondas de compresión*.

Las ondas sonoras en aire son otro ejemplo de ondas longitudinales. Una perturbación periódica produce compresiones en el aire. Entre las compresiones hay *enrarecimientos*: regiones en que se reduce la densidad del aire. Por ejemplo, un altavoz que oscila hacia adelante y hacia atrás puede crear tales compresiones y enrarecimientos, que viajan por el aire como ondas sonoras.



▲ **FIGURA 11.12 Ondas en agua** Las olas son una combinación de movimientos longitudinal y transversal. ***a)*** En la superficie, las partículas de agua describen círculos; pero su movimiento se vuelve más longitudinal conforme aumenta la profundidad. ***b)*** Cuando una ola se acerca a la costa, las partículas inferiores deben describir trayectorias cada vez más empinadas, hasta que la ola se desploma para formar una rompiente.

Las ondas longitudinales se pueden propagar en sólidos, líquidos y gases, ya que todas las fases de la materia se pueden comprimir en mayor o menor medida. La propagación de ondas transversales y longitudinales en diferentes medios proporciona información acerca de la estructura interior de la Tierra, como se explica en la sección A fondo 11.1 de la p. 388 sobre terremotos, ondas sísmicas y sismología.

El perfil senoidal de las olas en el agua podría hacernos pensar que son ondas transversales. En realidad, reflejan una combinación de movimientos longitudinal y transversal (▲figura 11.12). El movimiento de las partículas podría ser casi circular en la superficie y hacerse más elíptico a mayores profundidades, hasta volverse longitudinal. A unos 100 m de profundidad en un cuerpo grande de agua, las perturbaciones de las olas casi no tienen efecto. Por ejemplo, un submarino a esas profundidades no siente las olas grandes en la superficie del océano. Cuando una ola se acerca a aguas poco profundas cerca de la costa, las partículas de agua tienen dificultad para completar sus trayectorias elípticas. Cuando el agua se vuelve demasiado superficial, las partículas ya no pueden seguir la parte inferior de su trayectoria, y la ola rompe. Su cresta cae hacia adelante para formar rompientes conforme la energía cinética de las olas se transforma en energía potencial: una "colina" de agua que finalmente se desploma.

11.4 Propiedades de las ondas

OBJETIVO: Explicar diversas propiedades de las ondas y los fenómenos a los que dan origen.

Entre las propiedades que exhiben las ondas se incluyen superposición, interferencia, reflexión, refracción, dispersión y difracción.

Superposición e interferencia

Cuando dos o más ondas se encuentran o pasan por la misma región de un medio, se atraviesan mutuamente y continúan sin alteración. Mientras están en la misma región, decimos que las ondas se interfieren.

¿Qué sucede durante la interferencia? Es decir, ¿qué aspecto tiene la forma de onda combinada? La relativamente sencilla respuesta nos la da el **principio de superposición**:

> En cualquier momento, la forma de onda combinada de dos o más ondas en interferencia está dada por la suma de los desplazamientos de las ondas individuales en cada punto del medio.

El principio de **interferencia** se ilustra en la ▼figura 11.13. El desplazamiento de la forma de onda combinada en cualquier punto es $y = y_1 + y_2$, donde y_1 y y_2 son los desplazamientos de las pulsaciones individuales en ese punto. (Indicamos direcciones con signos de más y menos.) La interferencia, entonces, es la suma física de las ondas. Al sumar ondas, debemos tomar en cuenta la posibilidad de que estén generando perturbaciones en direcciones opuestas. En otras palabras, debemos tratar las perturbaciones en términos de suma de vectores.

A FONDO 11.1 TERREMOTOS, ONDAS SÍSMICAS Y SISMOLOGÍA

La estructura del interior de la Tierra aún encierra misterios. Los pozos de minas y las perforaciones más profundas sólo se extienden unos cuantos kilómetros hacia el interior, en comparación con el centro de la Tierra que está a unos 6400 km de la superficie. Una forma de investigar más a fondo la estructura del planeta es con ondas. Las ondas generadas por terremotos han resultado especialmente útiles en tales investigaciones. La sismología es el estudio de estas ondas, llamadas *ondas sísmicas*.

La causa de los terremotos es la repentina liberación de esfuerzos acumulados a lo largo de grietas y fallas, como la famosa falla de San Andrés en California (figura 1). Según la teoría geológica de la tectónica de placas, la capa superior del planeta consiste en placas rígidas: enormes planchas de roca que se mueven muy lentamente unas respecto a otras. Continuamente se acumulan tensiones, sobre todo en los límites entre placas.

Cuando por fin las placas resbalan, la energía de este suceso liberador de esfuerzos viaja hacia afuera en forma de ondas (sísmicas), desde un punto bajo la superficie llamado *foco.* El punto en la superficie que está directamente sobre el foco se llama *epicentro* y recibe el mayor impacto del terremoto. Las ondas sísmicas son de dos tipos generales: ondas de superficie y ondas de cuerpo. Las *ondas de superficie*, que viajan por la superficie terrestre, causan la mayor parte de los daños de los terremotos (figura 2). Las *ondas de cuerpo* viajan a través de la Tierra y son tanto longitudinales como transversales. Las ondas de compresión (longitudinales) se llaman *ondas P*; y las de corte (transversales), *ondas S* (figura 3).

Las letras P y S provienen de las palabras *primaria* y *secundaria*, e indican la relativa rapidez de las ondas (en realidad, sus tiempos de llegada a las estaciones de monitoreo). En general, las ondas primarias viajan a través de los materiales con mayor rapidez que las secundarias, y son las que primero se detectan. La intensidad de un terremoto en la escala Richter se relaciona con la energía liberada en forma de ondas sísmicas.

Estaciones sísmicas en todo el mundo monitorean las ondas P y S con instrumentos de detección muy sensibles llamados *sismógrafos.* Con base en los datos recabados, es posible elaborar mapas de las trayectorias de las ondas a través de la Tierra y así conocer mejor el interior de nuestro planeta. Al parecer, el interior de la Tierra se divide en tres regiones generales: la corteza, el manto y el núcleo, que a su vez tiene una región interior sólida y una región exterior líquida.*

*En la mayoría de los lugares, la corteza tiene un espesor de 24-30 km (15-20 mi), el manto tiene un espesor de 2900 km (1800 mi), y el núcleo tiene un radio de 3450 km (2150 mi). El núcleo interior sólido tiene un radio aproximado de 1200 km (750 mi).

FIGURA 1 La falla de San Andrés Aquí vemos una pequeña sección de la falla, que cruza el área de la bahía de San Francisco, así como regiones rurales de California, como la que se presenta aquí.

FIGURA 2 Malas vibraciones Daños causados por el fuerte terremoto que asoló Kobe, Japón, en enero de 1995.

La ubicación de las fronteras de estas regiones se determina en parte con base en *zonas de sombra:* regiones donde no se detectan ondas de un tipo dado. Se dan esas zonas porque, si bien las ondas longitudinales pueden viajar por sólidos *o* líquidos, las transversales sólo pueden viajar a través de sólidos. Cuando ocurre un terremoto, ondas P se detectan en el otro lado del planeta, opuesto al foco, pero no ondas S. (Véase la figura 3.) La ausencia de ondas S en una zona de sombra indica que la Tierra debe tener cerca de su centro una región que está en la fase líquida.

Cuando las ondas P transmitidas entran en la región líquida y salen de ella, se refractan (flexionan). Esta refracción crea una zona de sombra de ondas P, lo cual indica que sólo la parte exterior del núcleo es líquida. Como veremos en el capítulo 5 de *Física 12*, la combinación de un núcleo exterior líquido y la rotación terrestre podría ser el origen del campo magnético de la Tierra.

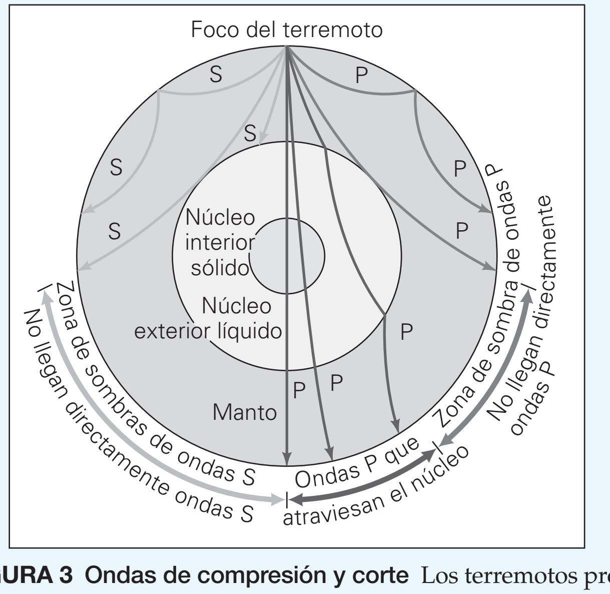


FIGURA 3 Ondas de compresión y corte Los terremotos producen ondas que viajan a través de la Tierra. Dado que las ondas transversales (S) no se detectan en el lado opuesto del planeta, los científicos creen que al menos una parte del núcleo terrestre es un líquido viscoso sometido a elevadas presiones y temperaturas. Las ondas se flexionan (refractan) continuamente, porque su rapidez varía con la profundidad.

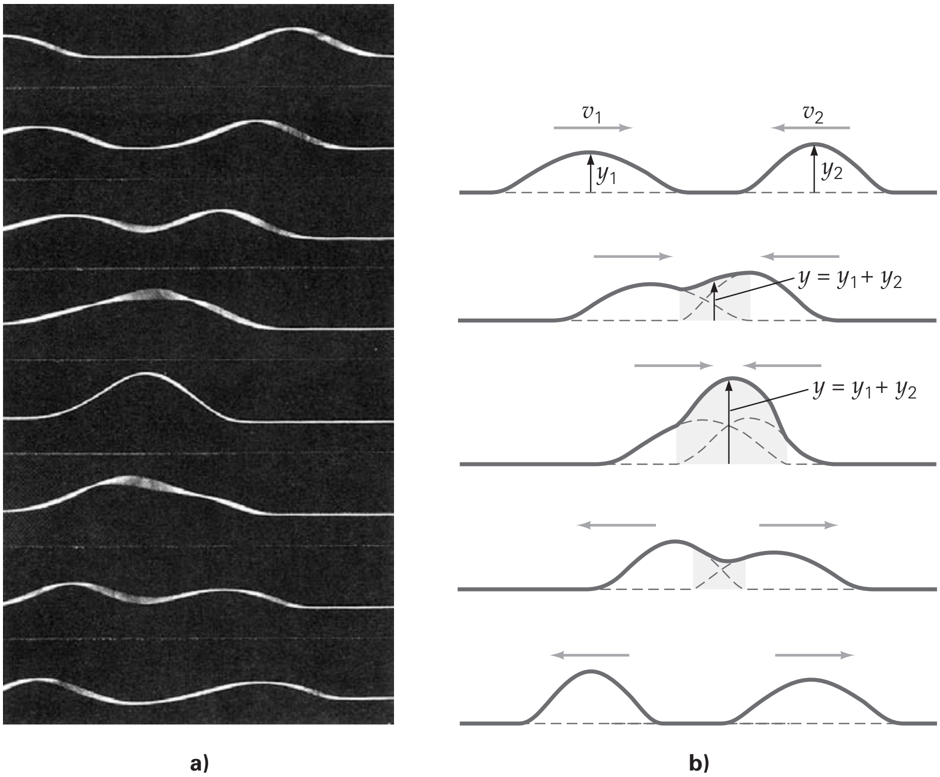
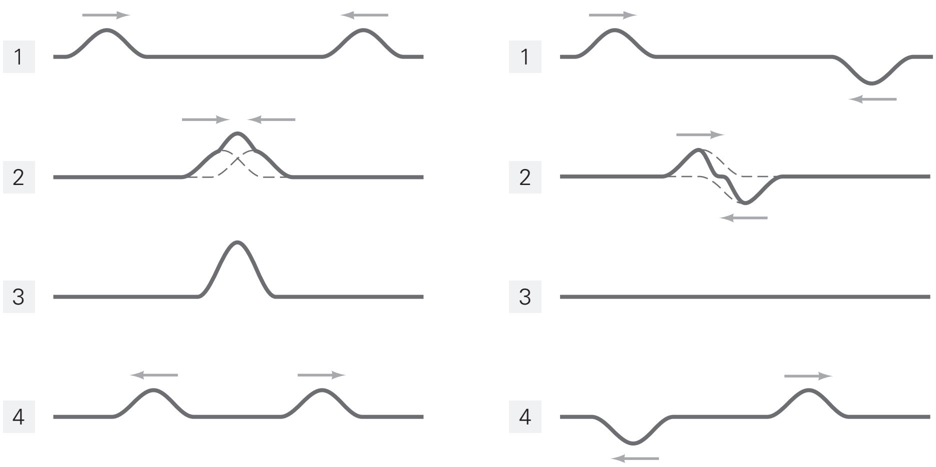


FIGURA 11.13 Principio de superposición ***a)*** Cuando dos ondas se encuentran, se interfieren (véase la imagen). ***b)*** El sombreado marca el área donde ambas ondas, que viajan en direcciones opuestas, se traslapan y combinan. El desplazamiento en cualquier punto de la onda combinada es igual a la suma de los desplazamientos de las ondas individuales: $y = y_1 + y_2$.

En la figura, los desplazamientos verticales de las dos pulsaciones tienen la misma dirección, y la amplitud de la forma de onda combinada es mayor que la de cualquiera de las pulsaciones. Esta situación se denomina **interferencia constructiva**. En cambio, si una pulsación tiene desplazamiento negativo, las dos pulsaciones tienden a anularse entre sí cuando se traslapan, y la amplitud de la forma de onda combinada es menor que la de cualquiera de las pulsaciones. Esta situación se denomina **interferencia destructiva**.

En la ▾ figura 11.14 se muestran los casos especiales de interferencia constructiva y destructiva totales, para pulsaciones de onda viajera con la misma anchura y amplitud. En el instante en que estas ondas en interferencia se traslapan exactamente (la cresta coincide con la cresta), la amplitud de la forma de onda combinada es el doble de la de cualquier onda individual. Este caso se llama **interferencia constructiva total**. Cuando los pulsos que interfieren tienen desplazamientos opuestos y se superponen exactamente (la cresta coincide con el valle), las formas de onda desaparecen momentáneamente; es decir, la amplitud de la onda combinada es cero. Este caso se llama **interferencia destructiva total**.

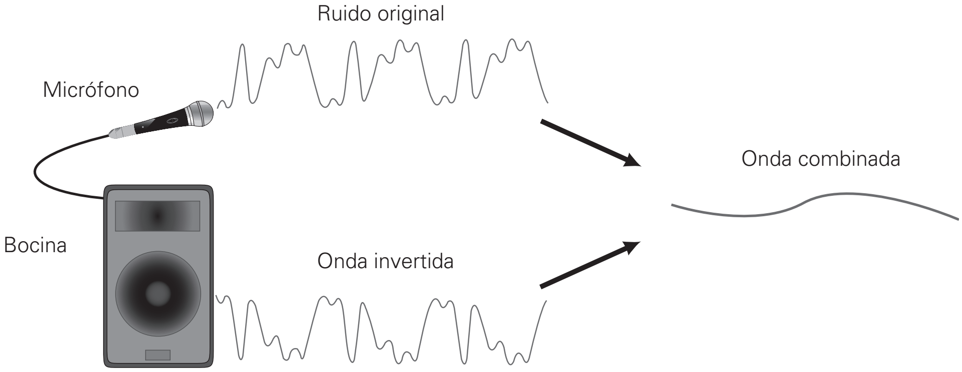
Por desgracia, la palabra *destructiva* parece implicar que la energía y la forma de la onda se destruyen. Pero éste no es el caso. En el punto de interferencia destructiva total,



a) Interferencia constructiva total **b) Interferencia destructiva total**

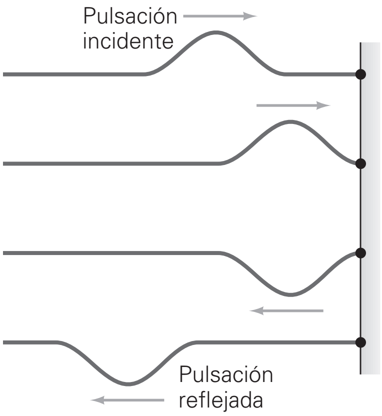
FIGURA 11.14 Interferencia ***a)*** Cuando dos pulsaciones de onda de la misma amplitud se encuentran y están en fase, se interfieren constructivamente. Cuando las pulsaciones se superponen exactamente (3), hay interferencia constructiva total. ***b)*** Cuando las pulsaciones en interferencia tienen amplitudes opuestas y se superponen exactamente (3), hay interferencia destructiva total.

a)

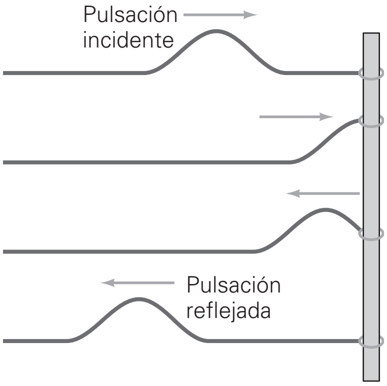


b)

▶ **FIGURA 11.15 Interferencia destructiva en acción** ***a)*** Los pilotos utilizan auriculares conectados a un micrófono que recoge el ruido de baja frecuencia del motor. ***b)*** Se genera una onda que es inversa a la del ruido del motor. Cuando se reproduce a través de los auriculares, la interferencia destructiva hace que se reduzca el ruido del motor. Este proceso se llama "cancelación activa del ruido".



a) Frontera fija: el pulso se invierte al reflejarse



b) Frontera libre (móvil): el pulso no se invierte al reflejarse

▲ **FIGURA 11.16 Reflexión** ***a)*** Cuando una onda (pulsación) en una cuerda se refleja en una frontera fija, se invierte la onda reflejada. ***b)*** Si la cuerda está en libertad de moverse en la frontera, la fase de la onda reflejada no se desplaza respecto a la de la onda incidente.

donde la forma de onda neta y, por lo tanto, la energía potencial son cero, la energía de la onda se almacena totalmente en el medio en forma de energía cinética; es decir, la cuerda recta tiene una velocidad instantánea.

Hay varias aplicaciones prácticas de la interferencia destructiva. Una de éstas es el silenciador de los automóviles. Los gases de escape del motor que pasan de una alta presión en los cilindros a una presión atmosférica normal producirían fuertes ruidos. Pero los silenciadores los reducen. Normalmente, un silenciador consiste en un dispositivo metálico que contiene tubos y cámaras perforados. Los tubos y las cámaras están dispuestos de tal manera que las ondas de presión de los gases de escape se reflejan hacia atrás y hacia delante, aumentado la interferencia destructiva. Esto reduce considerablemente el ruido que proviene del tubo de escape.

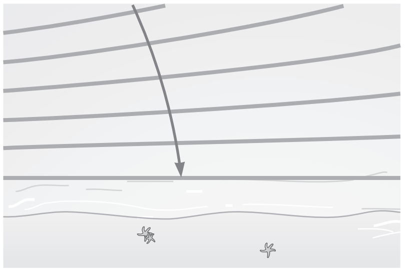
Otras aplicaciones se conocen como "control activo del ruido" o "cancelación activa del ruido". Ello implica la modificación del sonido, particularmente la cancelación del sonido por medios electro-acústicos. Existe una aplicación particularmente útil para los pilotos de aviones o helicópteros, quienes necesitan escuchar lo que sucede a su alrededor por encima del ruido del motor. Los pilotos utilizan auriculares especiales conectados a un micrófono que recoge el ruido de baja frecuencia del motor. Entonces, un componente en los auriculares genera una onda inversa al ruido del motor. Esto se reproduce a través de los auriculares y la interferencia destructiva produce un entorno menos ruidoso. (▲figura 11.15). Así el piloto puede escuchar mejor los sonidos de mediana y alta frecuencia, como las conversaciones y los sonidos de advertencia de los instrumentos.

Reflexión, refracción, dispersión y difracción

Además de encontrarse con otras ondas, las ondas pueden encontrarse con objetos o con fronteras entre medios distintos. En tales casos, podrían ocurrir varias cosas. Una de ellas es la **reflexión**, que se da cuando una onda choca contra un objeto, o llega a una frontera con otro medio y se desvía, al menos en parte, otra vez hacia el medio original. Un eco es la reflexión de ondas sonoras, y los espejos reflejan las ondas de luz.

En la ◂figura 11.16 se ilustran dos casos de reflexión. Si el extremo de la cuerda está fijo, la pulsación reflejada se invierte (figura 11.16a). Ello se debe a que la pulsación hace que la cuerda ejerza una fuerza hacia arriba sobre la pared, y la pared ejerce una fuerza igual y opuesta (hacia abajo) sobre la cuerda (por la tercera ley de Newton). La fuerza hacia abajo crea la pulsación reflejada hacia abajo (o invertida). Si el extremo de la cuerda puede moverse libremente, entonces no se invertirá la pulsación reflejada. (No hay desplazamiento de fase.) Esto se ilustra en la figura 11.16b, donde la cuerda está sujeta a un anillo ligero que puede moverse libremente sobre el poste liso. El frente de la pulsación incidente acelera al anillo hacia arriba y luego el anillo baja, creando así un pulso reflejado no invertido.

En términos más generales, cuando una onda choca con una frontera, la onda no se refleja totalmente. Más bien, una parte de la energía de la onda se refleja y una parte se transmite o absorbe. Cuando una onda cruza una frontera y penetra en otro medio, por lo general su rapidez cambia porque el nuevo material tiene distintas características. Si la onda transmitida ingresa oblicuamente (angulada) en el nuevo medio, se moverá en una dirección distinta de la de la onda incidente. Este fenómeno se denomina **refracción** (▸figura 11.17).



▲ **FIGURA 11.17** Refracción
La refracción de olas acuáticas se muestra desde arriba. Al acercarse las crestas a la playa, su borde izquierdo se frena porque entra primero en aguas poco profundas. Así, toda la cresta gira y llega a la playa casi de frente.

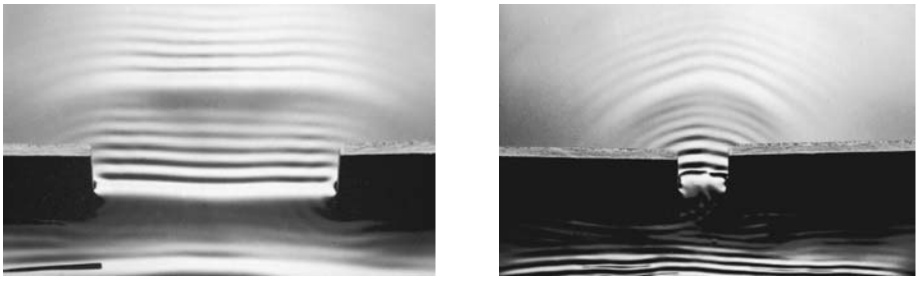
Puesto que la refracción depende de cambios en la rapidez de la onda, podríamos preguntarnos qué parámetros físicos determinan esa rapidez. En general, hay dos tipos de situaciones. El tipo más sencillo de onda es una cuya rapidez *no* depende de su longitud de onda (o su frecuencia). Todas esas ondas viajan con la misma rapidez, la cual depende exclusivamente de las propiedades del medio. Estas ondas se denominan *ondas no dispersivas* porque no se dispersan, es decir, no se separan entre sí. Un ejemplo de onda no dispersiva es una onda en una cuerda, cuya rapidez, como veremos, depende únicamente de la tensión y de la densidad de masa de la cuerda (sección 11.5). El sonido es una onda longitudinal no dispersiva; la rapidez del sonido (en aire) depende únicamente de la compresibilidad y la densidad del aire. De hecho, si la rapidez del sonido dependiera de la frecuencia, al fondo de una sala de conciertos se podrían oír los violines antes que los clarinetes, aunque ambas ondas sonoras estuvieran perfectamente sincronizadas cuando salieron del foso de la orquesta.

Cuando la rapidez *sí* depende de la longitud de onda (o la frecuencia), decimos que las ondas tienen **dispersión**: ondas de distinta frecuencia se separan unas de otras. Aunque la luz no se dispersa en el vacío, cuando entra en algún medio sus ondas sí se separan. Por ello los prismas separan la luz solar para dar un espectro de color, y es la base para la formación de los arcoiris, como veremos en el capítulo 7 de *Física 12*. La dispersión es muy importante en el estudio de la luz; no obstante debemos recordar que otras ondas también se pueden dispersar en las condiciones adecuadas.

La **difracción** se refiere a la flexión de las ondas en torno al borde de un objeto y no está relacionada con la refracción. Por ejemplo, si nos paramos junto a la pared de un edificio cerca de una esquina, podemos escuchar a gente que habla en la otra calle. Suponiendo que no hay reflexiones y que el aire no se mueve (no hay viento), esto no sería posible si las ondas viajaran en línea recta. Cuando las ondas pasan por la esquina, en vez de cortarse abruptamente, "envuelven" el borde; por ello, escuchamos el sonido.

En general, los efectos de la difracción sólo son evidentes cuando el tamaño del objeto o la abertura que difracta es aproximadamente igual o menor que la longitud de onda. La dependencia de la difracción, de la longitud de onda y el tamaño del objeto o la abertura, se ilustra en la ▾figura 11.18. Para muchas ondas, la difracción es insignificante en circunstancias normales. Por ejemplo, la luz visible tiene longitudes de onda del orden de 10^{-6} m. Tales longitudes de onda son demasiado pequeñas para exhibir difracción cuando pasan por aberturas de tamaño común, como las lentes de unos anteojos.

Estudiaremos más a fondo la reflexión, la refracción, la dispersión y la difracción cuando estudiemos las ondas luminosas en los capítulos 7 y 9 de *Física 12*.



a) b)

◀ **FIGURA 11.18** Difracción
Los efectos de difracción son máximos cuando la abertura (o el objeto) tiene aproximadamente el mismo tamaño o es más pequeña que la longitud de onda de las ondas. ***a)*** Con una abertura mucho mayor que la longitud de onda de estas ondas planas en agua, la difracción sólo se percibe cerca de los bordes. ***b)*** Si la abertura tiene aproximadamente el tamaño de la longitud de onda, la difracción produce ondas casi semicirculares.

11.5 Ondas estacionarias y resonancia

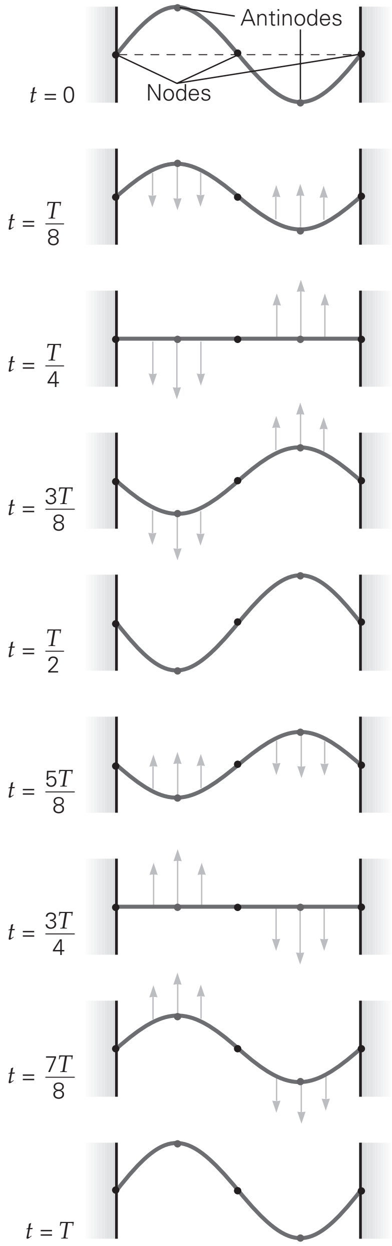
OBJETIVOS: *a*) Describir la formación y las características de las ondas estacionarias y *b*) explicar el fenómeno de resonancia.

Si sacudimos un extremo de una cuerda estirada, viajarán ondas a lo largo de la cuerda y se reflejarán en el otro extremo. Las ondas que van y las que vuelven se interfieren. En la mayoría de los casos, las formas de onda combinadas tienen una apariencia cambiante, irregular; pero si la cuerda se sacude con la frecuencia exacta, puede verse una forma de onda constante, o una serie de curvaturas uniformes que no cambian de lugar en la cuerda. Este fenómeno, que tiene el nombre adecuado de **onda estacionaria** (▼figura 11.19), se debe a interferencia con las ondas reflejadas, que tienen las mismas longitud de onda, amplitud y rapidez que las ondas incidentes. Puesto que las dos ondas idénticas viajan en direcciones opuestas, el flujo neto de energía por la cuerda es cero. Efectivamente, la energía se mantiene estacionaria en las curvas.

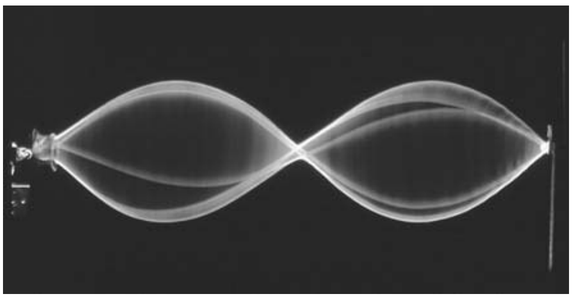
Algunos puntos de la cuerda permanecen inmóviles en todo momento y se llaman **nodos**. En tales puntos, los desplazamientos de las ondas en interferencia *siempre* son iguales y opuestos. Por el principio de superposición, las ondas en interferencia se cancelan totalmente en esos puntos y la cuerda no se desplaza ahí. En todos los demás puntos, la cuerda oscila hacia arriba y hacia abajo con la misma frecuencia. Los puntos de máxima amplitud, donde se da la mayor interferencia constructiva, se llaman **antinodos**. Como se aprecia en la figura 11.19a, antinodos adyacentes están separados por media longitud de onda ($\lambda/2$) o una curvatura; dos nodos adyacentes también están a una distancia de media longitud de onda.

Se pueden generar ondas estacionarias en una cuerda con más de una frecuencia impulsora; cuanto mayor sea la frecuencia, más curvaturas oscilantes de media longitud de onda habrá en la cuerda. El único requisito es que las medias longitudes de onda "quepan" en la longitud de la cuerda. Las frecuencias con que se producen ondas estacionarias de gran amplitud se denominan **frecuencias naturales** o **frecuencias resonantes**. Los patrones resultantes de ondas estacionarias se llaman *modos de vibración normales* o *resonantes*. En general, todos los sistemas que oscilan tienen una o más frecuencias naturales, que dependen de factores como masa, elasticidad o fuerza restauradora, y geometría (condiciones de frontera). Las frecuencias naturales de un sistema también se describen como sus frecuencias *características*.

Podemos analizar una cuerda estirada para determinar sus frecuencias naturales. La condición de frontera es que los extremos están fijos, así que debe haber un nodo en cada uno. El número de segmentos cerrados o curvaturas de una onda estacionaria que caben entre los nodos de los extremos (en la longitud de la cuerda) es igual a un

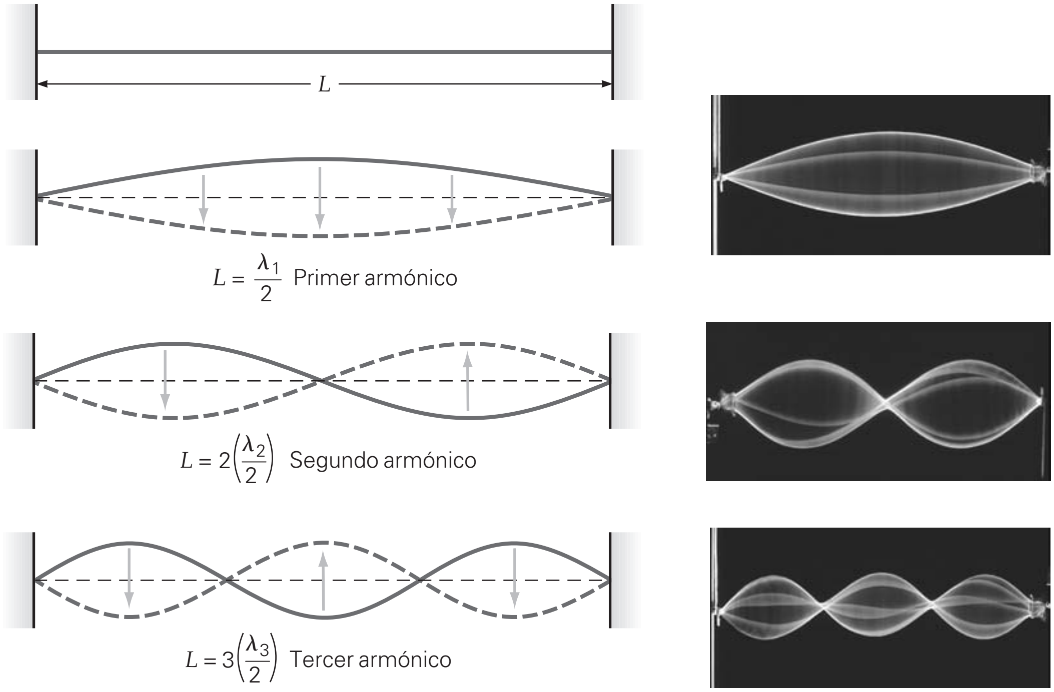


(a)



(b)

▼ **FIGURA 11.19 Ondas estacionarias** ***a)*** Se repiten condiciones de interferencias destructiva y constructiva cuando cada onda recorre una distancia de $\lambda/4$ en un tiempo $t = T/4$. Las velocidades de las partículas de la cuerda se indican con las flechas. Este movimiento produce ondas estacionarias con nodos inmóviles y antinodos de amplitud máxima. ***b)*** Se forman ondas estacionarias por interferencia de ondas que viajan en direcciones opuestas.



▲ **FIGURA 11.20 Frecuencias naturales** Una cuerda estirada sólo puede tener ondas estacionarias a ciertas frecuencias. Éstas corresponden a los números de medias longitudes de onda que caben en la longitud de la cuerda entre los nodos en lo extremos fijos.

número entero de *medias* longitudes de onda (▲figura 11.20). Vemos que $L = \lambda_1/2$, $L = 2(\lambda_2/2)$, $L = 3(\lambda_3/2)$, $L = 4(\lambda_4/2)$, y así sucesivamente. En general,

$$L = n\left(\frac{\lambda_n}{2}\right) \quad \text{o} \quad \lambda_n = \frac{2L}{n} \quad (\text{para } n = 1, 2, 3, \ldots)$$

De manera que las frecuencias naturales de oscilación son

$$f_n = \frac{v}{\lambda_n} = n\left(\frac{v}{2L}\right) = nf_1 \quad \text{para } n = 1, 2, 3, \ldots \qquad \textit{frecuencias naturales de una cuerda estirada} \qquad (11.18)$$

donde v es la rapidez de las ondas en la cuerda. La frecuencia natural más baja ($f_1 = v/2L$ para $n = 1$) se llama **frecuencia fundamental**. Todas las demás frecuencias naturales son múltiplos enteros de la frecuencia fundamental: $f_n = nf_1$ (para $n = 1, 2, 3, \ldots$). El conjunto de frecuencias $f_1, f_2 = 2f_1, f_3 = 3f_1, \ldots$ se llama **serie armónica**: f_1 (la frecuencia fundamental) es el *primer armónico*, f_2 es el *segundo armónico*, etcétera.

Encontramos cuerdas fijas en ambos extremos en los instrumentos musicales de cuerda como violines, pianos y guitarras. Cuando excitamos tales cuerdas, la vibración producida generalmente incluye varios armónicos, además de la frecuencia fundamental. El número de armónicos depende de cómo y dónde se excite la cuerda, es decir, de si se puntea, se golpea o se frota con un arco. Es la combinación de frecuencias armónicas lo que confiere a un instrumento dado la calidad característica de su sonido. Como muestra la ecuación 11.18, la frecuencia fundamental de una cuerda estirada, así como los demás armónicos, dependen de la longitud de la cuerda. ¿Sabe usted cómo se obtienen diferentes notas con una cuerda dada de un violín o una guitarra (▸figura 11.21).

▲ **FIGURA 11.21 Frecuencias fundamentales** Los ejecutantes de instrumentos de cuerda, como violines o guitarras, usan sus dedos para "acortar" las cuerdas. Al oprimir una cuerda contra un traste o el batidor, el ejecutante reduce la longitud de cuerda que puede vibrar. Esta reducción altera la frecuencia resonante de la cuerda y, por lo tanto, el tono del sonido que produce.

Las frecuencias naturales también dependen de otros parámetros, como masa y fuerza, que afectan la rapidez de la onda en la cuerda. En el caso de una cuerda estirada, puede demostrarse que la rapidez de la onda (v) es

$$v = \sqrt{\frac{F_T}{\mu}} \quad \textit{rapidez de una onda en una cuerda estirada} \tag{11.19}$$

donde F_T es la tensión en la cuerda y μ es la densidad lineal de masa (masa por unidad de longitud, $\mu = m/L$). (Usamos F_T, en vez de la T de capítulos anteriores, para no confundir la tensión con el periodo T.) Así, escribimos la ecuación 11.18 como

$$f_n = n\left(\frac{v}{2L}\right) = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{F_T}{\mu}} = nf_1 \qquad (\text{para } n = 1, 2, 3, \ldots) \tag{11.20}$$

Observe que cuanto mayor sea la densidad de masa lineal de una cuerda, menores serán sus frecuencias naturales. Como seguramente sabe el lector, las cuerdas de notas bajas de un violín o una guitarra son más gruesas (más masivas) que las cuerdas de notas altas. Al tensar una cuerda, aumentamos todas sus frecuencias. Al modificar la tensión en sus cuerdas, los violinistas, por ejemplo, afinan sus instrumentos antes de un concierto.

Ejemplo 11.6 ■ Una cuerda de piano: frecuencia fundamental y armónicos

Una cuerda de piano de 1.15 m de longitud y masa de 20.0 g está sometida a una tensión de 6.30×10^3 N. *a*) ¿Qué frecuencia fundamental tendrá la cuerda cuando se golpee? *b*) ¿Qué frecuencia tienen los dos primeros armónicos?

Razonamiento. Tenemos la tensión y podemos calcular la densidad lineal de masa a partir de los datos. Esto nos permitirá calcular la frecuencia fundamental y, con ella, los armónicos.

Solución.

Dado: $L = 1.15$ m
$m = 20.0$ g $= 0.0200$ kg
$F_T = 6.30 \times 10^3$ N

Encuentre: *a*) f_1 (frecuencia fundamental)
b) f_2 y f_3 (frecuencias de los siguientes dos armónicos)

***a*)** La densidad lineal de masa de la cuerda es

$$\mu = \frac{m}{L} = \frac{0.0200 \text{ kg}}{1.15 \text{ m}} = 0.0174 \text{ kg/m}$$

Entonces, aplicando la ecuación 11.20, tenemos

$$f_1 = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{F_T}{\mu}} = \frac{1}{2(1.15 \text{ m})}\sqrt{\frac{6.30 \times 10^3 \text{ N}}{0.0174 \text{ kg/m}}} = 262 \text{ Hz}$$

Ésta es aproximadamente la frecuencia del do medio (C_4) en un piano.

***b*)** Puesto que $f_2 = 2f_1$ y $f_3 = 3f_1$, se sigue que

$$f_2 = 2f_1 = 2(262 \text{ Hz}) = 524 \text{ Hz}$$

y

$$f_3 = 3f_1 = 3(262 \text{ Hz}) = 786 \text{ Hz}$$

El segundo armónico corresponde aproximadamente a C_5 (do de la quinta octava) en un piano ya que, por definición, la frecuencia aumenta al doble con cada octava (cada octava tecla blanca).

Ejercicio de refuerzo. Las notas musicales toman como referencia la frecuencia fundamental de vibración o primer armónico. En música, el segundo armónico es el primer sobretono, el tercer armónico es el segundo sobretono y así sucesivamente. Si un instrumento tiene un tercer sobretono con frecuencia de 880 Hz, ¿qué frecuencia tendrá el primer sobretono?

Nota: no debemos confundirnos con el lenguaje. El *primer* sobretono significa la primera frecuencia arriba de la frecuencia fundamental, es decir, el *segundo* armónico.

Ejemplo integrado 11.7 ■ Afinación: aumentar la frecuencia de una cuerda de guitarra

Suponga que quiere aumentar la frecuencia fundamental de una cuerda de guitarra. *a*) ¿Usted 1) aflojaría la cuerda para reducir su tensión a la mitad, 2) apretaría la cuerda para duplicar su tensión, 3) usaría otra cuerda del mismo material pero con la mitad del diámetro, sometida a la misma tensión o 4) usaría otra cuerda del mismo material pero con el doble del diámetro, sometida a la misma tensión? *b*) Usted quiere ir de la nota la (220 Hz) abajo del do medio, a la nota la (440 Hz) arriba del do medio. Si las cuerdas de la guitarra son de acero ($\rho = 7.8 \times 10^3\ \text{kg/m}^3$, tabla 9.2), y una cuerda inicial más gruesa tiene un diámetro de 0.30 cm, demuestre que una cuerda cuyo diámetro es de la mitad tiene una frecuencia fundamental del doble.

a) Razonamiento conceptual. La frecuencia fundamental de una cuerda estirada está dada por la ecuación 11.20:

$$f = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{F_T}{\mu}} \qquad (\textit{para } n = 1)$$

Por lo tanto, la frecuencia de la cuerda es proporcional a la *raíz cuadrada* de la fuerza de tensión F_T, así que si aflojamos la cuerda —es decir, si reducimos F_T— no aumentaremos la frecuencia. Un aumento al doble de la tensión tampoco aumenta la frecuencia al doble (porque $\sqrt{2F_T} \neq 2\sqrt{F_T}$). Así, ni 1 ni 2 son la respuesta correcta.

Al usar otra cuerda, la pregunta es entonces ¿cómo varía la frecuencia con la densidad lineal de masa μ de la cuerda? Si las cuerdas son del mismo material (misma densidad ρ), entonces, cuanto mayor sea el diámetro de la cuerda, mayor será su masa por unidad de longitud (mayor μ). Por lo tanto, una cuerda más delgada, con μ más pequeña, vibrará a una mayor frecuencia, y la respuesta es 3.

b) Razonamiento cuantitativo y solución. Lo primero que se nos podría ocurrir es calcular directamente las frecuencias, empleando la ecuación 11.20. Sin embargo, no podemos hacerlo porque no tenemos suficientes datos, y esto generalmente implica el uso de cocientes. Para mostrar la diferencia en las frecuencias con cuerdas de diferente diámetro, necesitamos expresar la ecuación de frecuencia en términos del diámetro de la cuerda. Al examinar la ecuación 11.20, vemos que el diámetro de la cuerda no depende de la longitud L (que suponemos constante entre el puente y el cuello de la guitarra) ni de la fuerza de tensión constante F_T (suponiendo que el estiramiento es insignificante). Esto nos lleva a considerar la densidad lineal de masa $\mu = m/L$.

Recuerde que la masa de una cuerda depende de su densidad y su volumen; es decir, $\rho = m/V$, o bien, $m = \rho V$. Podemos determinar el volumen V de una longitud dada (L) de cuerda, que sería un cilindro largo con sección transversal A, con $V = AL$. El área circular es proporcional al cuadrado del diámetro de la cuerda, así que ésta es la clave de nuestra demostración.

Dado:
$f = \dfrac{1}{2L}\sqrt{\dfrac{F_T}{\mu}}$ (para $n = 1$, ec. 11.20)
$\rho = 7.8 \times 10^3\ \text{kg/m}^3$ (acero)
$d_1 = 0.30$ cm
$d_2 = d_1/2 = 0.15$ cm

Encuentre: Demostrar que una cuerda con diámetro d_2 que es la mitad del de una cuerda más gruesa (diámetro d_1) tiene una frecuencia fundamental que es el doble de la de la cuerda más gruesa.

Como señalamos en la sección Razonamiento cuantitativo y solución, la densidad lineal de masa de la cuerda puede expresarse en términos de su densidad y su volumen, siendo este último proporcional al cuadrado del diámetro de la cuerda:

$$\mu = \frac{m}{L} = \frac{\rho V}{L} = \frac{\rho A L}{L} = \rho\left(\frac{\pi d^2}{4}\right)$$

Sustituimos esto en la ecuación 11.20 para obtener

$$f = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{F_T}{\mu}} = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{4F_T}{\rho \pi d^2}} = \left(\frac{1}{L}\sqrt{\frac{F_T}{\rho\pi}}\right)\frac{1}{d}$$

(continúa en la siguiente página)

Las cantidades encerradas en los paréntesis son constantes, de modo que $f \propto 1/d$, así que, en forma de razón,

$$\frac{f_2}{f_1} = \frac{d_1}{d_2} = \frac{0.30 \text{ cm}}{0.15 \text{ cm}} = 2 \quad \text{y} \quad f_2 = 2f_1$$

Ejercicio de refuerzo. La frecuencia fundamental de una cuerda de violín es la de abajo del do medio (220 Hz). ¿Cómo afinaríamos esta cuerda al do medio (264 Hz) sin cambiar de cuerda, como se hizo en este ejemplo?

Cuando el sistema oscilante se impulsa con una de sus frecuencias naturales o resonantes, se le transfiere el máximo de energía. Las frecuencias naturales de un sistema son las frecuencias con que el sistema "quiere" vibrar, por decirlo de alguna manera. La condición de impulsar un sistema con una frecuencia natural se denomina **resonancia**.

Un ejemplo común de sistema en resonancia mecánica es el de una persona en un columpio que está siendo empujada. Básicamente, un columpio es un péndulo simple y

A FONDO 11.2 RESONANCIAS DESEABLES E INDESEABLES

Cuando nos colocamos una concha de caracol marino grande al oído, oímos un sonido parecido al del mar. La causa de este sonido es un efecto de resonancia. Los sonidos del entorno entran en la concha, que actúa como cavidad de resonancia.

El aire del interior de la concha resuena con las frecuencias naturales de la concha. Las variaciones del sonido surgen de los diferentes sonidos del entorno y de la aparición y desaparición de diferentes frecuencias resonantes. "El ir y venir de estas frecuencias resonantes produce la ilusión de escuchar el ir y venir de las olas del mar."* Básicamente, el cerebro procesa el sonido y busca en él un patrón que ya haya experimentado antes. Casi todos hemos oído antes las olas del mar, así que esto es lo que asociamos con el sonido que escuchamos en una concha marina. Podemos escuchar un sonido "de mar" similar colocándonos al oído un vaso vacío o la mano curveada.

Cuando un gran número de soldados cruza marchando un puente pequeño, generalmente se les ordena romper el paso. El motivo es que la frecuencia con que marchan podría coincidir con una de las frecuencias naturales del puente y ponerlo a vibrar en resonancia; la vibración podría llegar a derrumbarlo. Esto sucedió realmente en un puente colgante en Inglaterra, en 1831. El puente estaba debilitado y ya le hacían falta reparaciones, pero las vibraciones de resonancia inducida por soldados que lo cruzaron marchando hicieron que se derrumbara. Hubo algunos heridos.

En otro incidente, las vibraciones de un puente se debieron, no a la marcha de soldados, sino a la fuerza impulsora del viento. El 7 de noviembre de 1940, vientos con rapideces entre 65 y 72 km/h (40 a 45 mi/h) pusieron a vibrar el tramo principal del puente Tacoma Narrows (en el estado de Washington). Este puente, de 855 m (2800 ft) de longitud y 12 m (39 ft) de anchura, apenas se había abierto al tránsito hacía sólo cuatro meses.

Durante el primer mes de uso del puente, se habían observado pequeños modos transversales de vibración; pero el 7 de noviembre los efectos especiales del viento empujaron al puente con una frecuencia cercana a la de resonancia y el tramo principal vibró con una frecuencia de 36 vib/min y una amplitud de casi medio metro (1.5 ft). A las 10 A.M., el tramo principal comenzó a vibrar en un modo torsional de dos segmentos, con una frecuencia de 14 vib/min. El viento siguió empujando al puente en resonancia, y la amplitud de vibración aumentó. Poco después de las 11 A.M., el tramo principal se derrumbó (figura 1).†

Se volvió a construir el "Galloping Gertie" ("Gertrudis Galopante", el mote que se dio al puente) sobre los mismos cimientos de las torres; sin embargo, el nuevo diseño hizo más rígida la estructura para aumentar su frecuencia de resonancia, de manera que los vientos no pudieran producir una resonancia indeseable.

The Flying Circus of Physics, por J. Walker. (Nueva York: Wiley, 1977.)

†Y es dudoso que las ráfagas de viento hayan puesto a vibrar el puente. La velocidad del viento era más o menos constante, y las fluctuaciones por ráfagas suelen ser aleatorias. Una explicación en cuanto a la fuente impulsora de las oscilaciones es que se formaron vórtices al pasar el viento sobre el puente. Los vórtices son como los remolinos que se forman en el agua en la punta de los remos al remar una lancha. El viento, al soplar por arriba y por debajo del puente, habría formado vórtices que giraban en direcciones opuestas. La formación y "separación" de vórtices (como los remolinos que se separan de los remos) habría impartido energía al puente, y si la frecuencia de esta acción fuera aproximadamente la de una frecuencia natural, se habría establecido una onda estacionaria.

FIGURA 1 Gertrudis Galopante El colapso del puente Tacoma Narrows el 7 de noviembre de 1940 fue captado con una cámara de cine. Vemos una imagen de cuadro de esa película.

tiene una sola frecuencia resonante para una longitud dada $\left[f = 1/T = 1/(2\pi)\sqrt{g/L}\right]$. Si empujamos el columpio con esta frecuencia y lo hacemos en fase con su movimiento, aumentarán su amplitud y energía (▸figura 11.22). Si empujamos con una frecuencia un poco distinta, la transferencia de energía ya no será máxima. (¿Qué cree el lector que suceda si empuja el columpio con la frecuencia de resonancia, pero desfasada 180° respecto al movimiento del columpio?)

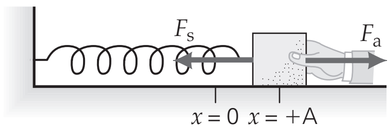
A diferencia de los péndulos simples, las cuerdas estiradas tienen muchas frecuencias naturales. Casi cualquier frecuencia impulsora causa una perturbación en la cuerda. Sin embargo, si la frecuencia de la fuerza impulsora no es igual a una de las frecuencias naturales, la onda resultante será relativamente pequeña e irregular. En cambio, cuando la frecuencia de la fuerza impulsora coincide con una de las frecuencias naturales, se transfiere el máximo de energía a la cuerda. El resultado es un patrón constante de onda estacionaria, y la amplitud en los antinodos se vuelve relativamente grande.

La resonancia mecánica no es el único tipo de resonancia. Cuando sintonizamos una radio, modificamos la frecuencia de resonancia de un circuito eléctrico para que sea impulsado por una señal cuya frecuencia es la de la estación transmisora deseada; así, la radio "capta" esa estación. En la sección A fondo 11.2 se describen otros ejemplos de la resonancia deseable y la indeseable.

▲ **FIGURA 11.22 Resonancia en el patio de juegos** El columpio se comporta como un péndulo en MAS. Para transferir energía de forma eficiente, el hombre debe sincronizar sus empujones con la frecuencia natural del columpio.

Repaso del capítulo

- El **movimiento armónico simple (MAS)** requiere una fuerza restauradora directamente proporcional al desplazamiento, como una fuerza de resorte ideal, que está dada por la ley de Hooke



Ley de Hooke:

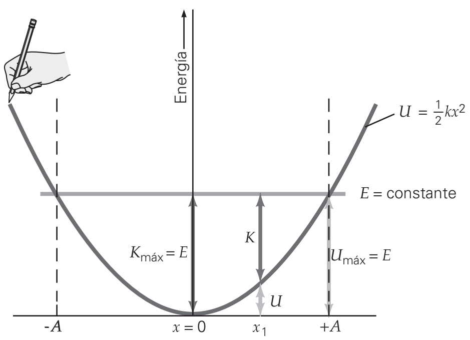
$$F_s = -kx \qquad (11.1)$$

- La **frecuencia (f)** y el **periodo (T)** del MAS son recíprocos.

Frecuencia y periodo para MAS:

$$f = \frac{1}{T} \qquad (11.2)$$

- En general, la energía total de un objeto en MAS es directamente proporcional al cuadrado de la amplitud.



Energía total de un resorte y una masa en MAS:

$$E = \tfrac{1}{2}kA^2 = \tfrac{1}{2}mv^2 + \tfrac{1}{2}kx^2 \qquad (11.4\text{–}5)$$

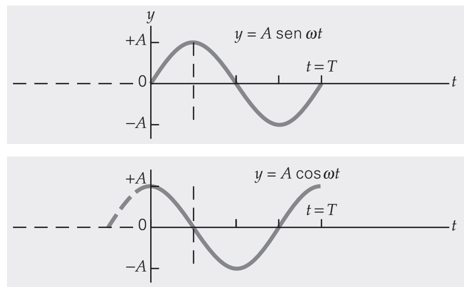
- La forma de la ecuación de movimiento para un objeto en MAS depende del desplazamiento inicial (y_o) del objeto.

Ecuaciones de movimiento para MAS:

$$y = \pm A \operatorname{sen} \omega t = \pm A \operatorname{sen}(2\pi f t) = \pm A \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi t}{T}\right) \qquad (11.8a)$$

+ para movimiento inicial hacia arriba con $y_o = 0$

− para movimiento inicial hacia abajo con $y_o = 0$



$$y = \pm A \cos \omega t = \pm A \cos(2\pi f t) = \pm A \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right) \qquad (11.9a)$$

para movimiento inicial hacia arriba con $y_o = +A$

para movimiento inicial hacia abajo con $y_o = -A$

Velocidad de una masa que oscila en un resorte:

$$v = \pm\sqrt{\frac{k}{m}(A^2 - x^2)} \qquad (11.6)$$

Periodo de una masa que oscila en un resorte:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \qquad (11.11)$$

Frecuencia angular de una masa que oscila en un resorte:

$$\omega = 2\pi f = \sqrt{\frac{k}{m}} \qquad (11.13)$$

Periodo de un péndulo simple (aproximación con ángulo pequeño):

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \qquad (11.14)$$

Velocidad de una masa en MAS:

$$v = \omega A \cos \omega t \quad \begin{pmatrix}\textit{velocidad vertical si } v_o \\ \textit{es hacia arriba en } t_o = 0,\ y_o = 0\end{pmatrix} \qquad (11.15)$$

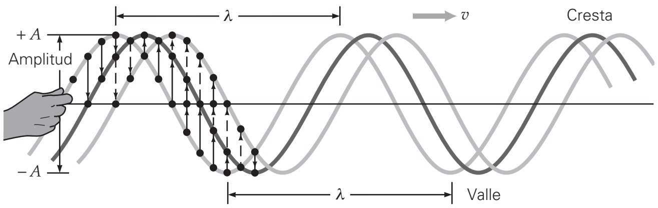
Aceleración de una masa en MAS:

$$a = -\omega^2 A \operatorname{sen} \omega t = -\omega^2 y \quad \begin{pmatrix}\textit{aceleración vertical si } v_o \\ \textit{es hacia arriba en } t_o = 0,\ y_o = 0\end{pmatrix} \qquad (11.16)$$

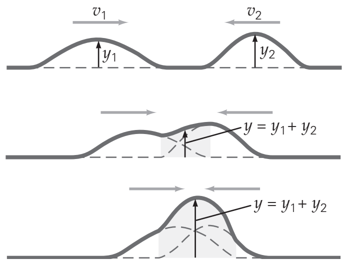
- Una onda es una perturbación en el tiempo y el espacio; un movimiento ondulatorio transfiere o propaga energía.

Rapidez de una onda:

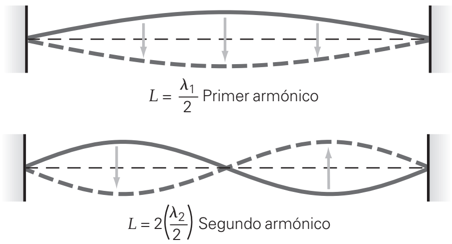
$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda f \qquad (11.17)$$



- En cualquier instante, la forma de onda combinada de dos o más ondas que se interfieren es la suma de los desplazamientos de las ondas individuales en cada punto del medio.



- En las frecuencias naturales, se pueden formar **ondas estacionarias** en una cuerda como resultado de la interferencia de dos ondas con longitud de onda, amplitud y rapidez idénticas, que viajan en direcciones opuestas por una cuerda.



Frecuencias naturales de una cuerda estirada:

$$f_n = n\left(\frac{v}{2L}\right) = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{F_T}{\mu}} = nf_1 \quad (\text{para } n = 1, 2, 3, \ldots) \qquad (11.20)$$

Ejercicios

Los ejercicios designados **OM** *son preguntas de opción múltiple; los* **PC** *son preguntas conceptuales; y los* **EI** *son ejercicios integrados. A lo largo del texto, muchas secciones de ejercicios incluirán ejercicios "apareados". Estos pares de ejercicios, que se identifican con* números subrayados, *pretenden ayudar al lector a resolver problemas y aprender. La respuesta a los ejercicios de número impar se da al final del libro.*

11.1 Movimiento armónico simple

1. **OM** Una partícula en MAS tiene *a*) amplitud variable, *b*) una fuerza restauradora que sigue la forma de la ley de Hooke, *c*) una frecuencia directamente proporcional a su periodo o *d*) una posición que se representa gráficamente con $x(t) = at + b$.

2. **OM** La energía cinética máxima de un sistema masa-resorte en MAS es igual a *a*) A, *b*) A^2, *c*) kA, *d*) $kA^2/2$.

3. **OM** Si se aumenta al doble el periodo de un sistema en MAS, la frecuencia del sistema *a*) se duplica, *b*) se reduce a la mitad, *c*) aumenta al cuádruple o *d*) se reduce a la cuarta parte.

4. **OM** Cuando una partícula en MAS horizontal está en la posición de equilibrio, la energía potencial del sistema es *a*) cero, *b*) máxima, *c*) negativa o *d*) nada de lo anterior.

5. **PC** Si se duplica la amplitud de una masa en MAS, ¿cómo afectará eso *a*) la energía y *b*) la rapidez máxima?

6. **PC** ¿Cómo cambia la rapidez de una masa en MAS a medida que la masa se acerca a su posición de equilibrio? Explique.

7. **PC** Un sistema masa-resorte en MAS tiene amplitud A y periodo T. ¿Cuánto tarda la masa en recorrer una distancia A? ¿Y una $2A$?

8. **PC** Un tenista usa una raqueta para botar una pelota con un periodo constante. ¿Se trata de un movimiento armónico simple? Explique por qué.

9. ● Una partícula oscila en MAS con amplitud A. ¿Qué *distancia* total recorre la partícula en un periodo?

10. ● Un juguete de 0.75 kg que oscila en un resorte efectúa un ciclo cada 0.60 s. ¿Qué frecuencia tiene esta oscilación?

11. ● Una partícula en movimiento armónico simple tiene una frecuencia de 40 Hz. ¿Qué periodo tiene su oscilación?

12. ● La frecuencia de un oscilador armónico simple se duplica, de 0.25 a 0.50 Hz. ¿Cómo cambia su periodo?

13. ● ¿Qué constante de resorte tiene una báscula de resorte que se estira 6.0 cm cuando una canasta de verduras cuya masa es de 0.25 kg se cuelga de ella?

14. ● Un objeto con una masa de 0.50 kg se sujeta a un resorte cuya constante es de 10 N/m. Si se tira del objeto para bajarlo 0.050 m respecto a su posición de equilibrio y se le suelta, ¿qué rapidez máxima alcanzará?

15. ●● Los átomos de un sólido están en movimiento vibratorio continuo debido a su energía térmica. A temperatura ambiente, la amplitud típica de estas vibraciones atómicas suele ser de aproximadamente 10^{-9} cm, y su frecuencia es del orden de 10^{12} Hz. *a*) ¿Qué periodo aproximado de oscilación tiene un átomo representativo? *b*) ¿Qué rapidez máxima tiene semejante átomo?

16. **EI** ●● *a*) ¿En qué posición es mínima la magnitud de la fuerza sobre la masa de un sistema masa-resorte? 1) $x = 0$, 2) $x = -A$ o 3) $x = +A$. ¿Por qué? *b*) Con $m = 0.500$ kg, $k = 150$ N/m y $A = 0.150$ m, calcule la magnitud de la fuerza sobre la masa y la aceleración de la masa en $x = 0$, 0.050 m y 0.150 m.

17. **EI** ●● *a*) ¿En qué posición es máxima la rapidez de una masa de un sistema masa-resorte? 1) $x = 0$, 2) $x = -A$ o 3) $x = +A$. ¿Por qué? *b*) Con $m = 0.250$ kg, $k = 100$ N/m y $A = 0.10$ m, ¿cuál es la rapidez máxima?

18. ●● Un sistema masa-resorte está en MAS en la dirección horizontal. La masa es de 0.25 kg, la constante de resorte es de 12 N/m y la amplitud es de 15 cm. *a*) Calcule la rapidez máxima de la masa y *b*) la posición donde ocurre. *c*) ¿Qué rapidez tendrá en la posición de media amplitud?

19. ●● En el ejercicio 18, *a*) ¿qué rapidez tiene la masa en $x = 10$ cm? *b*) ¿Qué magnitud tiene la fuerza ejercida por el resorte sobre la masa?

20. ●● Un resorte horizontal en un riel de aire nivelado que no ejerce fricción tiene atado un objeto de 150 g; el resorte se estira 6.50 cm. Luego se imprime al objeto una velocidad inicial hacia fuera de 2.20 m/s. Si la constante de resorte es de 35.2 N/m, determine qué tanto se estira el resorte.

21. ●● Un bloque de 350 g que se mueve hacia arriba verticalmente choca con un resorte vertical ligero y lo comprime 4.50 cm antes de llegar al reposo. Si la constante de resorte es de 50.0 N/m, ¿cuál fue la rapidez inicial del bloque? (Ignore las pérdidas de energía debidas al sonido y a otros factores durante el choque.)

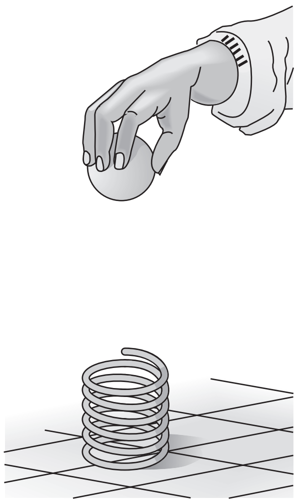
22. ●● Un objeto de 0.25 kg suspendido de un resorte ligero se suelta desde una posición 15 cm arriba de la posición de equilibrio del resorte estirado. La constante del resorte es de 80 N/m. *a*) Calcule la energía total del sistema. (Desprecie la energía potencial gravitacional.) *b*) ¿Esta energía depende de la masa del objeto? Explique.

23. ●● ¿Qué rapidez tiene el objeto del ejercicio 22 cuando está *a*) 5.0 cm arriba y *b*) 5.0 cm abajo de su posición de equilibrio? *c*) Calcule la rapidez máxima del objeto y la posición donde esta ocurre.

24. ●●● Un cirquero de 75 kg salta desde una altura de 5.0 m a un trampolín y lo estira hacia abajo 0.30 m. Suponiendo que el trampolín obedece la ley de Hooke, *a*) ¿qué tanto se estirará si el cirquero salta desde una altura de 8.0 m? *b*) ¿Qué tanto se estirará el trampolín si el cirquero se para en él mientras agradece los aplausos?

25. ●●● Un resorte vertical está atado a una masa de 200 g. La masa se suelta desde el reposo y cae 22.3 cm antes de detenerse. *a*) Determine la constante de resorte. *b*) Determine la rapidez de la masa cuando ha caído solamente 10.0 cm.

26. ●●● Una esfera de 0.250 kg se deja caer desde una altura de 10.0 cm sobre un resorte, como se ilustra en la ▼figura 11.23. Si la constante del resorte es de 60.0 N/m, *a*) ¿qué distancia se comprimirá el resorte? (Desprecie la pérdida de energía durante el choque.) *b*) Al rebotar hacia arriba, ¿qué altura alcanzará la esfera?



▲ **FIGURA 11.23 ¿Qué tanto baja?** Véase el ejercicio 26.

11.2 Ecuaciones de movimiento

27. **OM** La ecuación de movimiento para una partícula en MAS *a*) siempre es una función coseno, *b*) refleja la acción amortiguadora, *c*) es independiente de las condiciones iniciales o *d*) da la posición de la partícula en función del tiempo.

28. **OM** Para la ecuación de MAS $y = A \text{ sen } \omega t$, la posición inicial y_o es *a*) $+A$, *b*) $-A$, *c*) 0 o *d*) ninguna de las anteriores.

29. **OM** Para la ecuación de MAS $y = A \text{ sen}(2\pi t/T)$, la posición y del objeto en tres cuartos del periodo es *a*) $+A$, *b*) $-A$, *c*) $A/2$, *d*) 0.

30. **PC** Si se duplica la longitud de un péndulo, ¿qué relación habrá entre el nuevo periodo y el anterior?

31. **PC** El aparato de la figura 11.5 demuestra que el movimiento de una masa en un resorte se puede describir con una función senoidal del tiempo. ¿Cómo podría demostrarse esta misma relación para un péndulo?

32. **PC** ¿El movimiento armónico simple podría describirse con una función tangente? Explique por qué.

33. **PC** El periodo de un péndulo en un elevador que acelera hacia arriba aumentará o disminuirá, en comparación con su periodo en un elevador que no acelera? Explique por qué.

34. **PC** Si un sistema masa-resorte se lleva a la Luna, ¿cambiará su periodo? ¿Y el periodo de un péndulo llevado a la Luna? Explique por qué.

35. ● ¿Qué masa en un resorte cuya constante es de 100 N/m oscilará con un periodo de 2.0 s?

36. ● Una masa de 0.50 kg oscila en movimiento armónico simple en un resorte con una constante de 200 N/m. Calcule *a*) el periodo y *b*) la frecuencia de la oscilación.

37. ● El péndulo simple de un reloj tiene 0.75 m de longitud. Calcule *a*) su periodo y *b*) su frecuencia.

38. ● Una brisa pone a oscilar una lámpara suspendida. Si el periodo es de 1.0 s, ¿qué distancia habrá entre el techo y la lámpara en el punto más bajo? Suponga que la lámpara actúa como péndulo simple.

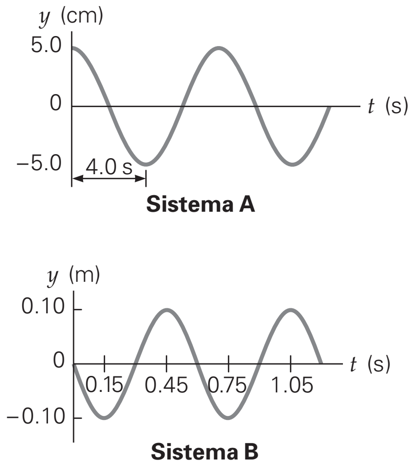
39. ● Escriba la ecuación general de movimiento para una masa que descansa en una superficie horizontal sin fricción y está conectada a un resorte en equilibrio, *a*) si la masa recibe inicialmente un empujón rápido que estira el resorte y *b*) si se tira de la masa para estirar el resorte y luego se suelta.

40. ● La ecuación de movimiento para un oscilador en MAS vertical está dada por $y = (0.10 \text{ m}) \operatorname{sen}(100)t$. Calcule *a*) la amplitud, *b*) la frecuencia y *c*) el periodo de este movimiento.

41. ● El desplazamiento de un objeto está dado por $y = (5.0 \text{ cm}) \operatorname{sen}(20\pi)t$. Calcule *a*) la amplitud, *b*) la frecuencia y *c*) el periodo de oscilación del objeto.

42. ● Si el desplazamiento de un oscilador en MAS se describe con la ecuación $y = (0.25 \text{ m}) \cos(314)t$, donde y está en metros y t en segundos, ¿qué posición tendrá el oscilador en *a*) $t = 0$, *b*) $t = 5.0$ s y *c*) $t = 15$ s?

43. **EI** ●● En la ▸figura 11.24 se grafican las oscilaciones de dos sistemas masa-resorte. La masa del sistema A es cuatro veces mayor que la del sistema B. *a*) En comparación con el sistema B, el sistema A tiene 1) más, 2) la misma o 3) menos energía. ¿Por qué? *b*) Calcule la razón de energía entre el sistema B y el sistema A.



▲ **FIGURA 11.24 Energía de ondas y ecuación de movimiento** Véanse los ejercicios 43, 56 y 57.

44. ●● Demuestre que la energía total de un sistema masa-resorte en movimiento armónico simple está dada por $\frac{1}{2}m\omega^2 A^2$.

45. ●● La velocidad de un sistema masa-resorte que oscila verticalmente está dada por $v = (0.750 \text{ m/s}) \operatorname{sen}(4t)$. Determine *a*) la amplitud y *b*) la aceleración máxima de este oscilador.

46. **EI** ●● *a*) Si se duplica la masa de un sistema masa-resorte, el nuevo periodo será 1) 2, 2) $\sqrt{2}$, 3) $1/\sqrt{2}$ veces el antiguo periodo. ¿Por qué? *b*) Si el periodo inicial es de 3.0 s y la masa se reduce a 1/3 de su valor inicial, calcule el nuevo periodo.

47. **EI** ●● *a*) Si se triplica la constante de resorte de un sistema masa-resorte, el nuevo periodo será 1) 3, 2.) $\sqrt{3}$, 3) $1/\sqrt{3}$ veces el antiguo periodo. ¿Por qué? *b*) Si el periodo inicial es de 2.0 s y la constante de resorte se reduce a la mitad, calcule el nuevo periodo.

48. ●● Demuestre que, para que un péndulo oscile con la misma frecuencia que una masa en un resorte, la longitud del péndulo debe ser $L = mg/k$.

49. ●● Puesto que la gravedad es débil en el espacio exterior, los astronautas no pueden medir su masa con una báscula de resorte como hacemos en la Tierra. *a*) ¿Puede diseñar un método para medir la masa con una báscula de resorte en el espacio? *b*) Si el periodo de oscilación de un astronauta en un resorte de 3000 N/m es de 1.0 s, ¿qué masa tiene el astronauta?

50. ●● Ciertos estudiantes usan un péndulo simple de 36.90 cm de longitud para medir la aceleración debida a la gravedad en su escuela. Si el periodo del péndulo es de 1.220 s, ¿qué valor experimental tiene g en esa escuela?

51. ●● ¿Cuál es la máxima energía cinética de un oscilador horizontal simple constituido por masa-resorte, cuya ecuación de movimiento está dada por $x = (0.350 \text{ m}) \operatorname{sen}(7t)$? La masa al final del resorte es de 900 g.

52. ●● La ecuación de movimiento de una partícula en MAS vertical está dada por $y = (10 \text{ cm}) \text{ sen}(0.50)t$. ¿Cuál es *a*) el desplazamiento, *b*) la velocidad y *c*) la aceleración de la partícula cuando $t = 1.0$ s?

53. ●● Por algunos segundos durante un terremoto, el piso de un edificio de apartamentos osciló, según las mediciones, aproximadamente en movimiento armónico simple con un periodo de 1.95 segundos y una amplitud de 8.65 cm. Determine la rapidez y aceleración máximas del piso durante este movimiento. Exprese la aceleración como una fracción de g.

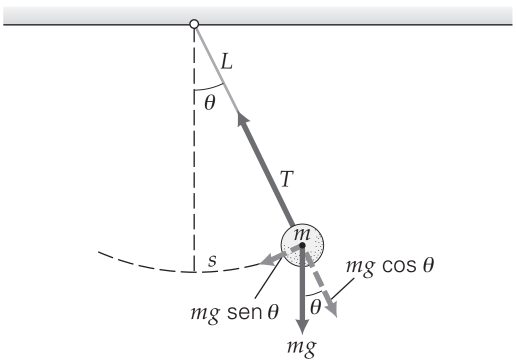
54. ●● Dos masas iguales oscilan en resortes ligeros; la constante de resorte del segundo es el doble de la del primero. ¿Cuál sistema tiene la mayor frecuencia y por cuánto es mayor?

55. **EI**●● *a*) Si un reloj de péndulo se llevara la Luna, donde la aceleración de la gravedad es apenas una sexta parte (suponga que la cifra es exacta) de la que hay en la Tierra, ¿el periodo de vibración 1) aumentaría, 2) permanecería igual o 3) disminuiría? ¿Por qué? *b*) Si el periodo en la Tierra es de 2.0 s, ¿cuál sería el periodo en la Luna?

56. ●● El movimiento de una partícula se describe mediante la curva para el sistema A en la figura 11.24. Escriba la ecuación de movimiento en términos de una función coseno.

57. ●● El movimiento de una masa oscilatoria de 0.25 kg en un resorte ligero se describe mediante la curva para el sistema B en la figura 11.24. *a*) Escriba la ecuación para el desplazamiento de la masa como una función del tiempo. *b*) ¿Cuál es la constante del resorte?

58. ●●● En la ▾figura 11.25 se muestran las fuerzas que actúan sobre un péndulo simple. *a*) Demuestre que, para la aproximación de ángulo pequeño ($\text{sen}\,\theta \approx \theta$), la fuerza que produce el movimiento tiene la misma forma que la ley de Hooke. *b*) Demuestre, por analogía con una masa en un resorte, que el periodo de un péndulo simple está dado por $T = 2\pi\sqrt{L/g}$. [*Sugerencia:* piense en la constante de resorte eficaz.]



▲ **FIGURA 11.25 MAS de un péndulo** Véase el ejercicio 58.

59. ●●● Un péndulo simple se pone en movimiento angular pequeño, haciendo un ángulo máximo con la vertical de 5°. Su periodo es de 2.21 s. *a*) Determine su longitud. *b*) Determine su rapidez máxima. *c*) ¿Cuál será su rapidez angular máxima?

60. ●●● Un reloj usa un péndulo de 75 cm de longitud. El reloj sufre un accidente y, durante la reparación, la longitud del péndulo se acorta en 2.0 mm. Considerándolo como un péndulo simple, *a*) ¿el reloj reparado se adelantará o se atrasará? *b*) ¿Cuánto diferirá la hora indicada por el reloj reparado, de la hora correcta (que se toma como el tiempo determinado por el péndulo original en 24 h)? *c*) Si el cordel del péndulo fuera metálico, ¿la temperatura ambiente afectará la exactitud del reloj? Explique por qué.

11.3 Movimiento ondulatorio

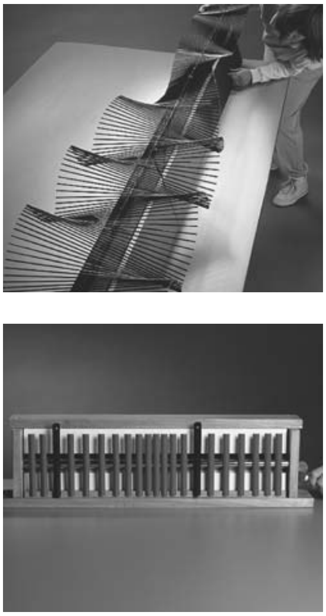
61. **OM** El movimiento ondulatorio en un medio material implica *a*) la propagación de una perturbación, *b*) interacciones de partículas, *c*) transferencia de energía o *d*) todo lo anterior.

62. **OM** La relación siguiente se cumple para una onda periódica que se propaga con rapidez v: *a*) $\lambda = v/f$, *b*) $v = \lambda/f$, *c*) $v = \lambda f_2$ o *d*) $f = \lambda/v$.

63. **OM** Una onda en agua es *a*) transversal, *b*) longitudinal, *c*) una combinación de transversal y longitudinal o *d*) nada de lo anterior.

64. **PC** ¿Qué tipo(s) de onda(s), transversales o longitudinales, se propagan por *a*) sólidos, *b*) líquidos y *c*) gases?

65. ● La ▾figura 11.26 muestra fotografías de dos ondas mecánicas. Identifique cada una como transversal o longitudinal.



▲ **FIGURA 11.26 ¿Transversales o longitudinales?** Véase el ejercicio 65.

66. Parados en una colina mirando un maizal crecido, vemos una hermosa "ola" que recorre el campo cuando hay una brisa. ¿De qué tipo de onda se trata? Explique por qué.

67. ● Una onda sonora longitudinal tiene una rapidez de 340 m/s en aire. Esta onda produce un tono con una frecuencia de 1000 Hz. ¿Qué longitud de onda tiene?

68. ● Una onda transversal tiene una longitud de onda de 0.50 m y una frecuencia de 20 Hz. ¿Qué rapidez tiene?

69. ● Un estudiante que lee su libro de física en el muelle de un lago nota que la distancia entre dos crestas de olas es de aproximadamente 0.75 m, y luego mide el tiempo entre que llegan dos crestas, obteniendo 1.6 s. ¿Qué rapidez aproximada tienen las olas?

70. ● Las ondas de luz viajan en el vacío con una rapidez de 300 000 km/s. La frecuencia de la luz visible es de aproximadamente 5×10^{14} Hz. ¿Qué longitud de onda aproximada tiene la luz?

71. ●● La gama de frecuencias sonoras que el oído humano puede captar se extiende de cerca de 20 Hz a 20 kHz. La rapidez del sonido en el aire es de 345 m/s. Exprese en longitudes de onda los límites de este intervalo audible.

72. ● Cierto láser emite luz con una longitud de onda de 633×10^{-9} m. ¿Cuál sería la frecuencia de esta luz en el vacío?

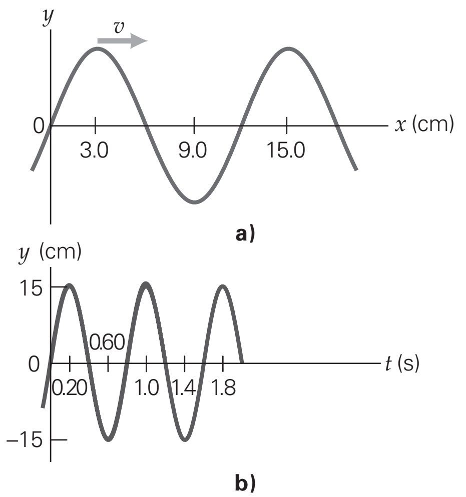
73. ●● Un láser emite una onda luminosa con una longitud de onda de 500 nm a una frecuencia de 4.00×10^{14} Hz. ¿Esta luz está viajando en el vacío? Compruebe su respuesta.

74. **EI** ●● Las frecuencias de A.M. de una radio van desde 550 hasta 1600 kHz; y las de F.M., de 88.0 hasta 108 MHz. Todas estas ondas de radio viajan con una rapidez de 3.00×10^8 m/s (rapidez de la luz). *a*) En comparación con las frecuencias de F.M., las de A.M. tienen longitudes de onda 1) más largas, 2) iguales o 3) más cortas. ¿Por qué? *b*) ¿Qué intervalos de longitud de onda tienen la banda de A.M. y la de F.M.?

75. ●● Un generador de sonar de un submarino produce ondas ultrasónicas periódicas con una frecuencia de 2.50 MHz. La longitud de onda de esas ondas en agua de mar es de 4.80×10^{-4} m. Cuando el generador se dirige hacia abajo, un eco reflejado por el suelo marino se recibe 10.0 s después. ¿Qué profundidad tiene el océano en ese punto? (Suponga que la longitud de onda es constante a todas las profundidades.)

76. ●● En la figura 11.27a se muestra una onda que viaja en la dirección $+x$. El desplazamiento de la partícula en cierto punto del medio por el que la onda viaja se muestra en la figura 11.27b. *a*) ¿Qué amplitud tiene la onda viajera? *b*) ¿Qué rapidez tiene la onda?

77. ● Suponga que las ondas P y S (primarias y secundarias) de un terremoto con foco cercano a la superficie terrestre atraviesan la Tierra con rapidez promedio casi constante de 8.0 y 6.0 km/s, respectivamente. Suponga que las ondas no se desvían ni refractan. *a*) ¿Qué retraso hay entre las llegadas de ondas sucesivas a una estación de monitoreo sísmico, situada a una latitud de 90° respecto al epicentro (el punto en la superficie que está directamente sobre el foco) del terremoto? *b*) ¿Las ondas cruzan la frontera del manto? *c*) ¿Cuánto tardan las olas en llegar a una estación de monitoreo en el lado opuesto de la Tierra?



▲ **FIGURA 11.27 ¿Qué altura y qué rapidez?** Véase el ejercicio 76.

78. ●●● La rapidez de ciertas ondas longitudinales que viajan por una varilla sólida larga está dada por $v = \sqrt{Y/\rho}$, donde Y es el módulo de Young y ρ es la densidad del sólido. Si una perturbación tiene una frecuencia de 40 Hz, ¿qué longitud de onda tienen las ondas que produce en *a*) una varilla de aluminio y *b*) una varilla de cobre? [*Sugerencia:* véase las tablas 7.1 y 7.2.]

79. ●●● Fred golpea un riel de acero con un martillo, con una frecuencia de 2.50 Hz, y Vilma pega la oreja al riel a 1.0 km de distancia. *a*) ¿Cuánto tiempo después del primer golpe Vilma escuchará el sonido? *b*) ¿Qué tiempo transcurre entre que escucha dos pulsaciones sonoras sucesivas? [*Sugerencia:* véase las tablas 7.1 y 7.2 y el ejercicio 78.]

80. ●●● Una onda viajera transversal senoidal de una cuerda tiene una frecuencia de 10.0 Hz y viaja a 25.0 m/s a lo largo del eje x. *a*) Localice los puntos en la cuerda que tienen rapidez máxima en un momento dado. *b*) Determine la rapidez máxima y *c*) la distancia entre los puntos altos y bajos sucesivos en la cuerda.

11.4 Propiedades de las ondas

81. OM Cuando dos ondas se encuentran y se interfieren, la forma de onda resultante depende *a*) de la reflexión, *b*) de la refracción, *c*) de la difracción o *d*) de la superposición.

82. OM La refracción *a*) implica interferencia constructiva, *b*) se refiere a un cambio de dirección en las fronteras entre medios, *c*) es idéntica a la difracción o *d*) sólo se da en medios sólidos u ondas mecánicas.

83. OM Podemos escuchar personas que hablan a la vuelta de la esquina, gracias primordialmente *a*) a la reflexión, *b*) a la refracción, *c*) a la interferencia o *d*) a la difracción.

84. PC ¿Qué se destruye cuando hay interferencia destructiva? ¿Qué sucede con la energía? Explique.

85. PC Los delfines y los murciélagos conocen la ubicación de sus presas emitiendo ondas ultrasónicas. ¿Qué fenómeno ondulatorio interviene?

86. PC Si las ondas sonoras fueran dispersivas (es decir, si la rapidez del sonido dependiera de su frecuencia), ¿qué consecuencias percibiríamos al escuchar una orquesta en una sala de conciertos?

11.5 Ondas estacionarias y resonancia

87. OM Para que dos ondas viajeras formen ondas estacionarias, deben tener la misma *a*) frecuencia, *b*) amplitud, *c*) rapidez o *d*) todo lo anterior.

88. OM Los puntos de máxima amplitud en una cuerda con forma de onda estacionaria se llaman *a*) nodos, *b*) antinodos, *c*) fundamentales, *d*) puntos de resonancia.

89. OM Cuando una cuerda de violín estirada oscila en su tercer modo armónico, la onda estacionaria en la cuerda muestra *a*) 3 longitudes de onda, *b*) 1/3 de longitud de onda, *c*) 3/2 de longitud de onda o *d*) 2 longitudes de onda.

90. PC Un columpio infantil (un péndulo) sólo tiene una frecuencia natural f_1, pero se le puede impulsar o empujar sin sacudidas con frecuencias de $f_1/2$, $f_1/3$, $2f_1$ y $3f_1$. ¿Cómo es esto posible?

91. PC Al frotar la boca circular de una copa de cristal delgado con un dedo húmedo, es posible hacer que el cristal "cante". (Inténtelo.) *a*) ¿Qué causa esto? *b*) ¿Qué sucedería con la frecuencia del sonido si se agregara agua a la copa?

92. PC Una onda viaja por una cuerda que tiene tensión fija. ¿Cómo cambia la longitud de onda si se aumenta la frecuencia? ¿Cómo cambia la rapidez de la onda?

93. PC Dada la misma tensión y longitud, ¿qué cuerda de guitarra sonará más aguda (frecuencia más alta), una gruesa o una delgada?

94. ● La frecuencia fundamental de una cuerda estirada es de 150 Hz. Calcule las frecuencias de *a*) el segundo armónico y *b*) el tercer armónico.

95. ● Si la frecuencia del tercer armónico de una cuerda que vibra es de 450 Hz, ¿cuál es la frecuencia fundamental del primer armónico?

96. ● Se forma una onda estacionaria en una cuerda estirada de 3.0 m de longitud. ¿Qué longitud de onda tienen *a*) el primer armónico y *b*) el tercer armónico?

97. EI ●● Una fuerza estira un trozo de tubo de caucho. *a*) Si la fuerza aumenta al doble, la rapidez de una onda transversal 1) se duplica, 2) se reduce a la mitad, 3) aumenta en $\sqrt{2}$ o 4. se reduce en $\sqrt{2}$. ¿Por qué? *b*) Si la densidad de masa lineal de un tubo de 10.0 m de longitud es de 0.125 kg/m y lo estira una fuerza de 9.00 N, ¿qué rapidez tendrá la onda transversal en el tubo? *c*) Determine las frecuencias naturales de sus ondas.

98. ●● ¿Se formará una onda estacionaria en una cuerda estirada de 4.0 m de longitud, que transmite ondas con una rapidez de 12 m/s, si se le impulsa con una frecuencia de *a*) 15 Hz o *b*) 20 Hz?

99. ●● Dos ondas de la misma amplitud y con longitud de onda de 0.80 m viajan en direcciones opuestas con una rapidez de 250 m/s por una cuerda de 2.0 m de longitud. ¿Con qué modo armónico se establecerá la onda estacionaria en la cuerda?

100. ●● En un violín, una cuerda correctamente afinada en la nota musical la tiene una frecuencia de 440 Hz. Si una cuerda correspondiente a la nota la produce un sonido a 450 Hz bajo una tensión de 500 N, ¿cuál debería ser la tensión para producir la frecuencia correcta?

101. ●● El departamento de física de una universidad compra 1000 m de cuerda y calcula que su masa total es de 1.50 kg. Esta cuerda se utiliza para realizar una demostración en el laboratorio de una onda estacionaria entre dos postes colocados a 3.0 m uno de otro. Si la frecuencia del primer sobretono deseado (segundo armónico) es de 35 Hz, ¿cuál será la tensión de la cuerda que se requiere?

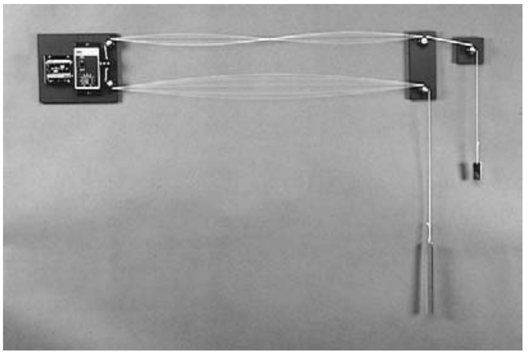
102. ●● Dos cuerdas estiradas, A y B, tienen la misma tensión y densidad lineal de masa. ¿Alguno de los seis primeros armónicos son iguales, si las longitudes de las cuerdas son *a*) 1.0 y 3.0 m o *b*) 1.5 y 2.0 m, respectivamente?

103. ●● Usted está generando dos ondas estacionarias en una cuerda. Cuenta con una cuerda uniforme de piano con una longitud de 3.0 m y una masa de 150 g. Usted corta la cuerda en dos (una parte mide 1.0 m de longitud, y la otra 2.0 m) y coloca ambas partes bajo tensión. ¿Cuál debería ser la razón de las tensiones (expresada de la menor con respecto a la mayor), de manera que sus frecuencias fundamentales sean iguales?

104. EI ●● Una cuerda de violín está afinada a cierta frecuencia (la frecuencia fundamental o primer armónico). *a*) Si un violinista quiere una frecuencia más alta, ¿la cuerda deberá 1) alargarse, 2) dejarse de la misma longitud o 3) acortarse? ¿Por qué? *b*) Si la cuerda está afinada a 520 Hz y el violinista pisa la cuerda a un octavo de su longitud midiendo desde el extremo del cuello del violín, ¿qué frecuencia tendrá la cuerda cuando el instrumento se toque así?

105. ●●● Una cuerda uniforme tirante con una longitud de 2.50 m se ata por sus dos extremos y se coloca bajo una tensión de 100 N. Cuando vibra en el modo de su segundo sobretono (trace un boceto), el sonido que emite tiene una frecuencia de 75.0 Hz. ¿Cuál será la masa de la cuerda?

106. ●●● En un experimento de laboratorio común sobre ondas estacionarias, se producen ondas en una cuerda estirada con un vibrador eléctrico que oscila a 60 Hz (▼figura 11.28). La cuerda pasa por una polea y tiene un gancho en su extremo. La tensión de la cuerda se varía colgando pesos del gancho. Si la longitud activa de la cuerda (la parte que vibra) es de 1.5 m, y este tramo de cuerda tiene una masa de 0.10 g, ¿qué masa deberá colgarse para producir los primeros cuatro armónicos en ese tramo?



▲ **FIGURA 11.28 Ondas estacionarias en cuerdas** Cuerdas vibratorias gemelas con ondas estacionaras. Este modelo para demostración permite variar la tensión, la longitud y el tipo (densidad lineal de masa) de la cuerda. También se puede ajustar la frecuencia de vibración. Véase el ejercicio 106.

Ejercicios adicionales

107. La velocidad de un sistema masa-resorte que oscila verticalmente está dada por $v = (-0.600\ \text{m/s})\ \text{sen}(6t)$. *a*) ¿Dónde se inicia el movimiento y en qué dirección se mueve el objeto inicialmente? Describa la fase inicial del movimiento. *b*) Calcule el periodo del movimiento. *c*) Determine la ecuación de movimiento (y). *d*) Calcule la aceleración máxima.

108. Un resorte vertical tiene una masa de 500 g atada a él y a la masa se le imprime una velocidad inicial hacia abajo de 1.50 m/s. La masa se desplaza hacia abajo 25.3 cm antes de detenerse y regresar. *a*) Determine la constante de resorte. *b*) ¿Cuál es su rapidez después de que cae 5.00 cm? *c*) ¿Cuál es la aceleración de la masa en el punto inferior del movimiento?

109. Un estudiante corta 5.00 m de cuerda de un carrete y calcula que su masa es de 10.0 g. Entonces, estira y "pellizca" un tramo de 2.00 m de esta cuerda. El primer sobretono o segundo armónico de la cuerda vibra a 25.0 Hz. *a*) Calcule la tensión a la que está sometida la cuerda. *b*) Calcule la frecuencia fundamental para esta cuerda. *c*) Si usted desea incrementar la frecuencia fundamental en un 25%, ¿dónde tendría que agarrar la cuerda y en qué parte la "pellizcaría"?

110. Durante un terremoto, la esquina de un edificio alto oscila con una amplitud de 20 cm a 0.50 Hz. Calcule las magnitudes de *a*) el desplazamiento máximo, *b*) la velocidad máxima y *c*) la aceleración máxima de la esquina del edificio. (Suponga MAS.)

111. Una masa que descansa en una superficie horizontal sin fricción está conectada a un resorte fijo. La masa se desplaza 16 cm respecto a su posición de equilibrio y luego se suelta. En $t = 0.50$ s, la masa está a 8.0 cm de su posición de equilibrio (y no ha pasado aún por ahí). Calcule el periodo de oscilación de la masa.

APÉNDICES

APÉNDICE I* Repaso de matemáticas (con ejemplos) para *Física*

A Símbolos, operaciones aritméticas, exponentes y notación científica

Símbolos utilizados comúnmente en fórmulas

$=$ significa que dos cantidades son iguales, como $2x = y$

$\equiv$ significa "definido como", por ejemplo, en la definición de pi: $\pi \equiv \dfrac{\text{circunferencia de un círculo}}{\text{el diámetro de ese círculo}}$.

$\approx$ significa aproximadamente igual, como en $30\dfrac{\text{m}}{\text{s}} \approx 60\dfrac{\text{mi}}{\text{h}}$.

$\neq$ significa desigualdad, como en $\pi \neq \dfrac{22}{7}$.

$\geq$ significa que una cantidad es mayor o igual que otra. Por ejemplo, la edad del universo $\geq$ 5 mil millones de años.

$\leq$ significa que una cantidad es menor o igual que otra. Por ejemplo, si en una sala de conferencias caben $\leq$ 45 estudiantes, el máximo es 45 estudiantes.

$>$ significa que una cantidad es mayor que otra, como 14 huevos $>$ 1 docena de huevos.

$\gg$ significa que una cantidad es *mucho* mayor que otra. Por ejemplo, número de habitantes en la Tierra $\gg$ 1 millón.

$<$ significa que una cantidad es menor que otra, como $3 \times 10^{22} <$ número de Avogadro.

$\ll$ una cantidad es mucho *menor* que otra, como 10 $\ll$ número de Avogadro.

$\propto$ significa linealmente proporcional a. Esto es, si $y = 2x$, entonces $y \propto x$. Esto significa que si x se incrementa por un determinado factor de multiplicación, y también se incrementa de la misma forma. Por ejemplo, si $y = 3x$, y x cambia por un factor de n (esto es, si x se convierte en nx), lo mismo sucede con y, porque $y' = 3x' = 3(nx) = n(3x) = ny$.

ΔQ significa "cambio en la cantidad Q". En otras palabras, "final menos inicial". Por ejemplo, si por la mañana el valor del portafolio de acciones de un inversionista es $V_i = \$10\,100$ y al cierre de la jornada es $V_f = \$10\,050$, entonces $\Delta V = \$10\,050 - \$10\,100 = -\$50$.

La letra griega mayúscula sigma (Σ) indica la suma de una serie de valores para la cantidad Q_i donde $i = 1, 2, 3, ..., N$, esto es,

$$\sum_{i=1}^{N} Q_i = Q_1 + Q_2 + Q_3 + \cdots Q_N.$$

$|Q|$ denota el valor absoluto de una cantidad Q sin signo. Si Q es positivo, entonces $|Q| = Q$; si Q es negativo, entonces $|Q| = -Q$. Por lo tanto, $|-3| = 3$.

Ejercicios del apéndice I-A

1. ¿Qué valores de x satisfacen $3 \leq |x| \leq 8$?
2. ¿Cuál entero y se acerca más a $y \approx |\sqrt{10}|$?
3. Si al final de la semana usted cuenta sus utensilios y encuentra $\Delta w = -10$ y el número de utensilios el viernes era de 500, ¿cuántos tendrá el lunes por la mañana?
4. Dé un número razonable z que satisfaga $1 < z \ll 100$.
5. Si $y \propto x^2$ y el valor de x se duplica, ¿qué sucede con el valor de y?
6. ¿Cuánto es $\dfrac{\sum_{i=1}^{3} 3^i}{10}$?

Operaciones aritméticas y su orden de uso

Las operaciones aritméticas básicas son suma o adición (+), resta o sustracción (−), multiplicación (× o ·) y división (/ o ÷). Otra operación común, la potenciación o exponenciación (x^n), implica elevar una cantidad (x) a una determinada potencia (n). Si en una ecuación se incluyen varias de estas operaciones, se realizan en el siguiente orden: *a*) paréntesis, *b*) potenciación, *c*) división, *d*) multiplicación, *e*) suma y resta.

Un recurso mnemotécnico que le ayudará a recordar este orden es la frase: "**P**or favor, **e**xplícame con **m**ás **d**etalle la **s**uma y la **r**esta", donde las letras iniciales marcadas en negritas se refieren a las operaciones: **p**aréntesis, **e**xponentes, **m**ultiplicación, **d**ivisión, **s**uma y **r**esta. Observe que las operaciones dentro de un paréntesis siempre se realizan primero, de manera que es in-

*Este apéndice no incluye una explicación acerca de cifras significativas, ya que se presentó una explicación completa en el apartado 1.6 del capítulo 1.

dispensable utilizar adecuadamente los paréntesis. Por ejemplo $24^2/8 \cdot 4 + 12$ puede evaluarse de varias maneras. Sin embargo, de acuerdo con el orden establecido, tiene un valor único: $24^2/8 \cdot 4 + 12 = 576/8 \cdot 4 + 12 = 576/32 + 12 = 18 + 12 = 30$. Para evitar posibles confusiones, la cantidad podría escribirse con dos conjuntos de paréntesis, como sigue: $(24^2/(8 \cdot 4)) + 12 = (576/(32)) + 12 = 18 + 12 = 30$.

Ejercicio del apéndice I-B

1. Coloque los paréntesis de tal forma que $3^2 + 4^2 \cdot 1^3 - \sqrt{4} + 7$ dé 30 sin lugar a dudas.
2. Evalúe $2 \cdot 3/4 + 5/2 \times 4 - 1$.
3. Evalúe $2 \times 4 + 7 - 6/3 \times 2$.
4. ¿Cómo utilizaría los paréntesis para escribir $3^2 + 4^2 \cdot 1^3 - \sqrt{4} + 7$ de manera que todos aquellos que evalúen la expresión lleguen al resultado de 0, incluso si no conocen las reglas de orden?

Exponentes y notación exponencial

Los exponentes y la notación exponencial son muy importantes cuando se emplea la notación científica (véase el siguiente apartado). Por eso es importante familiarizarse con las potencias y con la notación exponencial (tanto con números positivos y negativos, como con enteros y fraccionarios), como en las siguientes expresiones:

$$x^0 = 1$$
$$x^1 = x \qquad x^{-1} = \frac{1}{x}$$
$$x^2 = x \cdot x \qquad x^{-2} = \frac{1}{x^2} \qquad x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}$$
$$x^3 = x \cdot x \cdot x \qquad x^{-3} = \frac{1}{x^3} \qquad x^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{x} \qquad \text{etc.}$$

Los exponentes se combinan de acuerdo con las siguientes reglas:

$$x^a \cdot x^b = x^{(a+b)} \qquad x^a/x^b = x^{(a-b)} \qquad (x^a)^b = x^{ab}$$

Ejercicios del apéndice I-C

1. ¿Cuál es el valor de $\dfrac{2^3}{2^4}$?
2. Evalúe $3^3 \times |9^{-1/2}|$.
3. Encuentre el valor (o valores) de $3^4 \times \sqrt{4^6}$.
4. ¿Cuánto es $(\sqrt{10})^4$?

Notación científica (también conocida como notación de potencias de 10)

En física, muchas cantidades tienen valores muy grandes o muy pequeños. Para expresarlos, a menudo se emplea la **notación científica**. Esta notación también se conoce como notación de potencias de 10, por obvias razones. (Véase el apartado anterior para una explicación de los exponentes.) Cuando el número 10 se eleva al cuadrado o al cubo, se tiene $10^2 = 10 \times 10 = 100$ o $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1000$. Como se observa, el número de ceros es igual a la potencia de 10. Así, 10^{23} es una forma compacta de expresar el número 1 seguido de 23 ceros.

Un número puede representarse de muchas maneras, todas las cuales son correctas. Por ejemplo, la distancia de la Tierra al Sol es de 93 millones de millas. Este valor se escribe como 93 000 000 millas. En notación científica, que es una forma más compacta, existen muchas maneras correctas de expresarlo, como 93×10^6 millas, 9.3×10^7 millas o 0.93×10^8 millas. Cualquiera de estas formas es correcta, aunque 9.3×10^7 es la que se prefiere, porque al utilizar potencias de 10 se acostumbra dejar sólo un dígito a la izquierda del punto decimal, en este caso, el 9. (Esto se llama la forma estándar.) Así que el exponente, o potencia de 10, cambia cuando el punto decimal del número que le precede se mueve.

También se emplean potencias negativas de 10. Por ejemplo, $10^{-2} = \dfrac{1}{10^2} = \dfrac{1}{100} = 0.01$. Entonces, si una potencia de 10 tiene un exponente negativo, el punto decimal se moverá a la izquierda una vez por cada potencia de 10. Por ejemplo, 5.0×10^{-2} es igual a 0.050 (dos movimientos hacia la izquierda).

El punto decimal de una cantidad expresada en notación de potencias de 10 se moverá hacia la derecha o hacia la izquierda independientemente de si la potencia de 10 es positiva o negativa. Las reglas generales para mover el punto decimal son las siguientes:

1. El exponente, o potencia de 10, *aumenta* por 1 por cada lugar que el punto decimal se mueva hacia la *izquierda*.
2. El exponente, o potencia de 10, *disminuye* por 1 por cada lugar que el punto decimal se mueva hacia la *derecha*.

Esto es simplemente una forma de decir que conforme el coeficiente (es decir, el número precedente) disminuye, el exponente aumenta de manera correspondiente, o viceversa. Al final, el número es el mismo.

Ejercicios del apéndice I-D

1. Exprese su peso (en libras) en notación científica.
2. La circunferencia de la Tierra mide aproximadamente 40 000 km. Exprese este valor en notación científica.
3. Evalúe y exprese la respuesta en notación científica: $\dfrac{12.1}{1.10 \times 10^{-1}}$.
4. Encuentre el valor de $(1.44 \times 10^2)^{1/2}$ en notación científica.
5. ¿Cómo se expresa $(3.0 \times 10^8)^2$ en notación científica?

B Álgebra y relaciones algebraicas comunes

Generalidades

La regla básica de álgebra que se utiliza para resolver ecuaciones es que si usted realiza cualquier operación legítima en ambos lados de la ecuación, ésta permanece como tal, es decir, como una igualdad. (Un ejemplo de una operación no permitida es dividir por cero; ¿por qué?) De acuerdo con esto, al sumar un número en ambos lados, al sacar la raíz cuadrada de ambos lados, al elevar al cubo ambos lados o al dividir ambos lados por el mismo número, la igualdad se mantiene.

Por ejemplo, supongamos que quiere resolver $\dfrac{x^2 + 6}{2} = 11$ para x. Para hacer esto, primero multiplique ambos lados por 2, lo que da $\left(\dfrac{x^2 + 6}{\cancel{2}}\right) \times \cancel{2} = 11 \times 2 = 22$ o $x^2 + 6 = 22$. Después, reste 6 a ambos lados para obtener $x^2 + 6 - 6 = 22 - 6 = 16$ o $x^2 = 16$. Por último, saque la raíz cuadrada de ambos lados; la solucion es $x = \pm 4$ (se esperaban dos raíces; ¿por qué?).

Algunos resultados útiles

Muchas veces se solicita *el cuadrado de la suma y/o diferencia de dos números*. Para cualesquiera números a y b:

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

De manera similar, *la diferencia de dos cuadrados* se factoriza como:

$$(a^2 - b^2) = (a + b)(a - b)$$

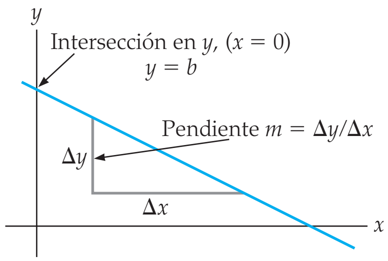
Una ecuación cuadrática es aquella que puede expresarse en la forma $ax^2 + bx + c = 0$. En esta forma, siempre es posible resolverla (generalmente para dos diferentes raíces) utilizando la *fórmula cuadrática*: $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$. En cinemática, este resultado es especialmente útil, ya que es común tener que resolver ecuaciones de la forma: $4.9t^2 - 10t - 20 = 0$. Sólo hay que insertar los coeficientes (asegurándose de incluir el signo) y despejar t (aquí, t representa el tiempo que tarda una pelota en llegar al suelo luego de que se le arrojó desde un risco; véase el capítulo 2). El resultado es

$$x = \frac{10 \pm \sqrt{10^2 - 4(4.9)(-20)}}{2(4.9)} = \frac{10 \pm 22.2}{9.8}$$
$$= +3.3 \text{ s} \quad \text{o} \quad -1.2 \text{ s}$$

En todos los problemas de este tipo, el tiempo es el tiempo "de cronómetro" y comienza desde cero; así, la respuesta negativa se ignora, pues no es razonable desde el punto de vista de la física, aun cuando sea una solución válida para la ecuación.

Resolución de ecuaciones simultáneas

En ocasiones, resolver un problema requiere resolver dos o más ecuaciones de forma simultánea. En general, si se tienen N incógnitas en un problema, necesitaremos exactamente N ecuaciones independientes. Si se tienen menos de N ecuaciones, no son suficientes para obtener soluciones completas. Si se tienen más de N ecuaciones, entonces algunas son redundantes, y aún así es posible obtener una solución, aunque más complicada. En general, en este libro, nos enfrentaremos a dos ecuaciones simultáneas, y ambas serán lineales. Las ecuaciones lineales tienen la forma $y = mx + b$. Recuerde que cuando se grafica en un sistema de coordenadas cartesianas x-y, el resultado es una línea recta con una pendiente m $(\Delta y/\Delta x)$ y una intersección de b en y, como muestra la línea azul.



Para resolver dos ecuaciones lineales de manera simultánea *gráficamente*, sólo hay que trazarlas en los ejes y evaluar las coordenadas en su punto de intersección. Mientras que esto es posible en principio, sólo se obtiene una respuesta aproximada y, por lo general, requiere un poco más de tiempo.

El método más común (y exacto) de resolver ecuaciones simultáneas implica el uso del álgebra. En esencia, se resuelve una ecuación para una incógnita y se sustituye el resultado en la otra ecuación, para terminar con una ecuación y una incógnita. Supongamos que tenemos dos ecuaciones y dos incógnitas (x y y), pero, en general, cualesquiera dos cantidades desconocidas:

$$3y + 4x = 4 \qquad \text{y} \qquad 2x - y = 2$$

Al resolver la segunda ecuación para y, se tiene $y = 2x - 2$. Al sustituir este valor para y en la primera ecuación, tenemos $3(2x - 2) + 4x = 4$. Por lo tanto, $10x = 10$ y $x = 1$. Se coloca este valor en la segunda de las dos ecuaciones originales y se obtiene $2(1) - y = 2$ y, por consiguiente, $y = 0$. (Desde luego, en este momento es conveniente sustituir las respuestas para hacer una doble verificación y ver si resuelven ambas ecuaciones.)

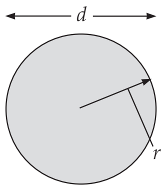
Ejercicios del apéndice I-E

1. Desarrolle $(y - 2x)^2$.
2. Exprese $x^2 - 4x + 4$ como un producto de dos factores.
3. Resuelva la siguiente ecuación para t: $4.9t^2 - 30t + 10 = 0$. ¿Cuántas raíces razonables desde el punto de vista de la física hay aquí?
4. Demuestre que una ecuación cuadrática tiene raíces reales sólo si $b^2 \geq 4ac$. ¿En qué condiciones (para a, b y c) son idénticas las dos raíces?
5. Resuelva estas ecuaciones de manera simultánea empleando el álgebra: $2x - 3y = 2$ y $3y + 5x = 7$.
6. Resuelva las dos ecuaciones del ejercicio 5 de manera aproximada utilizando métodos gráficos.

C Relaciones geométricas

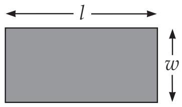
En física y en muchas otras áreas de la ciencia, es importante saber cómo encontrar circunferencias, áreas y volúmenes de algunas formas comunes. He aquí algunas ecuaciones para tales formas.

Circunferencia (c), Área (A), y Volumen (V)



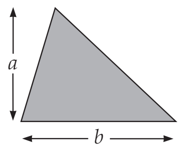
Círculo: $c = 2\pi r = \pi d$

$A = \pi r^2 = \dfrac{\pi d^2}{4}$

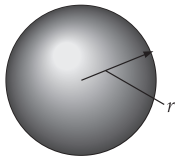


Rectángulo: $c = 2l + 2w$

$A = l \times w$

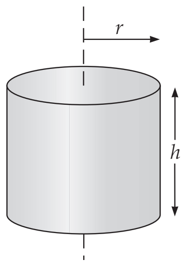


Triángulo: $A = \dfrac{1}{2}ab$



Esfera: $A = 4\pi r^2$

$V = \dfrac{4}{3}\pi r^3$



Cilindro: $A = \pi r^2$ (extremo)

$A = 2\pi rh$ (cuerpo)

$V = \pi r^2 h$

Para practicar, realice los siguientes ejercicios.

Ejercicios del apéndice I-F

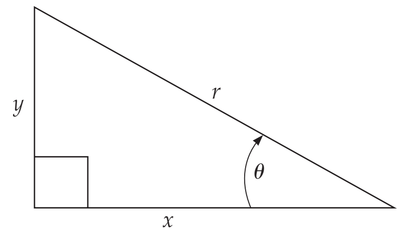
1. Estime el volumen de una bola para jugar a los bolos en centímetros cúbicos y en pulgadas cúbicas.

2. Un agujero de forma cuadrada mide 5.0 cm de lado. ¿Cuál es el área del extremo de una varilla cilíndrica que apenas cabe en el agujero?
3. Un vaso de agua tiene un diámetro interior de 4.5 cm y contiene una columna de agua de 4.0 in de alto. ¿Qué volumen de agua contiene en litros?
4. ¿Cuál es el área de la superficie total de un panqué que mide 16 cm de diámetro y 8.0 mm de grosor?
5. Calcule el volumen del panqué del ejercicio 4 en centímetros cúbicos.

D Relaciones trigonométricas

Comprender la trigonometría elemental es esencial en física, ya que muchas de las cantidades que se manejan son vectores. Aquí presentamos un breve resumen de las definiciones comunes, las primeras de las cuales usted debe conocer de memoria.

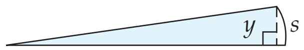
Definiciones de las funciones trigonométricas



$$\text{sen}\ \theta = \frac{y}{r} \qquad \cos\theta = \frac{x}{r} \qquad \tan\theta = \frac{\text{sen}\ \theta}{\cos\theta} = \frac{y}{x}$$

$\theta°$ (rad)	sen θ	cos θ	tan θ
$0°(0)$	0	1	0
$30°\ (\pi/6)$	0.500	0.866	0.577
$45°\ (\pi/4)$	0.707	0.707	1.00
$60°\ (\pi/3)$	0.866	0.500	1.73
$90°\ (\pi/2)$	1	0	$\rightarrow \infty$

Para ángulos muy pequeños,



θ pequeño:

$$y \longrightarrow s$$
$$x \longrightarrow r$$

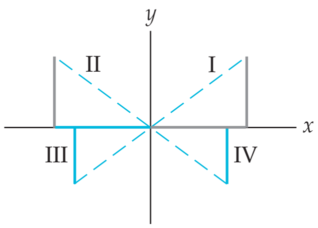
$$\theta\ (\text{en rad}) = \frac{s}{r} \approx \frac{y}{r} \approx \frac{y}{x}$$

$$\theta\ (\text{en rad}) \approx \text{sen}\ \theta \approx \tan\theta$$

$$\cos\theta \approx 1 \qquad \text{sen}\ \theta \approx \theta\ (\text{radianes})$$

$$\tan\theta = \frac{\text{sen}\ \theta}{\cos\theta} \approx \theta\ (\text{radianes})$$

El signo de una función trigonométrica depende del cuadrante o de los signos de x y y. Por ejemplo, en el segundo cuadrante, x es negativa y y positiva, por lo tanto, $\cos q = x/r$ es negativo y $\text{sen}\ q = x/r$ es positivo. (Observe que r siempre se toma como positiva.) En esta figura, las líneas grises son positivas y las azules negativas.



Algunas identidades trigonométricas útiles

$$\text{sen}^2\theta + \cos^2\theta = 1$$
$$\text{sen}\ 2\theta = 2\ \text{sen}\ \theta\cos\theta$$
$$\cos 2\theta = \cos^2\theta - \text{sen}^2\theta = 2\cos^2\theta - 1 = 1 - 2\ \text{sen}^2\theta$$
$$\text{sen}^2\theta = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\theta)$$
$$\cos^2\theta = \frac{1}{2}(1 + \cos 2\theta)$$

Para identidades de ángulo medio ($\theta/2$), simplemente reemplace θ con $\theta/2$; por ejemplo,

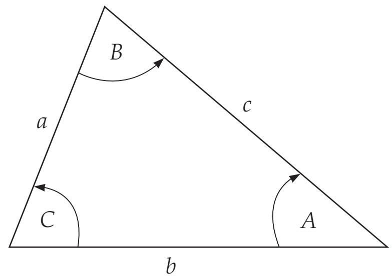
$$\text{sen}^2\theta/2 = \frac{1}{2}(1 - \cos\theta)$$
$$\cos^2\theta/2 = \frac{1}{2}(1 + \cos\theta)$$

En ocasiones, resultan de interés valores trigonométricos de sumas y diferencias de ángulos. He aquí varias relaciones básicas.

$$\text{sen}(\alpha \pm \beta) = \text{sen}\ \alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\ \text{sen}\ \beta$$
$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \text{sen}\ \alpha\ \text{sen}\ \beta$$
$$\tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan\alpha \pm \tan\beta}{1 \mp \tan\alpha\tan\beta}$$

Ley de los cosenos

Para un triángulo con ángulos A, B y C, y lados opuestos a, b y c, respectivamente:



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A \qquad \textit{(con resultados similares para } b^2 = \cdots \textit{ y } c^2 = \cdots\textit{).}$$

Si $A = 90°$, esta ecuación se reduce al teorema de Pitágoras, tal como debería:

$$a^2 = b^2 + c^2 \quad (\textit{de la forma } r^2 = x^2 + y^2)$$

Ley de los senos

Para un triángulo con ángulos A, B y C, y lados opuestos a, b y c, respectivamente:

$$\frac{a}{\text{sen}\ A} = \frac{b}{\text{sen}\ B} = \frac{c}{\text{sen}\ C}$$

Ejercicios del apéndice I-G

1. Si usted está de pie a nivel del piso, tiene que mirar hacia arriba a un ángulo de 60 grados para ver la parte superior de un edificio que está a 50 m de usted. ¿Qué tan alto es el edificio? ¿Qué tan lejos está la parte superior del edificio de usted?
2. En un conjunto de ejes cartesianos x-y, un punto se encuentra en $x = -2.5$ y $y = -4.2$. ¿En qué cuadrante se localiza? ¿Cuál es el ángulo de la línea dibujada entre el punto y el origen? (Exprese la respuesta en grados y en radianes.)

3. Utilice la ecuación del seno para la suma de dos ángulos, uno de 30° y el otro de 60°, para demostrar que el seno de un ángulo de 90° es 1.00.
4. Suponga que la órbita de la Tierra alrededor del Sol es un círculo con un radio de 150 millones de km. Calcule la distancia de la longitud de arco que recorre la Tierra alrededor del Sol en cuatro meses. Utilizando las leyes de los senos y los cosenos, determine la distancia de la línea recta entre los puntos inicial y final de este arco.
5. Un triángulo recto tiene una hipotenusa que mide 11 cm y un ángulo de 25°. Determine los dos catetos, el área y el perímetro del triángulo.

E Logaritmos

Las siguientes son definiciones y relaciones fundamentales de los logaritmos. En física, los logaritmos se utilizan a menudo; usted debe saber qué son y cómo se utilizan. Los logaritmos son muy útiles porque permiten multiplicar y dividir números muy grandes y muy pequeños sumando y restando exponentes (a los que llamamos logaritmos de los números).

Definición general de logaritmos

Si un número x se escribe como otro número a a una potencia n, como $x = a^n$, entonces n se define como *el logaritmo del número x a la base a*. Esto se escribe de forma resumida como

$$n \equiv \log_a x.$$

Logaritmos comunes

Si la base a es 10, los logaritmos se llaman *logaritmos comunes*. Cuando se utiliza la abreviación *log* sin especificar una base, se supone que ésta es 10. Si se utiliza otra base, debe especificarse claramente. Por ejemplo, $1000 = 10^3$; por consiguiente, $3 = \log_{10} 1000$, o simplemente $3 = \log 1000$. Esto se lee "3 es el logaritmo de 1000".

Identidades para logaritmos comunes

Para cualesquiera dos números x y y:

$$\log(10^x) = x$$
$$\log(xy) = \log x + \log y$$
$$\log\left(\frac{x}{y}\right) = \log x - \log y$$
$$\log(x^y) = y \log x$$

Logaritmos naturales

El logaritmo natural tiene como base el número irracional e. Para seis cifras significativas, su valor es $e \approx 2.71828\ldots$ Por fortuna, la mayoría de las calculadoras tienen este número (al igual que otros números irracionales, como pi) en la memoria. (Localice tanto e como π en su calculadora.) El logaritmo natural recibió ese nombre porque ocurre naturalmente cuando se describe una cantidad que aumenta o disminuye a un porcentaje o tasa constante. El logaritmo natural se abrevia *ln* para distinguirlo del logaritmo común, *log*. Esto es, $\log_e x \equiv \ln x$, y si $n = \ln x$, entonces, $x = e^n$. De manera similar al logaritmo común, tenemos las siguientes relaciones para cualesquiera dos números x y y:

$$\ln(e^x) = x$$
$$\ln(xy) = \ln x + \ln y$$
$$\ln\left(\frac{x}{y}\right) = \ln x - \ln y$$
$$\ln(x^y) = y \ln x$$

En ocasiones, usted tendrá que hacer conversiones entre los dos tipos de logaritmos. En tal caso, las siguientes relaciones le ayudarán:

$$\log x = 0.43429 \ln x$$
$$\ln x = 2.3026 \log x$$

Para practicar con logaritmos de los dos tipos, realice los siguientes ejercicios:

Ejercicios del apéndice I-H:

1. Utilice su calculadora para encontrar lo siguiente: log 20, log 50, log 2500 y log 3.
2. Explique por qué los números menores de 10 tienen un logaritmo negativo. ¿Tiene sentido hablar de $\log(-100)$? Explique por qué.
3. Utilice su calculadora para encontrar lo siguiente: ln 20, log 2, ln 100 y log 3.
4. Verifique dos veces sus respuestas para ln 2 y log 2 en los ejercicios 1 y 3 utilizando las relaciones $\log x = 0.43429 \ln x$ y $\ln x = 2.3026 \log x$.
5. Demuestre que las reglas para combinar logaritmos funcionan en el siguiente caso evaluando cada lado y mostrando una equivalencia: $\log 1500 = \log(15 \times 100)$, $\log 6400 = \log\left(\frac{64}{0.01}\right)$ y $\log 8 = \log(2^3)$.
6. Demuestre que las reglas para combinar logaritmos funcionan en el siguiente caso evaluando cada lado y mostrando una equivalencia: $\ln 4 = \ln(2 \times 2)$, 1n 20 5 2.3026 log (2×10) y $\log 49 = 0.43429 \ln(7^2)$.
7. Al describir el crecimiento de una colonia bacteriana, el número N de bacterias en un tiempo dado t (a partir del inicio de la observación) se escribe en términos de un número al comienzo, N_o, como sigue: $N = N_o e^{0.020t}$, donde t está en minutos. ¿Cuántos minutos tarda la colonia en duplicar su tamaño?
8. Al describir la desintegración de una muestra radiactiva de núcleos atómicos, el número N de núcleos sin desintegrar en cualquier tiempo dado t (a partir del inicio de la observación) se escribe en términos del número al comienzo, N_o, como sigue: $N = N_o e^{-0.050t}$, donde t está en años. ¿Al cabo de cuántos años aún permanece una décima parte del número original de núcleos?

APÉNDICE II Teoría cinética de los gases

Los supuestos básicos son:

1. Todas las moléculas de un gas puro tienen la misma masa (m) y están en movimiento continuo y totalmente aleatorio. (La masa de cada molécula es tan pequeña que el efecto de la gravedad sobre ella es insignificante.)
2. Las moléculas de gas están separadas por grandes distancias y ocupan un volumen insignificante en comparación con éstas.
3. Las moléculas no ejercen fuerzas unas sobre otras, excepto cuando chocan.

4. Los choques entre las moléculas y con las paredes del recipiente son perfectamente elásticos.

La magnitud de la fuerza que ejerce una molécula de gas sobre la pared del recipiente con la que choca es $F = \Delta p/\Delta t$. Suponiendo que la dirección de la velocidad (v_x) es normal a la pared, la magnitud de la fuerza promedio es

$$F = \frac{\Delta(mv)}{\Delta t} = \frac{mv_x - (-mv_x)}{\Delta t} = \frac{2mv_x}{\Delta t} \qquad (1)$$

Después de chocar contra una pared del recipiente, que por simplicidad supondremos que es un cubo con lados de longitud L, la molécula rebota en línea recta. Supongamos que la molécula llega a la pared opuesta sin chocar con ninguna otra molécula en el camino. Entonces, la molécula recorre la distancia L en un tiempo igual *a* L/v_x. Después del choque contra esa pared, suponiendo de nuevo que no hay choques en el camino de regreso, el trayecto de ida y vuelta tardará $\Delta t = 2L/v_x$. Por lo tanto, el número de choques por unidad de tiempo de una molécula contra una pared dada es $v_x/2L$, y la fuerza promedio sobre la pared por choques sucesivos es

$$F = \frac{2mv_x}{\Delta t} = \frac{2mv_x}{2L/v_x} = \frac{mv_x^2}{L} \qquad (2)$$

Los movimientos aleatorios de la gran cantidad de moléculas producen una fuerza relativamente constante sobre las paredes; la presión (p) es la fuerza total sobre una pared dividida por el área de la pared:

$$p = \frac{\Sigma F_i}{L^2} = \frac{m(v_{x_1}^2 + v_{x_2}^2 + v_{x_3}^2 + \cdots)}{L^3} \qquad (3)$$

Los subíndices se refieren a moléculas individuales.

El promedio de los cuadrados de las rapideces se determina así:

$$\overline{v_x^2} = \frac{v_{x_1}^2 + v_{x_2}^2 + v_{x_3}^2 + \cdots}{N}$$

donde N es el número de moléculas en el recipiente. En términos de este promedio, podemos escribir la ecuación 3 como

$$p = \frac{Nm\overline{v_x^2}}{L^3} \qquad (4)$$

Sin embargo, los movimientos de las moléculas se dan con igual frecuencia a lo largo de los tres ejes, así que $\overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2}$ y $\overline{v^2} = \overline{v_x^2} + \overline{v_y^2} + \overline{v_z^2} = 3\overline{v_x^2}$. Entonces

$$\sqrt{\overline{v^2}} = v_{\text{rms}}$$

donde v_{rms} es la rapidez efectiva o cuadrática media. Si sustituimos este resultado en la ecuación 4 y reemplazamos L^3 por V (dado que L^3 es el volumen del recipiente cúbico), obtenemos

$$pV = \tfrac{1}{3}Nmv_{\text{rms}}^2 \qquad (5)$$

Este resultado es correcto aunque se ignoraron los choques entre moléculas. Estadísticamente, estos choques se cancelan en promedio, de manera que el número de choques con cada pared es el descrito. Este resultado también es independiente de la forma del recipiente, pero, en este caso, el uso de un cubo simplifica la deducción.

Ahora combinamos este resultado con la ley empírica de los gases perfectos:

$$pV = Nk_BT = \tfrac{1}{3}Nmv_{\text{rms}}^2$$

Entonces, la energía cinética promedio por molécula de gas es proporcional a la temperatura absoluta del gas:

$$\overline{K} = \tfrac{1}{2}mv_{\text{rms}}^2 = \tfrac{3}{2}k_BT \qquad (6)$$

El tiempo de choque es insignificante en comparación con el tiempo entre choques. Algo de la energía cinética se convertirá momentáneamente en energía potencial durante un choque; sin embargo, podemos ignorar esta energía potencial, porque cada molécula pasa un tiempo insignificante chocando. Por lo tanto, con esta aproximación, la energía cinética total es la energía interna del gas, y la energía interna de un gas perfecto es directamente proporcional a su temperatura absoluta.

APÉNDICE III Datos planetarios

Nombre	Radio ecuatorial (km)	Masa (en comparación con la de la Tierra)*	Densidad promedio ($\times 10^3$ kg/m^3)	Gravedad en la superficie (en comparación con la de la Tierra)	Eje semimayor $\times 10^6$ km	Eje semimayor UA†	Periodo orbital Años	Periodo orbital Días	Excentricidad	Inclinación respecto a la elíptica
Mercurio	2439	0.0553	5.43	0.378	57.9	0.3871	0.240 84	87.96	0.2056	7°00′26″
Venus	6052	0.8150	5.24	0.894	108.2	0.7233	0.615 15	224.68	0.0068	3°23′40″
Tierra	6378.140	1	5.515	1	149.6	1	1.000 04	365.25	0.0167	0°00′14″
Marte	3397.2	0.1074	3.93	0.379	227.9	1.5237	1.8808	686.95	0.0934	1°51′09″
Júpiter	71 398	317.89	1.36	2.54	778.3	5.2028	11.862	4337	0.0483	1°18′29″
Saturno	60 000	95.17	0.71	1.07	1427.0	9.5388	29.456	10 760	0.0560	2°29′17″
Urano	26 145	14.56	1.30	0.8	2871.0	19.1914	84.07	30 700	0.0461	0°48′26″
Neptuno	24 300	17.24	1.8	1.2	4497.1	30.0611	164.81	60 200	0.0100	1°46′27″
Plutón	1500–1800	0.02	0.5–0.8	~0.03	5913.5	39.5294	248.53	90 780	0.2484	17°09′03″

*Masa del planeta/masa de la Tierra, donde $M_E = 6.0 \times 10^{24}$ kg.

†Unidad astronómica: 1 AU = 1.5×10^8 km, la distancia promedio entre la Tierra y el Sol.

APÉNDICE IV Lista alfabética de elementos químicos (la tabla periódica aparece al final del libro).

Elemento	Símbolo	Número atómico (núm. de protones)	Masa atómica	Elemento	Símbolo	Número atómico (núm. de protones)	Masa atómica	Elemento	Símbolo	Número atómico (núm. de protones)	Masa atómica
Actinio	Ac	89	227.0278	Francio	Fr	87	(223)	Plata	Ag	47	107.8682
Aluminio	Al	13	26.98154	Gadolinio	Gd	64	157.25	Platino	Pt	78	195.08
Americio	Am	95	(243)	Galio	Ga	31	69.72	Plomo	Pb	82	207.2
Antimonio	Sb	51	121.757	Germanio	Ge	32	72.561	Plutonio	Pu	94	(244)
Argón	Ar	18	39.948	Hafnio	Hf	72	178.49	Polonio	Po	84	(209)
Arsénico	As	33	74.9216	Hahnio	Ha	105	(262)	Potasio	K	19	39.0983
Astato	At	85	(210)	Hassio	Hs	108	(265)	Praseodimio	Pr	59	140.9077
Azufre	S	16	32.066	Helio	He	2	4.00260	Prometio	Pm	61	(145)
Bario	Ba	56	137.33	Hidrógeno	H	1	1.00794	Protactinio	Pa	91	231.0359
Berilio	Be	4	9.01218	Hierro	Fe	26	55.847	Radio	Ra	88	226.0254
Berkelio	Bk	97	(247)	Holmio	Ho	67	164.9304	Radón	Rn	86	(222)
Bismuto	Bi	83	208.9804	Indio	In	49	114.82	Renio	Re	75	186.207
Bohrio	Bh	107	(264)	Iridio	Ir	77	192.22	Rodio	Rh	45	102.9055
Boro	B	5	10.81	Iterbio	Yb	70	173.04	Rubidio	Rb	37	85.4678
Bromo	Br	35	79.904	Itrio	Y	39	88.9059	Rutenio	Ru	44	101.07
Cadmio	Cd	48	112.41	Kriptón	Kr	36	83.80	Rutherfordio	Rf	104	(261)
Calcio	Ca	20	40.078	Lantano	La	57	138.9055	Samario	Sm	62	150.36
Californio	Cf	98	(251)	Lawrencio	Lr	103	(260)	Seaborgio	Sg	106	(263)
Carbono	C	6	12.011	Litio	Li	3	6.941	Selenio	Se	34	78.96
Cerio	Ce	58	140.12	Lutecio	Lu	71	174.967	Silicio	Si	14	28.0855
Cesio	Cs	55	132.9054	Magnesio	Mg	12	24.305	Sodio	Na	11	22.989 77
Cloro	Cl	17	35.453	Manganeso	Mn	25	54.9380	Talio	Tl	81	204.383
Cobalto	Co	27	58.9332	Meitnerio	Mt	109	(268)	Tantalio	Ta	73	180.9479
Cobre	Cu	29	63.546	Mendelevio	Md	101	(258)	Tecnecio	Tc	43	(98)
Cromo	Cr	24	51.996	Mercurio	Hg	80	200.59	Telurio	Te	52	127.60
Curio	Cm	96	(247)	Molibdeno	Mo	42	95.94	Terbio	Tb	65	158.9254
Disprosio	Dy	66	162.50	Neodimio	Nd	60	144.24	Titanio	Ti	22	47.88
Dubnio	Db	105	(262)	Neón	Ne	10	20.1797	Torio	Th	90	232.0381
Einstenio	Es	99	(252)	Neptunio	Np	93	237.048	Tulio	Tm	69	168.9342
Erbio	Er	68	167.26	Niobio	Nb	41	92.9064	Tungsteno	W	74	183.85
Escandio	Sc	21	44.9559	Níquel	Ni	28	58.69	Uranio	U	92	238.0289
Estaño	Sn	50	118.710	Nitrógeno	N	7	14.0067	Vanadio	V	23	50.9415
Estroncio	Sr	38	87.62	Nobelio	No	102	(259)	Xenón	Xe	54	131.29
Europio	Eu	63	151.96	Oro	Au	79	196.9665	Yodo	1	53	126.9045
Fermio	Fm	100	(257)	Osmio	Os	76	190.2	Zinc	Zn	30	65.39
Flúor	F	9	18.998403	Oxígeno	O	8	15.9994	Zirconio	Zr	40	91.22
Fósforo	P	15	30.973 76	Paladio	Pd	46	106.42				

APÉNDICE V Propiedades de isótopos seleccionados

Número atómico (*Z*)	Elemento	Símbolo	Número de masa (*A*)	Masa atómica*	Abundancia (%) o modo de desintegración† (si es radiactivo)	Semivida (si es radiactivo)
0	(Neutrón)	n	1	1.008 665	β^-	10.6 min
1	Hidrógeno	H	1	1.007 825	99.985	
	Deuterio	D	2	2.014 102	0.015	
	Tritio	T	3	3.016 049	β^-	12.33 años
2	Helio	He	3	3.016 029	0.00014	
			4	4.002 603	≈100	
3	Litio	Li	6	6.015 123	7.5	
			7	7.016 005	92.5	

Número atómico (*Z*)	Elemento	Símbolo	Número de masa (*A*)	Masa atómica*	Abundancia (%) o modo de desintegración† (si es radiactivo)	Semivida (si es radiactivo)
4	Berilio	Be	7	7.016 930	CE, γ	53.3 d
			8	8.005 305	2α	6.7×10^{-17} s
			9	9.012 183	100	
5	Boro	B	10	10.012 938	19.8	
			11	11.009 305	80.2	
			12	12.014 353	β^-	20.4 ms
6	Carbono	C	11	11.011 433	β^+, CE	20.4 ms
			12	12.000 000	98.89	
			13	13.003 355	1.11	
			14	14.003 242	β^-	5730 años
7	Nitrógeno	N	13	13.005 739	β^-	9.96 min
			14	14.003 074	99.63	
			15	15.000 109	0.37	
8	Oxígeno	O	15	15.003 065	β^+, CE	122 s
			16	15.994 915	99.76	
			18	17.999 159	0.204	
9	Flúor	F	19	18.998 403	100	
10	Neón	Ne	20	19.992 439	90.51	
			22	21.991 384	9.22	
11	Sodio	Na	22	21.994 435	β^+, CE, γ	2.602 años
			23	22.989 770	100	
			24	23.990 964	β^-, γ	15.0 h
12	Magnesio	Mg	24	23.985 045	78.99	
13	Aluminio	Al	27	26.981 541	100	
14	Silicio	Si	28	27.976 928	92.23	
			31	30.975 364	β^-, γ	2.62 h
15	Fósforo	P	31	30.973 763	100	
			32	31.973 908	β^-	14.28 d
16	Azufre	S	32	31.972 072	95.0	
			35	34.969 033	β^-	87.4 d
17	Cloro	Cl	35	34.968 853	75.77	
			37	36.965 903	24.23	
18	Argón	Ar	40	39.962 383	99.60	
19	Potasio	K	39	38.963 708	93.26	
			40	39.964 000	β^-, CE, γ, β^+	1.28×10^9 años
20	Calcio	Ca	30	39.962 591	96.94	
24	Cromo	Cr	52	51.940 510	83.79	
25	Manganeso	Mn	55	54.938 046	100	
26	Hierro	Fe	56	55.934 939	91.8	
27	Cobalto	Co	59	58.933 198	100	
			60	59.933 820	β^-, γ	5.271 años
28	Níquel	Ni	58	57.935 347	68.3	
			60	59.930 789	26.1	
			64	63.927 968	0.91	
29	Cobre	Cu	63	62.929 599	69.2	
			64	63.929 766	β^-, β^+	12.7 h
			65	64.927 792	30.8	
30	Zinc	Zn	64	63.929 145	48.6	
			66	65.926 035	27.9	
33	Arsénico	As	75	74.921 596	100	
35	Bromo	Br	79	78.918 336	50.69	
36	Kriptón	Kr	84	83.911 506	57.0	
			89	88.917 563	β^-	3.2 min
38	Estroncio	Sr	86	85.909 273	9.8	
			88	87.905 625	82.6	
			90	89.907 746	β^-	28.8 años
39	Itrio	Y	89	89.905 856	100	
43	Tecnecio	Tc	98	97.907 210	β^-, γ	4.2×10^6 años

Número atómico (Z)	Elemento	Símbolo	Número de masa (A)	Masa atómica*	Abundancia (%) o modo de desintegración† (si es radiactivo)	Semivida (si es radiactivo)
47	Plata	Ag	107	106.905 095	51.83	
			109	108.904 754	48.17	
48	Cadmio	Cd	114	113.903 361	28.7	
49	Indio	In	115	114.903 88	95.7; β^-	5.1×10^{14} años
50	Estaño	Sn	120	119.902 199	32.4	
53	Yodo	I	127	126.904 477	100	
			131	130.906 118	β^-, γ	8.04 d
54	Xenón	Xe	132	131.904 15	26.9	
			136	135.907 22	8.9	
55	Cesio	Cs	133	132.905 43	100	
56	Bario	Ba	137	136.905 82	11.2	
			138	137.905 24	71.7	
			144	143.922 73	β^-	11.9 s
61	Prometio	Pm	145	144.912 75	CE, α, γ	17.7 años
74	Tungsteno	W	184	183.950 95	30.7	
76	Osmio	Os	191	190.960 94	β^-, γ	15.4 d
			192	191.961 49	41.0	
78	Platino	Pt	195	194.964 79	33.8	
79	Oro	Au	197	196.966 56	100	
80	Mercurio	Hg	202	201.970 63	29.8	
81	Talio	Tl	205	204.974 41	70.5	
			210	209.990 069	β^-	1.3 min
82	Plomo	Pb	204	203.973 044	β^-, 1.48	1.4×10^{17} años
			206	205.974 46	24.1	
			207	206.975 89	22.1	
			208	207.976 64	52.3	
			210	209.984 18	α, β^-, γ	22.3 años
			211	210.988 74	β^-, γ	36.1 min
			212	211.991 88	β^-, γ	10.64 h
			214	213.999 80	β^-, γ	26.8 min
83	Bismuto	Bi	209	208.980 39	100	
			211	210.987 26	α, β^-, γ	2.15 min
84	Polonio	Po	210	209.982 86	α, γ	138.38 d
			214	213.995 19	α, γ	164 μs
86	Radón	Rn	222	222.017 574	α, β	3.8235 d
87	Francio	Fr	223	223.019 734	α, β^-, γ	21.8 min
88	Radio	Ra	226	226.025 406	α, γ	1.60×10^3 años
			228	228.031 069	β^-	5.76 años
89	Actinio	Ac	227	227.027 751	α, β^-, γ	21.773 años
90	Torio	Th	228	228.028 73	α, γ	1.9131 años
			232	232.038 054	100; α, γ	1.41×10^{10} años
92	Uranio	U	232	232.037 14	α, γ	72 años
			233	233.039 629	α, γ	1.592×10^5 años
			235	235.043 925	0.72; α, γ	7.038×10^8 años
			236	236.045 563	α, γ	2.342×10^7 años
			238	238.050 786	99.275; α, γ	4.468×10^9 años
			239	239.054 291	β^-, γ	23.5 min
93	Neptunio	Np	239	239.052 932	β^-, γ	2.35 d
94	Plutonio	Pu	239	239.052 158	α, γ	2.41×10^4 años
95	Americio	Am	243	243.061 374	α, γ	7.37×10^3 años
96	Curio	Cm	245	245.065 487	α, γ	8.5×10^3 años
97	Berkelio	Bk	247	247.070 03	α, γ	1.4×10^3 años
98	Californio	Cf	249	249.074 849	α, γ	351 años
99	Einstenio	Es	254	254.088 02	α, γ, β^-	276 d
100	Fermio	Fm	253	253.085 18	CE, α, γ	3.0 d

*Las masas en esta tabla corresponden al átomo neutral, incluyendo los electrones Z.
†"CE" significa captura de electrones.

RESPUESTAS A LOS EJERCICIOS DE REFUERZO

Capítulo 1

1.1 $v_x = -0.40$ m/s, $v_y = +0.30$ m/s; la distancia no cambia.
1.2 $x = 9.00$ m, $y = 12.6$ m.
1.3 $\vec{\mathbf{v}} = (0)\,\hat{\mathbf{x}} + (3.7 \text{ m/s})\,\hat{\mathbf{y}}$.
1.4 $\vec{\mathbf{C}} = (-7.7 \text{ m})\,\hat{\mathbf{x}} + (-4.3 \text{ m})\,\hat{\mathbf{y}}$.
1.5 *a*) $y_o = +25$ m y $y = 0$; la ecuación es la misma. *b*) $\vec{\mathbf{v}} = (8.25 \text{ m/s})\,\hat{\mathbf{x}} + (-22.1 \text{ m/s})\,\hat{\mathbf{y}}$.
1.6 Ambos aumentan seis veces.
1.7 *a*) Si no, la piedra caería a un lado de la tabla. *b*) No puede aplicarse la ecuación 1.11; las alturas inicial y final no son iguales. $R = 15$ m, muy distinta de la respuesta de 27 m.
1.8 Ambas pelotas golpean el suelo con igual rapidez.
1.9 En la cúspide del arco parabólico, el movimiento vertical del jugador es cero y es muy pequeño a ambos lados de esta altura máxima. Aquí, el componente horizontal de velocidad del jugador domina, y él se mueve horizontalmente, con muy poco movimiento en la dirección vertical. Esto produce la ilusión de estar "suspendido" en el aire.
1.10 a 4.15 m de la red.
1.11 $v_{bs}t = (2.33 \text{ m/s})(225 \text{ m}) = 524$ m
1.12 a 14.5° al oeste del norte.

Capítulo 2

2.1 6.0 m/s en la dirección de la fuerza neta.
2.2 *a*) 11 lb. *b*) Peso en libras $\approx$ 2.2 lb/kg.
2.3 8.3 N
2.4 *a*) 50° por arriba del eje $+x$. *b*) componentes x y y invertidos: $\vec{\mathbf{v}} = (9.8 \text{ m/s})\,\hat{\mathbf{x}} + (4.5 \text{ m/s})\,\hat{\mathbf{y}}$.
2.5 Sí, la atracción gravitacional mutua entre el portafolios y la Tierra.
2.6 *a*) $m_2 > 1.7$ kg. *b*) $\theta < 17.5°$.
2.7 *a*) 7.35 N. *b*) Despreciando la resistencia del aire, 7.35 N, hacia abajo.
2.8 Aumenta. $\tan\theta = \dfrac{T}{mg} = \dfrac{55 \text{ N}}{(5.0 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2)} = 1.1,\ \theta = 48°$
2.9 *a*) $F_1 = 3.5w$. Incluso mayor que F_2. *b*) $\Sigma F_y = ma$ y tanto F_1 como F_2 aumentarían.
2.10 $\mu_s = 1.41\mu_k$ (para tres casos de la tabla 2.1).
2.11 No. F varía con el ángulo, siendo el ángulo para la fuerza mínima aplicada aproximadamente de 33° en este caso. (Se requieren fuerzas mayores con 20 y 50°.) En general, el ángulo óptimo depende del coeficiente de fricción.
2.12 La fricción es cinética, y f_k es en la dirección $+x$. La aceleración, en la dirección $-x$.
2.13 La resistencia del aire no sólo depende de la rapidez, sino también del tamaño y la forma. Si la pelota más pesada fuera más grande, tendría una mayor área expuesta para chocar con las moléculas del aire y la fuerza retardadora aumentaría más rápidamente. Dependiendo de la diferencia de tamaño, la pelota más pesada podría alcanzar primero la velocidad terminal, y la más ligera llegaría al suelo antes. O bien, las pelotas podrían alcanzar juntas la velocidad terminal.

Capítulo 3

3.1 -2.0 J
3.2 $d = \dfrac{W}{F\cos\theta} = \dfrac{3.80 \times 10^4 \text{ J}}{(189 \text{ N})(0.866)} = 232$ m
3.3 No, la rapidez disminuiría; dejaría de moverse.
3.4 $W_{x_1} = 0.034$ J, $W_x = 0.64$ J (medido desde x_o)
3.5 No, $W_2/W_1 = 4$, o sea, el cuádruple.
3.6 Aquí tenemos $m_s = m_g/2$, igual que antes. Sin embargo, $v_s/\vec{v}_g = (6.0 \text{ m/s})/(4.0 \text{ m/s}) = \frac{3}{2}$. Si usamos una razón, $K_s/K_g = \frac{9}{8}$, así que el defensivo profundo sigue teniendo más energía cinética que el guardia. (También podría obtenerse la respuesta calculando directamente las energías cinéticas, pero cuando se desea una comparación relativa, es más rápido utilizar razones.)
3.7 $W_3/W_2 = 1.4$, o sea, un 40% mayor. Más trabajo, pero un menor incremento porcentual.
3.8 $\Delta U = mgh = (60 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2)(1000 \text{ m})$ sen $10° = 10.2 \times 10^4$ J, sí, se duplica.
3.9 $\Delta K_{total} = 0$, $\Delta U_{total} = 0$
3.10 Sin fricción, el líquido se movería de atrás para adelante entre los contenedores.
3.11 9.9 m/s
3.12 No. $E_o = E$, o sea, $\frac{1}{2}mv_o^2 + mgh = \frac{1}{2}mv^2$. La masa se cancela, y la rapidez es independiente de la masa. (Recordemos que, en caída libre, todos los objetos o proyectiles caen con la misma aceleración vertical g.
3.13 0.025 m
3.14 *a*) 59% *b*) $E_{perdida}/t = mg(y/t) = mgv = (60\ mg)$ J/s.
3.15 El bloque se detendrá en el área áspera.
3.16 52%
3.17 *a*) El mismo trabajo en el doble del tiempo. *b*) El mismo trabajo en la mitad del tiempo.
3.18 *a*) No. *b*) Creación de energía.

Capítulo 4

4.1 5.0 m/s. Esto equivale a 18 km/h u 11 mi/h, y un ser humano puede correr con esa rapidez.
4.2 1) El barco tiene la mayor EC 2) La bala tiene la menor EC.
4.3 $(-3.0 \text{ kg}\cdot\text{m/s})\,\hat{\mathbf{x}} + (4.0 \text{ kg}\cdot\text{m/s})\,\hat{\mathbf{y}}$
4.4 Aumentaría a 60 m/s; mayor rapidez, impulso más largo, idealmente. (También hay una consideración direccional.)
4.5 $F_{prom} = \dfrac{\Delta p}{\Delta t} = \dfrac{-310 \text{ kg}\cdot\text{m/s}}{0.600 \text{ s}} = -517$ N
4.6 *a*) Para el sistema m_1/m_2, no, porque una fuerza externa actúa sobre el bloque. Si el sistema m_1/m_2 incluye a la Tierra, sí. Sin embargo, con m_2 pegada a la Tierra, la masa de esta parte del sistema sería mucho mayor que la de m_2, así que su cambio de velocidad sería insignificante. *b*) Suponiendo que la pelota se lanza en la dirección +: para quien la lanza, $v_1 = -0.50$ m/s; para quien la atrapa, $v_a = 0.48$ m/s. Para la pelota: $p = 0$, $+ 25$ kg · m/s, $+1.2$ kg · m/s.
4.7 No. Se invirtió energía en trabajo para romper el tabique, y una parte se perdió como calor y sonido.
4.8 No.
4.9 No; no puede perderse toda la energía cinética para hacer la abolladura. La cantidad de movimiento después del choque no puede ser cero, porque no era cero inicialmente. Por lo tanto, las esferas deben estar en movimiento y tener energía cinética. Esto también se ve con la ecuación 4.11; $K_f/K_i = m_1/(m_1 + m_2)$, y K_f no puede ser cero (a menos que m_1 sea cero, lo cual no es posible).
4.10 $x_1 = v_1 t = (-0.80 \text{ m/s})(2.5 \text{ s}) = -2.0$ m, $x_2 = v_2 t = (1.2 \text{ m/s})(2.5 \text{ s}) = 3.0$ m
$\Delta x = x_2 - x_1 = 3.0 \text{ m} - (-2.0 \text{ m}) = 5.0$ m. Los objetos están separados 5.0 m.

4.11 *a*) $\Delta p_1 = p_{1_f} - p_{1_o} = 32\ \text{kg}\cdot\text{m/s} - 40\ \text{kg}\cdot\text{m/s} = -8.0\ \text{kg}\cdot\text{m/s}$
$\Delta p_2 = p_{2_f} - p_{2_o} = 13\ \text{kg}\cdot\text{m/s} - 5.0\ \text{kg}\cdot\text{m/s} = +8.0\ \text{kg}\cdot\text{m/s}$
b) $\Delta p_1 = p_{1_f} - p_{1_o} = (-20\ \text{kg}\cdot\text{m/s}) - (12\ \text{kg}\cdot\text{m/s}) = -32\ \text{kg}\cdot\text{m/s}$
$\Delta p_2 = p_{2_f} - p_{2_o} = (8.0\ \text{kg}\cdot\text{m/s}) - (-24\ \text{kg}\cdot\text{m/s}) = +32\ \text{kg}\cdot\text{m/s}$
4.12 $p_{1_o} = mv_{1_o}$, $p_{2_o} = -mv_{2_o}$ y $p_1 = mv_1 = -mv_{2_o}$, $p_2 = mv_2 = mv_{1_o}$, así que se conserva $K_i = \frac{m}{2}\left(v_{1_o}^2 + v_{2_o}^2\right)$ y $K_f = \frac{m}{2}(v_1^2 + v_2^2) = \frac{m}{2}\left[(-v_{2_o})^2 + (v_{1_o})^2\right]$, así que se conserva
4.13 Todas las esferas saldrán empujadas, pero en diferente grado. Con $m_1 > m_2$, la esfera estacionaria (m_2) sale con mayor rapidez después del choque que la de la esfera más pesada (m_1) que llega, y la rapidez de la esfera más pesada se reduce después del choque, según la ecuación 4.16 (véase la figura 4.14b). Por lo tanto, se transfiere un "disparo" de cantidad de movimiento a lo largo de la hilera de esferas de igual masa (véase la figura 4.14a) y la esfera del extremo sale columpiándose con la misma rapidez que se impartió a m_2. Entonces, el proceso se repite: m_1, *que ahora se mueve más lentamente*, choca otra vez con la primera esfera de la fila (m_2) y se transfiere otro disparo de cantidad de movimiento (aunque menor) por la hilera. La nueva esfera final de la hilera recibe menos energía cinética que la que salió columpiándose un instante antes, así que no se columpia a tanta altura. Este proceso se repite instantáneamente para cada esfera, y el resultado observado es que todas las esferas salen columpiándose en distinto grado.

4.14 $$X_{CM} = \frac{(\text{igual que en el ejemplo}) + (8.0\ \text{kg})x_4}{(\text{igual que en el ejemplo}) + (8.0\ \text{kg})} =$$
$$= \frac{0 + (8.0\ \text{kg})x_4}{19\ \text{kg}} = +1.0\ \text{m}$$
$$x_4 = \left(\frac{19}{8}\right)\text{m} = 2.4\ \text{m}$$

4.15 $(X_{CM}, Y_{CM}) = (0.47\ \text{m}, 0.10\ \text{m})$; misma ubicación que en el ejemplo, a dos tercios de la longitud de la barra de m_1. *Nota*: la ubicación del CM no depende del marco de referencia.
4.16 Sí, el CM no se mueve.

Capítulo 5

5.1 $1.61 \times 10^3\ \text{m} = 1.61\ \text{km}$ (aproximadamente una milla).
5.2 *a*) 0.35% con 10° *b*) 1.2% con 20°
5.3 *a*) 4.7 rad/s, 0.38 m/s; 4.7 rad/s, 0.24 m/s *b*) Para igualar las distancias recorridas, porque las secciones curvas de la pista tienen diferente radio y, por lo tanto, diferente longitud.
5.4 120 rpm
5.5 *a*) 106 rpm *b*) $a = \sqrt{2}g = 13.9\ \text{m/s}^2$, a 45° bajo el plano de la centrífuga.
5.6 El cordel no puede estar exactamente horizontal; debe formar algún ángulo pequeño con la horizontal, así que habrá un componente hacia arriba de la fuerza de tensión, que equilibre el peso de la pelota.
5.7 No; depende de la masa: $F_c = \mu_s mg$.
5.8 No. Ambas masas tienen la misma frecuencia o rapidez angular ω, y $a_c = r\omega^2$, así que en realidad $a_c \propto r$. Recordemos que, $v = 2\pi r/T$, y que $v_2 > v_1$, con $a_c = v^2/r$.
5.9 $T = 5.2\ \text{N}$
5.10 *a*) Las direcciones de ω y α serían hacia abajo, perpendiculares al plano del CD. *b*) α negativa, lo que implica que tiene la dirección opuesta a ω.
5.11 $-0.031\ \text{rad/s}^2$
5.12 $2.8 \times 10^{-3}\ \text{m/s}^2$ una fuerza grande, pero una aceleración pequeña).
5.13 $$T^2 = \left(\frac{4\pi^2}{GM_E}\right)r^3 = \left(\frac{4\pi^2}{GM_E}\right)(R_E + h)^3 \approx \left(\frac{4\pi^2}{g}\right)R_E \approx 4R_E$$
$T = 2\sqrt{R_E} = 2(6.4 \times 10^6\ \text{m})^{\frac{1}{2}} = 5.1 \times 10^3\ \text{s}$ (¿Por qué las unidades no son consistentes?)
5.14 No, no varían linealmente; $\Delta U = 2.4 \times 10^9\ \text{J}$, un aumento de sólo el 9.1%.
5.15 Ésta es la cantidad de trabajo *negativo* efectuado por una fuerza o agente externo cuando las masas se juntan. Para separar las masas por distancias infinitas, se tendría que efectuar una cantidad igual de trabajo positivo (contra la gravedad).
5.16 $$T^2 = \left(\frac{4\pi^2}{GM_S}\right)r^3 \text{ y } M_S = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2} =$$
$$\frac{4\pi^2(1.50 \times 10^{11}\ \text{m})^3}{(6.67 \times 10^{-11}\ \text{N}\cdot\text{m}^2/\text{kg}^2)(3.16 \times 10^7\ \text{s})^2} = 2.00 \times 10^{30}\ \text{kg}$$

Capítulo 6

6.1 $s = r\omega = 5(0.12\ \text{m})(1.7) = 0.20\ \text{m}$;
$s = v_{CM}t = (0.10\ \text{m/s})(2.00\ \text{s}) = 0.20\ \text{m}$
6.2 El peso de la pelota y el del antebrazo producen momentos de torsión que tienden a producir rotación en la dirección opuesta a la del momento de torsión aplicado.
6.3 Más deformación.
6.4 $T \propto 1/\text{sen}\ \theta$, conforme θ se hace más pequeño, sen θ también, mientras que T aumenta. En el límite, sen sen $\theta \rightarrow 0$ y $T \rightarrow$ infinito (no es realista).
6.5 $\Sigma\tau$: $Nx - m_1gx_1 - m_2gx_2 - m_3gx_3 = (200\ \text{g})g(50\ \text{cm}) - (25\ \text{g})g(0\ \text{cm}) - (75\ \text{g})g(20\ \text{cm}) - (100\ \text{g})g(85\ \text{cm}) = 0$, donde $N = Mg$.
6.6 No. Con f_{s_1}, la fuerza de reacción N generalmente no será la misma (f_{s_2} y N son componentes perpendiculares de la fuerza ejercida por la pared sobre la escalera). En este caso, seguimos teniendo $N = f_{s_1}$, pero $Ny - (m_1g)x_1 - (m_mg)x_m - f_{s_2}$, y $x_3 = 0$.
6.7 Estar colgado verticalmente.
6.8 Hombre: torso superior más ligero. Mujer: torso inferior más pesado.
6.9 5 tabiques.
6.10 *d*) No (masas iguales) *e*) Sí; como la masa más grande está más lejos del eje de rotación, $I = 360\ \text{kg}\cdot\text{m}^2$.
6.11 La pértiga (o los brazos extendidos) aumenta el momento de inercia porque coloca más masa más lejos del eje de rotación (la cuerda o el riel). Cuando la persona se inclina hacia un lado, un momento de fuerza gravitacional tiende a producir una rotación en torno al eje de rotación, que causa una caída. Sin embargo, con una mayor inercia rotacional (mayor I), la persona tiene tiempo de desplazar su cuerpo de forma que el centro de gravedad esté otra vez sobre la cuerda o el riel y así esté de nuevo en equilibrio (inestable). Con pértigas muy flexibles, el CG podría estar abajo de la cuerda, lo que garantizaría la estabilidad.
6.12 $t = 0.63\ \text{s}$
6.13 $$\alpha = \frac{2\,mg - (2\tau_f R)}{(2m + M)R};\ \frac{N}{\text{kg}\cdot\text{m}};\ \text{y}\ \frac{\text{N}}{\text{kg}\cdot\text{m}} = \frac{\text{kg}\cdot\text{m/s}^2}{\text{kg}\cdot\text{m}} = \frac{1}{\text{s}^2}$$
6.14 El yoyo rodaría hacia delante y hacia atrás, oscilando en torno al ángulo crítico.
6.15 *a*) 0.24 m *b*) La fuerza de fricción *estática*, f_s, actúa en el punto de contacto, que siempre está instantáneamente en reposo y, por lo tanto, no efectúa trabajo. Podría realizarse un poco

de trabajo de fricción gracias a la fricción rodante, pero éste se considera insignificante en el caso de objetos y superficies duros.
6.16 $v_{CM} = 2.2$ m/s; utilizando una razón, 1.4 veces mayor; no hay energía rotacional.
6.17 Usted ya sabe la respuesta: 5.6 m/s. (No depende de la masa de la pelota.)
6.18 $M_a = 75\text{ kg}(0.75) = 56$ kg. Entonces, $L_1 = 13\text{ kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}$ y $L_2 = (1.3\text{ kg}\cdot\text{m}^2)\omega$ [matemáticas no mostradas]. $L_2 = L_1$ o $(1.3\text{ kg}\cdot\text{m}^2)\omega = 13\text{ kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}$ y $\omega = 10$ rad/s

Capítulo 7

7.1 *a*) +0.10% *b*) 39 kg
7.2 2.3×10^{-4} L, o sea, $2.3 \times 10^{-7}\text{ m}^3$
7.3 1) Tener suficientes clavos y 2) que todos tengan la misma altura y no estén muy afilados. Esto podría lograrse limando las puntas de los clavos para tener una superficie "uniforme". Además, esto aumentaría el área eficaz.
7.4 3.03×10^4 N (o 6.82×10^3 lb, ¡unas 3.4 toneladas!) Ésta es aproximadamente la fuerza que actúa en este momento sobre su espalda. Nuestro cuerpo no se aplasta bajo la presión atmosférica porque las células están llenas de fluidos incompresibles (principalmente agua), huesos y músculos, que reaccionan con una presión igual hacia fuera (fuerzas iguales y opuestas). Al igual que lo que sucede con las fuerzas, es una *diferencia* de presión lo que produce efectos dinámicos.
7.5 $d_o = \sqrt{\dfrac{F_o}{F_i}}d_i = \sqrt{\dfrac{1}{10}}(8.0\text{ cm}) = 2.5\text{ cm}$
7.6 La presión en las venas es menor que en las arterias (120/80).
7.7 Conforme el globo se eleva, la fuerza de flotabilidad disminuye como resultado de la disminución de temperatura (menor presión de helio, menos volumen) y el aire menos denso ($F_b = m_f g = \rho_f g V_f$). Cuando la fuerza neta es cero, la velocidad es constante. El efecto de enfriamiento continúa con la altitud, y el globo comenzará a hundirse cuando la fuerza neta sea negativa.
7.8 $r \approx 1.0$ m. $F_b = \rho g V = \rho g\left(\dfrac{4}{3}\pi r^3\right) = (0.18\text{ kg/m}^3)\left(\dfrac{4g\pi}{3}\right)(1.0\text{ m})^3 = 7.4$ N, mucho más.
7.9 *a*) El objeto se hundiría, así que la fuerza de flotabilidad es menor que el peso del objeto. Por lo tanto, la báscula daría una lectura mayor que 40 N. Con una densidad mayor, el objeto no sería tan grande y se desplazaría menos agua. *b*) 41.8 N.
7.10 11%
7.11 −18%
7.12 $r = 9.00 \times 10^{-3}\text{ m}, v = \dfrac{\text{constante}}{A} = \dfrac{8.33 \times 10^{-5}\text{ m}^3/\text{s}}{\pi(9.00 \times 10^{-3}\text{ m})^2} =$ 0.327 m/s; 23%
7.13 69%
7.14 Al caer el agua, la rapidez (v) aumenta y el área (A) debe disminuir para que Av = constante.
7.15 0.38 m

Capítulo 8

8.1 *a*) 40°C *b*) Seguramente usted sabe la respuesta: es la temperatura a la que las temperaturas Fahrenheit y Celsius son numéricamente iguales.
8.2 *a*) $T_R = T_F + 460$ *b*) $T_R = \frac{9}{5}T_C + 492$ *c*) $T_R = \frac{9}{5}T_K$
8.3 96°C
8.4 273° C; no, no en la Tierra.
8.5 50 C°
8.6 Depende del metal de la barra. Si el coeficiente de expansión térmica (α) de la barra es menor que el del hierro, no se expandirá tanto y no será tan larga como el diámetro del anillo circular después de calentarse. En cambio, si α de la barra es mayor que la del hierro, la barra se expandirá más que el anillo y éste se distorsionará.
8.7 Básicamente, las situaciones se invertirían. Se lograría un enfriamiento más rápido sumergiendo el hielo en el ejemplo 8.7: el agua más fría sería menos densa y subiría, lo que promovería el mezclado. En el caso de un lago con enfriamiento en la superficie, agua más fría y menos densa permanecería en la superficie hasta alcanzarse la densidad mínima. Con un enfriamiento posterior, el agua más densa se hundiría y el congelamiento sería del fondo hacia arriba.
8.8 v_{efectiva}, 1.69%; K, 3.41%.
8.9 La energía cinética rotacional del oxígeno es la diferencia entre las energías totales, 2.44×10^3 J. El oxígeno es menos masivo y, por lo tanto, su v_{efectiva} es mayor.

Capítulo 9

9.1 2.84×10^3 m
9.2 12.5 kg
9.3 *a*) La razón será menor porque el calor específico del aluminio es mayor que el del cobre. *b*) $Q_w/Q_{\text{olla}} = 15.2$.
9.4 Cabe esperar que la temperatura final (T_f) sea más alta porque el agua estaba a una temperatura inicial más alta. $T_f = 34.4$°C
9.5 -1.09×10^5 J (negativo porque se pierde calor)
9.6 *a*) 2.64×10^{-2} kg = 26.4 g de hielo se derrite. *b*) La temperatura final sigue siendo 0°C porque el hígado no logra perder suficiente calor para derretir todo el hielo, aunque este último estuviera inicialmente a 0°C. El resultado final es un sistema hielo/agua/hígado a 0°C, pero con más agua que en el ejemplo.
9.7 1.1×10^5 J/s (diferencia que se debe al redondeo)
9.8 No, porque los espacios de aire aíslan mejor, ya que el aire es mal conductor. Las numerosas "bolsas" de aire entre el cuerpo y la prenda exterior forman una capa aislante que reduce la conducción y así se retarda la pérdida de calor corporal. (Hay poca convección porque los espacios son pequeños.)
9.9 *a*) -1.5×10^2 J/s o -1.5×10^2 W *b*) Las enormes orejas tienen una gran área de superficie, así que es posible irradiar más calor.
9.10 Las cortinas reducen la pérdida de calor porque limitan la radiación a través de la ventana y evitan que las corrientes de convección lleguen al vidrio.

Capítulo 10

10.1 0.20 kg
10.2 En ambos casos, el flujo de calor es hacia el gas. Durante la expansión isotérmica, $Q = W = +3.14 \times 10^3$ J. Durante la expansión isobárica, $W = +4.53 \times 10^3$ J y $\Delta U = +6.80 \times 10^3$ J, así que $Q = \Delta U + W = +1.13 \times 10^4$ J.
10.3 753° C
10.4 Cuando el aire llega a menores alturas y mayores presiones, se comprime rápidamente. Este proceso es aproximadamente adiabático, lo que hace que la temperatura del aire aumente.
10.5 *a*) 142 K o −131°C *b*) Para un gas monoatómico, $\Delta U = (3/2)\, nR\Delta T = -3.76 \times 10^3$ J. Esto deberá ser igual a $-W$ porque, para un proceso adiabático, $Q = 0 = \Delta U + W$; por tanto, $\Delta U = -W$. La ligera diferencia se debe al redondeo.

10.6 -1.22×10^3 J/K
10.7 Un cambio total de entropía de cero requiere $|\Delta S_w| = |\Delta S_m|$ o $|Q_w/T_w| = |Q_m/T_m|$. Puesto que el sistema está aislado, las magnitudes de los dos flujos de calor *deben* ser iguales, $|Q_w| = |Q_m|$. Por lo tanto, para que la entropía total no cambie, el agua y el metal deben tener la misma temperatura media, $\overline{T}_w = \overline{T}_m$. Esto no es posible, a menos que inicialmente estén a la *misma* temperatura. Por esa razón, sólo puede suceder si no hay flujo de calor neto.
10.8 Si se conservan las características básicas del ciclo (forma triangular, aumento de volumen al doble), una forma de aumentar el trabajo neto (el área dentro del ciclo) sería bajar la presión aún más al final del segmento isométrico. Si se permite que el volumen aumente a más del doble durante la expansión isobárica, se obtendría el mismo resultado. Cualquier cosa que aumente el área neta (trabajo) funcionaría.
10.9 *a*) 150 J/ciclo *b*) 850 J/ciclo.
10.10 $Q_{34} = 610$ J y $Q_{23} = 730$ J, por lo tanto, $Q_c = Q_{23} + Q_{34} = 1.34 \times 10^3$ J. Esto concuerda con $Q_c = Q_h - W_{neto} = 59 \times 10^3$ J $- 245$ J $= 1.35 \times 10^3$ J (dentro del margen de error de redondeo).
10.11 *a*) Los nuevos valores son $CDD_{ref} = 3.3$ y $CDD_{hp} = 4.3$. *b*) El CDD del acondicionador de aire tiene el mayor aumento porcentual.
10.12 Tendría un aumento del 7.5%.

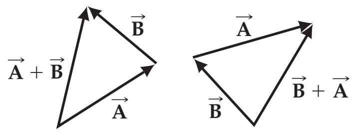
Capítulo 11

11.1 No, su rapidez máxima es $\left(\sqrt{k/m}\right)A = 4.0$ m/s. Por lo tanto, viaja al 75% de su rapidez máxima.
11.2 0.49 J
11.3 1) $y = -0.0881$ m, hacia arriba. $n = 0.90$. 2) $y = 0$, subiendo. $n = 1.5$.
11.4 9.76 m/s^2; no. Puesto que es menor que el valor aceptado al nivel del mar, el parque probablemente está situado a una altitud por encima del nivel del mar.
11.5 *a*) 0.50 m *b*) 0.10 Hz
11.6 440 Hz
11.7 Aumentar la tensión (en 44%, como puede calcularse).

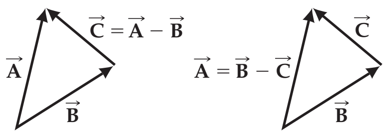
RESPUESTAS A LOS EJERCICIOS CON NÚMERO IMPAR

Capítulo 1

1. ***a)***
3. ***c)***
5. Sí, es posible. Por ejemplo, si un objeto registra movimiento circular, la velocidad (a lo largo de la tangente) es perpendicular a la aceleración (hacia el centro del círculo).
7. ***a)*** (1) mayor porque para $\theta < 45°$, $\cos\theta > \operatorname{sen}\theta$ y $v_x = v\cos\theta$ y $v_y = v\operatorname{sen}\theta$. ***b)*** 28 m/s, 21 m/s
9. ± 6.3 m/s, hay dos posibles respuestas porque el vector podría estar en el primero o en el cuarto cuadrante.
11. ***a)*** (2) al norte del este ***b)*** 1.1×10^2 m, 27° al norte del este
13. $x = 1.75$ m, $y = -1.75$ m
15. ***a)*** 75.2 m ***b)*** 99.8 m
17. ***a)*** $\theta = 56.3°$ por debajo de la horizontal ***b)*** 18.0 m/s
19. ***a)*** 1.2 m/s ***b)*** 49 m
21. ***c)***
23. ***d)***
25. Sí cuando el vector está en la dirección y, tiene un componente cero en $\hat{\mathbf{x}}$.
27. Sí, si son iguales y opuestos
29.

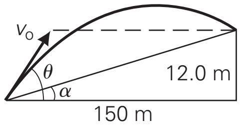


(a)

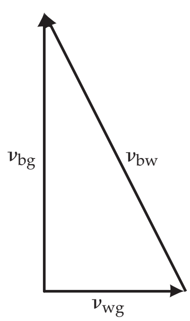


(b)

31. 4.9 m, 59° por encima del eje $-x$
33. 113 mi/h
35. ***a)*** $(-3.4 \text{ cm})\,\hat{\mathbf{x}} + (-2.9 \text{ cm})\,\hat{\mathbf{y}}$ ***b)*** 4.5 cm, 63° por encima del eje $-x$ ***c)*** $(4.0 \text{ cm})\,\hat{\mathbf{x}} + (-6.9 \text{ cm})\,\hat{\mathbf{y}}$
37. ***a)*** $(14.4 \text{ N})\,\hat{\mathbf{y}}$ ***b)*** 12.7 N a 85.0° por encima del eje $+x$
39. ***a)*** $\vec{\mathbf{v}}_2 = (-4.0 \text{ m/s})\,\hat{\mathbf{x}} + (8.0 \text{ m/s})\,\hat{\mathbf{y}}$ ***b)*** 8.9 m/s
41. 21 m/s a 51° por debajo del eje $+x$
43. ***a)*** $(-9.0 \text{ cm})\,\hat{\mathbf{x}} + (6.0 \text{ cm})\,\hat{\mathbf{y}}$ ***b)*** 33.7°, con respecto al eje $-x$
45. 8.5 N a 21° por debajo del eje $-x$
47. paralelo, 30 N; perpendicular, 40 N
49. Las fuerzas actúan sobre diferentes objetos (una sobre el caballo y la otra sobre el carro), por lo tanto, no se anulan.
51. ***a)*** (2) al norte del oeste ***b)*** 102 mi/h a 61.1° al norte del oeste
53. ***a)*** 42.8° al sur del oeste ***b)*** 0.91 m ***c)*** La razón se debe al hecho de que la pelota sigue una trayectoria curva.
55. ***b)***
57. ***b)***
59. El movimiento horizontal no afecta el movimiento vertical. El movimiento vertical de la pelota proyectada horizontalmente es idéntico al de la pelota arrojada.
61. ***a)*** 0.64 s ***b)*** 0.64 m
63. 6.4 m
65. 40 m
67. ***a)*** (2) La pelota B choca con la pelota A porque tienen la misma velocidad horizontal. ***b)*** 0.11 m, 0.11 m
69. ***a)*** a 0.77 m ***b)*** la esfera no caería de regreso.
71. 35° o 55°
73. 3.65 m/s^2
75. ***a)*** 26 m ***b)*** 23 m/s a 68° por debajo de la horizontal
77. 1.4°
79. sí, a $x = 15$ m, $y = 0.87 \text{ m} < 1.2$ m
81. 8.7 m/s
83. El pase es corto.
85. ***a)***



b) 66.0 m/s ***c)*** El tiro es demasiado largo para el hoyo.
87. ***d)***
89. No, la Tierra experimenta varios movimientos como el de traslación alrededor del Sol y el de rotación sobre sí misma.
91. Como la lluvia cae a un ángulo con respecto a usted, debería sostener el paraguas de manera que quede inclinado hacia delante.
93. Debe arrojar la pelota en línea recta hacia arriba. De esta forma, tanto usted como la pelota tendrán la misma velocidad horizontal con respecto al piso o tendrán velocidad horizontal cero entre sí, de manera que el objeto regresará a su mano.
95. 6.7 s
97. ***a)*** +85 km/h ***b)*** −5 km/h
99. 146 s = 2.43 min
101. ***a)*** Igual en ambos trayectos, 4.25° corriente arriba ***b)*** 44.6 s
103.

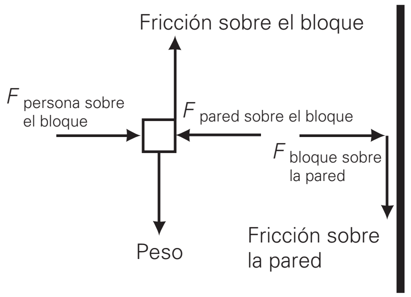


Utilice los siguientes subíndices b = bote, w = agua y g = suelo. Para que la lancha realice su trayecto directamente a través del río, v_{bw} debe ser la hipotenusa del triángulo rectángulo. Así que debe ser mayor en magnitud que v_{wg}. Si lo contrario es cierto, esto es, si $v_{wg} > v_{bw}$, la lancha no podrá viajar directamente a través del río.
105. 1.21 m/s
107. ***a)*** 24° al este del sur ***b)*** 1.5 h
111. ***a)*** 47.8 s ***b)*** 5.32×10^3 m ***c)*** 310 m/s

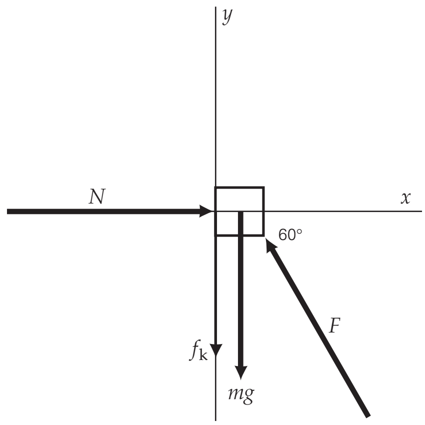
Capítulo 2

1. ***d)***
3. ***c)***
5. ***d)***
7. De acuerdo con la primera ley de Newton, su tendencia es a permanecer en reposo o en movimiento con velocidad constante. Sin embargo, el avión está acelerando más rápidamente que usted por lo que usted se queda "atrás" y se siente "empujado" contra el asiento. El asiento en realidad suministra una fuerza hacia delante para acelerarlo a la misma velocidad que el avión.
9. ***a)*** La burbuja se mueve hacia delante en la dirección de la velocidad o de la aceleración, porque la inercia del líquido resistirá la aceleración hacia delante. De manera que la burbuja de masa o inercia insignificante se mueve hacia delante con respecto al líquido. Luego se mueve hacia atrás al contrario de la velocidad (o en la dirección de la aceleración) por la misma razón. ***b)*** El principio se basa en la inercia del líquido.
11. De acuerdo con la primera ley de Newton, o la ley de la inercia, la vajilla en reposo tiende a permanecer en reposo. El rápido jalón del mantel requiere una fuerza que excede la fricción estática máxima (como se explicó en la sección 2.6), de manera que el mantel pueda moverse con respecto a la vajilla.
13. 0.40 kg
15. 0.64 m/s^2
17. ***a)*** (3) La fuerza hacia arriba es la misma en las dos situaciones. En ambas situaciones no hay aceleración en la dirección vertical, de manera que la fuerza neta en la dirección vertical es cero o la fuerza normal es igual al peso. ***b)*** 0.50 lb
19. ***a)*** (3) tanto (1) como (2) son posibles porque el estado "en reposo" y la "velocidad constante" tienen aceleración cero. ***b)*** sí, 2.5 N a 36° por encima del eje $+x$
21. ***a)*** no ***b)*** $F_5 = 4.1$ N a 13° por encima del eje $-x$
23. ***b)***
25. ***d)***
27. Habrá aceleración extra. Una camioneta pickup en la nieve (con masa incrementada) tendrá menos aceleración a causa de la masa adicional y el cohete lanzado (con masa disminuida) tendrá mayor aceleración.

29. Las "manos suaves" aquí dan por resultado un tiempo de contacto más prolongado entre la pelota y las manos. El aumento en el tiempo de contacto disminuye la magnitud de la aceleración. De acuerdo con la segunda ley de Newton, esto, a la vez, disminuye la fuerza requerida para detener la pelota y su fuerza de reacción, la fuerza sobre las manos.
31. 1.7 kg
33. ***a)*** (3) 6.0 kg, porque la masa es una medida de la inercia, y no cambia. ***b)*** 9.8 N
35. ***a)*** (1) en la Tierra. 1 lb es equivalente a 454 g, o 454 g tienen un peso de 1 lb.
b) 5.4 kg (2.0 lb)
37. ***a)*** (4) una cuarta parte. ***b)*** 4.0 m/s^2
39. 2.40 m/s^2
41. ***a)*** 30 N ***b)*** -4.60 m/s^2
43. 8.9×10^4 N
45. Louise está a salvo.
47. ***c)***
49. Las fuerzas actúan sobre diferentes objetos (una sobre el caballo y la otra sobre el carro) y, por lo tanto, no se anulan.
51. ***a)*** (2) dos fuerzas actúan sobre el libro: la fuerza gravitacional (peso, w) y la fuerza normal ejercida sobre la superficie, N.
b) La reacción de w es una fuerza hacia arriba que ejerce el libro sobre la Tierra, y la fuerza de reacción de N es una fuerza hacia abajo que ejerce el libro sobre la superficie horizontal.
53. ***a)*** la fuerza que ejercieron los tacos sobre él. ***b)*** 3.08 m/s^2
55. ***a)*** (4) el tirón de la cuerda sobre la niña. El tirón de la cuerda sobre ella es la reacción del tirón de la niña sobre la cuerda. ***b)*** 264 N
57. ***d)***
59.



La fuerza que ejerce la pared sobre el bloque $F_{\text{pared sobre el bloque}}$ y la fuerza que ejerce el bloque sobre la pared $F_{\text{bloque sobre la pared}}$ constituyen un par acción-reacción.
61. ***a)*** (1) menor que el peso del objeto, $N = w \cos\theta < w$ (para cualquier $\theta \neq 0$).
b) 98 N y 85 N
63. 585 N
65. ***a)*** 1.7 m/s^2 a 19° al norte del este
b) 1.2 m/s^2 a 30° al sur del este
67. ***a)*** 0.96 m/s^2 ***b)*** 2.6×10^2 N
69. 123 N hacia arriba de la superficie inclinada
71. 64 m
73. ***a)*** (3) tanto la separación de los árboles como del combado. ***b)*** 6.1×10^2 N
75. 2.63 m/s^2
77. 6.25×10^5 N
79. 2.0 m/s^2
81. 1.1 m/s^2 hacia arriba
83. ***a)*** (1) $T > w_2$ y $T < F$
b) 1.70×10^3 N ***c)*** 1.13×10^3 N
85. ***a)*** 1.2 m/s^2, m_1 hacia arriba m_2 hacia abajo ***b)*** 21 N
87. ***c)***
89. ***b)***
91. Esto es porque la fricción cinética (de deslizamiento) es menor que la fricción estática (de rodamiento). Una mayor fuerza de fricción podría disminuir la distancia para detenerse.
93. ***a)*** No, no hay inconsistencia. Aquí la fuerza de fricción SE OPONE al deslizamiento. ***b)*** El viento puede aumentar o disminuir la fricción del aire dependiendo de las direcciones del viento. Si este último lleva la dirección del movimiento, la fricción disminuye y viceversa.
95. ***a)*** (3) aumenta, pero más del doble. Hay fricción constante implicada en este ejercicio, de manera que la fuerza neta es mayor del doble. Así que la aceleración es mayor del doble, ***b)*** 7.0 m/s^2
97. 2.7×10^2 N
99. ***a)*** $\theta_{\text{mín}} = \tan^{-1} 0.65 = 33° > 20°$, de manera que no se moverá.
101. 0.064
103. ***a)*** (2) jalando al mismo ángulo.
b) 296 N; 748 N
105. ***a)*** 30° ***b)*** 22°
107. ***a)*** 6.0 kg ***b)*** 1.2 m/s^2
109. ***a)***



b) 30 N ***c)*** 23 N
111. ***a)*** 0.179 kg ***b)*** 0.862 m/s^2
113. ***a)*** (4) la fuerza de fricción estática sobre A que se debe a la superficie superior de B.
b) 5.00 N, 17.5N
115. ***a)*** 5.5 m/s^2 ***b)*** 173 N
117. ***a)*** 10.3 N ***b)*** 0.954 kg

Capítulo 3

1. ***d)***
3. ***b)***
5. ***a)*** No, el peso no se mueve, así que no hay desplazamiento y, por lo tanto, no hay trabajo. ***b)*** Sí, se realiza trabajo positivo mediante la fuerza ejercida por el montacargas. ***c)*** Sí, pero el trabajo positivo lo realiza la gravedad, no el montacargas.
7. Positivo hacia abajo y negativo hacia arriba. No, no es constante.
9. -98 J
11. 8.31 m
13. 3.7 J
15. 2.3×10^3 J
17. ***a)*** (2) una, la única fuerza que realiza trabajo no cero es la fuerza de fricción cinética. ***b)*** -62.5 J
19. ***a)*** 1.48×10^5 J ***b)*** -1.23×10^5 J ***c)*** 2.50×10^4 J.
21. ***a)*** El hecho de jalar requiere que el estudiante realice (1) menos trabajo. En comparación con el acto de empujar, jalar disminuye la fuerza normal sobre el cajón. Esto, a la vez, disminuye la fuerza de fricción cinética. ***b)*** jalar: 1.3×10^3 J; empujar: 1.7×10^3 J
23. No, implica más trabajo. Esto se debe a que la fuerza aumenta conforme el resorte se estira, de acuerdo con la ley de Hooke. Además, el desplazamiento es mayor.
25. 80 N/m
27. 1.25×10^5 N/m
29. ***a)*** (1) $\sqrt{2}$, porque cuando W se duplica, x se convierte en $\sqrt{2}$. Por lo tanto, se estirará por un factor de $\sqrt{2}$. ***b)*** 900 J
31. ***a)*** (1) más que, porque la fuerza requerida es mayor (mientras que el desplazamiento es igual) para estirarlo de 10 a 20 cm, de acuerdo con la ley de Hooke.
b) 0–10 cm: 0.25 J; 10–20 cm: 0.75 J
33. ***a)*** 4.5 J ***b)*** 3.5 J
35. 6.0 J
37. ***d)***
39. ***c)***
41. Reducir la rapidez a la mitad reducirá la energía cinética por $\frac{3}{4}$, mientras que reducir la masa a la mitad sólo reducirá la energía cinética a la mitad.
43. $\sqrt{2}\,v$
45. -1.3×10^3 N
47. ***a)*** 45 J ***b)*** 21 m/s
49. 200 m
51. 2.0×10^3 m
53. ***d)***
55. ***d)***
57. Tendrán la misma energía potencial en la parte superior porque tienen la misma altura.
59. ***a)*** (4) sólo la diferencia entre las dos alturas, porque el cambio en la energía potencial depende sólo de la diferencia de altura, no de las posiciones. ***b)*** la posición baja 0.51 m
61. ***a)*** (4) igual para todos, porque el cambio en la energía potencia es independiente del nivel de referencia.
b) $U_b = -44$ J, $U_a = 66$ J ***c)*** -1.1×10^2 J
63. 1/25
65. ***a)*** 0.154 J ***b)*** -0.309 J
67. ***d)***
69. La energía potencial inicial es igual a la energía potencial final, de manera que la altura final es igual a la altura inicial.
71. Sí. Cuando la pelota lanzada hacia arriba está a su máxima altura, su velocidad es cero, así que tiene la misma energía que la pelota que se deja caer. Como la energía total de cada pelota se conserva, ambas pelotas tendrán la

misma energía mecánica a la mitad de la altura de la ventana. De hecho, ambas pelotas tendrán la misma energía cinética y potencial cuando estén a la mitad de la altura.

73. 5.10 m

75. ***a)*** (3) en el punto más bajo de la oscilación del columpio, porque cuanto menor es la energía potencial (en la parte inferior es mínima), más alta es la energía cinética y, por lo tanto, la rapidez. ***b)*** 5.42 m/s

77. 0.176 m

79. ***a)*** 1.03 m ***b)*** 0.841 m ***c)*** 2.32 m/s

81. ***a)*** 11 m/s ***b)*** no ***c)*** 7.7 m/s

83. ***a)*** 2.7 m/s ***b)*** 0.38 m ***c)*** 29°

85. -7.4×10^2 J

87. 12 m/s

89. ***b)***

91. No, se paga por la energía porque kWh es la unidad de potencia $\times$ tiempo = energía. 9.0×10^6 J

93. Efectúan la misma cantidad de trabajo (igual masa, igual altura). Así que el que llega primero habrá gastado más potencia a causa del intervalo de tiempo más corto.

95. 97 W

97. 5.7×10^{-5} W

99. 6.0×10^2 J

101. ***a)*** 5.5×10^2 W ***b)*** 0.74 hp

103. 48.7%

105. 5.0×10^2 W

107. 0.536

109. 10 m

Capítulo 4

1. ***b)***

3. ***d)***

5. No necesariamente. Incluso si la cantidad de movimiento es la misma, masas diferentes podrán tener energías cinéticas distintas.

7. ***a)*** 1.5×10^3 kg·m/s ***b)*** cero

9. ***a)*** 85 kg·m/s ***b)*** 3.0×10^4 kg·m/s

11. 31 m/s

13. 4.05 kg·m/s en la dirección contraria a v_o

15. ***a)*** 13 kg·m/s ***b)*** 43 kg·m/s

17. $\Delta\vec{\mathbf{p}} = (-3.0 \text{ kg} \cdot \text{m/s})\,\hat{\mathbf{y}}$

19. 16 N

21. 68 N

23. ***a)*** 10.6 kg·m/s en dirección contraria a v_o ***b)*** 2.26×10^3 N

25. ***a)*** 2.09 kg·m/s ***b)*** 24.0 N hacia arriba

27. ***c)***

29. Deteniéndose, el tiempo de contacto es menor. De acuerdo con el teorema de la cantidad de movimiento del impulso ($F_{\text{prom}}\Delta t = \Delta p = mv - mv_o$), un menor tiempo de contacto dará por resultado una mayor fuerza si todos los demás factores (m, v_o, v) permanecen constantes.

31. En ***a)***, ***b)*** y ***c)***, al haber mayor tiempo de contacto, hay menor fuerza promedio. Esto se debe a que ($F_{\text{prom}}\Delta t = \Delta p = mv - mv_o$) de manera que cuanto mayor es Δt, menor es F. También disminuye la presión sobre el cuerpo porque la fuerza se distribuye sobre una mayor área.

33. 6.0×10^3 N

35. ***a)*** 1.2×10^3 N ***b)*** 1.2×10^4 N

37. ***a)*** (2) el conductor aplicando los frenos, porque reduce la rapidez. ***b)*** 28.7 m/s

39. ***a)*** Golpearlo requiere una mayor fuerza. La fuerza es proporcional al cambio en la cantidad de movimiento. Cuando una pelota cambia su dirección, el cambio en la cantidad de movimiento es mayor. ***b)*** 1.2×10^2 N en la dirección contraria a v_o

41. 1.1×10^3 N, 4.7×10^2 N

43. 15 N hacia arriba

45. ***a)*** 36 km/h, a 56° al norte del este ***b)*** se pierde el 49%

47. 8.06 kg · m/s, 29.7° por arriba del eje $-x$

49. ***d)***

51. El aire se mueve hacia atrás y la lancha se mueve hacia delante de acuerdo con la conservación de la cantidad de movimiento. Si la vela se colocara detrás del ventilador en la lancha, ésta no iría hacia delante porque las fuerzas entre el ventilador y la vela son fuerzas internas del sistema.

53. No, es imposible. Antes del golpe, hay algo de cantidad de movimiento inicial del sistema de dos objetos que se debe al que está en movimiento. De acuerdo con la conservación de la cantidad de movimiento, el sistema también debería tener cantidad de movimiento después del golpe. Por lo tanto, no es posible que ambos estén en reposo (cantidad de movimiento total del sistema igual a cero).

55. se mueve 0.083 m/s en dirección contraria

57. 1.08×10^3 s = 18.1 min

59. 7.6 m/s, 12° por encima del eje $+x$

61. ***a)*** 45 km/h ***b)*** 15 km/h ***c)*** 105 km/h

63. 0.33 m/s

65. 0.78 m/s

67. ***a)*** 4.0 m/s ***b)*** 4.0 m/s

69. 82.8 m

71. ***a)*** 9.7° ***b)*** 0.10 m/s

73. ***c)***

75. ***a)***

77. Esto se debe al hecho de que la cantidad de movimiento es un vector y la energía cinética un escalar. Por ejemplo, dos objetos de igual masa que viajan con la misma rapidez, pero en direcciones opuestas tienen la energía cinética total positiva, pero cero cantidad de movimiento total. Después de su choque inelástico, ambos se detienen, lo que da por resultado energía cinética total igual a cero y cantidad de movimiento total igual a cero. Por lo tanto, la energía cinética se pierde y la cantidad de movimiento se conserva.

79. Sí, es posible. Por ejemplo, cuando dos objetos de igual masa se aproximan uno al otro con igual rapidez, la cantidad de movimiento inicial total es cero. Después de que chocan, si ambos permanecen estacionarios, la cantidad de movimiento total sigue siendo cero. Sin embargo, después del choque, el sistema de dos objetos se queda sin energía cinética.

81. $v_p = -1.8 \times 10^6$ m/s; $v_a = 1.2 \times 10^6$ m/s

83. $v_1 = -0.48$ m/s; $v_2 = +0.020$ m/s

85. $v_p = 38.2$ m/s, $v_c = 40.2$ m/s

87. 0.94 m

89. 1.1×10^2 J

91. ***a)*** (1) Al sur del este de acuerdo con la conservación de la cantidad de movimiento. La cantidad de movimiento inicial de la minivagoneta es hacia el sur, y la del automóvil es hacia el este, de manera que el sistema de los dos vehículos tienen una cantidad de movimiento hacia el sureste después del choque. ***b)*** 13.9 m/s, 53.1° al sureste

93. no, 1.1 kg·m/s, 249°

95. ***a)*** 28% ***b)*** 1.3×10^7 m/s

97. $\theta_1 = 9.94°$, $\theta_2 = 19.8°$

99. ***d)***

101. El centro de masa del flamingo se ubica directamente por encima de la extremidad sobre el suelo para que esté en equilibrio.

103. ***a)*** (0, −045 m) ***b)*** no, sólo que están equidistantes del CM, por las masas iguales de las partículas.

105. ***a)*** a 4.6×10^6 m del centro de la Tierra ***b)*** 1.8×10^6 m por debajo de la superficie de la Tierra

107. 82.8 m

109. El CM tanto de la lámina como del círculo están en el centro del cuadrado. Así que a partir de la simetría, el CM de la porción restante sigue estando en el centro de la lámina.

111. 0.175 m

113. ***a)*** el de 65 kg recorre 3.3 m y el de 45 kg recorre 4.7 m ***b)*** iguales distancias como en el inciso ***a)***

115. extremo pesado : 5.59 m; extremo ligero: 6.19 m

117. ***a)*** 0.222° ***b)*** 199 m/s

119. ***a)*** 4.65 m/s, $\theta = 2.13°$ ***b)*** $K < K_o$, inelástico

Capítulo 5

1. ***c)***

3. 2π rad = 360°, así que 1 rad = 57.3°

5. (2.5 m, 53°)

7. 1.4×10^9 m

9. ***a)*** 30° ***b)*** 75° ***c)*** 135° ***d)*** 180°

11. ***a)*** 4.00 rad ***b)*** 229°

13. 10.7 rad

15. ***a)*** 129° ***b)*** aproximadamente 1.4×10^4 km

17. 28.3 m

19. ***a)*** 3.0×10^2 rad ***b)*** 91 m

21. ***b)***

23. ***d)***

25. Observar desde lados opuestos daría sentidos circulares diferentes, esto es, el sentido en el movimiento de las manecillas del reloj sería al contrario y viceversa.

27. 21 a 47 rad/s

29. 1.8 s

31. la partícula B

33. ***a)*** 0.84 rad/s ***b)*** 3.4 m/s, 4.2 m/s

35. ***a)*** La rapidez angular de rotación es mayor porque el tiempo es menor (el desplazamiento angular es igual). ***b)*** 7.27×10^{-5} rad/s para rotación, 1.99×10^{-7} rad/s para revolución

37. ***a)*** 60 rad ***b)*** 3.6×10^3 m

39. ***d)***

41. ***d)***

43. Los flotadores de la pequeña masa se moverán en la dirección de la aceleración, hacia dentro. Funciona de la misma forma que el acelerómetro de la figura 2.24. No, no hay diferencia, puesto que la aceleración centrípeta siempre es hacia dentro.

45. Se requiere la fuerza centrípeta para que un automóvil conserve su trayectoria circular. Cuando un vehículo va por una curva peraltada, el componente horizontal de la fuerza normal sobre el automóvil apunta hacia el centro de la trayectoria circular. Este componente permitirá al automóvil que tome la curva incluso cuando no hay fricción.

47. 1.3 m/s
49. 2.69×10^{-3} m/s^2
51. 11.3°
53. ***a)*** el peso suministra la fuerza centrípeta ***b)*** 3.1 m/s
55. 29.5 N, la cuerda servirá
57. ***a)*** $v = \sqrt{rg}$ ***b)*** $h = (5/2)r$
61. ***d)***
63. Sí, un automóvil en movimiento circular siempre tiene aceleración centrípeta. Sí, también tiene aceleración angular conforme aumenta su rapidez.
65. La respuesta es no. Cuando la aceleración angular aumenta, la rapidez tangencial se incrementa, lo que da por resultado un aumento en la aceleración centrípeta.
67. 1.1×10^{-3} rad/s^2
69. ***a)*** (3) la aceleración angular y la centrípeta. Siempre hay aceleración centrípeta para cualquier vehículo en movimiento circular. Cuando el automóvil aumenta su rapidez en una pista circular, también hay aceleración angular. ***b)*** 53 s
c) $\vec{\mathbf{a}} = -(8.5\ \text{m/s}^2)\,\hat{\mathbf{r}} + (1.4\ \text{m/s}^2)\,\hat{\mathbf{t}}$
71. 6.69 rad/s^2
73. ***a)*** 2.45 rad/s^2 ***b)*** 17.0 m/s^2 ***c)*** 38.2 N
75. ***d)***
77. No, estos términos no son correctos. La gravedad actúa sobre los astronautas y sobre la nave espacial, suministrando la fuerza centrípeta necesaria para estar en órbita, así que g no es cero y, por definición, hay peso ($w = mg$). La "flotación" ocurre porque la nave espacial y los astronautas están "cayendo" ("acelerando" hacia la Tierra a la misma tasa).
79. Sí, si también se conoce el radio de la Tierra. La aceleración de la gravedad cerca de la superficie de la Tierra se escribe como $a_g = GM_E/R_E^2$. Con tan sólo medir a_g, es posible determinar $M_E = a_g R_E^2/G$.
81. 2.0×10^{20} N
83. 8.0×10^{-10} N, hacia la esquina opuesta
85. 3.4×10^5 m
87. 1.5 m/s^2
89. ***a)*** -2.5×10^{-10} J ***b)*** 0
91. ***c)***
93. ***d)***
95. ***a)*** Los cohetes se lanzan hacia el este para adquirir más velocidad en relación con el espacio porque la Tierra gira hacia el este. ***b)*** La rapidez tangencial de la Tierra es mayor en Florida porque ahí se está más cerca del ecuador que en California y, por lo tanto, hay una mayor distancia con respecto al eje de rotación. Además, el lanzamiento se hace cerca del océano por seguridad.
97. ***a)*** 3.7×10^3 m/s ***b)*** 34%
99. 4.4×10^{11} m
101. 1.53×10^9 m
103. ***a)*** 8.91 m/s^2, hacia el centro
b) 1.40×10^4 N, hacia el automóvil
c) 2.27 m/s^2, velocidad contraria
d) 9.19 m/s^2, $\theta = 75.7°$
105. 31 s ***b)*** 19 rev
107. 2.97×10^{30} kg

Capítulo 6

1. ***a)***
3. ***b)***
5. ***b)***
7. Si v es menor que $R\omega$, el objeto se está deslizando. Si, es posible que v sea mayor que $R\omega$ cuando el objeto se desliza.
9. En la posición de las nueve en punto, la velocidad es en línea recta hacia arriba. Así que se trata de una "caída libre" con una velocidad inicial hacia arriba. Se elevará, alcanzará una altura máxima y luego caerá.
11. 0.10 m
13. 1.7 rad/s
15. ***a)*** 0.0331 rad/s^2 ***b)*** 1.99×10^{-3} m/s^2
17. ***b)***
19. ***a)***
21. Esto es para bajar el centro de gravedad de manera que el peso tenga un brazo de palanca más corto y, por lo tanto, un menor momento de torsión.
23. El momento de torsión de la fricción provoca que la motocicleta gire hacia arriba hasta equilibrarse con el momento de torsión del peso.
25. 5.6×10^2 N
27. 3.3×10^2 N
29. ***a)*** Sí, el sube y baja se equilibra si los brazos de palanca son adecuados para los pesos de los niños porque el momento de torsión es igual a la fuerza multiplicada por el brazo de palanca. ***b)*** 2.3 m
33. 1.6×10^2 N
35. ***a)*** en sentido de las manecillas del reloj. ***b)*** 4.66 m · N
37. 0, 9.80 m · N, 17.0 m · N, 19.6 m · N
39. ***a)*** (2) hacia la báscula situada debajo de la cabeza de la persona, porque la distribución de la masa del cuerpo humano tiende más hacia la parte superior que hacia la parte inferior. **(b)** a 0.87 m de los pies
41. Sí, el centro de gravedad de cada regla está sobre o a la izquierda del borde de la mesa.
43. a 1.2 m del extremo izquierdo de la tabla
45. $T_1 = 21$ N, $T_2 = 15$ N
47. ***a)*** (2) la tabla con el payaso encima. A primera vista, parece haber dos factores que dan por resultado una mayor tensión en la cuerda. Uno es el peso extra del payaso. El otro es el brazo de palanca acortado de la tensión en la cuerda cuando está en ángulo. Sin embargo, el peso de la tabla y el payaso también habrá acortado sus brazos de palanca por el mismo factor, así que los efectos se anulan. ***b)*** 172 N, 539 N
49. ***d)***
51. ***a)***
53. ***a)*** Sí. El momento de inercia tiene un valor mínimo que se calcula alrededor del centro de masa. ***b)*** No, la masa tendría que ser negativa.
55. El huevo duro es un cuerpo rígido, mientras que el huevo crudo no lo es.
57. Esto es para aumentar el momento de inercia. Si el equilibrista comienza a girar (caerse), la aceleración angular será menor y, por lo tanto, habrá mayor tiempo para recuperarse.
59. 0.64 m · N
61. ***a)*** 2.4 kg · m^2 ***b)*** 0.27 kg · m^2 ***c)*** 2.4 kg · m^2 (igual)
63. 1.1 rad
65. 1.2 m/s^2
67. ***a)*** 2.93 m · N ***b)*** 58.7 N
69. ***a)*** 1.5g ***b)*** posición de 67 cm
71. 6.5 m/s^2
73. ***a)*** (3) $7\mu_s/2$ ***b)*** 63.8°
75. ***c)***
77. Sí. La energía cinética de rotación depende del momento de inercia, que depende tanto de la masa como la de distribución de ésta. La energía cinética de traslación depende sólo de la masa.
79. De acuerdo con el teorema de trabajo-energía, se requiere trabajo de rotación para producir un cambio en la energía cinética de rotación. El trabajo de rotación (W) se realiza mediante un momento de torsión (τ) que actúa a través de un desplazamiento angular (θ).
81. ***a)*** 28 J ***b)*** 14 W
83. 0.47 m · N
85. 0.16 m
87. 78.5 N
89. el cilindro llega más alto por 7.1%
91. ***a)*** 1.31×10^8 J ***b)*** 1.46×10^6 W
93. ***a)*** 29% ***b)*** 40% ***c)*** 50%
95. ***a)*** $v = \sqrt{gR}$ ***b)*** $h = 2.7R$ ***c)*** ingravidez
97. ***d)***
99. Caminar hacia el centro disminuye el momento de inercia y aumenta la rapidez de rotación.
101. En cada caso, el cambio en el vector de cantidad de movimiento angular de la rueda se compensa mediante la rotación de la persona para conservar la cantidad de movimiento total, así que la cantidad de movimiento angular vertical permanece constante.
103. ***a)*** cero ***b)*** La energía cinética lineal se convierte en energía cinética de rotación.
105. 1.4 rad/s
107. $L_{rot} = 2.4 \times 10^{29}$ kg · m^2/s; $L_{rev} = 2.8 \times 10^{34}$ kg · m^2/s
109. 1.18 rad/s
111. ***a)*** 4.3 rad/s ***b)*** $K = 1.1K_o$ ***c)*** el trabajo que efectúa el patinador
113. $d = b(v_o/v)$
115. ***a)*** (2) gira en dirección opuesta a la que el gato camina, porque de acuerdo con la conservación de la cantidad de movimiento angular, la perezosa Susan girará en dirección opuesta. ***b)*** 0.56 rad/s ***c)*** no, 2.1 rad
117. ***a)*** 33.1 rad/s ***b)*** 5.29 m/s ***c)*** 28.6 rad/s, 4.58 m/s
119. 0.104 m/s

Capítulo 7

1. ***c)***
3. ***d)***
5. El alambre de acero tiene un mayor módulo de Young. El módulo de Young es una medida de la relación entre el esfuerzo y la deformación. Para un esfuerzo dado, un mayor módulo de Young tendrá una menor deformación. El acero sufrirá una menor deformación aquí.

7. A través de la acción capilar, la clavija de madera absorbe el agua y hace que la roca se hinche y se divida.
9. 3.1×10^4 N/m^2
11. ***a)*** 9.4×10^4 N/m^2 ***b)*** 1.2×10^5 N/m^2
13. 47 N
15. ***a)*** (1) un día frío, porque las vías se expanden cuando la temperatura aumenta. ***b)*** 1.9×10^5 N
17. ***a)*** se dobla hacia el latón, porque las tensiones son las mismas para ambos, y el latón tiene un menor módulo de Young. El latón tendrá una mayor deformación $\Delta L/L_o$, así que se comprimirá más. Por consiguiente, el latón será más corto que el cobre. ***b)*** latón: $\Delta L / L_o = 2.8 \times 10^{-3}$, cobre: $\Delta L / L_o = 2.3 \times 10^{-3}$
19. 4.2×10^{-7} m
21. ***a)*** El alcohol etílico tiene la mayor compresibilidad, porque tiene el menor módulo de volumen B. Cuanto menor es B, mayor es la compresibilidad. ***b)*** $\Delta p_w/\Delta p_{ea} = 2.2$
23. 7.28×10^5 N/m^2
25. ***d)***
27. ***a)***
29. Las llantas de la bicicleta tienen una área de contacto mucho menor con el piso, así que necesitan una presión más alta para equilibrar el peso de la bicicleta y del ciclista.
31. ***a)*** La presión se determina sólo por la profundidad, así que no hay efecto (igual profundidad, igual presión). ***b)*** Por lo general, las presas son más anchas en el fondo porque la presión aumenta a mayor profundidad.
33. ***a)*** La presión dentro de la lata es igual a la presión atmosférica que hay afuera. Cuando el líquido se vierte de una lata sin ventila, se forma un vacío parcial adentro, y la diferencia de presión hace que sea difícil verter el líquido. ***b)*** Cuando se presiona un cuentagotas antes de insertarlo en un líquido, se está forzando al aire a salir y se reduce la presión dentro del gotero. Cuando se retira la tapa y el gotero se introduce en un líquido, éste sube en el gotero por la presión atmosférica. ***c)*** Al inhalar, los pulmones se expanden físicamente, la presión interna disminuye, y el aire fluye hacia los pulmones. Al exhalar, los pulmones se contraen, la presión interna aumenta y el aire se ve forzado a salir.
35. ***a)*** (1) una mayor altura que el barómetro de mercurio, a causa de su menor densidad. ***b)*** 10 m
37. ***a)*** (1) una columna más alta porque tiene menor densidad. ***b)*** 22 cm
39. 6.39×10^{-4} m^2
41. ***a)*** (3) Una menor presión dentro de la lata conforme el vapor se condensa. Como hay un vacío parcial dentro de la lata, la fuerza neta que ejerce la presión atmosférica sobre el exterior aplasta la lata. ***b)*** 1.6×10^4 N = 3600 lb
43. $p = -1.1 \times 10^4$ Pa. Obviamente, la presión no puede ser negativa, así que este cálculo demuestra que la densidad del aire no es una constante, pero la densidad del aire disminuye rápidamente con la altitud.
45. 0.51 N
47. 2.2×10^5 N (aproximadamente 50000 lb)
49. 1.9×10^2 m/s
51. ***a)*** 1.1×10^8 Pa ***b)*** 1.9×10^6 N
53. 549 N, 1.37×10^6 Pa
55. 0.173 N
57. ***c)***
59. ***a)***
61. El hielo tiene un mayor volumen que el agua con igual masa. El nivel no cambia. Conforme el hielo se derrite, el volumen del agua recién convertida disminuye; sin embargo, el hielo, que inicialmente estaba arriba de la superficie del agua, ahora está bajo el agua. Esto compensa la disminución en el volumen. No importa si el hielo está hueco o no.
63. La misma fuerza de flotabilidad, porque ésta depende sólo del volumen de los fluidos desplazados y es independiente de la masa del objeto.
65. ***a)*** (3) permanece a cualquier altura en el fluido, porque el peso se equilibra exactamente por la fuerza de flotación. Donde quiera que se coloque el objeto, permanecerá ahí. ***b)*** se hunde, $W > F_b$
67. 2.6×10^3 kg
69. no, $14.5 \times 10^3 \text{ kg/m}^3 < \rho_g = 19.3 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$
71. ***a)*** 0.09 m ***b)*** 8.1 kg
73. 1.00×10^3 kg/m^3 (probablemente H_2O)
75. 17.7 m
77. 8.1×10^2 N
79. ***a)***
81. ***d)***
83. Hay muchos vasos capilares y sólo unas cuantas arterias. El área total de los capilares es mayor que la de las arterias. Así que si A aumenta, v disminuye.
85. ***a)*** La concavidad hace que el aire viaje más rápidamente debajo del automóvil. Este aumento en la rapidez reducirá la presión bajo el vehículo. La diferencia de presión fuerza al automóvil hacia el suelo para suministrar una mayor fuerza normal y fricción para la tracción. ***b)*** El deflector produce una fuerza hacia abajo para una mejor tracción y una mayor fricción.
87. 0.98 m/s
89. ***a)*** 3.5 cm^3/s ***b)*** 0.031% ***c)*** Es una necesidad fisiológica. La menor rapidez se necesita para dar tiempo al intercambio de sustancias, como el oxígeno, entre la sangre y los tejidos.
91. 53.6 Pa
93. ***a)*** 0.13 m^3/s ***b)*** 1.8 m/s
95. 2.2 Pa
99. ***c)***
101. El 10 y el 40 son mediciones de la viscosidad y la "W" significa invierno (*winter*).
103. 3.5×10^2 Pa
105. 13.5 s
107. 8.0×10^2 kg/m^3
109. ***a)*** 3.83 m/s ***b)*** 399

Capítulo 8

1. ***b)***
3. ***a)***
5. el filamento de la lámpara incandescente, hasta 3000°C
7. Celsius
9. ***a)*** 302°F ***b)*** 90°F ***c)*** −13°F ***d)*** −459°F
11. ***a)*** 245°F ***b)*** 375°F
13. 56.7°C y −62°C
15. ***a)*** (3) $T_F = T_C$, porque se desea encontrar la temperatura a la que las escalas Celsius y Fahrenheit arrojan la misma lectura. ***b)*** −40°C = −40°F
17. ***a)*** −101 F° ***b)*** 558 F°
19. ***a)*** (2) $T_C = 0$, porque $T_F = 9/5\, T_C + 32$, en comparación con $y = ax + b$. Para encontrar la intersección en y, hacemos que $x(T_C) = 0$. ***c)*** 5/9; −18°C
21. ***a)***
23. El volumen del gas se mantiene constante. Así que si la temperatura aumenta, también lo hace la presión, y viceversa, de acuerdo con la ley del gas ideal. Por consiguiente, la temperatura se determina midiendo la presión.
25. El cero absoluto implica presión o volumen cero. La temperatura absoluta negativa implica presión o volumen negativo.
27. Igual, porque un mol se define en función del número de moléculas.
29. ***a)*** −273°C ***b)*** −23°C ***c)*** 0°C ***d)*** 52°C
31. ***a)*** 53541°F; 29727°C ***b)*** 0.910%
33. ***a)*** (2) disminuye, porque $p_1V_1/T_1 = p_2V_2/T_2$. Con $V_1 = V_2$, $T_2/T_1 = p_2/p_1$ o la temperatura es proporcional a la presión. ***b)*** 167°C
35. 1.7×10^{23}
37. 0.0370 m^3
39. 0.16 L
41. 33.4 lb/in^2
43. 2.31 atm
45. ***a)*** (1) aumenta, porque con $p = p_o$, $p_oV_o/T_o = pV/T$ se vuelve $V/V_o = Tp_o/(T_op) = T/T_o$ o el volumen es proporcional a la temperatura. ***b)*** 10.6%
47. 5.1 cm^3
49. ***c)***
51. ***a)*** el hielo se mueve hacia arriba ***b)*** el hielo se mueve hacia abajo ***c)*** el cobre
53. Cuando sólo la pelota se calienta, se expande y no pasa por el anillo. Cuando este último se calienta, se expande y el hoyo es más grande, así que la pelota pasa por él de nuevo.
55. El metal tiene un coeficiente de expansión térmica más alto que el vidrio. La tapa se expande más que el vidrio, así que es más fácil aflojarla.
57. ***a)*** (1) mayor, porque la cinta se encoge. Una división en la cinta (ahora es menos de una división por el encogimiento) todavía lee una división. ***b)*** 0.060%
59. 0.0027 cm
61. ***a)*** 60.1 cm ***b)*** 3.91×10^{-3} cm^2, sí
63. ***a)*** (1) el anillo, así que se expande, entonces la pelota pasa a través de él. ***b)*** 353°C
65. 5.52×10^{-4}/C°
67. ***a)*** más grande, porque se expande ***b)*** 5.5×10^{-6} m^3
69. ***a)*** 116°C ***b)*** no
71. sí, 79°C
73. ***a)***
75. Los gases se difunden a través de la membrana porosa, pero el gas helio se difunde más rápidamente porque sus átomos tienen menor masa. Al final, habrá iguales concentraciones de gases en ambos lados del contenedor.
77. ***a)*** 6.07×10^{-21} J ***b)*** 7.72×10^{-21} J

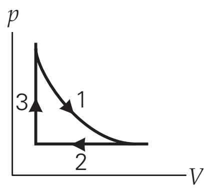
79. ***a)*** 6.21×10^{-21} J ***b)*** 1.37×10^3 m/s
81. aumenta por un factor de $\sqrt{2}$
83. ***a)*** 1.82×10^7 J ***b)*** 1.55×10^3 m
85. 273°C
87. 899°C
89. ***a)*** (1) $^{235}UF_6$, porque a la misma temperatura, cuanto menor es la masa, mayor es la rapidez rms promedio. ***b)*** 1.00429
91. ***b)***
93. nRT
95. 6.1×10^3 J
97. ***a)*** 1.21×10^7 J ***b)*** 3.03×10^7 J
99. 0.272%
101. ***a)*** (3) el helio, porque a la misma temperatura, el helio tiene la menor masa y la rapidez rms más alta. ***b)*** 425 m/s < 1100 m/s

Capítulo 9

1. ***d)***
3. 1 Cal = 1000 cal
5. 6.279×10^6 J
7. 4
9. ***a)***
11. ***b)***
13. Como $Q = cm\Delta T = cm(T_f - T_i)$, el calor y la masa específicos provocan que la temperatura final de los dos objetos sea diferente, si Q y T_i son iguales.
15. ***a)*** (1) más calor, porque el cobre tiene un calor específico más elevado. **(b)** el cobre requiere 2.1×10^4 J más
17. 1.7×10^6 J
19. ***a)*** (3) menor que, porque el aluminio tiene un calor específico más elevado que el cobre. De acuerdo con $Q = mc\Delta T$, si Q y ΔT son iguales, un calor específico más elevado da por resultado una menor masa.
b) 1.27 kg
21. 84°C
23. 0.13 kg
25. ***a)*** (1) más calor que el hierro, porque el aluminio tiene un calor específico más elevado, cuando todos los demás factores (m y ΔT) son iguales. ***b)*** El Al por 1.8×10^4 J más
27. ***a)*** mayor, porque si hay agua salpicada, habrá menos agua para absorber el calor. La temperatura final será más elevada y el valor del calor específico medido será erróneo y aparecerá como más elevado que el valor calculado para el caso en el que el agua no se salpique. ***b)*** 3.1×10^2 J/(kg·C°)
29. ***a)*** 7.0×10^2 W ***b)*** 9.4×10^2 W
31. 20.0°C
33. ***d)***
35. ***c)***
37. Esto se debe al valor más alto del calor latente de vaporización. Cuando el vapor se condensa, libera 2.26×10^6 J de calor. Cuando el agua a 100°C baja su temperatura por 1°C, libera sólo 4186 J/kg.
39. 1.13×10^6 J
41. 2.5×10^6 J y 2.5×10^5 J; sí
43. 1.2×10^6 J
45. ***a)*** (2) sólo el calor latente, porque el punto de ebullición del mercurio es 357°C = 630 K, así que ya está en la temperatura de ebullición. ***b)*** 4.1×10^3 J
47. 11°C
49. 1.8×10^{-2} kg
51. 2.1×10^5 J
53. ***a)*** (2) parte del hielo se derretirá. La respuesta (3) se elimina porque el agua a 10°C emitirá suficiente calor para elevar la temperatura del hielo y derretir parte de él porque el hielo tiene un calor específico menor que el agua. La respuesta (1) también se elimina por el valor alto del calor latente de fusión para el hielo (3.3×10^5 J/kg).
La disminución de 10 C° en la temperatura del agua no libera suficiente calor para derretir el hielo por completo. **(b)** 0.5032 kg
55. 0.17 L
57. ***c)***
59. El metal presenta una conductividad de calor más alta, así que el metal conduce el calor lejos de su mano más rápidamente.
61. El aire es un deficiente conductor de calor, así que el pelaje hueco reduce al mínimo la pérdida de calor.
63. 4.54×10^6 J
65. 13 J
67. ***a)*** (1) más larga, porque el cobre tiene una conductividad térmica más alta ***b)*** 1.63
69. ***a)*** 5.5×10^5 J/s ***b)*** 73 kg; sí, véase ISM
71. 411°C
73. ***a)*** (3) menor, porque la lana de vidrio tiene una conductividad térmica más baja.
b) 4.9 in
75. 1.0×10^8 J
77. ***a)*** 1.5×10^3 J/s ***b)*** 46 J/s
79. 2.3 cm
81. 23°C
83. 7.8 h
85. 4.0×10^2 m/s
87. 0.49 kg

Capítulo 10

1. ***a)***
3. ***d)***
5. No. Todo lo que significa es que los pasos intermedios no son estados de equilibrio, así que no es posible repasar el proceso exactamente.
7. ***c)***
9. 1: expansión isotérmica; 2: compresión isobárica; 3: la presión isométrica aumenta



11. Al jugar básquetbol, usted perdió calor, realizó trabajo y su energía interna disminuyó.
13. Trabajo: 1, 2, 3. El trabajo es igual al área bajo la curva en el diagrama *p-V*. El área bajo 1 es la mayor y el área bajo 3 es la menor. Temperatura final: 1, 2, 3. De acuerdo con al ley del gas ideal, la temperatura de un gas es proporcional al producto de la presión y el volumen, $pV = nRT$. Como el volumen final es igual para los tres procesos, cuanto mayor es la presión, más elevada es la temperatura final.
15. ***a)*** (2) igual, porque $\Delta U = 0$ para un proceso cíclico. ***b)*** se añade, 400 J
17. ***a)*** (3) disminuye, conforme $Q = 0$ y W es positivo ***b)*** –500 J
19. ***a)*** 3.3×10^3 J ***b)*** sí, 5.1×10^3 J
21. ***a)*** (2) cero, porque $\Delta T = 0$. ***b)*** $-p_1V_1$ (en el gas) ***c)*** $-p_1V_1$ (fuera del gas)
23. 3.6×10^4 J
25. ***a)*** (2) isobárico, porque la presión se mantiene a 1.00 atm. ***b)*** 146 J
27. ***a)*** (2) el proceso 2, porque se agrega más calor y el cambio en la energía interna es el mismo (las temperaturas inicial y final son iguales). ***b)*** $\Delta U = 2.5 \times 10^3$ J para ambos;
b) $\Delta U = 2.5 \times 10^3$ J para ambos; $W_1 = 0$, $W_2 = 5.0 \times 10^2$ J
29. ***a)*** Proceso AB, -1.66×10^3 J; proceso BC, 0; proceso CD, 3.31×10^3 J; proceso DA, 0
b) $\Delta U = 0$, $Q = W = 1.65 \times 10^3$ J ***c)*** 800 K
31. ***c)***
33. ***a)*** aumenta porque se añade calor.
b) disminuye porque se elimina calor**.** ***c)*** aumenta porque se agrega calor. ***d)*** disminuye porque se elimina calor.
35. No, éste no es un desafío válido porque el hielo o el agua, por sí solos, no constituyen un sistema aislado. Cuando el agua se congela para convertirse en hielo, emite calor y eso provoca que la entropía de los alrededores aumente. Este aumento en realidad es más que la disminución que ocurrió en el cambio de fase de agua a hielo. Así que el cambio neto en la entropía del sistema (hielo más agua) aún aumenta.
37. ***a)*** (1) positivo, porque se agrega calor en el proceso (calor positivo).
b) $+1.2 \times 10^3$ J/K
39. -2.1×10^2 J/K
41. 126°C
43. ***a)*** (1) se incrementa, porque $Q > 0$.
b) +11 J/K
45. ***a)*** (1) positivo, de acuerdo con la segunda ley de la termodinámica. ***b)*** +1.33 J/K
47. ***a)*** (2) cero, $\Delta S = 0$ ***b)*** 2.73×10^4 J
49. ***a)*** 61.0 J/K ***b)*** −57.8 J/K ***c)*** 3.2 J/K
51. ***b)***
53. Permanece sin cambios, porque vuelve a su valor original para un proceso cíclico. Esto es verdad para muchas cantidades como la temperatura, la presión y el volumen.
55. Esto es importante porque el calor puede convertirse por completo en trabajo para un proceso individual (no un ciclo), como un proceso de expansión isotérmica de un gas ideal.
57. No, conforme el aire caliente se eleva a la mayor altitud, tanto la gravedad como las fuerzas de flotabilidad actúan. Como es un proceso natural con entrada de trabajo, la entropía aumenta y la segunda ley no se viola.
59. 25%
61. 1.47×10^5 J
63. ***a)*** 6.6×10^8 J ***b)*** 27%
65. ***a)*** (1) aumenta, porque $\varepsilon = 1 - Q_c/Q_h$. Cuando ε aumenta, la relación de Q_c/Q_h disminuye o la relación Q_h/Q_c aumenta.
b) +0.024
67. ***a)*** 6.1×10^5 J ***b)*** 1.9×10^6 J
69. 3.0 kW
71. 6.0 h
73. ***a)*** 1800 ***b)*** 3.4×10^7 J ***c)*** 2.7×10^7 J
75. ***a)***

77. El más eficiente es el agua enfriada, porque la eficiencia del enfriamiento depende de ΔT, y el agua puede mantener un gran ΔT. Además, el agua tiene un calor específico más elevado, así que es capaz de absorber más calor.

79. Los motores de diesel se calientan más porque el combustible diesel tiene una temperatura de combustión espontánea más elevada. De acuerdo con la eficiencia de Carnot, cuanto más alta es la temperatura del reservorio, mayor es la eficiencia, para un reservorio de temperatura baja fija.

81. 0°C

83. ***a)*** 6.7% ***b)*** Probablemente no en el momento, a causa de la baja eficiencia y porque aún existen combustibles fósiles relativamente baratos.

85. 9.1×10^3 J

87. ***a)*** (3) más alta que 327°C. De acuerdo con $\varepsilon_C = 1 - T_c/T_h$, podemos ver que T_h debe ser más alta para que ε_C aumente mientras que T_c se mantiene constante. ***b)*** 427°C

89. ***a)*** no, $\varepsilon_C = 57\%$ mientras $\varepsilon = 67\%$ ***b)*** 17.5 kW

91. ***a)*** 42% ***b)*** 39 kW

93. 53%

95. ***a)*** (2) cero, porque muchas cantidades como la temperatura, la presión, el volumen, la energía interna y la entropía vuelven a su valor original después de cada ciclo. ***b)*** 3750 J

97. ***a)*** 64% ***b)*** ε_C es el límite superior de la eficiencia. En realidad, se pierde mucha más energía que en la situación ideal.

99. ***a)*** 13 ***b)*** no, $COP_C = 11$

101. 20 mi/gal

103. 2.7 kg

105. 0.157

Capítulo 11

1. ***b)***

3. ***b)***

5. ***a)*** cuatro veces más grande ***b)*** el doble de grande

7. $T/4$, $T/2$

9. $4A$

11. 0.025 s

13. 41 N/m

15. ***a)*** 10^{-12} s ***b)*** 63 m/s

17. ***a)*** (1) $x = 0$, porque a $x = 0$ no hay energía potencial elástica, así que toda la energía del sistema es cinética, por lo tanto, la rapidez es máxima. ***b)*** 2.0 m/s

19. ***a)*** 0.77 m/s ***b)*** 1.2 N

21. 1.08 m/s

23. ***a)*** 2.5 m/s ***b)*** 2.5 m/s ***c)*** 2.7 m/s, posición de equilibrio

25. ***a)*** 17.6 N/m ***b)*** 1.04 m/s

27. ***d)***

29. ***b)***

31. Esto se podría hacer dibujando la trayectoria del objeto en un papel horizontal que se desenrolle.

33. En un elevador que acelere hacia arriba, la aceleración gravitacional efectiva aumenta. De acuerdo con $T = 2\pi\sqrt{L/g}$, el periodo disminuiría.

35. 10 kg

37. ***a)*** 1.7 s ***b)*** 0.57 Hz

39. ***a)*** $x = A \operatorname{sen} \omega t$ ***b)*** $x = A \cos \omega t$

41. ***a)*** 5.0 cm ***b)*** 10 Hz ***c)*** 0.10 s

43. ***a)*** (3) menos, porque $E \propto 1/T^2$ y el sistema A tiene un periodo más prolongado. ***b)*** 1.8×10^2

45. ***a)*** 0.188 m ***b)*** 3.00 m/s^2

47. ***a)*** (3) $1/\sqrt{3}$, porque $T = 2\pi\sqrt{m/k}$ así que $T_2/T_1 = \sqrt{k_1/k_2} = \sqrt{1/3}$ ***b)*** 2.8 s

49. ***a)*** utilizando el periodo de vibración ***b)*** 76 kg

51. 2.70 J

53. 0.279 m/s, $0.897 \text{ m/s}^2 = (0.0915)g$

55. ***a)*** (1) aumentaría, porque $T = 2\pi\sqrt{L/g}$, una menor g dará un T más prolongado. ***b)*** 4.9 s

57. ***a)*** $y = (-0.10 \text{ m})\operatorname{sen}(10\pi/3)t$ ***b)*** $k = 27$ N/m

59. ***a)*** 1.21 m ***b)*** 0.301 m/s ***c)*** 0.248 rad/s

61. ***d)***

63. ***c)***

65. La de la parte superior es transversal y la de la parte inferior es longitudinal.

67. 0.340 m

69. 0.47 m/s

71. 1.7 cm a 17 m

73. No, no está en vacío.
$v = \lambda f = (500 \times 10^{-9} \text{ m})(4.00 \times 10^{14} \text{ Hz})$
$= 2.00 \times 10^8 \text{ m/s} < 3.00 \times 10^8 \text{ m/s}.$

75. 6.00 km

77. ***a)*** 3.8×10^2 s ***b)*** sí, $1.9 \times 10^3 \text{ km} > 30 \text{ km}$ ***c)*** 1.6×10^3 s

79. ***a)*** 0.20 s ***b)*** 0.40 s

81. ***d)***

83. ***d)***

85. La reflexión (esto se llama ecolocalización), porque el sonido se refleja en la presa.

87. ***d)***

89. ***c)***

91. ***a)*** Esto se debe a que el vidrio vibra en modo de resonancia. ***b)*** La frecuencia aumentará porque la longitud de onda disminuirá a causa de la columna de aire que se acorta. Esto da por resultado un aumento en la frecuencia como $v = \lambda f$ y v es una constante.

93. Una cuerda más delgada tendrá una frecuencia más alta. Como $v = \sqrt{F_T/\mu}$, y una cuerda más delgada tiene menor μ, la rapidez es mayor, al igual que la frecuencia ($v = \lambda f$).

95. 150 Hz

97. ***a)*** (1) aumenta por $\sqrt{2}$, porque $v = \sqrt{F_T/\mu}$, así $v_2/v_1 = \sqrt{F_{T2}/F_{T1}} = \sqrt{2/1} = \sqrt{2}$. ***b)*** 8.49 m/s ***c)*** $f_n = (0.425)n$ Hz; $n = 1, 2, 3, \ldots$

99. $n = 5$

101. 16.5 N

103. 1/4

105. 0.016 kg

107. ***a)*** al liberarse desde el reposo, hacia abajo ***b)*** 1.05 s ***c)*** $y = (0.100 \text{ m}) \cos(6t)$ ***d)*** 3.6 m/s^2

109. ***a)*** 5.00 N ***b)*** 12.5 Hz ***c)*** a 0.40 m de un extremo

111. 3.0 s

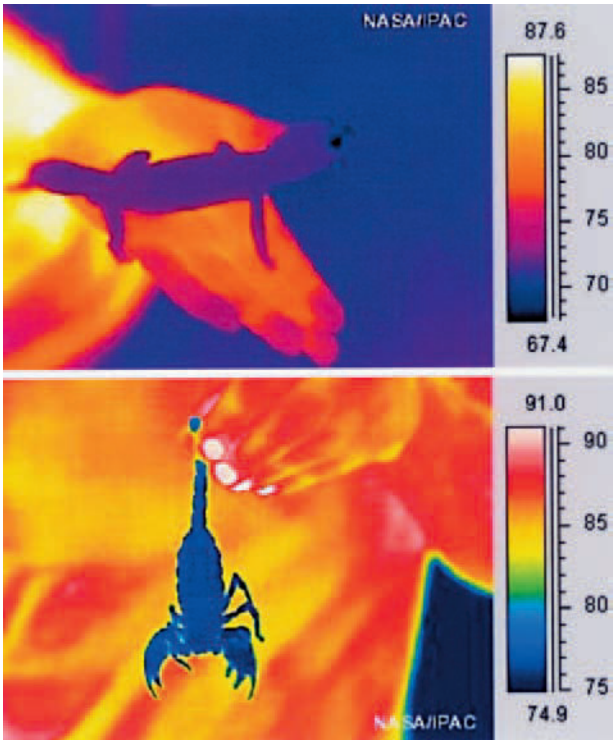
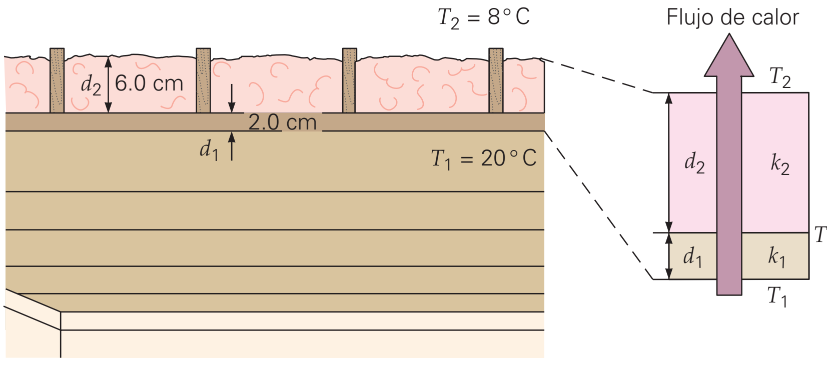
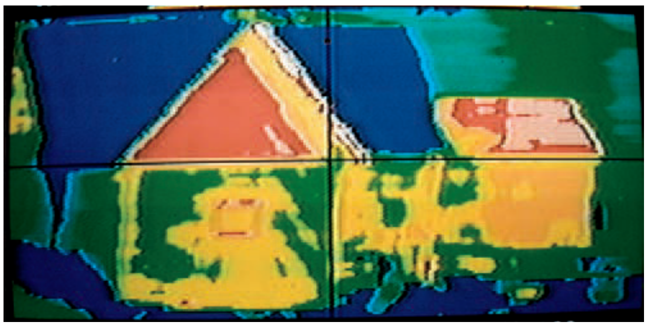


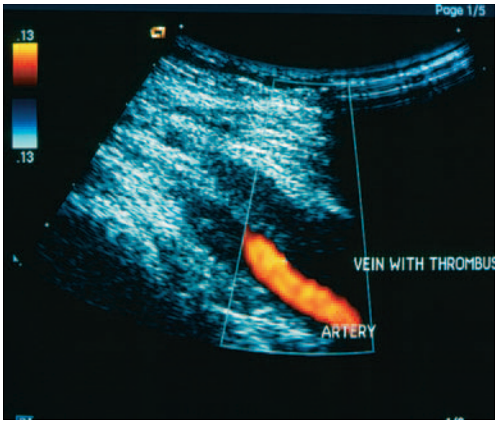
FIGURA 1 Animales de sangre caliente y de sangre fría Las imágenes infrarrojas muestran que las criaturas de sangre fría adoptan la temperatura de su entorno. Tanto la lagartija como el escorpión tienen la misma temperatura (color) que el aire que los rodea. Note la diferencia entre estos animales de sangre fría y los humanos de sangre caliente que los sostienen.

FIGURA 9.9 Aislantes y conductividad térmica ***a***), ***b***) Los desvanes deben aislarse para evitar la pérdida de calor por conducción. Véase el ejemplo 9.7 y la sección A fondo 9.2 (página 20): Física, la industria de la construcción y la conservación de la energía. ***c***) Este termograma de una casa nos permite visualizar la pérdida de calor de la casa. El azul representa las áreas donde la tasa de fuga de calor es más baja; el blanco, el rosa y el rojo indican áreas con pérdidas de calor cada vez más alta. (Las áreas rojas tienen la mayor pérdida.) ¿Qué recomendaría al dueño de esta casa para ahorrar tanto dinero como energía? Compare esta figura con la figura 9.15.





c)



a)

b)

FIGURA 1 ***a*) Flujo sanguíneo y obstrucciones** Este escaneo ultrasónico Doppler muestra trombosis venosa profunda en la pierna de un paciente. El coágulo que bloquea la vena está en el área oscura a la derecha. El flujo sanguíneo en una arteria adyacente es más lento debido al coágulo. En casos extremos el coágulo puede desprenderse y llegar a los pulmones, donde puede bloquear una arteria y provocar una embolia pulmonar potencialmente mortal (obstrucción de los vasos sanguíneos). ***b*) Electrocardiograma** Este procedimiento ultrasónico puede mostrar los latidos del corazón, ventrículos y aurículas, válvulas y el flujo sanguíneo conforme la sangre entra y sale del órgano.

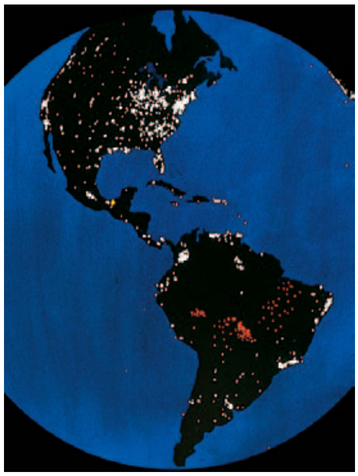


FIGURA Todo iluminado Una imagen nocturna del Continente Americano tomada desde un satélite. ¿Podría identificar los principales centros de población en Estados Unidos y en otros países? Las manchas en el centro de Sudamérica indican incendios forestales. La pequeña mancha al sur de México representa las llamas del gas ardiendo en los sitios de producción de petróleo. En el extremo superior derecho de la imagen alcanzan a verse las luces de algunas ciudades europeas. La imagen fue registrada por un sistema de infrarrojo visible.

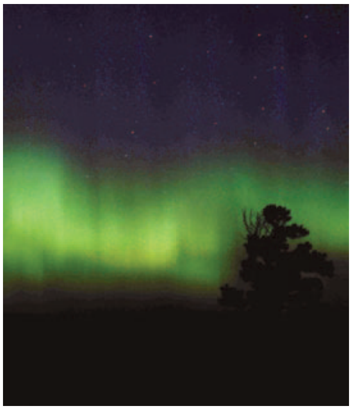


FIGURA Aurora boreal: las luces del norte Esta imagen espectacular se debe a partículas solares energéticas que quedan atrapadas en el campo magnético terrestre. Las partículas excitan, o ionizan, los átomos del aire; cuando estos últimos dejan de estar excitados (o cuando se recombinan), emiten luz.

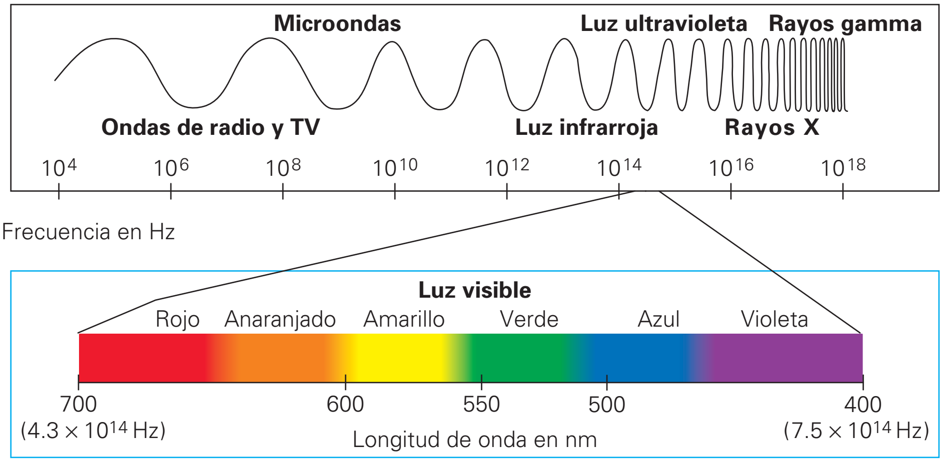


FIGURA El espectro electromagnético El espectro de frecuencias o longitudes de onda se divide en regiones, o intervalos. Observe que la región de la luz visible es una parte muy pequeña del espectro electromagnético total. Para la luz visible, las longitudes de onda se expresan generalmente en nanómetros (1 nm $= 10^{-9}$ m). (Los tamaños relativos de las longitudes de onda que aparecen en la parte superior de la figura no están a escala.)

b) Fotografía de la reflexión regular o especular

FIGURA Reflexión especular (regular) *a*) Cuando un haz de luz se refleja en una superficie lisa y los rayos reflejados son paralelos, se dice que la reflexión es regular o especular. *b*) Reflexión regular o especular en una superficie de agua tranquila produce una imagen de espejo, casi perfecta, de las montañas de sal en esta salina australiana.

b)

FIGURA 1 De difusa a especular ***a)*** El agua sobre la superficie del camino convierte la reflexión difusa, que había antes de la lluvia, en reflexión especular. ***b)*** Así, en lugar de ver el camino, el conductor sólo percibe las imágenes reflejadas de luces y edificios.

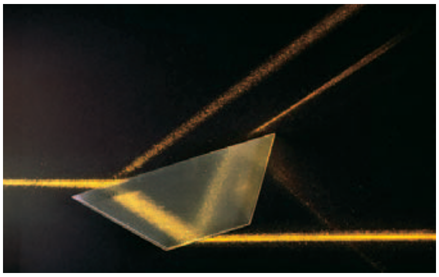
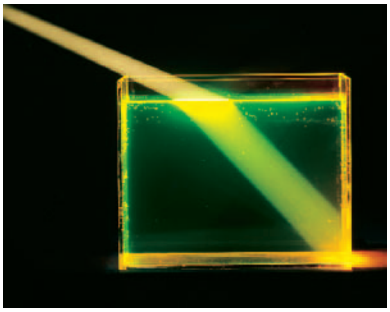


FIGURA Reflexión y refracción Un rayo de luz incide en un prisma trapezoidal desde la izquierda. Una parte del haz se refleja y otra se refracta. El rayo refractado se refleja y se refracta parcialmente en la superficie inferior entre vidrio y aire.

FIGURA La refracción ***a)*** La luz cambia de dirección al entrar en un medio diferente. ***b)*** El rayo reflejado se describe con el ángulo de refracción, θ_2, medido a partir de la normal.

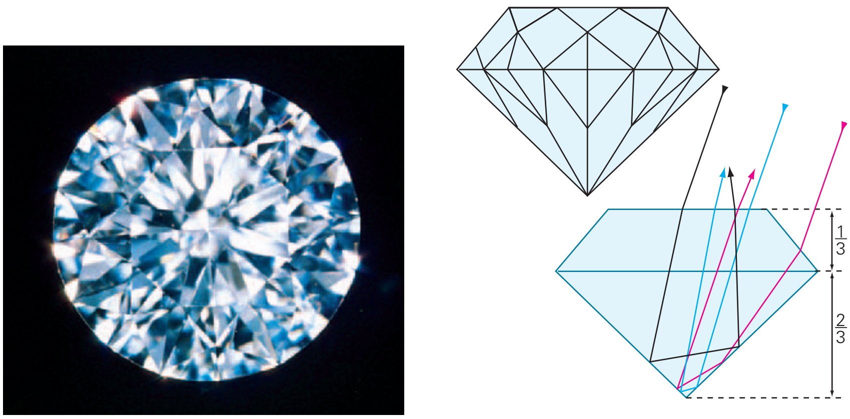


a)

a)

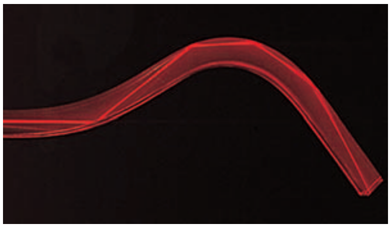
FIGURA La refracción en acción ***a)*** Imagen invertida de un automóvil sobre una carretera "mojada"; es un espejismo. ***b)*** El espejismo se forma cuando la luz que procede del objeto se refracta en las capas de aire a distintas temperaturas, cerca de la superficie de la carretera.

FIGURA Vista panorámica distorsionada Vista subacuática de la superficie de una alberca en Hawai.

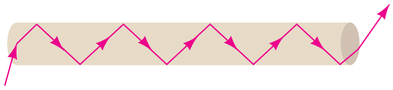


a) b)

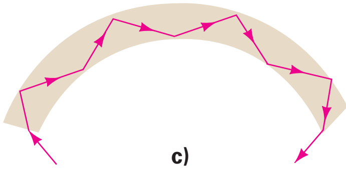
FIGURA Brillantez del diamante ***a)*** La reflexión interna causa el brillo de un diamante. ***b)*** El "corte" (o las proporciones de altura de las facetas) es esencial. Si una piedra es demasiado plana o demasiado aguda, se perderá la luz, es decir, esta última se refractará y saldrá por las facetas inferiores.



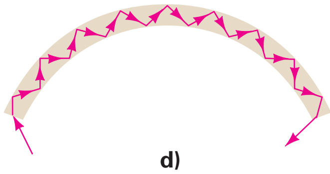
a)



b)



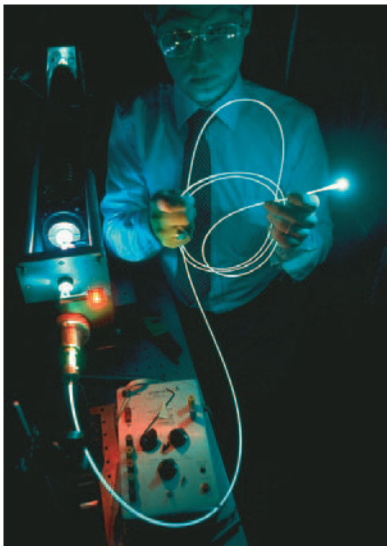
c)



d)

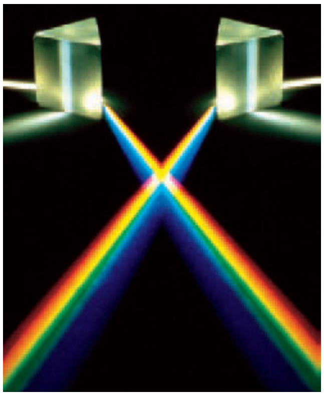
FIGURA Tubos de luz
a) Reflexión interna total en una fibra óptica. ***b)*** Cuando incide la luz en el extremo de un cilindro de material transparente de tal forma que el ángulo interno de incidencia es mayor que el ángulo crítico del material, la luz experimenta la reflexión interna total a todo lo largo del tubo de luz. ***c)*** La luz también se transmite a lo largo de tubos de luz curvos, por reflexión interna total. ***d)*** Al disminuir el diámetro de la varilla o fibra, aumenta la cantidad de reflexiones por unidad de longitud.

a)

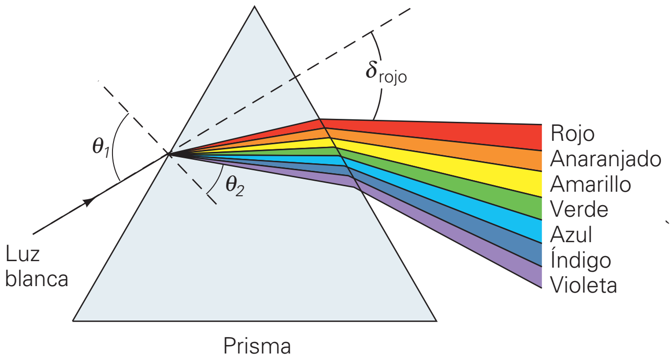


b)

FIGURA Haz de fibras ópticas ***a)*** Cientos o hasta miles de fibras extremadamente delgadas se agrupan ***b)*** para formar un cable de fibra óptica, que aquí se ve con el color azul de un láser.

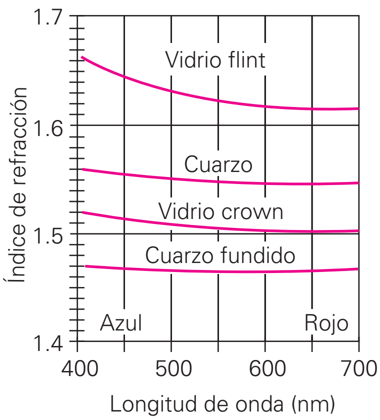


a)



b)

FIGURA La dispersión *a)* La luz blanca se dispersa en los prismas de vidrio y forma un espectro de colores. *b)* En un medio dispersor, el índice de refracción varía un poco en función de la longitud de onda. La luz roja, cuya longitud de onda es la mayor, tiene el menor índice de refracción, y por eso se refracta menos. El ángulo entre el haz incidente y el haz emergente es el ángulo de desviación (δ) del rayo. (Aquí se exageran los ángulos, para obtener mayor claridad.) *c)* Variación del índice de refracción con la longitud de onda, para algunos de los medios transparentes más comunes.



c)

FIGURA 1 Arco iris Los colores del arco iris primario van verticalmente del rojo (exterior) al azul (interior).

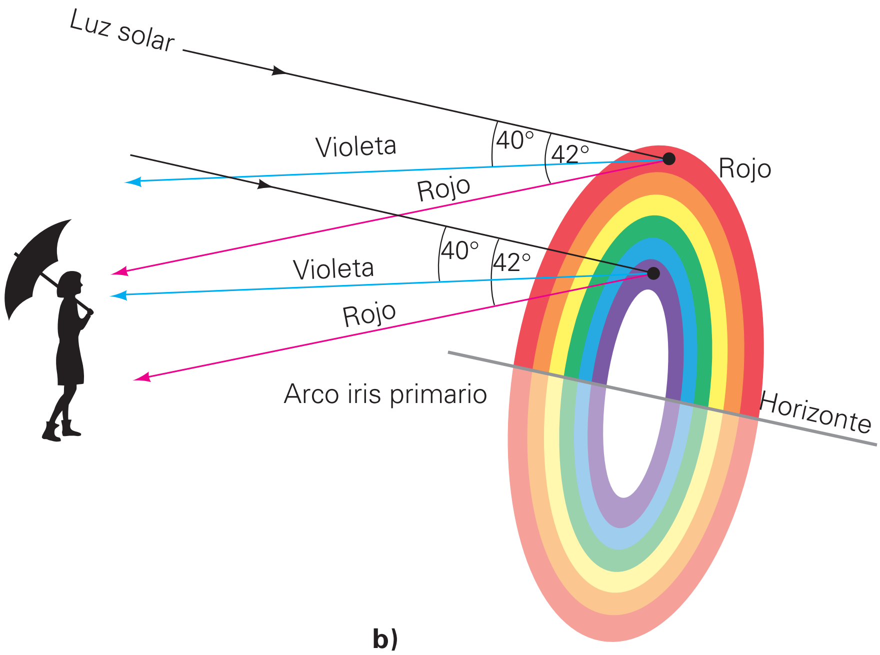
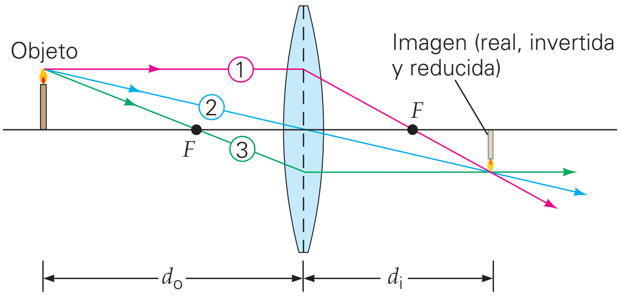
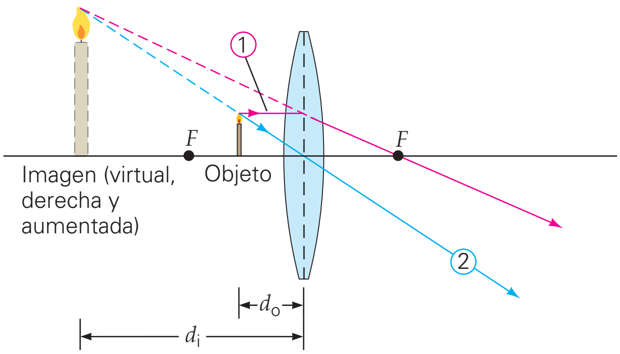


FIGURA 2 El arco iris Los arco iris se forman por refracción, dispersión y reflexión interna de la luz solar en las gotas de agua. ***a)*** La luz de distintos colores sale de la gota de agua en distintas direcciones. ***b)*** Un observador ve la luz roja en el exterior del arco y la violeta en el interior.

FIGURA Espejo divergente
Si trazamos los rayos al revés en la figura 23.5b, veremos que un espejo esférico divergente (convexo) produce un mayor campo de visión; esto se aprecia con este espejo.

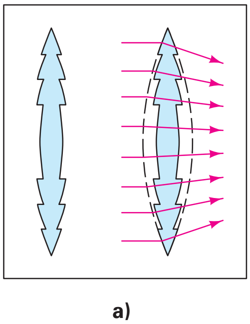


a) Lente convexa, $d_o > 2f$



b) Lente convexa, $d_o < f$

FIGURA Diagramas de rayos para lentes ***a)*** Una lente convergente biconvexa forma un objeto real cuando $d_o > 2f$. La imagen es real, invertida y reducida. ***b)*** Diagrama de rayos para una lente divergente con $d_o < f$. La imagen es virtual, derecha y aumentada. Se muestran los ejemplos prácticos de ambos casos.



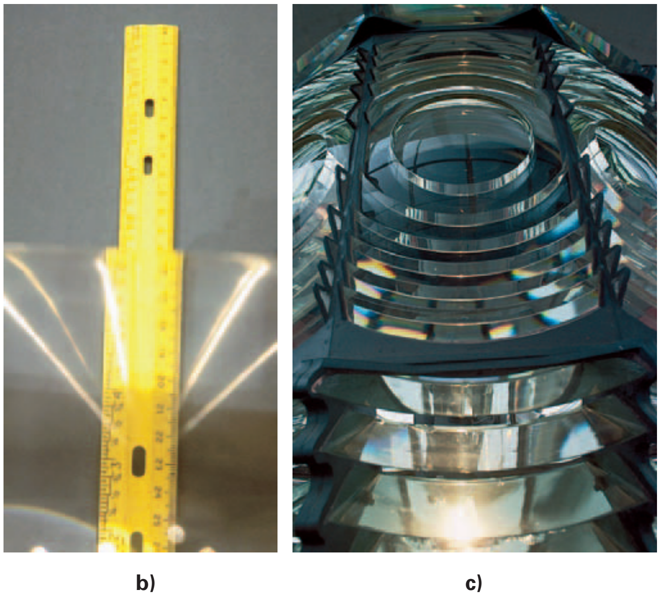
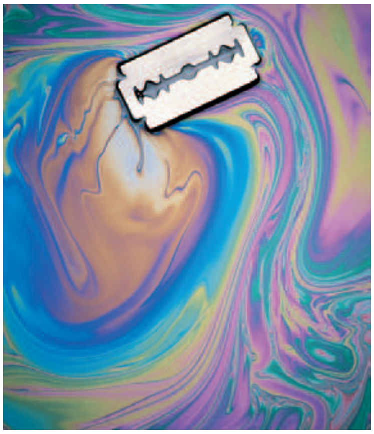


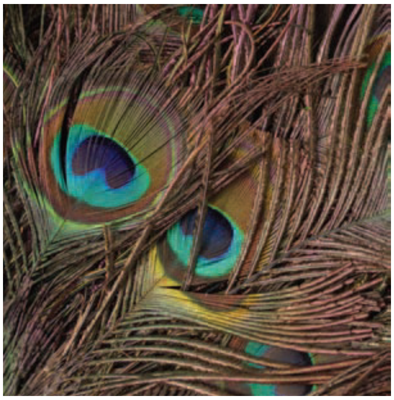
FIGURA 1 **Lentes de Fresnel** ***a)*** El efecto concentrador de estas lentes se debe a la refracción en sus superficies. Por consiguiente, es posible reducir el espesor de una lente cortando ranuras concéntricas en un vidrio, para formar un conjunto de superficies curvas con las mismas propiedades refringentes que las de la lente de la que se derivan. ***b)*** Una lente de Fresnel plana, con superficies curvas concéntricas, amplifica como si fuera una lente convergente biconvexa. ***c)*** Una serie de lentes de Fresnel produce haces luminosos enfocados en este faro del puerto de Boston. (De hecho, las lentes de Fresnel se desarrollaron para usarse en los faros.)



c)

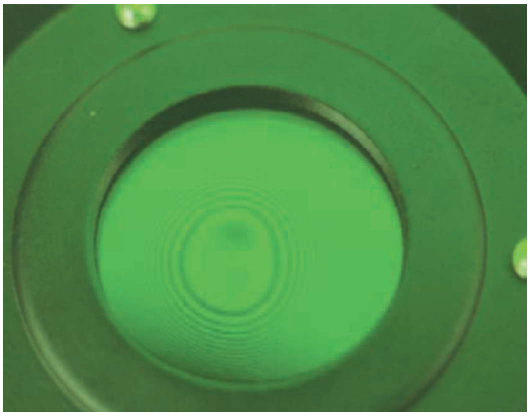
FIGURA **Interferencia en una película delgada** Para una película de aceite hay un desplazamiento de fase de 180° en la luz que se refleja en la interfase aire-aceite, y cambio de fase cero en la interfase aceite-agua. λ' es la longitud de onda en el aceite. ***a)*** La interferencia destructiva se presenta si la película de aceite tiene un espesor mínimo de $\lambda'/2$ para la incidencia normal. (Para tener mayor claridad, las ondas están desplazadas y en ángulo.) ***b)*** La interferencia constructiva se presenta con un espesor mínimo de película igual a $\lambda'/4$. ***c)*** Interferencia en la película delgada de una mancha de aceite. Los distintos espesores de la película originan reflexiones de distintos colores.

a)



b)

FIGURA **Interferencia en una película delgada** ***a)*** Una película delgada de aire entre los portaobjetos produce figuras de colores. ***b)*** La interferencia en varias capas de las plumas del pavo real origina brillantes colores. Los llamativos colores en el pecho de los colibríes también se producen así.



b)

FIGURA Anillos de Newton
a) Una lente colocada sobre un plano óptico forma una cuña de aire anular, que origina interferencia de las ondas reflejadas en la parte superior (onda 1) y la parte inferior (onda 2) de esa cuña. ***b)*** La figura de interferencia que resulta es un conjunto de anillos concéntricos, llamados *anillos de Newton*. Observe que en el centro de la figura hay una mancha oscura. Las irregularidades de la lente producen una figura distorsionada.

FIGURA 1 Lentes recubiertas El recubrimiento no reflectante de las lentes de binoculares y cámaras produce, en general, una tonalidad azul-púrpura. (¿Por qué?)

FIGURA Refracción de las olas del mar Esta fotografía de una playa muestra con claridad la difracción de las olas del mar en una sola rendija, como la que hay en las aberturas de la barrera. Note que los frentes de onda circulares han moldeado la playa.

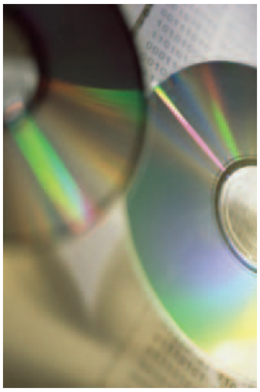
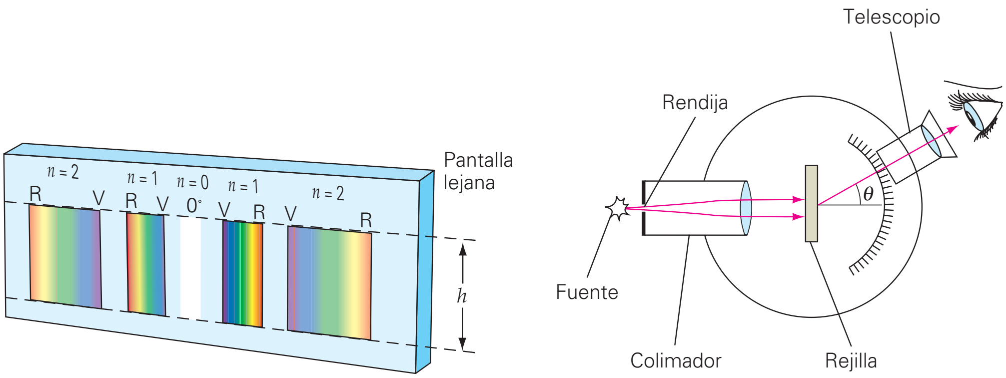


FIGURA Efectos de la difracción Las ranuras angostas de los discos compactos (CD) actúan como rejillas de difracción y producen un despliegue de colores.



a) b)

FIGURA Espectroscopia ***a)*** En cada franja brillante lateral se separan los componentes de distintas longitudes de onda (R = rojo y V = violeta), porque la desviación depende de la longitud de onda: $\theta = \text{sen}^{-1}(n\lambda/d)$. ***b)*** Por esta razón, se usan rejillas en los espectrómetros para determinar las longitudes de onda presentes en un rayo de luz, midiendo sus ángulos de difracción y separando las diversas longitudes de onda para su análisis posterior.

b)

FIGURA Reducción del resplandor ***a)*** La luz reflejada en una superficie horizontal está parcialmente polarizada en el plano horizontal. Cuando los anteojos solares se orientan de tal forma que su eje de transmisión es vertical, el componente polarizado horizontalmente de esa luz no se transmite, y se reduce el resplandor. ***b)*** En los filtros polarizantes de las cámaras se usa el mismo principio. La fotografía de la derecha se tomó con uno de esos filtros. Note la reducción de los reflejos en el escaparate de una tienda.

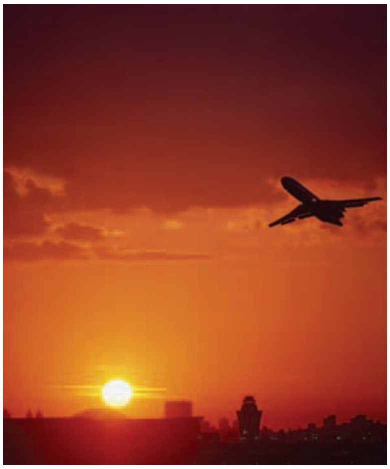


FIGURA Cielo rojo al atardecer Una espectacular puesta de sol, de tonalidades rojizas, en un observatorio ubicado en la cima de una montaña en Chile. El cielo rojo es el resultado de la dispersión de la luz solar por los gases atmosféricos y las pequeñas partículas sólidas. El enrojecimiento del Sol, cuando se observa en forma directa, se debe a la dispersión de las longitudes de onda hacia el extremo azul del espectro, en línea directa hacia el Sol.

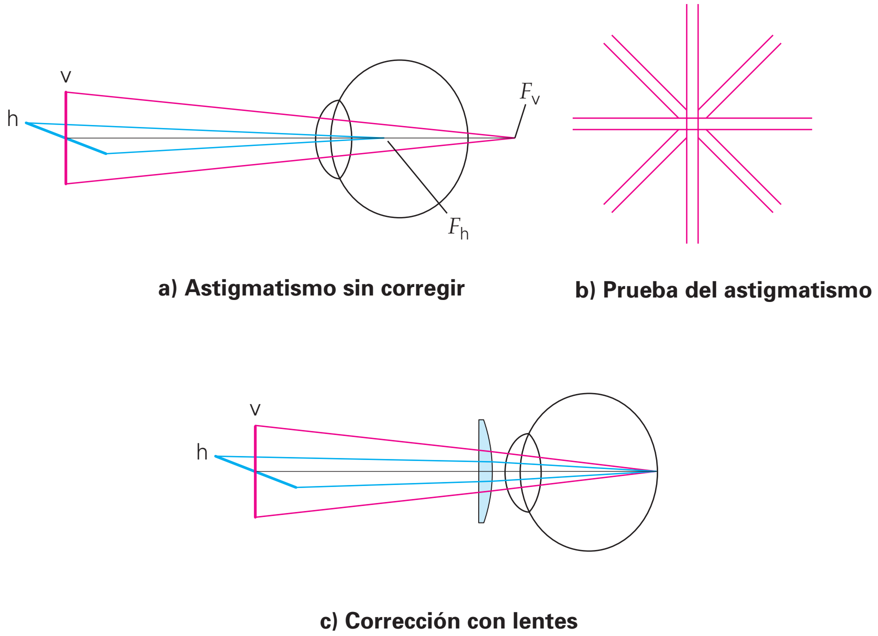


FIGURA **Astigmatismo** Cuando una de las partes refringentes del ojo no es esférica, el ojo tiene diferentes distancias focales en distintos planos. ***a)*** El efecto se debe a que los rayos en el plano vertical (rojo) y en el plano horizontal (azul) se enfocan en puntos distintos: F_v y F_h, respectivamente. ***b)*** Para alguien que tenga ojos astigmáticos, algunas o todas las líneas de este diagrama le parecerán borrosas. ***c)*** Los lentes no esféricos, como los cilíndricos planoconvexos, se usan para corregir el astigmatismo.

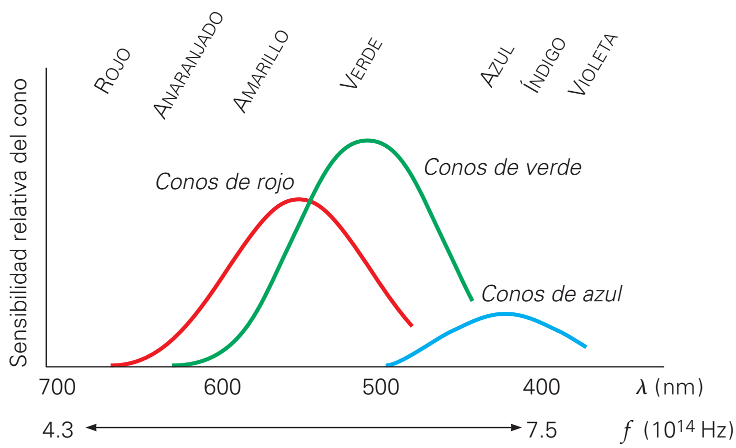
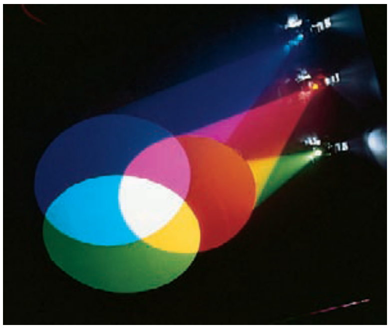
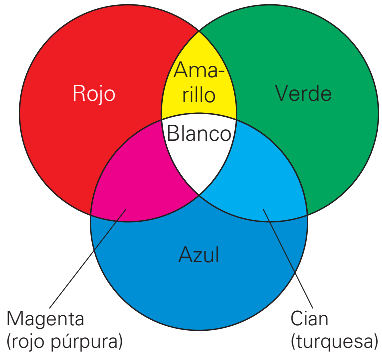


FIGURA **Sensibilidad de los conos** Diversos tipos de conos en la retina del ojo humano responden a distintas frecuencias de la luz, para dar tres respuestas generales al color: rojo, verde y azul.



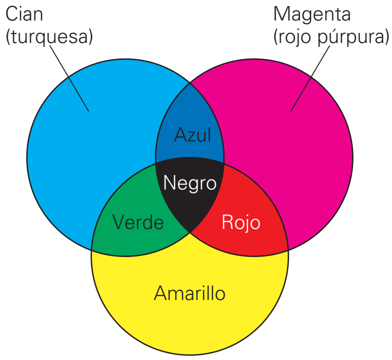
a)



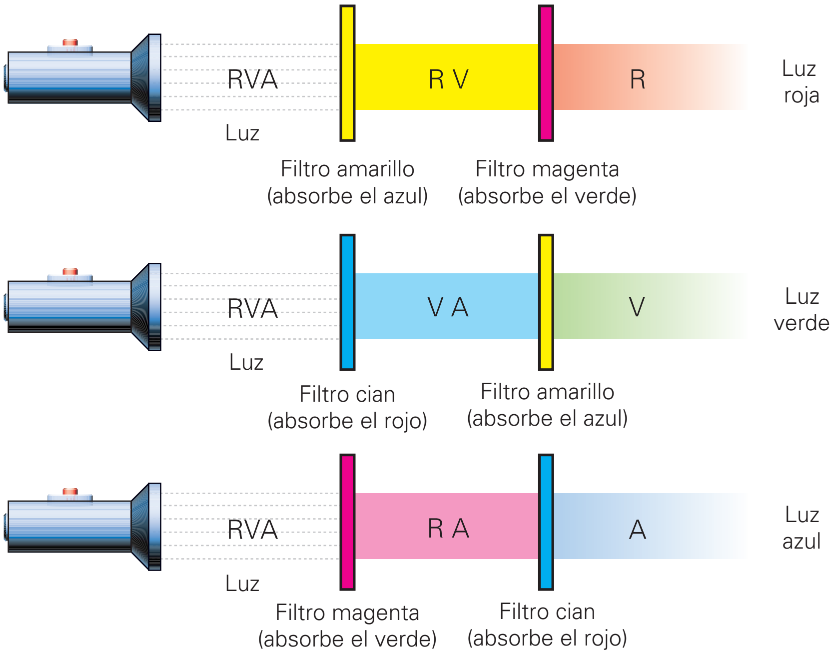
b)

FIGURA Método aditivo de producción de color Cuando se proyectan haces luminosos de los colores primarios (rojo, azul y verde) en una pantalla blanca, sus mezclas producen diversos colores. Si se varían las intensidades de los haces es posible generar la mayor parte de los colores.

FIGURA Método sustractivo de producción de color *a*) Cuando los pigmentos primarios (cian, magenta y amarillo) se mezclan, se producen distintos colores por absorción sustractiva; por ejemplo, la mezcla de amarillo y magenta produce rojo. Cuando se mezclan los tres pigmentos y se absorben todas las longitudes de onda de la luz visible, la mezcla parece negra. *b*) Mezcla sustractiva de colores, usando filtros. El principio es igual que el del inciso *a*. Cada pigmento absorbe selectivamente ciertos colores, eliminándolos de la luz blanca. Los colores que quedan son los que vemos.



a)



b)